

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента**  
**на диссертацию Яковенко Анастасии Александровны**  
**«Моделирование дискретного контакта упругих и вязкоупругих тел»,**  
**представленную на соискание ученой степени кандидата физико-**  
**математических наук по специальности**  
**01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела»**

В диссертационной работе исследованы задачи дискретного, в том числе периодического, контакта упругих и вязкоупругих тел при учете геометрии контактирующих тел (макроформа, микрорельеф). Для построения решений поставленных задач применен метод локализации, разработанный научным руководителем соискателя, принципы теории вязкоупругости. Проведены модельные расчеты, сделаны выводы о влиянии параметров поверхностной геометрии на характеристики контакта.

**Актуальность работы.**

Актуальность диссертации в теоретическом плане связана с тем, что классическая теория Герца предполагает идеальную гладкость взаимодействующих поверхностей. На самом деле в результате обработки реальные поверхности имеют шероховатости, неровности и т.п. В связи с этим реальная область контакта может значительно отличаться от номинальной. Также учет взаимодействия штампов при дискретном контакте может вносить существенные коррективы в классические результаты, особенно, при близости соседних областей контакта. Также актуален учет релаксационных свойств контактирующих тел.

**Структура работы.**

Диссертация состоит из оглавления, введения, 4-х глав, при этом каждая глава включает формулировки ее основных результатов и выводов, заключения, списка литературы (123 источника) и имеет общий объем 127 страниц.

**Содержание работы.**

Во введении дается краткий обзор литературы по теме исследования, отмечена актуальность, цель работы, основные задачи исследования, научная новизна, практическая значимость работы, методы исследования, апробация работы, приведены 6 основных публикаций соискателя, указан личный вклад соискателя.

В 1-й главе рассмотрено контактное взаимодействие с упругим полупространством системы одинаковых штампов. Для сферических штампов исследовано влияние их расположения на распределение нагрузок и зависимости нагрузки от глубины внедрения. Показано, что равномерное пространственное расположение штампов (в вершинах равностороннего

треугольника, квадрата) ведет к уменьшению величины суммарной нагрузки при фиксированной глубине внедрения. Для узких в плане штампов разработан метод решения, позволяющий получить аналитические зависимости нагрузки от глубины внедрения. Показано, что с уменьшением расстояния между штампами увеличивается глубина внедрения системы в полупространство при фиксированной приложенной нагрузке. Определено высотное распределение штампов, обеспечивающие равномерное распределение нагрузок между ними.

Во 2-й главе исследовано внедрение с постоянной скоростью в вязкоупругое полупространство цилиндрического штампа с различной формой торцевой поверхности, а также внедрение с удержанием цилиндрического штампа с плоским основанием в вязкоупругий слой (приближения тонкого и толстого слоев). Получены аналитические зависимости от времени нагрузки, приложенной к цилиндру, и распределения контактного давления под поверхностью цилиндра. Показано, что при фиксированной глубине внедрения значение прикладываемой к цилиндру нагрузки меньше при малых скоростях внедрения. Получено, что форма торцевой поверхности цилиндра существенно влияет на вид распределения контактного давления, но лишь на стадии возрастающей области контакта. Для внедрения цилиндра в вязкоупругий слой установлено, что результаты, полученные на стадии удержания цилиндра, могут быть использованы для определения длительных механических характеристик вязкоупругого слоя.

В 3-й главе представлено исследование внедрения в упругое и вязкоупругое полупространство периодической системы осесимметричных штампов. Для упругого полупространства представлено решение для одноуровневой и двухуровневой систем штампов. Для вязкоупругого случая исследована только одноуровневая система. Получены выражения для распределения давления под отдельным штампом, радиуса отдельного пятна контакта, а также функции дополнительного смещения. Для одноуровневой системы штампов и упругого полупространства показано, что увеличение показателя степени функции, описывающей форму контактирующей поверхности штампов, ведет к увеличению области контакта и уменьшению максимального контактного давления. В случае двухуровневой системы установлено, что учет взаимного влияния штампов наиболее существенен при определении контактных характеристик, соответствующих штампам второго уровня. Расширен принцип локализации для дискретного контакта тел, обладающих релаксационными свойствами. Выявлено, что со временем происходит перераспределение контактного давления, и в случае более вязких тел это сопровождается появлением дополнительных максимумов на границе области контакта. Получено, что увеличение плотности контакта ведет к уменьшению размеров отдельного пятна контакта и увеличению контактного давления в центральной части области контакта.

В 4-й главе решена задача о внедрении цилиндра с плоским шероховатым основанием в тонкий вязкоупругий слой под действием постоянной нагрузки. Микрорельеф поверхности цилиндра описывается

периодической системой неровностей. Для решения задачи на макроуровне с учетом параметров микрогеометрии используется функция дополнительной податливости шероховатого слоя, полученная в 3-й главе. Проведен анализ зависимости глубины внедрения цилиндра и фактической площади контакта от времени. Показано, что чем дальше расположены неровности микрорельефа друг от друга, тем глубже погружается цилиндр в слой при фиксированной приложенной нагрузке. Анализ зависимости глубины внедрения от величины приложенной к цилиндру нагрузки показал, что учет микрорельефа поверхности цилиндра ведет к отклонению зависимости между внедрением и нагрузкой от линейной.

В заключении сформулированы основные научные результаты диссертации.

Основные положения, выносимые соискателем на защиту, включают.

1. Построение решений контактных задач взаимодействия с упругим полупространством ограниченной системы узких в плане штампов, а также ограниченной и периодической системы осесимметричных штампов с учетом их взаимного влияния.

2. Решение контактных задач взаимодействия с вязкоупругим полупространством цилиндрического штампа с различной формой торцевой поверхности и периодической системы одинаковых осесимметричных штампов, форма контактирующей поверхности которых описывается степенной функцией.

3. Решение контактной задачи о внедрении в вязкоупругий слой цилиндра с плоским гладким и шероховатым основанием с применением приближенных решений для тонкого и толстого слоев.

4. Анализ влияния макро- и микрогеометрии контактирующих поверхностей, определяемой формой отдельных неровностей (штампов), их пространственным расположением, механических свойств материалов взаимодействующих тел (упругие и вязкоупругие свойства), а также параметров нагружения (скорость внедрения или величина номинального давления) на характеристики контактного взаимодействия (относительное сближение под нагрузкой, фактическая и номинальная области контакта, распределение контактных давлений) и их изменение во времени

Данные положения представляются весьма обоснованными. Указанные выше основные научные результаты получены лично соискателем.

#### **Научная новизна.**

В диссертации построена аналитическая модель для исследования внедрения в упругое полупространство ограниченной системы узких в плане штампов с учетом их взаимного влияния. Проведен анализ влияния формы штампа, внедряющегося в вязкоупругое полупространство, а также механических свойств материала основания на характеристики контакта. Исследовано влияние параметров нагружения цилиндра, внедряющегося в

вязкоупругий слой на зависимость приложенной к штампу нагрузки от времени. Получено и проанализировано решение периодической контактной задачи для двухуровневой системы осесимметричных штампов, внедряющихся в упругое полупространство. Решена периодическая контактная задача для системы осесимметричных штампов, внедряющихся в вязкоупругое полупространство, методом локализации и обосновано его применение для задач дискретного контакта вязкоупругих тел с неубывающей во времени областью контакта. Выполнено обобщение метода решения задач контакта упругих тел с учетом шероховатости на двух масштабных уровнях на случай взаимодействия вязкоупругих тел.

#### **Достоверность результатов и обоснованность выводов.**

Достоверность результатов и обоснованность выводов обеспечивается тем, что соискатель использовала строгие математические постановки задач теории упругости и вязкоупругости; применяла строгие математические методы исследования, результаты совпадают с известными в частных случаях. Сделанные выводы обоснованы и имеют четкий механический и геометрический смысл.

По диссертации Яковенко А.А. имеются следующие замечания.

1. На с. 41 речь идет о малости размерной величины  $a/\ln(\ln(a/b))$ . Неясно, по сравнению с чем должна быть мала эта величина.
2. На с. 46, последняя строка формул (2.1), неясно, почему величина  $e_{ij}$  в одном случае зависит от трех аргументов, а в другом случае только от двух аргументов.
3. На с. 60 не указан смысл параметров  $A_0, A_1$  для тонкого слоя.
4. На с. 61 неясен смысл фразы после формулы (2.27): «Так как способ закрепления слоя к жесткому основанию влияет только на значения числовых параметров  $a_0, a_1, A_0$  и  $A_1$  в асимптотических выражениях для давления и нагрузки и не влияют на зависимость этих величин от координаты  $r$  и от времени, то рассмотрим только случай отсутствия трения.» При чем тут трение? При учете трения может меняться тип особенности контактного давления.
5. На с. 73 в формуле (3.5) под корнем вместо  $r$ , видимо, должно быть  $r^2$ .
6. В диссертации имеются мелкие опечатки, например, на с. 74, абзац перед формулой (3.7) начинается «Интегрально уравнение». На с. 47 пропущен номер формулы (2.2).

Вышеуказанные замечания не уменьшают научную и практическую значимость диссертационной работы. В целом диссертация работа Яковенко Анастасии Александровны «Моделирование дискретного контакта упругих и вязкоупругих тел» безусловно является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задач, имеющих значение для

развития механики контактных взаимодействий, а именно задач дискретного, в том числе периодического, контакта упругих и вязкоупругих тел.

Основные результаты диссертации опубликованы в 23-х печатных работах, из которых 6 статей помещены в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для опубликования материалов кандидатских диссертаций, из них 2 являются рецензируемыми зарубежными изданиями.

Автореферат диссертации Яковенко А.А. в достаточной степени полно отражает содержание представленной диссертационной работы.

Считаю, что работа Яковенко Анастасии Александровны «Моделирование дискретного контакта упругих и вязкоупругих тел» имеет научное значение и вносит вклад в развитие механики контактных взаимодействий, по новизне и достоверности полученных результатов, содержанию, публикациям удовлетворяет всем критериям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям и указанным в пунктах 9-14 «Положения о присуждении ученых степеней», а её автор Яковенко Анастасия Александровна заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Заведующий кафедрой  
«Прикладная математика»  
д. физ-мат. н., профессор

Пожарский Д.А.

« 12 » мая 2022 г.

Почтовый адрес: Пожарский Дмитрий Александрович  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Донской государственный технический университет»  
(ДГТУ), 344000, ЮФО, Ростовская область,  
г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.  
Веб-сайт: <http://www.donstu.ru/>  
Электронная почта: [pozharda@rambler.ru](mailto:pozharda@rambler.ru)  
Тел.: +7 (863) 238-15-72

Подпись Д.А. Пожарского заверяю:  
Ученый секретарь Ученого совета ФГБОУ ВО  
«Донской государственный  
технический университет»



В. Н. Анисимов