Брацун Дмитрий Анатольевич

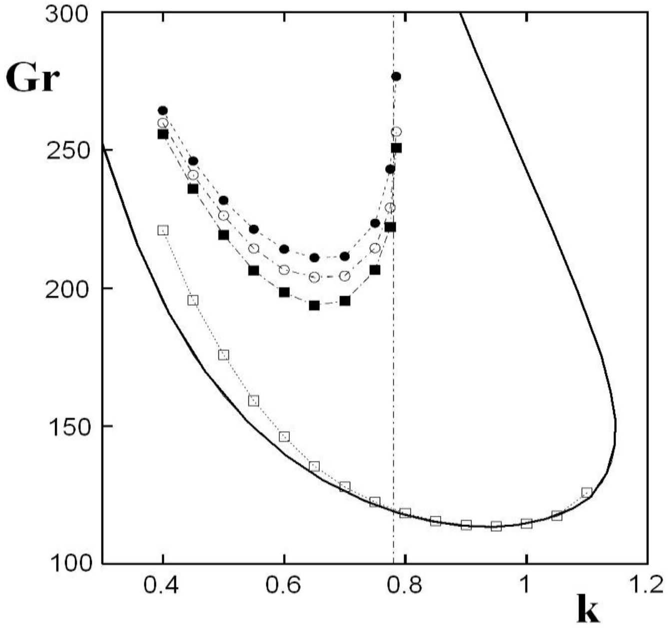
ДИНАМИКА МНОГОФАЗНЫХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ С ЭЛЕМЕНТАМИ ВНЕШНЕГО УПРАВЛЕНИЯ

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Расширенный автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, обзора литературы (первая глава), шести глав с изложением результатов, заключения и списка цитированной литературы, включающего 286 наименований. Общий объем работы 375 страниц, включая 93 рисунка и 2 таблицы.

Во **введении** показана актуальность проблемы и дана общая характеристика работы. **Первая глава <u>«Динамика неизотермических многофазных многокомпонентных сред»</u>** содержит обзор литературы по трём типам гетерогенных систем, рассмотренных в диссертации. В п.1.1 обсуждаются работы, посвященные тепловой конвекции жидкости, несущей мелкодисперсную примесь. Отмечается, что имеющиеся в литературе модели двухфазной среды жидкость – твердые частицы противоречат духу приближения Буссинеска-Обербека. В п. 1.2 приводится обзор работ по хемоконвективным системам в многослойных системах. Из обзора литературы следует, что подавляющее большинство работ рассматривает химическую реакцию как поверхностную, что приводит во многих случаях к неоправданному упрощению постановки задачи. П. 1.3 посвящён обзору работ по многокомпонентным реагирующим системам белковых молекул, регулирующих свою концентрацию посредством отрицательной обратной связи. Отмечается, поведение таких сред во многом определяется флуктуациями и возможным запаздыванием обратной связи. Последний п. 1.4 даёт представление о работах по управлению тепло- и массопереносом как в однородных, так и в неоднородных системах.



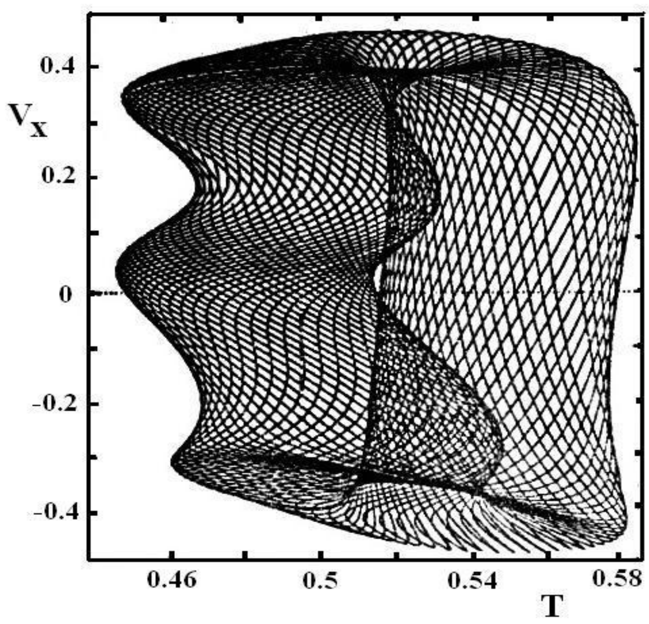


Рис.1. Карта устойчивости для плоских течений: – нейтральная кривая; □ - периодический режим; ■ - квазипериодический режим с двумя независимыми частотами; ○ - квазипериодический режим с тремя частотами; ● - хаотический режим. Вертикальная штрихпунктирная линия показывает срез, для которого выполнен расчет вторичных пространственных движений

Рис.2. Квазипериодический режим конвекции с двумя независимыми частотами, представленный в фазовом пространстве *x*-компоненты скорости и температуры. $k_y = \pi/4$, $Gr=230$.

Вторая глава <u>«Динамика конвективных течений в вертикальном слое жидкости, подогреваемом сбоку»</u> посвящена нелинейной динамике и структурообразованию конвективных течений однородной жидкости между изотермическими вертикальными пластинами, нагретыми до разной температуры. В п. 2.1 отмечается, что в такой системе существует два механизма неустойчивости основного течения. Первый механизм связан с монотонной модой гидродинамической неустойчивости, которая проявляет себя при небольших значениях числа Прандтля $P < 12.4$ и приводит к появлению стационарных вторичных движений. Второй механизм проявляет себя через колебательную неустойчивость, которая связанна с температурными возмущениями и приводит при $P > 12.4$ к бегущим тепловым волнам. Если неустойчивость первого типа исследована достаточно подробно как в теоретически, так и экспериментально, то волновые структуры, возникающие в жидкостях с высоким числом Прандтля, исследованы недостаточно.

Работа осуществлялась в тесном сотрудничестве с экспериментаторами, и параметры экспериментальной установки, при которых данные эксперимента было бы возможно сравнивать с результатами численного моделирования в приближении бесконечно протяжённого слоя, обсуждались заранее. В п. 2.1 предложена оценка для минимальной высоты кюветы, при которой возмущения во встречных потоках успевают развиться до состояния взаимодействия между собой:

$$\Delta > \frac{Gr^*C}{2\lambda} \quad . \qquad (1)$$

Здесь Gr^* – критическое значение числа Грасгофа, при котором основное течение теряет устойчивость, C – фазовая скорость волны, h – полутолщина слоя, $\Delta = L/2h$ – относительная высота слоя. Для взаимодействия потоков необходимо, чтобы характерное время нарастания возмущений, которое можно оценить как $1/\lambda$, где λ – получаемое из линейного анализа максимальное значение инкремента в области неустойчивости, было бы меньше времени прохождения волны по каналу *L/C.* Оценки показывают, что спирт ($P = 14$), часто используемый в качестве рабочей жидкости, требует нереально высокого значения $\Delta \approx 1000$. С другой стороны в жидкостях с высоким значением числа Прандтля возникает течение погранслойного типа с резко развитыми движениями вдоль стенок и малоподвижной массой жидкости, расположенной посередине слоя. Таким образом, для экспериментального наблюдения сильно взаимодействующих встречных потоков, необходимо выбрать жидкость из ограниченного диапазона значений числа Прандтля: $20 < P < 40$. В качестве такой жидкости был выбран авиационный керосин ($P = 26$), удовлетворяющий требованиям, изложенным выше. Все численные расчёты проводились также для керосина.

Определяющие уравнения, граничные условия и свойства симметрии уравнений приводятся в п. 2.2, подробности численного метода для исследования динамики плоских и трехмерных течений обсуждаются в п. 2.3. Численное исследование плоских конвективных движений осуществлялось с помощью метода конечных разностей, а расчёт трёхмерных движений проводился с помощью пакета NEKTON, использующего метод спектральных элементов. В п. 2.4 приводятся результаты, полученные для конечно-амплитудных режимов плоской конвекции (Рис.1). Численное моделирование показало, что с ростом числа Грасгофа система испытывает, по крайней мере, три последовательные бифуркации Хопфа, при которых в фазовом пространстве появляются инвариантные торы все большей размерности (Рис.2). В данном исследовании были зафиксированы квазипериодические движения с двумя, тремя и четырьмя рационально независимыми частотами. Основная частота колебаний связана со скоростью распространения температурных волн. С ростом числа Грасгофа ее значение растет, так как волны двигаются быстрее. Квазипериодический режим появляется в момент, когда амплитуды холодной и горячей волн вырастают настолько, что начинают перекрываться. Благодаря разной температуре волновые пики проскальзывают один по другому, а их взаимодействие вносит возмущение в амплитуду волн. При высоком значении числа Прандтля тепловые возмущения скорее конвектируются потоком, а не рассасываются посредством теплопроводности среды, поэтому волны становятся модулированными. Таким образом, вторичные колебания с частотой F_2 отвечают за динамику волны модуляции, бегущей по исходной температурной волне (Рис.3). Бифуркации Хопфа более высоких порядков могут быть объяснены аналогично. Переход к хаотическим колебаниям происходит через разрушение инвариантного тора высокой размерности и появление странного аттрактора тороидного типа, т.е. реализуется сценарий Рюэля-Такенса:

$$S \to P \to QP_2 \to QP_3 \to QP_4 \to SA$$

Здесь: *S*, *P*, *QP*, *SA* – стационарная, периодическая, квазипериодическая и хаотическая конвекция соответственно (Рис.3).

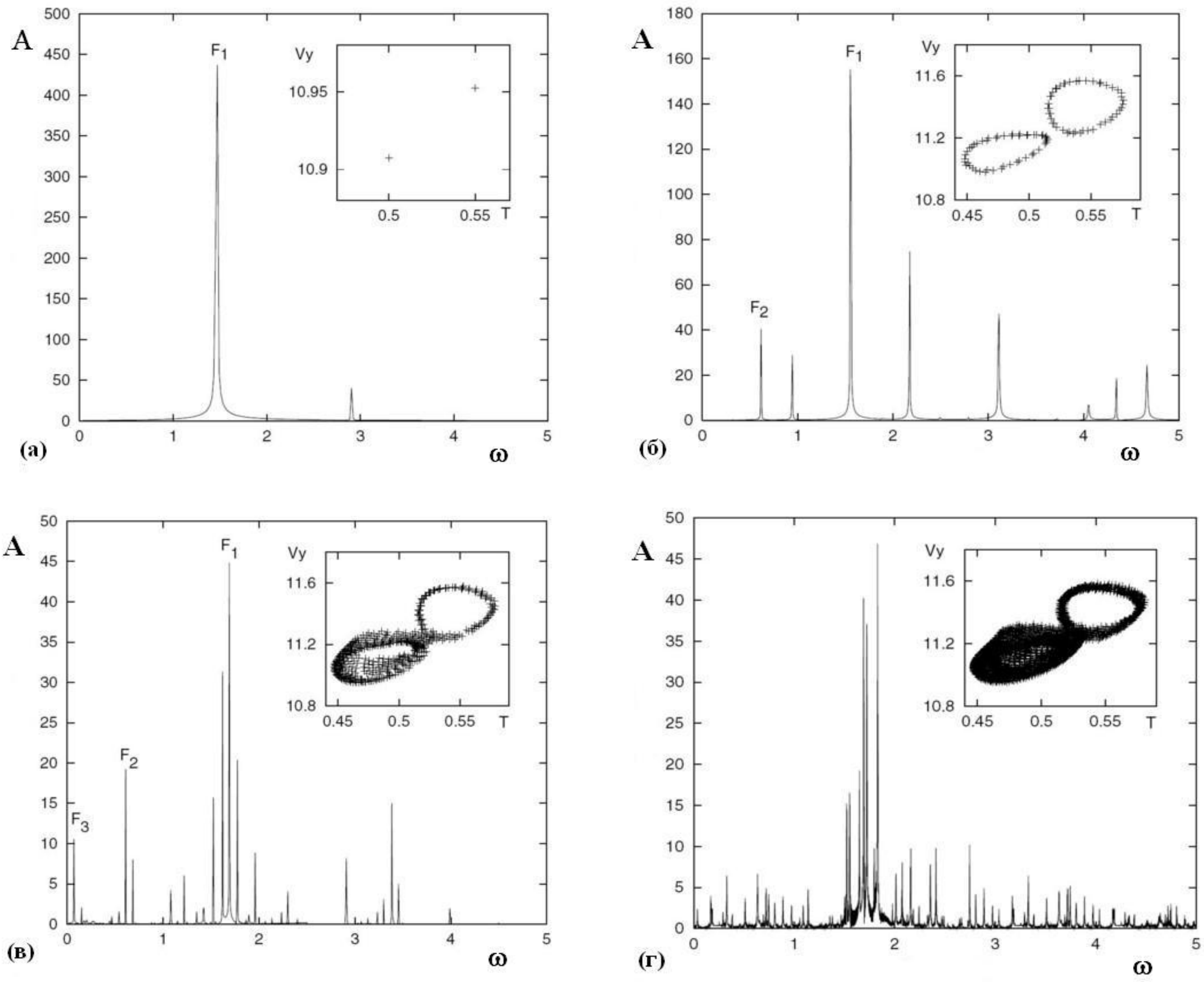


Рис.3. Фурье спектр и сечение Пуанкаре для плоской конвекции при различных значениях числа Грасгофа: *а* – периодический режим $Gr=220$, *б* – квазипериодический режим с двумя независимыми частотами $Gr=230$, *в* – квазипериодический режим с тремя частотами $Gr=248$, *г* – хаотический режим $Gr=250$. Сечение Пуанкаре задано условием $v_x=0$.

Результаты численного исследования конечно-амплитудных режимов трехмерной конвекции приводятся в п. 2.5. Показано, что при $Gr>133$ в слое развивается режим пространственных колебаний, обеспечивающий максимальный теплоперенос через полость (Рис.4). Дальнейший сценарий перехода к временному хаосу в этом случае немного другой:

$$S \to P \to QP_2(T) \to QP_2(2T) \to QP_2(4T) \to \ldots \to SA$$

Двумерный тор претерпевает здесь каскад удвоение периода и разрушается. Дальнейший рост Gr ведет к усилению трехмерных эффектов, изгиб вихрей увеличивается, порождая усиление струйных выбросов из середины слоя в местах, периодически расположенных вдоль горизонтальной оси вдоль слоя.

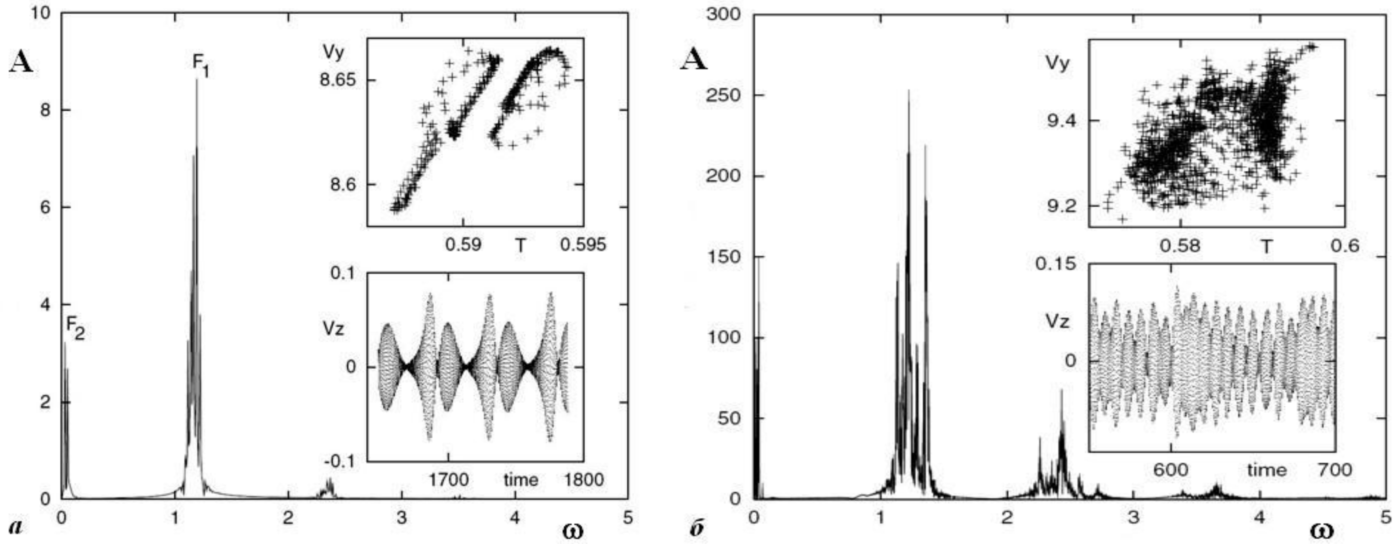


Рис.4. Фурье спектр, сечение Пуанкаре и развертка по времени для пространственной конвекции при различных значениях числа Грасгофа: *а* – квазипериодический режим Gr=135, *б* – хаотический режим Gr=150.

Этот эффект разрывает горизонтальные валы на куски, порождая ячеистую конвекцию. В конце концов, интенсивность выбросов жидкости из середины слоя нарастает настолько, что это приводит к их объединению в вертикальные спиралевидные структуры, периодически расположенные вдоль слоя. Движение в соседних струях осуществляется во встречных направлениях. При этом вертикальные структуры не являются стационарными и совершают незначительные по амплитуде колебания вдоль всех пространственных осей. Детали экспериментального исследования конвективных движений в вертикальном слое, выполненного А.В.Зюзгиным, в обработке данных которого принимал участие автор, приводятся в разделе 2.6. В п. 2.7 проводится сравнение результатов численных расчетов и эксперимента (Таб.1). Выявляется как качественное, так и количественное согласие между теорией и экспериментом (см. Рис.5 и 6). В п. 2.8 отмечаются основные факторы, которые позволили достичь такого согласия, подводятся итоги проведенного исследования.

Структура течения	Линейный анализ, $Gr\times10^2$	Нелинейный анализ $Gr\times10^2$	Эксперимент, $Gr\times10^2$		
			Δ=50	Δ=75	SVD (Δ=75)
Пульсирующие в противофазе горизонтальные валы	1.18 ($k=0.79$) 1.15 ($k=0.94$)	1.24 ($k=0.79$) 1.15 ($k=0.94$)	1.1	1.2	–
Волнистые пульсирующие в противофазе валы.	–	1.33 ($k=0.79$)	1.25	1.4	1.3
Ячеистая структура из кусков разрушенных валов	–	–	1.45	1.55	–
Вертикальные спиральные структуры	–	–	1.6	1.7	1.7

Таблица 1. Бифуркационные значения числа Грасгофа для разных структур течений при *P*=26.

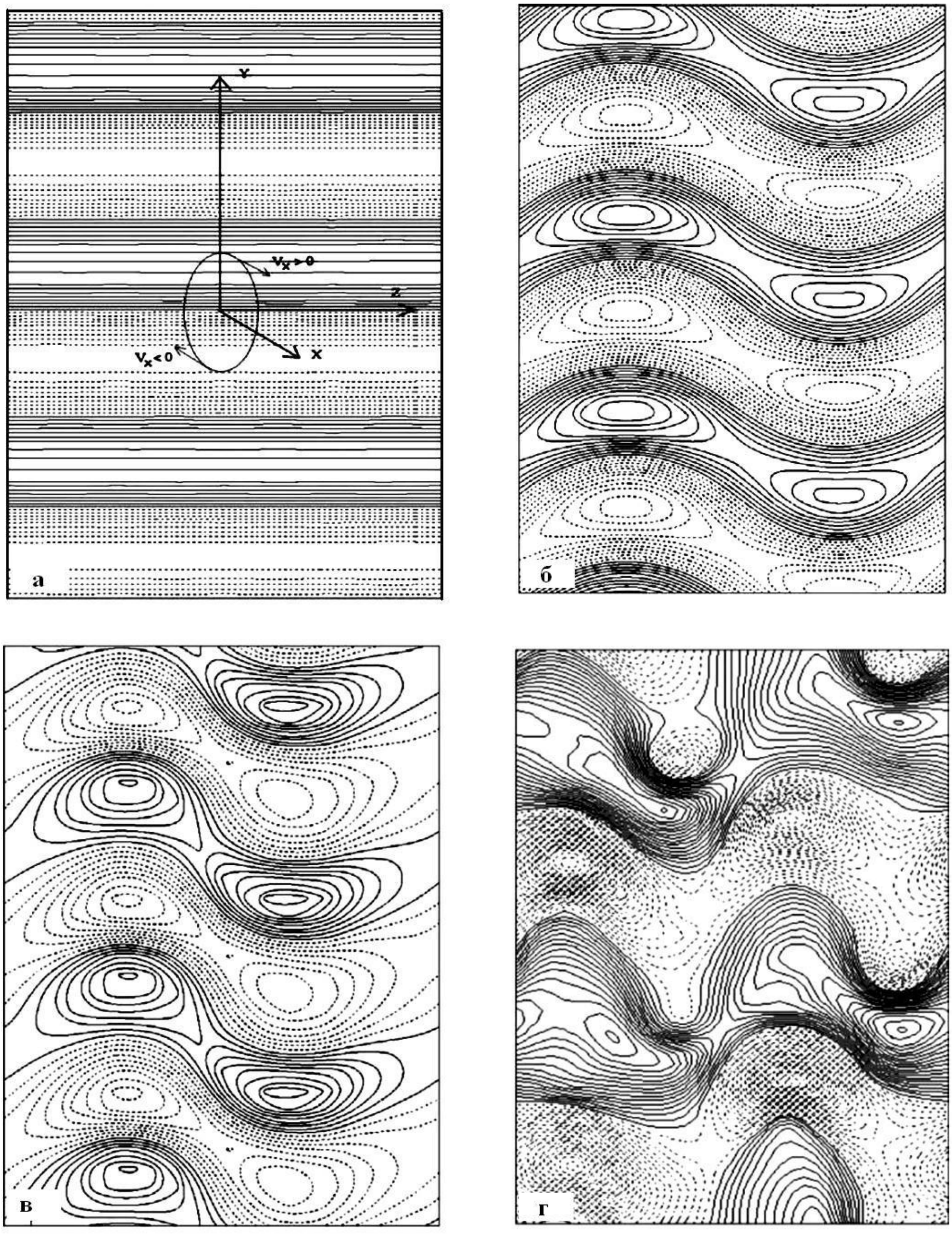
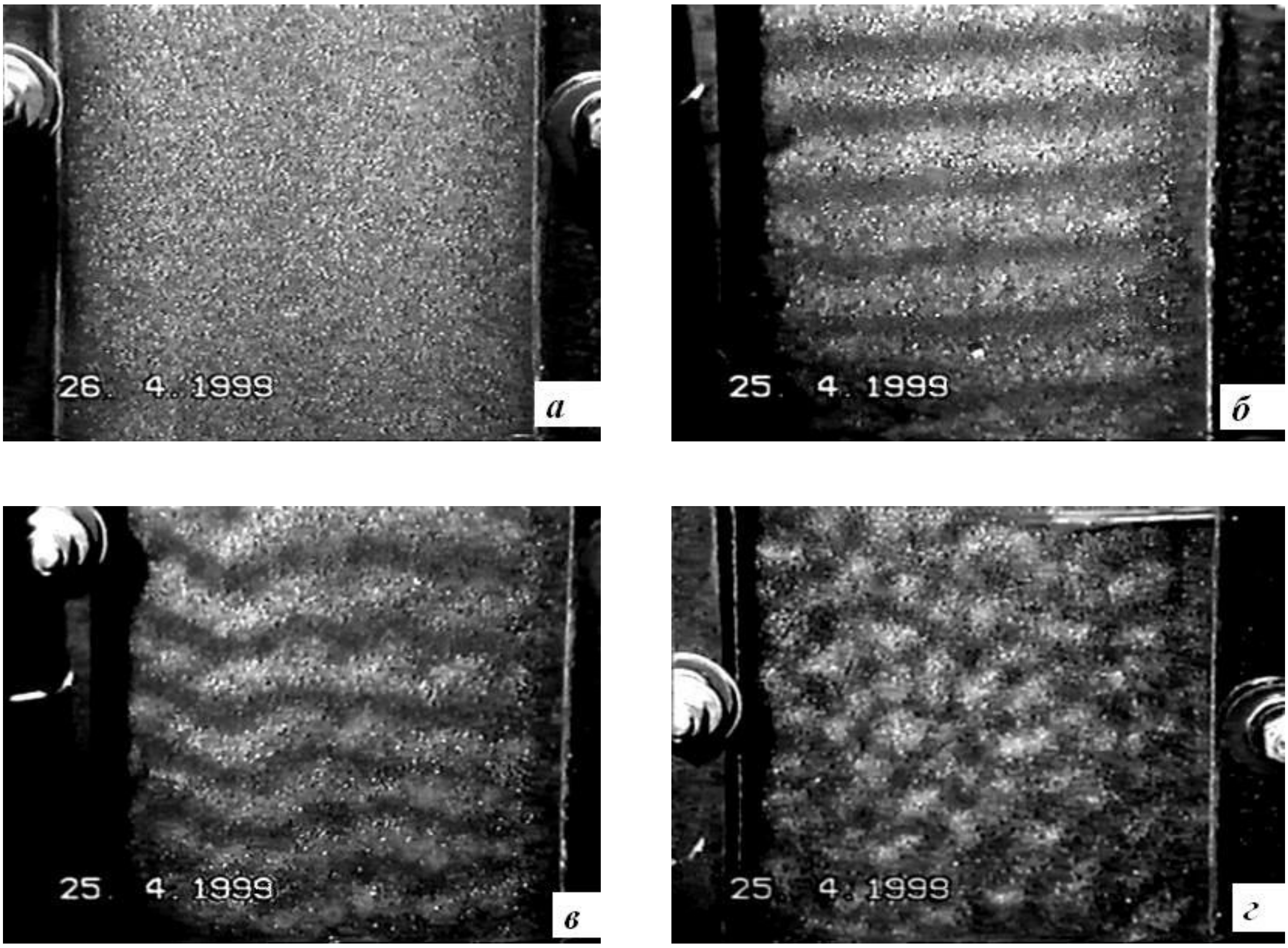


Рис.5. Мгновенные изолинии x компоненты скорости в сечении слоя x=0.1 для разных значений числа Грасгофа: *а* – Gr=130, *б* – Gr=135, *в* – Gr=150, *г* – Gr=300. Волновые числа фиксированы: $k_y = \pi / 4$ и $k_z = \pi / 3$. Сплошные и штриховые линии соответствуют положительному и отрицательному значению поля.



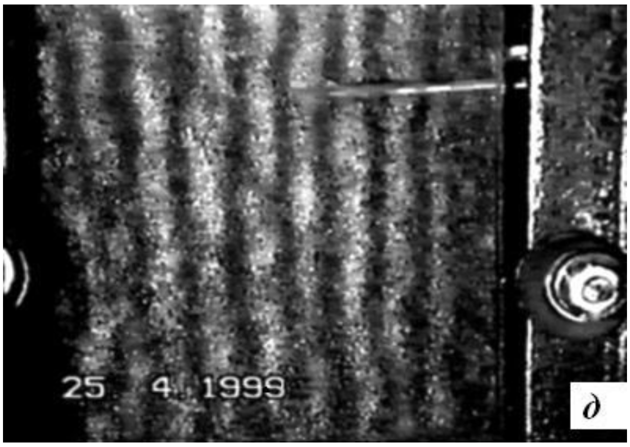


Рис.6. Фотографии структур течений для слоя Δ=75: *а* – плоскопараллельное течение при Gr=100, *б* – режим пульсирующих в противофазе горизонтальных валов при Gr=130, *в* – волнистые пульсирующие горизонтальные валы при Gr=145, *г* – ячеистая структура при Gr=160, *д* – модулированные вертикальные струи при Gr=190(эксперимент выполнен А.В.Зюзгиным).

Предположение о бесконечной протяженности слоя, которое дает возможность рассмотрения пространственно-периодических течений, т.е. самоповторяющихся вдоль слоя структур, является некой идеализацией, упрощающей теоретический анализ. Одна из главных трудностей связана с относительно медленным ростом колебательных возмущений в области неустойчивости. Для наблюдения развитого режима возникает требование достаточной протяженности канала. Для керосина, *P=26*, оценка дает значение $\Delta > 50$. Полученные в эксперименте данные позволяют сделать вывод, что высота слоя сильно влияет на все характеристики течения. Скажем, если кювета калибром $\Delta_1 = 50$ дает основную частоту колебаний в среднем в два раза превышающую теоретическую, то разница в частоте колебаний в кювете с $\Delta_2 = 75$ составляет уже несколько процентов от значений, полученных численно.

Обдуманный выбор рабочей жидкости - керосина, а также комплексный подход к определению порога установления вторичных колебаний, впервые позволили определить порог с достаточной точностью: значение, даваемое линейной теорией устойчивости, практически находится в пределах погрешности экспериментального значения. Более того, теоретическое и экспериментальное значения для порога появления трехмерных структур также близки, хотя понятно, что с ростом числа Грасгофа требование достаточной длины канала только ужесточается. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что на базе созданной А.В.Зюзгиным экспериментальной установки возможно не только качественное, но и количественное изучение колебательной неустойчивости, а также, по-видимому, и других влияющих на устойчивость факторов, часто рассматриваемых теоретически на основе предположения о бесконечной протяженности слоя.

Третья глава <u>«Тепловая конвекция жидкости в присутствии мелких твёрдых частиц»</u> посвящена выводу замкнутой системы определяющих уравнений для конвективных движений в двухфазной среде, состоящей из жидкости (газа) и мелких тяжелых частиц в статическом поле тяжести. В п. 3.1 обсуждаются общие принципы построения асимптотических моделей в многофазных средах, приводятся основные приближения, закладываемые в модель. Подчеркивается, что приближение Буссинеска - Обербека подразумевает, что полученная система уравнений должна быть непротиворечивой в том смысле, что ни один из безразмерных параметров, фигурирующих в конечных уравнениях, или их комбинация не совпадают ни с одним из асимптотически больших или малых параметров, используемых в разложении. В п. 3.2 методом теории возмущений производится последовательный вывод уравнений тепловой конвекции для запылённой среды, в результате чего получается следующая система:

$$(1+\xi)\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}\right)=-\nabla p+\Delta\mathbf{v}+GrT\,\mathbf{y}+S\xi\,\mathbf{y}\cdot\nabla\mathbf{v}\ , \tag{2}$$

$$(1+B\xi)\left(\frac{\partial T}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla T\right)=\frac{1}{P}\Delta T+SB\xi\,\mathbf{y}\cdot\nabla T\,, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla\xi=S\,\mathbf{y}\cdot\nabla\xi\,, \tag{4}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v}=0,\qquad \mathbf{v}_s=\mathbf{v}-S\mathbf{y},\qquad T_s=T\,. \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{v},\mathbf{v}_s$ – скорости жидкой и твёрдой фаз соответственно; T,T_s – температуры фаз; $\xi=\varphi D$ – массовая концентрация твёрдой фазы, D – отношение плотностей фаз; $\mathbf{y}=-\mathbf{g}/g$. Система (2-5) содержит три известных безразмерных параметра: число Грасгофа Gr, число Прандтля P, отношение теплоемкостей фаз B. Кроме того, появился новый параметр

$$S=\frac{2}{9}(D-1)Ga\frac{r^2}{h^2}\ , \tag{6}$$

где Ga – число Галилея, r – радиус частиц, h – характерный размер конвективной системы. Параметр S характеризует разницу инертностей твердой и жидкой фаз и обращается в ноль при D=1.

В п. 3.3 на основе полученных уравнений (2-5) рассматривается задача об устойчивости плоскопараллельного течения запылённой среды в вертикальном слое, подогреваемом сбоку и находящемся в статическом поле тяжести: производятся координатные преобразования, и формулируется спектрально-амплитудная задача. Детали метода Галеркина, использованного для решения этой задачи, приводятся в п. 3.4. В качестве базиса была использована система ортогональных функций Петрова – Чандрасекара.

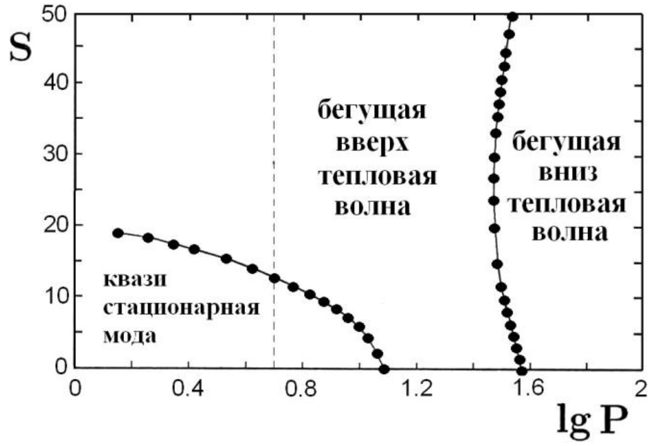


Рис.7. Карта типов неустойчивости различных режимов. Вертикальный срез P=5, отмеченный штриховой линией, приведен на Рис.5

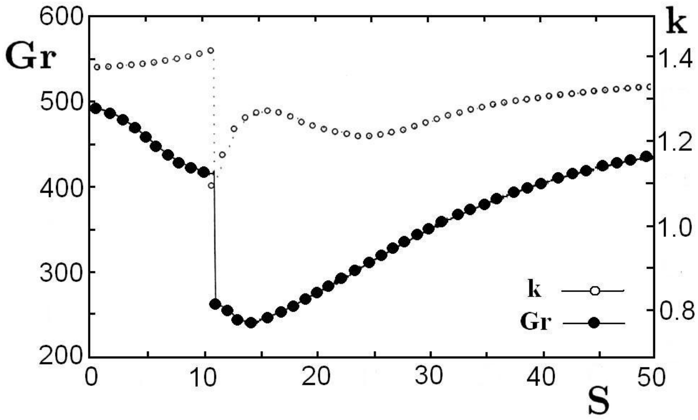


Рис.8. Зависимость критического числа Грасгофа и волнового числа от параметра двухфазной среды S при фиксированном числе Прандтля P = 5

Чтобы результаты расчётов не зависели от числа базисных функций, удерживаемых в разложении метода Галеркина, особое внимание было уделено сходимости результатов. Алгоритм решения задачи включал автоматическое увеличение числа базисных функций до тех пор, пока добавление новых функций меняло результат вычислений не более чем на 0.1%. В п. 3.5 приводятся результаты численного исследования задачи устойчивости. Показано, что в случае $P<12.4$ и достаточно малом S, режим стационарных ячеек, реализующийся в однородной среде, сменяется режимом дрейфующих ячеек, которые увлекаются оседающими частицами (Рис.7). При дальнейшем увеличении параметра двухфазной среды происходит резонансное возбуждение режима тепловых волн, бегущих вверх. Обнаружено, что переход происходит, когда скорость оседания частиц становится близкой к средней на полутолщине слоя скорости основного течения. Таким образом, добавка твёрдых частиц к потоку может его существенно дестабилизировать (Рис.8). Этот вывод теории нашел своё качественное подтверждение в эксперименте, поставленным А.В.Зюзгиным [11]. При больших значениях числа Прандтля оседающие частицы снимают вырождение между двумя, равноправными при S = 0, типами тепловых волн – бегущей вверх (наиболее опасна в диапазоне $12.4<P<37$) и бегущей вниз (опасна при $P>37$). Сравнение с экспериментальными данными и результатами работ других авторов, полученными в рамках других моделей, производится в п. 3.6.

В **четвертой главе** **«Влияние вибраций на конвективную устойчивость течения, несущего мелкие твёрдые частицы»** исследуется вопрос о влиянии переменного инерционного поля, действующего вдоль вектора **n**, на устойчивость течения двухфазной среды, рассмотренной в главе 3. В разделе 4.1 рассматриваются вибрации конечной частоты. Основные принципы построения асимптотической модели обсуждаются в п. 4.1.1. Отмечается, что определяющее влияние на конечный вид модельных уравнений имеет параметр нестационарности $K = 2r\sqrt{\rho_f / \eta t^*}$, где t^*– характерное время изменения скорости. В случае K<<1 сила трения между фазами может быть описана в рамках приближения Стокса. В противном случае необходим учёт вклада нестационарных сил трения – силы Бассэ и силы присоединённых масс. В п. 4.1.2 производится вывод замкнутой системы определяющих уравнений в приближении Буссинеска для случая действия силы Стокса. Применение теории возмущений приводит к следующим уравнениям:

$$(1+\xi)\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}\right) = -\nabla p + \Delta\mathbf{v} + GrT(\mathbf{y} + \mathbf{n}A\cos(\Omega t)) +$$
$$+ S\xi(\mathbf{y} + \mathbf{n}\,\mathrm{A}\cos(\Omega t))\cdot\nabla\mathbf{v} - \mathbf{n}\,S\xi A\Omega\sin(\Omega t) \qquad (7)$$

$$(1+B\xi)\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla T\right) = \frac{1}{P}\Delta T + SB\xi(\mathbf{y} + \mathbf{n}\,\mathrm{A}\cos(\Omega t))\cdot\nabla T, \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\xi = S(\mathbf{y} + \mathbf{n}\,\mathrm{A}\cos(\Omega t))\cdot\nabla\xi, \qquad (9)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v} = 0, \qquad \mathbf{v}_s = \mathbf{v} - S(\mathbf{y} + \mathbf{n}\,\mathrm{A}\cos(\Omega t)), \qquad T_s = T. \qquad (10)$$

К множеству параметров в статическом случае (2-6) добавились два параметра: $A = a\omega^2 / g$ и $\Omega = \omega h^2 / \nu$ – безразмерные амплитуда и частота вибраций.

В п. 4.1.3 рассматривается задача о параметрическом возбуждении вторичного течения в вертикальном слое, подогреваемом сбоку и совершающем продольные горизонтальные вибрации конечной частоты. Выводится аналитическое выражение для плоскопараллельного пульсационного течения (рис.9-10):

$$V_{Sy} = \frac{1}{6}Gr(x^3 - x) - S, \qquad (11)$$

$$V_{Sz} = \mathrm{Re}\left(i\frac{GrA}{\Omega(1+\xi_o)}\left(x - \frac{\mathrm{sh}\left(\sqrt{(1+\xi_o)\frac{\Omega}{2}}(1+i)x\right)}{\mathrm{sh}\left(\sqrt{(1+\xi_o)\frac{\Omega}{2}}(1+i)\right)}\right) e^{i\Omega t}\right) - SA\cos(\Omega t). \qquad (12)$$

Хорошо видно, что в статической компоненте скорости (11) частицы всегда опережают поток жидкости, равномерно оседая под действием поля тяжести. В вибрационной компоненте (12) взаимодействие между фазами устроено более сложно. Так как инерционные свойства жидкости и частиц разные, то на внешнее вибрационное воздействие они отвечают по-разному. Частицы могут как опережать течение, так и отставать от него.

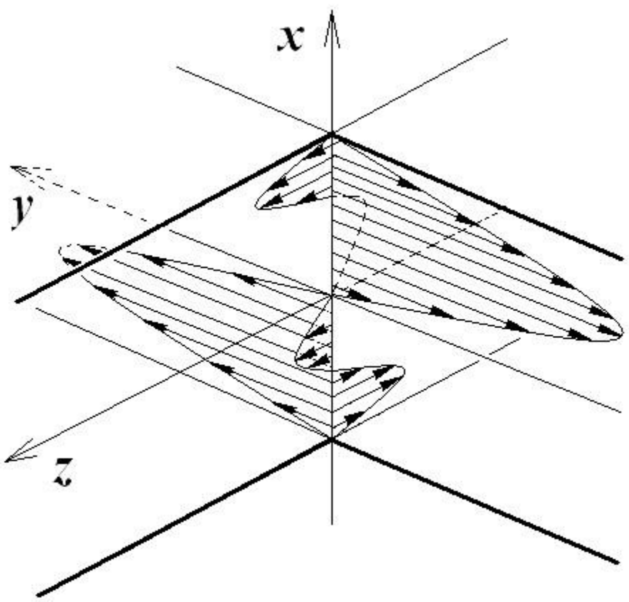


Рис.9. Основное течение (11-12)

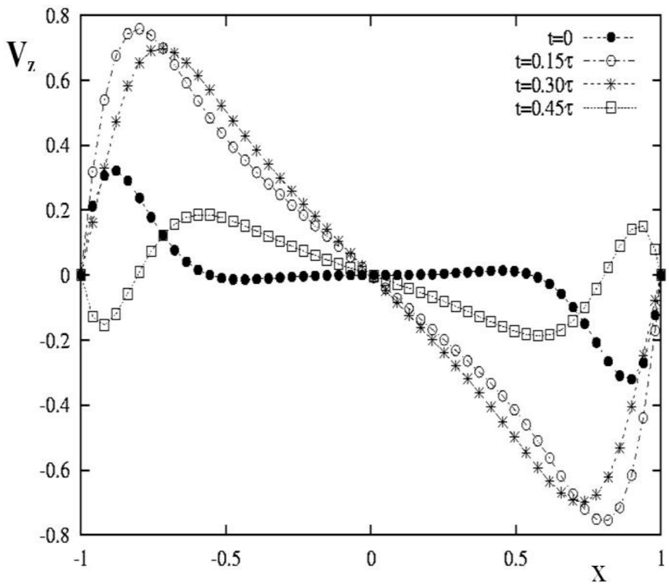


Рис.10. Профили скорости основного течения в плоскости *(x,z)* в разные моменты времени для Ag=100 и Ω=100.

Спектрально- амплитудная задача для бесконечно малых возмущений формулируется в п. 4.1.4. Детали численного метода и особенности применения метода Флоке обсуждаются в п. 4.1.5. Следующий п. 4.1.6 посвящен изучению влияния симметрии $O(2)$ на возможной тип решения. Доказывается, что в случае отсутствия примеси возможны только синхронные решения, частота осцилляций которых совпадает с частотой внешнего воздействия. Когда течение становится двухфазным $S \neq 0$, вырождение снимается, и появляется возможность для возникновения как субгармонических, так и квазипериодических решений.

В п. 4.1.7 приводятся результаты численного решения спектрально – амплитудной задачи. Все вычисления производились для P = 26. На Рис.11 на плоскости обратная частота – параметр $Ag = GrA$ представлены нейтральные кривые, разделяющие область устойчивости основного течения и область параметрического возбуждения вторичного течения. Область неустойчивости располагается выше кривой. Как и предсказывалось анализом симметрий в системе, все наиболее опасные возмущения при $S = 0$ относятся к синхронному типу. При появлении твердой примеси критическое возмущение становится квазипериодическим. Однако, при больших значениях частоты отклонения от синхронного типа настолько малы (в пределах 1-2%), что с практической точки зрения интереса не представляют. Обнаружено, что такое квазисинхронное решение существует при $\Omega > 1.6$. Как видно из Рис.11, при увеличении S порог параметрического возбуждения вторичного течения сдвигается в область больших значений амплитуд модуляции. При этом, в пределе высоких частот, пороговое значение амплитуды Ag для «чистой» жидкости и жидкости с примесью практически совпадает.

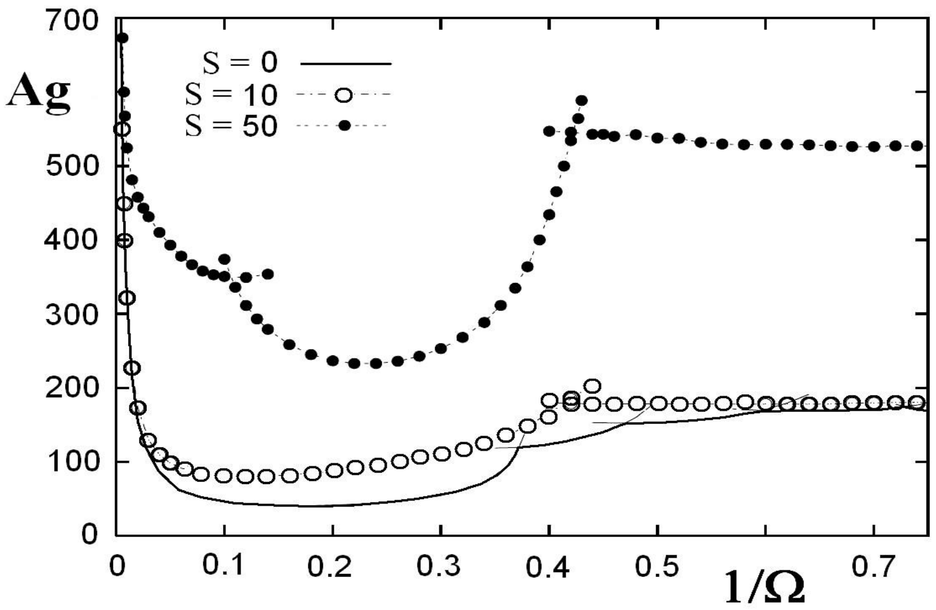


Рис.11. Нейтральные кривые устойчивости для возбуждаемого параметрически вторичного течения в системе жидкость – твёрдые частицы для трех разных значений параметра S

В п. 4.1.8 производится сравнение теории с экспериментальными данными, полученными А.В. Зюзгиным и Г.Ф. Путиным (*Зюзгин А.В., Путин Г.Ф. Устойчивость подъемно-опускного течения в вертикальном слое жидкости под воздействием высокочастотных вибраций. Сб. Вибрационные эффекты в гидродинамике. Пермский ун-т. 1998. Вып.1, с. 130-141*), которые исследовали влияние высокочастотных горизонтальных вибраций на устойчивость подъемно-опускного течения в вертикальном слое керосина (*P*=26). При включении вибраций ($Ra_V \neq 0$) в области параметров **A** подъемно–опускное течение продолжает оставаться устойчивым. Вертикальная линия соответствует границе возникновения вибрационной конвекции и отделяет область **A** от области параметров **C** и **D**, если частота вибрации достаточно велика ($\omega > 19\,Гц$) и области **C**, если $\omega < 19\,Гц$ (низкие частоты). При этом авторы отмечают, что во всех экспериментальных реализациях, при различных значениях перепада температур между теплообменниками и амплитудой колебаний *a,* при частотах вибраций ниже $\omega < 19\,Гц$, порог возникновения неустойчивости существенно сдвигался в область больших значений Gr, а структура надкритического движения имела вдвое больший характерный размер. Структуры виброконвективных течений, возникающие при высоких и низких частотах вибраций, приведены на Рис.13. На Рис.12 слева от граничной линии располагается область **D**, где существует устойчивое подъемно-опускное течение, а справа – область **C,** которая отвечает зоне неустойчивости. На основе этого авторы заключают, что для данного вертикального слоя жидкости, частоты вибраций, лежащие в интервале от 19 *Гц* и выше, удовлетворяют высокочастотному приближению. Если же линейная частота колебаний полости не превышает 19 *Гц*, вибрации возбуждают режим резонансной природы. Специфика эксперимента требовала использование для визуализации течения алюминиевой пудры, которую можно отнести к мелкой и достаточно тяжелой примеси. Оценка показывает, что значение параметра *S* в эксперименте не превосходило значения $S \approx 0.5 \div 2$.

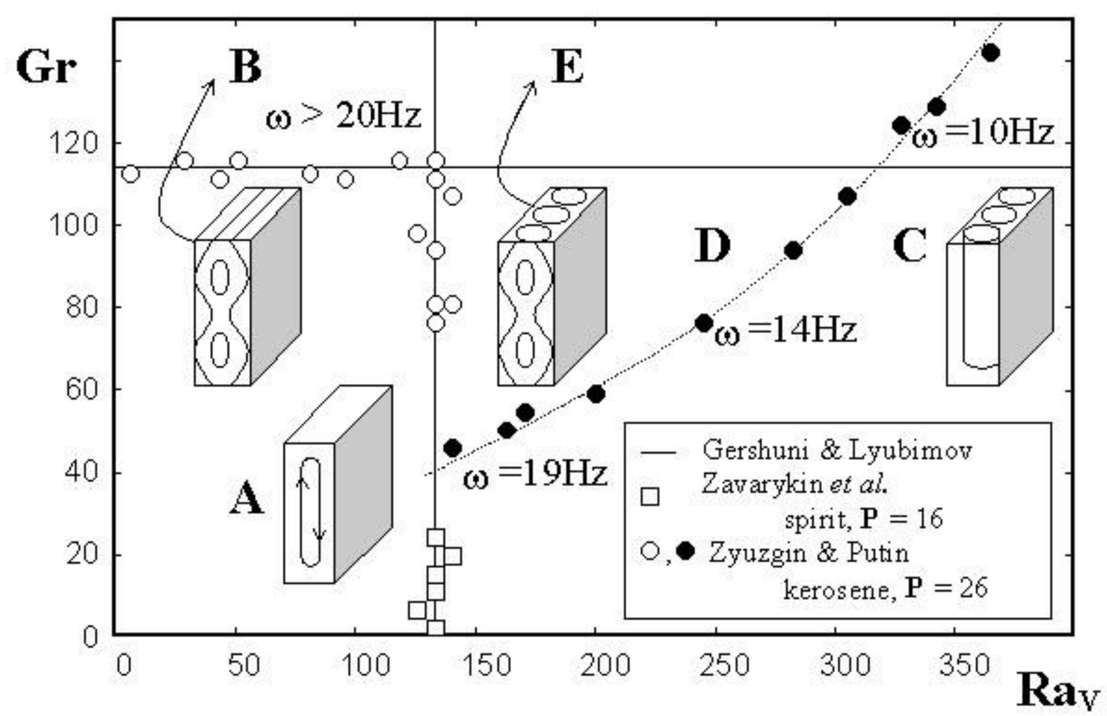


Рис.12. Карта устойчивости основного течения в случае вибраций различной частоты

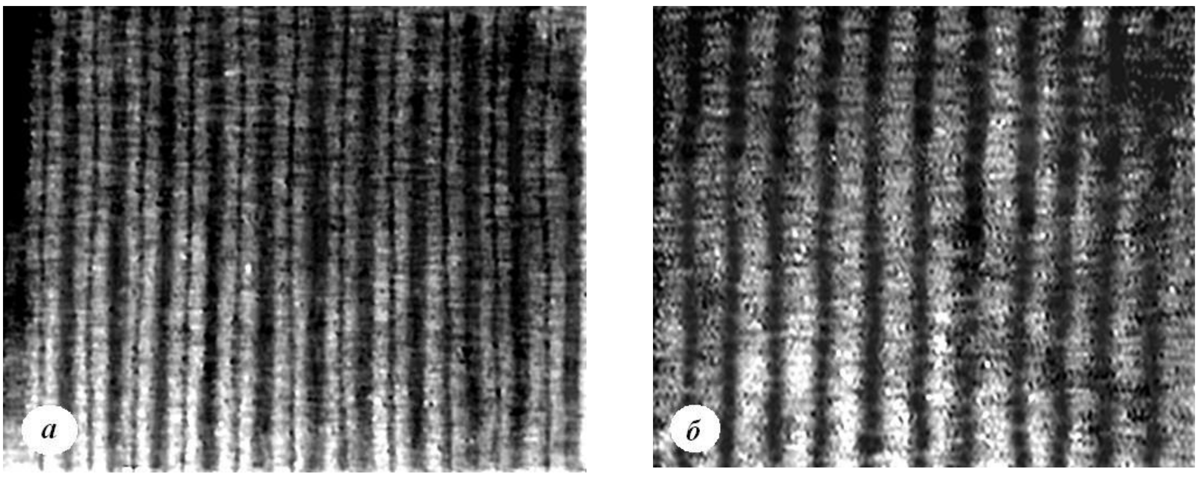


Рис.13. Структура вторичных вибрационных течений по данным экспериментальной работы Зюзгина А.В. и Путина Г.Ф.: *а* – термовибрационное конвективное течение, возникающее в области D и C (Рис.12) при $\omega > 19 Гц$; *б* – виброконвективное течение, резонансной природы, возникающее в области C (Рис.12) при $\omega < 19 Гц$.

На рис.14 представлены результаты расчетов (линии) и экспериментальные данные (квадраты). Показано, что качественно они согласуются: во-первых, как и в эксперименте, зафиксирована неустойчивость квазисинхронного типа. Во-вторых, экспериментальная длина волны возмущения близка к теоретической $k \approx 1.6$. Однако, сами критические значения параметра Ag для перехода к новой резонансной моде, лежат значительно выше значений, предсказываемых теорией. Возьмем, к примеру, значение частоты $\Omega = 125$. Если теория в отсутствии примеси предсказывает значение $Ag^* = 396$, то эксперимент дает $Ag^* \approx 650$, т.е. в 1.6 раза больше! Рис.14 показывает, что учет частиц смещает нейтральные кривые в правильном направлении – вверх, компенсируя, таким образом, разницу между теорией и экспериментом. Однако, оценки показывают, что значение параметра S в эксперименте не превосходило значения $S \approx 0.5$. Это указывает на недостаточность теории, развитой в этой главе, так как при таких значениях S примесь оказывает небольшое влияние на устойчивость течения. Причем, эффект в основном проявляет себя при низких частотах (Рис.14).

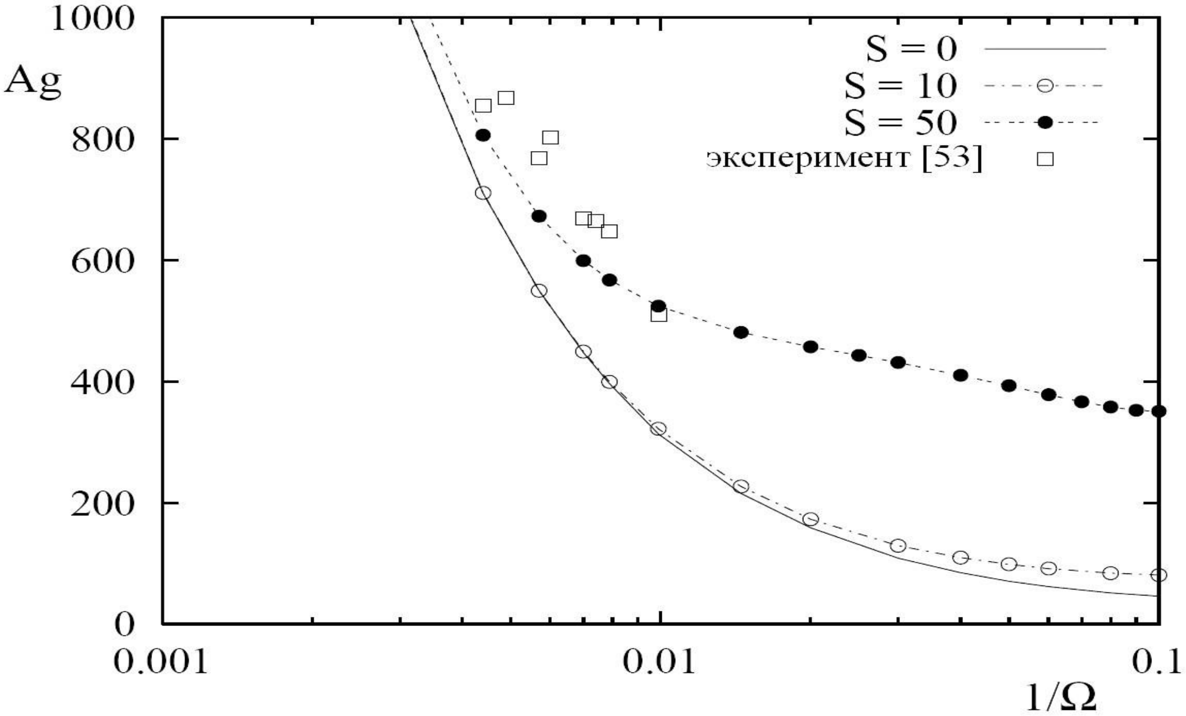


Рис.14. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными А.В.Зюзгина для устойчивости основного течения.

В п. 4.2 изучен вопрос о влиянии силы Бассэ и силы присоединенных масс на динамику системы:

$$F = 6\pi\eta RU + \frac{2}{3}\pi\rho R^3 \frac{dU}{dt} + 6\rho R^2 \sqrt{\nu\pi} \int_{-\infty}^{t} \frac{dU}{d\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} .$$

Отмечается, что оценка для критической частоты, ниже которой вклад нестационарных сил становится несущественным, дает значение 50 *Гц* (для частиц $r = 10^{-5}$ *м*) и 0.5 *Гц* (для частиц $r = 10^{-4}$ *м*). Учитывая, что параметрическая мода конвекции в эксперименте наблюдалась при $\omega < 19$ *Гц*, а твёрдая примесь была не монодисперсна, вклад этих сил может быть важен. В п. 4.2.1 приводятся общие сведения о нестационарных силах трения между фазами. Вывод замкнутой системы определяющих уравнений для эволюции неизотермической двухфазной среды, состоящей из жидкости и твёрдых частиц, в приближении Буссинеска производится в п. 4.2.2. Приведём конечные уравнения в приближении слабой нестационарности $K << 1$ и постоянной массовой концентрации ξ_0:

$$(1+\xi_0)\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}\right) = -\nabla P_0 + \Delta\mathbf{v} + GrT(\mathbf{y} + \mathbf{n}A\cos(\Omega t)) -$$
$$- \xi_0 S\big(\mathbf{y} + \mathbf{n}A\big(\cos(\Omega t) + M\sin(\Omega t + 0.75\pi)\big)\big)\cdot\nabla\mathbf{v}, \qquad (13)$$
$$(1+B\xi_0)\left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)T\right) = \frac{1}{P}\Delta T - \xi_0 BS(\mathbf{y} + \mathbf{n}A\cos(\Omega t))\cdot\nabla T -$$

$$-\mathbf{n}\xi_0 ASBM\sin(\Omega t + 0.75\pi)\cdot\nabla T, \qquad (14)$$

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{v} + (1+\xi_0)S(\mathbf{y} + \mathbf{n}A\cos(\Omega t)) + \mathbf{n}SMA\sin(\Omega t + 0.75\pi), \qquad (15)$$

где $M = DK/2$. Как видно из (13-15), действие силы Бассэ, зависящее, вообще говоря, от всей предыстории течения, в случае периодических вибраций сводится к сдвигу фазы и определяется параметром *M*.

В п. 4.2.3 решается задача об устойчивости течения в вертикальном слое запыленной среды, подогреваемом сбоку и совершающем горизонтальные продольные вибрации конечной частоты: выводится плоскопараллельное пульсационное течение, формулируется спектрально-амплитудная задача для возмущений. Результаты расчетов областей резонансного возбуждения конвекции приводятся в п. 4.2.4, обсуждается эффект резонансной стабилизации благодаря действию силы Бассэ. Показано, что в определенном диапазоне параметров устойчивость основного пульсационного течения жидкости практически не зависит от присутствия твердой примеси. Эффект объясняется отставанием по фазе силы Бассэ от пульсаций основного течения, что при определенной частоте вибраций приводит к ситуации, когда возмущения, создаваемые частицами, гасятся действием силы Бассэ. В п. 4.2.5 производится сравнение с экспериментальными данными и выявляется как качественное, так и количественное согласие (Рис.15, случай $M \neq 0$). Заметим, что оценка параметра нестационарности в эксперименте даёт значение $M \approx 0.5 \div 10$.

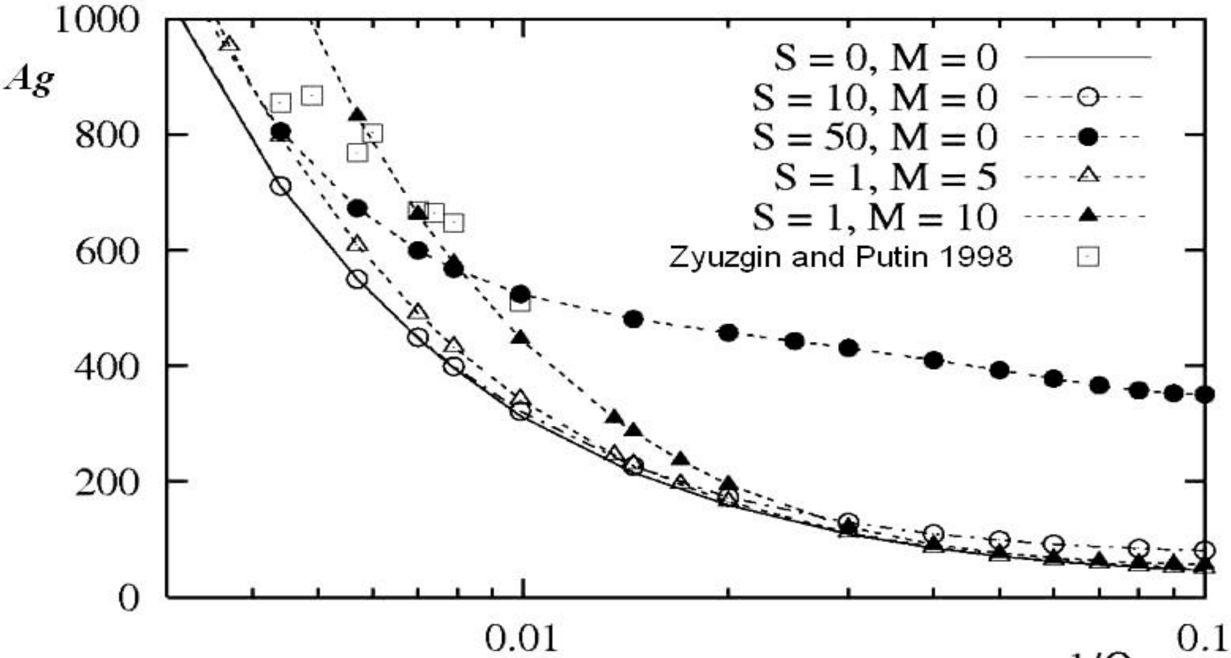


Рис.15. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными устойчивости основного течения.

В заключительном разделе 4.3 рассматривается случай вибраций высокой частоты. Принципы осреднения уравнений и построения асимптотических моделей обсуждаются в п. 4.3.1. Процедура разложения и получение пульсационных компонент величин производится в п. 4.3.2. Замкнутая система осредненных уравнений выводится в п. 4.3.3, там же обсуждается структура новых уравнений.

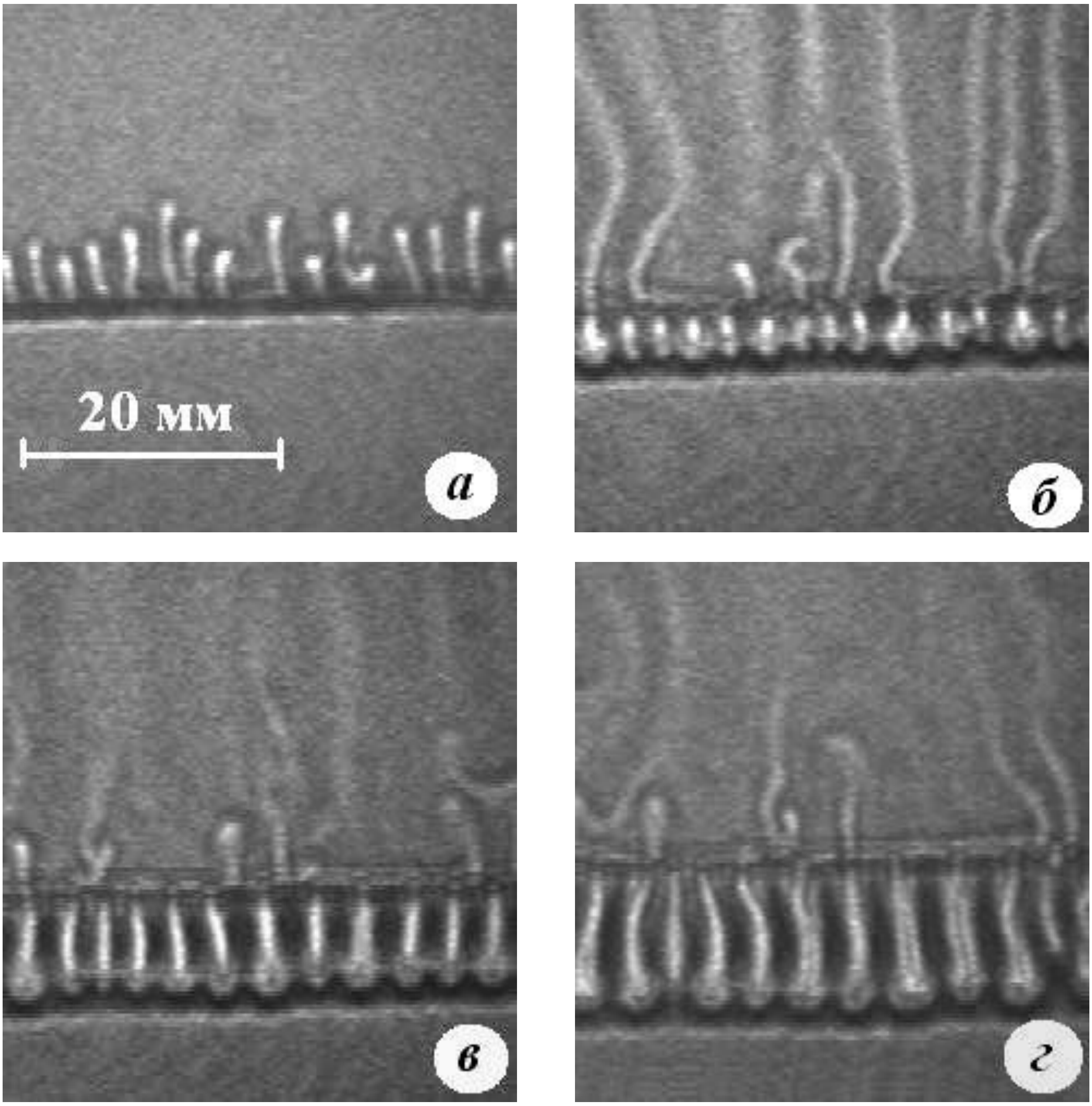


Рис.16. Динамика хемо-конвективных структур, спонтанно возникающих в двухслойной системе в результате реакции нейтрализации по данным работы К.Эккерт с коллегами. *а* – через 2 минуты после начала процесса; *б* – через 10 минут; *в* – через 22 минуты; *г* – через 65 минут. Начальные концентрации кислоты и основания равны 0.25 *моль/л*.

Пятая глава «Динамика хемо-конвективных движений» посвящена изучению диссипативных структур, спонтанно возникающих в двухслойной системе двух несмешивающихся реагирующих жидкостей, помещенных в узкий зазор между двумя твердыми пластинами. Краткое описание эксперимента (*Eckert K., Acker M., Shi Y. Chemical pattern formation driven by a neutralization reaction. Part I: Mechanism and basic features. Phys. Fluids, 2004, Vol. 16, pp. 385-399*), в котором впервые наблюдалась необычно регулярная периодическая система хемо-конвективных пальчиковых структур, равномерно удлиняющихся в сторону от поверхности раздела, дано в разделе 5.1 (Рис.16). В следующем разделе 5.2 строится простая однослойная модель реагирующей в объеме жидкости с фиксированным градиентом реагента на свободной поверхности. Модельные уравнения выводятся в п. 5.2.1, основное состояние выделяется в п. 5.2.2. Для этой модели оказывается возможным получить аналитическое решение для неустойчивости Марангони (п. 5.2.3). Анализ устойчивости по отношению к гравитационным механизмам неустойчивости приводится в п. 5.2.4. Выясняется, что неустойчивость Релея-Тейлора наиболее опасна.

В разделе 5.3 строится максимально приближенная к эксперименту модель двухслойной многокомпонентной среды с объемной реакцией нейтрализации в нижнем слое. Как и в эксперименте, предполагается, что верхний слой представляет собой слабый раствор кислоты A в органическом растворителе, а нижний – водный раствор щелочи B. В результате диффузии кислоты через свободную поверхность в нижний слой там происходит реакция ее нейтрализации основанием с образованием соли S и выделением значительного количества теплоты Q:

$$A + B \xrightarrow{K} S + Q$$

Важную роль в задаче играет параметр $\gamma = A_0 / B_0$ - отношение начальных концентраций кислоты и щелочи. Вывод определяющих уравнений конвекции-реакции-диффузии в приближении ячейки Хеле-Шоу производится в п. 5.3.1, а основные приближения, закладываемые в модель, обсуждаются в п. 5.3.2. Здесь же приводится список безразмерных параметров.

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0 , \qquad \nabla \cdot \mathbf{v}_2 = 0$$

$$\frac{1}{Sc}\left(\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + \frac{6}{5}\mathbf{v}_1 \cdot \nabla \mathbf{v}_1\right) = -\nabla p_1 + \Delta \mathbf{v}_1 - \frac{1}{\varepsilon}\mathbf{v}_1 + (RT_1 + R_A A_1 + R_B B + R_S S)\mathbf{n},$$

$$\frac{1}{Sc}\left(\frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial t} + \frac{6}{5}\mathbf{v}_2 \cdot \nabla \mathbf{v}_2\right) = -\frac{1}{\rho}\nabla p_2 + \nu \Delta \mathbf{v}_2 - \frac{\nu}{\varepsilon}\mathbf{v}_2 + (\beta R T_2 + \beta_A R_A A_2)\mathbf{n}$$

$$\frac{1}{Le}\left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + \frac{3}{5}\frac{(5+2Bi)}{(3+Bi)}\mathbf{v}_1 \cdot \nabla T_1\right) = \Delta T_1 - \frac{1}{\varepsilon}\frac{3Bi}{(3+Bi)}T_1 + A_1 B ,$$

$$\frac{1}{Le}\left(\frac{\partial T_2}{\partial t} + \frac{3}{5}\frac{(5+2Bi)}{(3+Bi)}\mathbf{v}_2 \cdot \nabla T_2\right) = \chi \Delta T_2 - \frac{\chi}{\varepsilon}\frac{3Bi}{(3+Bi)}T_2$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} + \mathbf{v}_1 \cdot \nabla A_1 = \Delta A_1 - A_1 B , \qquad \frac{\partial A_2}{\partial t} + \mathbf{v}_2 \cdot \nabla A_2 = D \Delta A_2$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \mathbf{v}_1 \cdot \nabla B = \Delta B - A_1 B , \qquad \frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{v}_1 \cdot \nabla S = \Delta S + A_1 B .$$

$$z \to -\infty: \quad \mathbf{v}_1 = 0, \quad T_1 = 0, \quad A_1 = 0, \quad B = \frac{1}{\gamma}, \quad S = 0,$$

$$z \to \infty: \quad \mathbf{v}_2 = 0, \quad T_2 = 0, \quad A_2 = 1,$$

$$z = 0: \quad \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2, \quad T_1 = T_2, \quad \frac{\partial T_1}{\partial z} = \kappa \frac{\partial T_2}{\partial z}, \quad \frac{\partial B}{\partial z} = 0, \quad A_1 = A_2,$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = D\frac{\partial A_2}{\partial z}, \ \frac{\partial S}{\partial z} = 0, \ \frac{\partial v_{x1}}{\partial z} = \eta \frac{\partial v_{x2}}{\partial z} - M\frac{\partial T_1}{\partial x} - M_A \frac{\partial A_1}{\partial x} - M_S \frac{\partial S}{\partial x}$$

Здесь величины с индексом «1» и «2» относятся к нижнему и верхнему слою соответственно. Основное состояние системы, которое включает в себя механическое равновесие жидкости и одновременно нестационарное перемещение фронта реакции (за счёт диффузии), выделяется в п. 5.3.3. Здесь же показывается, что динамика фронта реакции зависит от отношения начальных концентраций реагентов и рассматриваются два случая – квазистационарного и бегущего от свободной поверхности фронта реакции. В п. 5.3.4 формулируется спектрально-амплитудная задача и отмечается, что её особенностью является нестационарный характер не только самих амплитуд возмущений, но и основного состояния. Таким образом, решение задачи устойчивости сводится к вычислению показателя Ляпунова следующего вида:

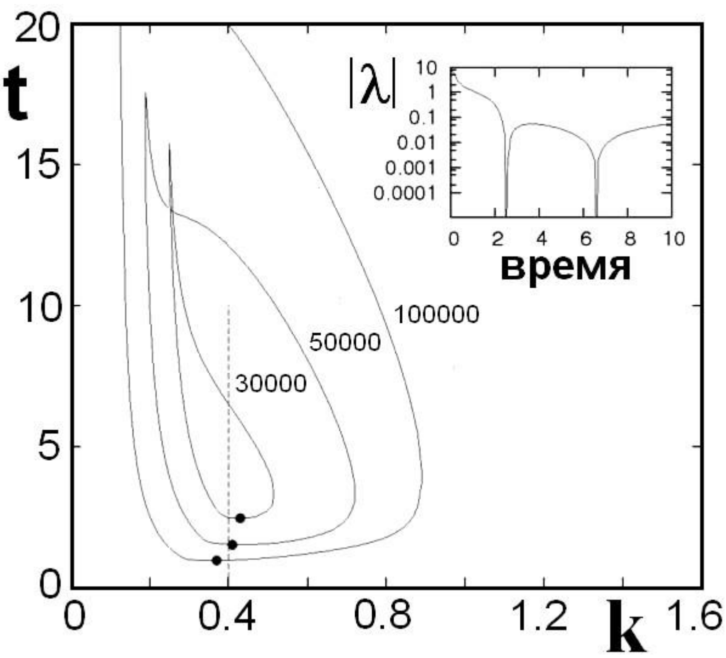


Рис.17. Нейтральные кривые для термокапиллярной конвекции в случае высокотеплопроводных границ реактора для различных значений числа Марангони. Область неустойчивости находится внутри замкнутых областей. Зависимость показателя Ляпунова (16) от времени приведена во врезке

$$\lambda(t) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{\Delta t}\ln\frac{a_{1j}(t+\Delta t)}{a_{1j}(t)}, \qquad (16)$$

где Δt – шаг интегрирования по времени, N – количество независимых реализаций, a_1 – возмущение концентрации кислоты в нижнем слое. В качестве примера расчета на рис.8 приведены нейтральные кривые для тепловой неустойчивости Марангони. Результаты расчетов в рамках линейной теории для тепловой и концентрационной капиллярных механизмов неустойчивости приведены в п. 5.3.5. Показано, что на ранних этапах эволюции наиболее опасное влияние на устойчивость жидкости оказывает кислота, затем более опасной становится соль. Детали численного метода для расчета конечно-амплитудных режимов конвекции-реакции-диффузии обсуждаются в п. 5.3.6. Нелинейная динамика и структурообразование, когда ведущим механизмом является неустойчивость Марангони, исследованы в п. 5.3.7. Здесь же приводится временная эволюция функции тока, теплового поля и концентрации реагентов. Отмечается, что хемо-конвекция Марангони играет важную, но не принципиальную роль в формировании регулярных пальчиковых структур, наблюдавшихся в эксперименте. Так как фронт реакции со временем уходит от поверхности раздела слоев (Рис.18), то подпитка поверхностных явлений ослабевает, и капиллярная конвекция затухает.

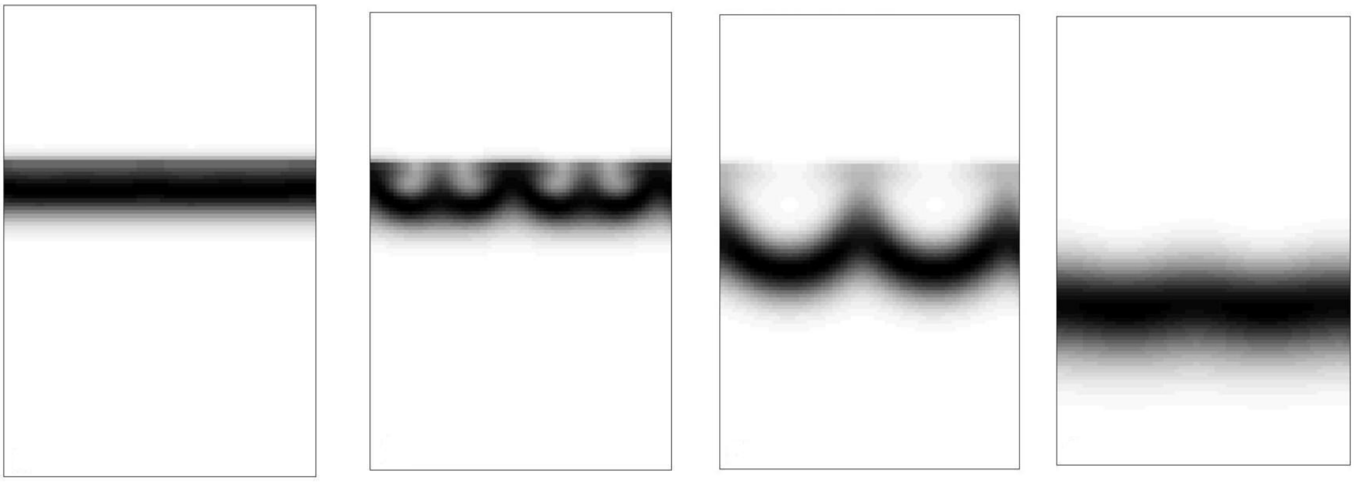


Рис.18. Динамика теплового поля во времени для концентрационной капиллярной конвекции. Кадры эволюции последовательно пробегают значения времени *t=5, 10, 40, 100.* Максимум поля отмечен черным цветом.

В п. 5.3.8 рассматриваются гравитационные типы неустойчивости (Релея-Бенара и Релея-Тейлора) и показывается, что именно они ответственны за пространственно-временную самоорганизацию в системе. Как видно из схемы на Рис.19, в нижней части хемо-конвективных пальчиков градиент температуры направлен вверх и скорость движения жидкости здесь резко падает. Таким образом, тепловое поле не только служит генератором всей структуры, но также стабилизирует её и выравнивает фронт пальчиков по одной линии. Обсуждение полученных результатов и сравнение с экспериментальными данными производится в п. 5.3.9. Констатируется, что большинство экспериментально наблюдаемых эффектов нашли в работе свое объяснение.

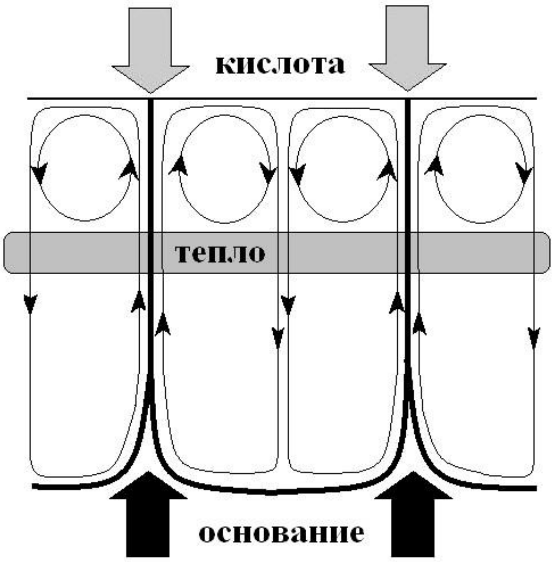


Рис.19. Схема процессов реакции-диффузии-конвекции в хемо-конвективной ячейке. Максимум теплового поля выделен серым цветом.

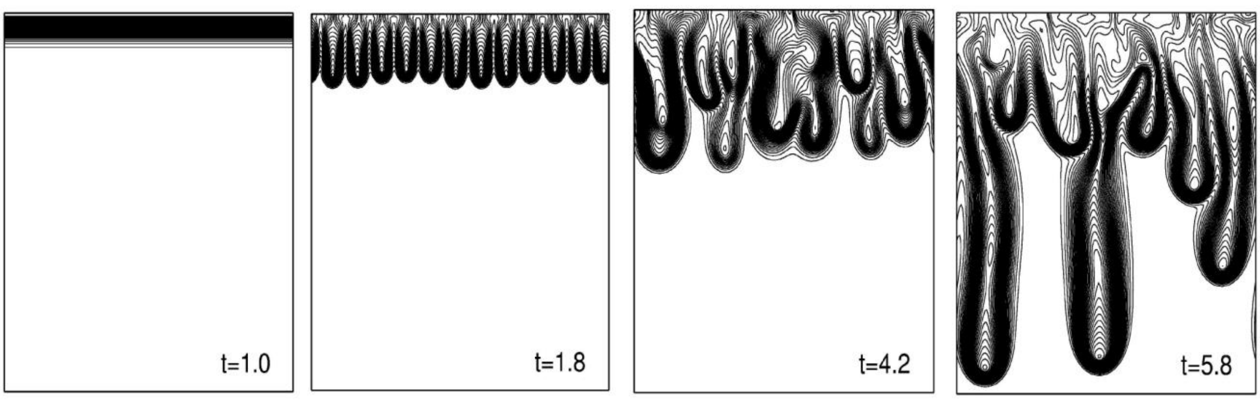


Рис.20. Эволюция поля концентрации соли в нижнем слое системы для $Bi=0$, показанная для четырех последовательных моментов времени $t=1, 1.8, 4.2, 5.8$.

В разделе 5.4 предлагается способ управления структурообразованием внутри плоского реактора Хеле-Шоу посредством локального внешнего изменения теплопроводности стенок этого реактора. Механизм такого управления подробно излагается в п. 5.4.1. Если посередине пластин теплоизолированного реактора создать вертикальную полосу высокой теплопроводности, то тепло будет диссипировать в эту щель, и в сплошном фронте теплового поля появляется зазор. Стабилизирующий фактор тепла в этом зазоре перестает работать, и тяжелая соль устремляется вниз. Таким образом, появляется мощный уединенный пальчик, быстро растущий в сторону от свободной поверхности. Эта структура поддерживается двумя интенсивными конвективными вихрями, которые тянут структуру вглубь нижнего слоя (Рис.21).

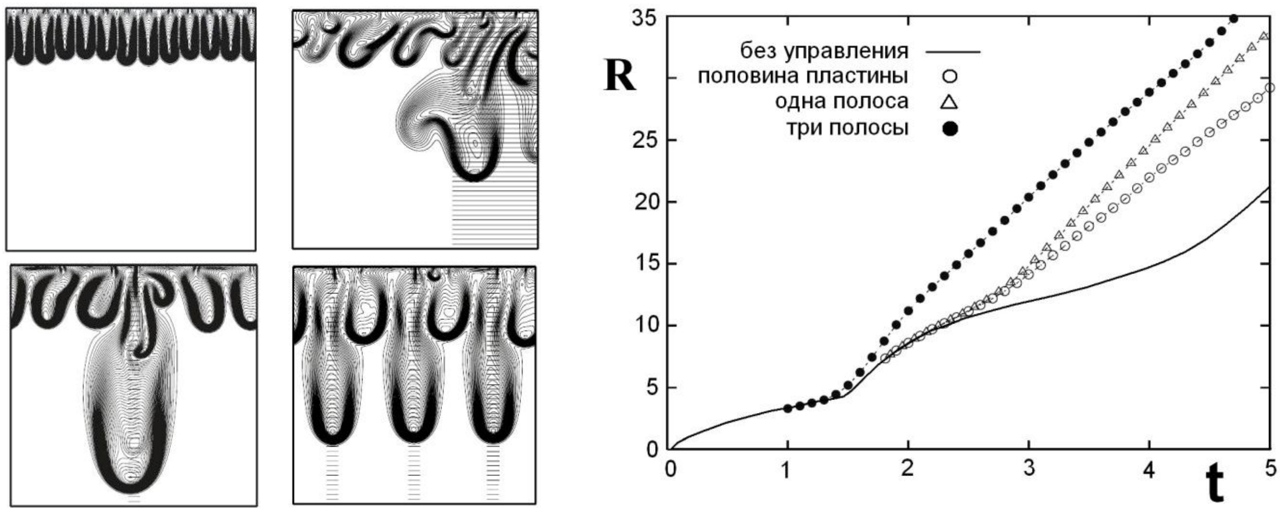


Рис.21. Виды пальчиковых структур в зависимости от типа внешней теплопроводной накладки (заштрихованы) на стенки реактора. Зависимость пространственной скорости реакции от времени для каждого случая представлена справа.

Меняя форму накладок и место их присоединения к реактору, можно достаточно успешно манипулировать структурообразованием внутри реактора. В п.5.4.1 приводятся результаты численных расчетов для некоторых сценариев управления. На рис.11 приведены графики зависимости интегральной скорости реакции по всему реактору от времени для четырёх случаев: естественная эволюция, пальчиковая зона (полуплоскость высокой теплопроводности), уединенный пальчик (одна полоса), три пальчика (три полосы).

Сравнение с экспериментальными данными производится в п. 5.4.2. Отмечается, что с практической точки зрения область высокой теплопроводности легко создается, например, путем присоединения к стеклянной стенке реактора металлической пластины. Подчеркивается энергосберегающий характер такого управления, так как в случае экзотермической реакции для внешнего регулирования процессов в системе используется энергия, выделяемая внутри самой системы.

Шестая глава <u>«Стохастические колебания в многокомпонентных реагирующих средах с запаздывающей обратной связью»</u> посвящена исследованию поведения облака белковых молекул, которые регулируют свою концентрацию в процессах транскрипции/трансляции. В п. 6.1 дается общее представление об областях приложения химических реакций с запаздыванием, подчеркивается важность этих систем не только для физики или химии, но и математической генетики. В п. 6.2 обсуждается стохастическое описание эволюции динамических систем, подчеркивается важность этого подхода в сравнении с детерминистским описанием.

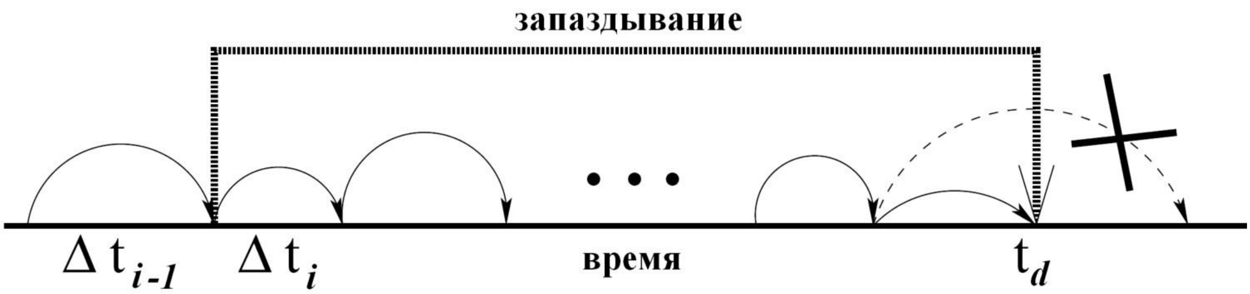


Рис.22. Схема, поясняющая модифицированный алгоритм Гиллеспи

В разделе 6.3 обсуждается метод Гиллеспи (*Gillespie D.T. Exact stochastic simulation of coupled chemical reactions. J.Phys.Chem.,1977,Vol.81, pp.2340-2361*), который является основным инструментом численного исследования стохастических дискретных систем. Формулируется новый алгоритм, который обобщает алгоритм Гиллеспи на случай реакций с запаздыванием (Рис.22). Главная идея обновления заключается в следующем. Предположим, один из химических каналов является немарковским. Как обычно, в каждый момент времени эволюции определяется канал, который должен реализоваться, и промежуток времени Δt^*, через который это должно произойти. Если выпадает реакция с запаздыванием, то она не выполняется, а помещается в стек памяти с тем, чтобы быть выполненной в момент времени $\Delta t^*+\tau$, где τ – время запаздывания. Если же выпавший химический канал является марковским, то прыжок во времени Δt^*, который должна совершить система, сравнивается со временами наступления отложенных в стек памяти реакций. Если в диапазоне между t и $t+\Delta t^*$ никаких реакций не запланировано, то система совершает прыжок на Δt^*. Если же в этом диапазоне времени попадает одна из запаздывающих реакций, то последняя процедура отбора игнорируется, а система на самом деле прыгает к моменту времени $t+\Delta t_d$, которое ранее было уже запланировано, но отложено из-за запаздывания.

В п. 6.4 рассматривается тестовая задача о динамике концентрации белковых молекул:

$$\varnothing^t \xrightarrow{A} X^t, \qquad X^t \xrightarrow{B} \varnothing^t, \qquad X^t \xrightarrow{C} \varnothing^{t+\tau} \tag{17}$$

где X – концентрация белка, A, B – скорости реакций для процессов синтеза и деградации соответственно. C обозначает скорость деградации белка, которая совершается с запаздыванием на время τ. В п. 6.4.1 излагаются результаты исследования детерминистских уравнений, а п. 6.4.2 представляет результаты стохастического анализа. Предполагается, что на уровне временных масштабов, характерных для транскрипции, происходит декорреляция между последовательной цепочкой событий. В этом случае удаётся найти аналитическое решение для автокорреляционной функции. Констатируется отличное согласие между аналитическим и численным решением, что подтверждает корректность предложенного численного алгоритма (Рис.23).

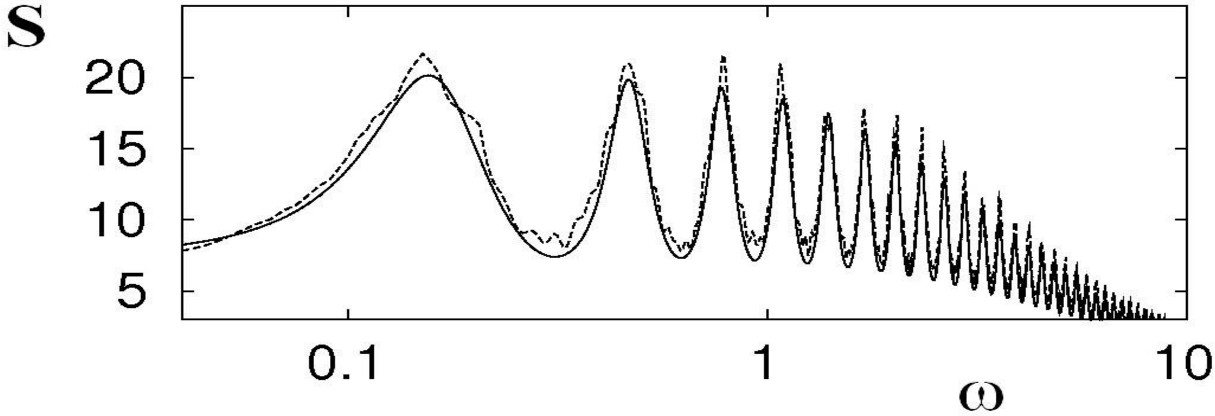


Рис.23. Сравнение корреляционных функций системы (15), полученных аналитически (сплошная линия) и численно (штриховая линия). $C=1,\ A=100,\ B=4.1,\ \tau=20$.

В п. 6.5 рассматривается более сложная модель с нелинейной обратной связью. Исследование модельных уравнений в рамках детерминистского описания производится в п. 6.5.1, стохастическое описание приводится в п. 6.5.2. Обнаружен новый эффект возбуждения сложных квазирегулярных колебаний в области значений параметров, где детерминистская теория предсказывает только стационарное решение. Колебания возникают из-за взаимодействия шума и запаздывания. Так как в стохастической системе точка бифуркации Хопфа размывается, то предложен метод её определения. Показано, что скорости затухания высоты пиков автокорреляционной функции ниже и выше детерминистской точки бифуркации различаются, что порождает излом на графике как раз в том месте, где располагается точка перехода. Таким образом, эта величина может служить хорошим индикатором бифуркаций в стохастическом анализе, когда детерминистское описание системы по какой-то причине невозможно. В п. 6.5 отмечается еще один эффект: так как чувствительность системы с запаздыванием резко возрастает, то любое выведение системы из положения равновесия приводит к качественно новой переходной динамике. Например, если в системе без запаздывания в какой-то момент времени скорость деградации белка скачком увеличивается, то система реагирует на это монотонным переходом на новый стационарный уровень. В случае же запаздывания система в ответ на возмущение демонстрирует осциллирующий тип перехода. Раздел 6.6 подводит итоги исследования.

В **седьмой главе** **<u>«Активное управление жидкости в термосифоне»</u>** рассматривается задача об автоматическом поддержании механического равновесия неоднородно нагретой жидкости в конвективной петле прямоугольной формы. Равновесие поддерживается с помощью управляющей подсистемы (компьютер), которая реагирует на возникновение конвективного движения посредством малых изменений пространственной ориентации петли в поле тяжести. В разделе 7.1 кратко излагаются результаты экспериментального исследовании (*Зюзгин А.В., Путин Г.Ф. Динамическое управление устойчивостью механического равновесия конвективной системы. Гидродинамика, Пермь: ПермГУ, 1998, с. 123-139*); обсуждается явления, которые требуют своего теоретического объяснения. В разделе 7.2 строится модель одномерного течения в прямоугольной петле с учетом запаздывающего характера активного управления, исследуются ее свойства. В п. 7.2.1 производится усреднение уравнений гидродинамики для неодносвязного одномерного течения в термосифоне и методом Галеркина выводится трехмодовая динамическая модель:

$$dX(t)/dt = P(-X(t) + Y(t)\cos(kY(t-\tau)) - (\alpha R + \xi Z(t))\sin(kY(t-\tau))), \qquad (18)$$

$$dY(t)/dt = -Y(t) - X(t)Z(t) + RX(t) \ , \qquad (19)$$

$$dZ(t)/dt = -Z(t) + X(t)Y(t) \ , \qquad (20)$$

где X, Y, Z – амплитуды разложения в методе Галёркина, P – число Прандтля, k – коэффициент управления, R – число Релея, выраженное в надкритичностях, α, ξ – геометрические параметры петли.

В п. 7.2.2 исследуется линейная устойчивость механического квазиравновесия жидкости, даются объяснения основным явлениям, наблюдавшимся в эксперименте (Рис.24). Обнаружено, что кроме монотонной неустойчивости, конвективной по своей природе, при больших значениях коэффициента усиления обратной связи возникает колебательный режим движения. Рассмотрение модели (18-20) показало, что причиной паразитных осцилляций является неспособность управляющей подсистемы вовремя вносить корректирующие изменения. Таким образом, повышение эффективности управления путем усиления обратной связи может привести к ситуации, когда само управление генерирует неустойчивость стабилизированного механического квазиравновесия. Раздел 7.2.3 посвящен исследованию нелинейной динамики определяющих уравнений. Приводятся фазовые портреты и характеристики динамических режимов, которые возникают при нелинейном взаимодействии управляющей подсистемы с термосифоном.

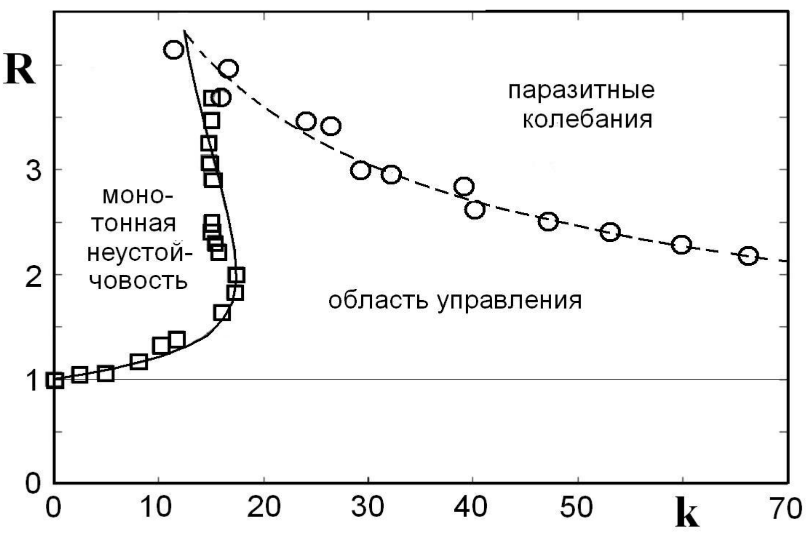


Рис.24. Карта режимов течения на плоскости числа Релея и коэффициента усиления обратной связи. Точки соответсвуют экпериментальным данным, линии – теоретический анализ. Горизонтальная линия отчеркивает область эффективного управления снизу.

В п. 7.2.4 рассматривается вопрос о влиянии шума на эффективность управления термосифоном. Применяя к (18-20) обобщенный метод Гиллеспи, было обнаружено, что взаимодействие шума и запаздывающего управления приводит к сложным нерегулярным колебаниям в подкритической области (Рис.25, 26), которые значительно сужают область эффективного управления. Более того, начиная с некоторого значения запаздывания, управление механическим равновесием в данной системе указанным методом становится бессмысленным, так как система становится неустойчивой даже там, где она устойчива без всякого управления. Подчеркивается, что обнаруженный эффект аналогичен динамике концентрации белка при транскрипции гена. Обсуждение полученных результатов и некоторых перспектив их практического использования производится в п. 7.2.5.

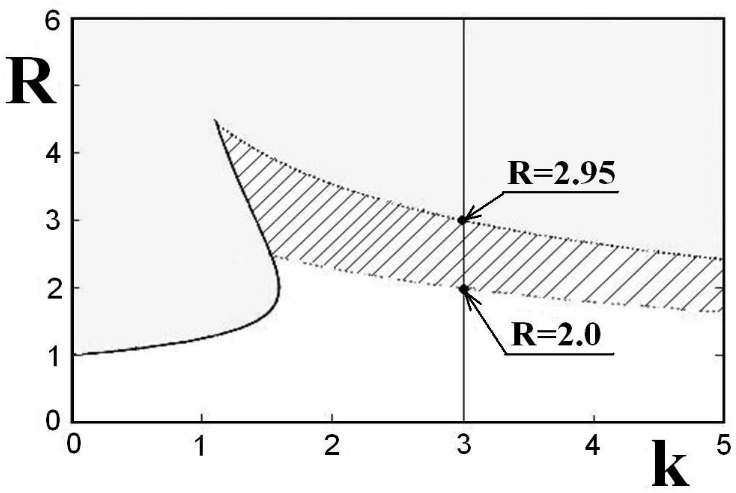


Рис.25. Влияние запаздывания на качество управления зашумлённой системой. Область генерирования нерегулярных колебаний заштрихована.

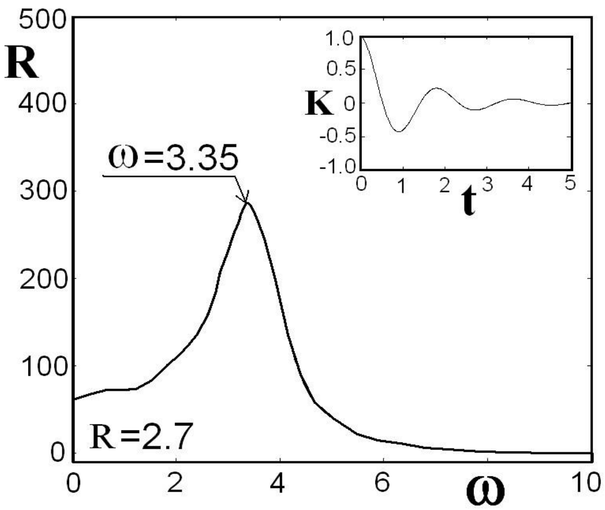


Рис.26. Фурье-спектр и корреляционная функция (во врезке) колебательного режима, возникающего в подкритической области (см. Рис.25). $k=3$, $\tau=0.3$.

В **заключении** перечислены основные результаты исследований, изложенных в диссертации. Приводится **список литературы**.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Численно изучены нестационарные режимы конвекции в плоском вертикальном слое вязкой несжимаемой жидкости, обогреваемом сбоку. Впервые получена цепочка бифуркаций и выявлены основные структуры, возникающие в системе при увеличении числа Грасгофа. Показано, что сначала реализуется система осциллирующих горизонтальных валов, расположенных на границе раздела потоков. Затем эта структура испытывает зигзаговую неустойчивость, которая постепенно приводит к разрыву валов и возникновению осциллирующей ячеистой конвекции. В конечном итоге возникает развитый пространственный режим конвекции, который представляет собой вертикальные модулированные струи. Изучены различные характеристики описанных типов течения, эволюция их структуры и фазовая динамика конвективной системы. Получено как качественное, так и количественное согласие с экспериментальными данными.

2. В рамках обобщенного приближения Буссинеска получена система определяющих уравнений, описывающих динамику вязкой неизотермической жидкости, со-

держащей твердую тяжелую примесь. Решена задача о линейной устойчивости плоскопараллельного течения в вертикальном слое, подогреваемом сбоку. Показано, что сколь угодно малая добавка примеси приводит только к колебательным вторичным режимам. Когда число Прандтля сравнительно мало $P<12.4$, стационарные ячейки, которые существуют в случае однородной жидкости, начинают дрейфовать вниз под действием оседающих частиц. При больших значениях числа Прандтля добавка твёрдой примеси снимает вырождение между двумя типами волн – тепловой волной, бегущей вверх, и волной, бегущей вниз. Эффект дестабилизации неизотермического течения при добавлении к нему мелкодисперсной примеси, предсказанный новыми уравнениями, был подтвержден экспериментально.

3. Рассмотрена задача о параметрическом возбуждении вторичного течения в подогреваемом сбоку вертикальном слое жидкости с твердой тяжелой примесью, который совершает продольные горизонтальные вибрации конечной частоты. Получено выражение для плоскопараллельного пульсационного течения обеих фаз; исследовано его устойчивость по отношению к бесконечно малым возмущениям. Изучен вопрос о влиянии $O(2)$-симметрии задачи на тип решения. Показано, что в случае однородной жидкости могут реализоваться только синхронные решения. При добавлении частиц вырождение снимается, и возникают квазипериодические решения. Построенная теория позволила качественно объяснить новую конвективную моду, экспериментально обнаруженную для частот вибраций меньше 19 *Гц*.

4. В рамках обобщенного приближения Буссинеска получена система определяющих уравнений, описывающая динамику двухфазной среды жидкость – твёрдые частицы, находящейся под воздействием вибраций конечной частоты. Модельные уравнения выведены с учетом эффектов как квазистационарного, так и нестационарного трения. Показано, что влияние силы Бассэ и силы присоединенных масс становится существенным при высоких значениях частоты вибраций. Обнаружено, что учет нестационарных сил трения существенно стабилизирует основное течение, причем основной вклад в диссипацию энергии вносит сила Бассэ. В определенном диапазоне параметров наблюдается своеобразный резонансный эффект, когда устойчивость течения жидкости практически не зависит от присутствия твердой примеси. Показано, что эффект объясняется отставанием по фазе отклика силы Бассэ на пульсации основного течения, что при определенной частоте вибраций приводит к тому, что возмущения, создаваемые частицами, гасятся возмущениями, генерируемыми самой силой Бассэ. Отмечено, что учёт в теории нестационарных сил трения приводит к количественному согласию с экспериментом.

5. Получены осредненные по времени уравнения для неизотермической жидкости, содержащей твёрдые частицы, находящейся в поле высокочастотных вибраций малой амплитуды. Предложенная модель учитывает эффекты, связанные с переносом массовой концентрации примеси и неоднородностью пульсационного поля скорости, генерирующего осреднённое движение.

6. Построена модель процессов структурообразования в двухслойной системе несмешивающихся жидкостей в ячейке Хеле-Шоу, в которой происходит объёмная

реакция нейтрализации. Найдено объяснение удивительной регулярности хемо-конвективных пальчиковых структур, наблюдавшихся в этой системе экспериментально. В рамках модели показано, что основным генератором структуры является неустойчивость Релея-Тейлора. Обнаружено, что особую роль в стабилизации хемо-структуры играет тепло, выделяющееся в ходе реакции, – именно тепловое поле выравнивает фронт пальчиков по линии. Исследован вклад различных типов неустойчивости в структурообразование. Показано, что капиллярная неустойчивость играет роль только на первом этапе эволюции. Это объясняется тем, что фронт реакции с течением времени уходит от границы раздела между слоями и уводит градиенты поверхностно активных величин от поверхности. При этом длина волны хемо-конвективных ячеек Марангони плавно увеличивается, а сама конвекция затухает. Описанный сценарий был подтвержден экспериментально.

7. Предложен способ управления структурообразованием внутри плоского реактора Хеле-Шоу посредством локального изменения теплопроводности стенок реактора. Показано, что, добавляя или отводя тепло в определенных точках реактора, можно возбуждать или подавлять конвективные движения, генерировать хемо-структуры заданной длины волны, направлять эволюцию хемо-конвективной структуры в нужную сторону, а также ускорять или замедлять скорость пространственно-распределенной реакции. Возможность такого управления подтверждена экспериментально.

8. Построена теория стохастически осциллирующих многокомпонентных реагирующих систем, состоящих из белковых молекул, концентрация которых регулируется посредством запаздывающей обратной связи. Показано, что при возникновении запаздывания в системе могут вспыхивать колебания даже в том случае, когда детерминистское описание системы предсказывает стационарное состояние. Это объясняется возбуждением сложных нерегулярных колебаний в подкритической области из-за взаимодействия между шумом и запаздыванием системы. Предложен способ определения точки бифуркации Хопфа в зашумленных системах. Построенная теория может быть использована для исследования свойств любых систем, имеющих запаздывающую зашумленную обратную связь. Например, при изучении процессов транскрипции генов или механизма циркадных колебаний в клетках.

9. Предложен способ обобщения алгоритма Гиллеспи, являющегося стандартным инструментом численного исследования стохастических реагирующих систем, на случай немарковских стохастических систем. Сравнение численных результатов, полученных модифицированным методом Гиллеспи, с аналитическим решением для корреляционной функции в модели деградации белка подтвердило корректность новой схемы численного анализа. Предложенный алгоритм может быть использован в любой области естествознания, где встречается стохастическая система с запаздыванием (математическая генетика, нелинейная химия, физика и т.д.).

10. Рассмотрена задача об автоматическом поддержании механического равновесия жидкости в конвективной петле прямоугольной формы, равновесие в которой поддерживается с помощью управляющей подсистемы, реагирующей на возникновение конвективного движения посредством малых изменений пространственной ориен-

тации петли в поле тяжести. Обнаружено, что чрезмерное усиление обратной связи возбуждает в системе паразитные колебания, причина которых кроется в запаздывании управляющей подсистемы вовремя корректировать состояние управляемой системы. Показано, что управляющая подсистема вступает в нелинейное взаимодействие с управляемой конвективной системой, которое приводит к хаотическому поведению. Обнаружено, что учет шума в условиях запаздывания приводит к возникновению сложных нерегулярных колебаний в подкритической области, которые еще больше сужают область эффективного управления. Отмечено, что динамика термосифона, управляемого с помощью активной обратной связи, аналогична поведению облака белковых молекул, возникающих в процессах транскрипции генов. Все основные теоретические выводы были подтверждены в ходе экспериментальных наблюдений.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Lyubimov D.V., Bratsun D.A., Lyubimova T.P., Roux B. Influence of gravitational precipitation of solid particles on thermal buoyancy convection // 31st Scientific Assembly of COSPAR. Book of abstracts. 14-21 July 1996. P. 393.
2. Брацун Д.А., Любимов Д.В. Динамические свойства тепловой конвекции в пористой среде // Вестник Пермского университета. Физика. Пермь: ПермГУ, 1994. Вып. 2. С.53-72.
3. Bratsun D.A., Lyubimov D.V., Roux B. Co-symmetry Breakdown in Problems of Thermal Convection in Porous Medium // Physica D. 1995. V.82. P. 398-417.
4. Lyubimov D.V., Bratsun D.A., Teplov V.S. Thermo-vibrational convection in a dusty medium. Governing equations // First report on the project TM-18 Nauka-NASA «Theoretical and experimental investigation of the behavior of non-uniform systems under the influence of vibrations». 1996. Part 5. P.42-48.
5. Lyubimov D.V., Bratsun D.A., Teplov V.S. Fluid flow in dusty medium induced by high-frequency vibrations // Final report on the project TM-18 Nauka-NASA «Theoretical and experimental investigation of the behavior of non-uniform systems under the influence of vibrations». 1997. Part 2. P.107-112.
6. Зюзгин А.В., Брацун Д.А., Путин Г.Ф. Надкритические нестационарные движения в плоском вертикальном слое жидкости // Вестник Пермского университета. Физика. Пермь: ПермГУ, 1997. Вып. 2. С. 59-76.
7. Любимов Д.В., Брацун Д.А. Об уравнениях тепловой конвекции в запыленной среде // Вестник Пермского университета. Физика. Пермь: ПермГУ, 1997. Вып. 2. С.15-29.
8. Bratsun D.A., Putin G.F., Zyuzgin A.V. Time-dependent convective flows in a long vertical slot subjected to static and oscillating inertial fields // Joint Xth European and VIth Russian Symposium on Physical Sciences in Microgravity. Book of abstracts. St.Peterburg. Russia, 15-21 June 1997. P.50/1-50/2.

9. Lyubimov D.V., Teplov V.S., Bratsun D.A. On the equations of thermovibrational convection in dusty media // Proceedings of Joint Xth European and VIth Russian Symposium on Physical Sciences in Microgravity. Moscow, 1997. P.274-277.
10. Lyubimov D.V., Bratsun D.A., Lyubimova T.P., Roux B., Teplov V.S. Non-isothermal flows of dusty media // Proceedings of Third International Conference on Multiphase Flow ICMF-98. Lyon, France. 1998. P. 671-676.
11. Брацун Д.А., Зюзгин А.В., Путин Г.Ф. Об устойчивости конвективного движения в запыленной среде // Труды V Международного семинара «Устойчивость течений гомогенных и гетерогенных жидкостей». Новосибирск, 1998. С. 28-36.
12. Брацун Д.А., Любимов Д.В., Теплов В.С. Трехмерные конвективные движения в пористом цилиндре конечной длины // Гидродинамика. Пермь: ПермГУ, 1998. Вып.14. С.58-77.
13. Брацун Д.А., Зюзгин А.В. Метод восстановления фазового портрета при экспериментальном исследовании тепловой конвекции в плоском вертикальном слое // Вестник Пермского университета. Физика. Пермь: ПермГУ, 1998. Вып. 4. С. 148-152.
14. Lyubimov D.V., Bratsun D.A., Lyubimova T.P., Roux B. Influence of gravitational precipitation of solid particles on thermal buoyancy convection // Adv. Space Res. 1998. V.22. № 8. P. 1267-1270.
15. Брацун Д.А., Зюзгин А.В., Путин Г.Ф. Конвективные течения в вертикальном слое жидкости, совершающем высокочастотные вибрации // 12-я Международная Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь, 1999. С.102.
16. Брацун Д.А., Зюзгин А.В., Путин Г.Ф., Теплов В.С. О параметрическом возбуждении конвекции в вертикальном слое жидкости, совершающем низкочастотные вибрации // 12-я Международная Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь, 1999. С.103.
17. Брацун Д.А., Глухов А.Ф., Зюзгин А.В., Никитин С.А., Полежаев В.И., Путин Г.Ф. Комплексный подход к задачам конвективного практикума // Вестник Пермского университета. Физика. Пермь: ПермГУ, 1999. Вып. 5. С. 183-186.
18. Брацун Д.А., Теплов В.С. О параметрическом возбуждение вторичного течения в вертикальном слое жидкости в присутствии мелких твердых частиц // Вибрационные эффекты в гидродинамике. Пермь: ПермГУ, 2001. Вып.14. С. 17-30.
19. Bratsun D.A., Teplov V.S. On the stability of the pulsed convective flow with small heavy particles // Eur. Phys. J. A. P. 2000. V.10. P. 219-230.
20. Брацун Д.А., Теплов В.С. О параметрическом возбуждении вторичного течения в вертикальном слое жидкости в присутствии мелких твердых частиц // ПМТФ. 2001. Т.42. №1. С. 48-55.
21. Брацун Д.А., Теплов В.С. О влиянии нестационарных сил на устойчивость пульсационного течения в запыленной среде // VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Сборник докладов. Пермь, 2001. С. 253.

22. Bratsun D.A., Zyuzgin A.V., Putin G.F. Nonlinear Dynamics and Pattern Formation in a Vertical Fluid Layer Heated from the Side // Int. J. Heat and Fluid Flow. 2003. V.24. № 6. P. 835-852.
23. Bratsun D.A., De Wit A. On Marangoni convective patterns driven by an exothermic chemical reaction in two-layer systems // Phys. of Fluids. 2004. V.16. № 4. P.1082-1096.
24. Bratsun D.A., Shi Y., Eckert K., De Wit A. Control of chemo-hydrodynamic pattern formation by external localized cooling // Europhys. Lett. 2005. V.69. № 5. P.746-752.
25. Bratsun D., Volfson D., Hasty J., Tsimring L. Non-Marcovian processes in Gene Regulation // Proc. SPIE. 2005. V.5845. P. 210-219.
26. Bratsun D., Volfson D., Hasty J., Tsimring L. Time-Delay Induced Oscillations in Gene-Regulatory Networks // APS March Meeting. Book of abstracts. Los Angeles, USA, 21-25 March 2005. #B22.006.
27. Bratsun D., Volfson D., Hasty J., Tsimring L. Delay-induced stochastic oscillations in gene regulation // PNAS. 2005. V.102. № 41. P. 14593-14598.
28. Bratsun D.A., Zyuzgin A.V., Polovinkin K.V., Putin G.F. Feedback control of convective stability by small changes of joint orientation of temperature gradient and gravity // Proceedings of 5th International Aerospace Congress. Moscow, 2008. P. 727-733.
29. Брацун Д.А., Де Вит А. Об управлении хемо-конвективными структурами в плоском реакторе // ЖТФ. 2008. Т.78. В.2. С. 6-13.
30. Брацун Д.А., Зюзгин А.В., Половинкин К.В., Путин Г.Ф. Об активном управлении равновесием жидкости в термосифоне // ПЖТФ. 2008. Т.34. В.15. С. 36-42.
31. Брацун Д.А. Управление формированием химико-гидродинамических структур в химическом реакторе // Региональный конкурс РФФИ-Урал. Результаты научных исследований в 2007 г. Пермь: ПНЦ УрО РАН, 2008. С.24-27.
32. Bratsun D.A. Effect of unsteady forces on the stability of non-isothermal particulate flow under finite-frequency vibrations // Microgravity Sci. Technol. 2009. Vol. 21 Suppl. 1. P. 153-158.