Объяснение ОПЕРА эффекта в каркасной концепции динамики элементарных частиц

Ю.А.Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{\ }rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site: $http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{\ }rylov/yrylov.htm$

Аннотация

В эксперименте ОПЕРА не измеряется скорость нейтрино. Здесь проявляется "концевой" эффект, обусловленный трубчатым характером мировой цепи (линии) нейтрино. Эта цепь представляет собой пространственноподобную винтовую линию с времениподобной осью. В среднем мировая цепь выглядит как прямая времениподобная трубка. Такая структура мировой цепи обусловлена дискретной геометрией пространства-времени, где элементарная длина связана с квантовой постоянной. В дискретной геометрии пространства-времени нет гладких мировых линий. Состояние частицы описывается ее каркасом (несколькими пространственно-временными точками). Эволюция частицы описывается мировой цепью, которая вихляет. Статистическое описание этого вихляния эквивалентно квантовому описанию. Точечные тахионы возможны, но обнаружить их нельзя. Композитные тахионы (с много-точечным каркасом) наблюдаются в виде фермионов.

Ключевые слова: геометрическая парадигма; винтообразная мировая линия; сверхсветовая скорость

1 Введение

Эксперимент [1] показывает, что нейтрино проходят расстояние 730км быстрее, чем световой сигнал. Время опережения составляет примерно 60.7 ± 6.9 наносекунд. Это соответствует разнице $(c-v)\,c^{-1} \approx 3 \times 10^{-5}$. Этот эксперимент интерпретируется как обнаружение сверхсветовой скорости среднего движения нейтрино и порождает проблемы, связанные с принципами теории относительности. Такая интерпретация основана на предположении, усредненное движение нейтрино описывается одномерной мировой линией. Если усредненное движение нейтрино описывается мировой трубкой, то эксперимент ОПЕРА непринужденно объясняется, как эффект, обусловленный толщиной мировой трубки нейтрино. Мировая трубка для описания нейтрино получается в каркасной концепции движения элементарных частиц [22].В каркасной концепции мировая линия фермиона представляет собой винтовую линию с временеподобной осью. В любом случае такая мировая линия воспринимается в среднем как толстая мировая линия (мировая трубка), описывающая точечную частицу, которая может быть детектирована в любой точке поверхности трубки.

Вообще говоря, квантовая механика является разновидностью теории сплошных сред. Маелунг [3], Л.де Бройль [4] и Бом [5] показали, что уравнение Шредингера может быть приведено к описанию потенциального течения некоторой квантовой жидкости. Кроме того, оказывается, что обратное утверждение тоже справедливо. Волновая функция может рассматриваться как способ описания любой идеальной жидкости [6]. Статистический ансамбль стохастических частиц выглядит как идеальная сплошная среда (жидкость). Естественно, что она может описываться волновой функцией.

Однако уравнения сплошной среды описывают только регулярную составляющую движения сплошной среды. Физические явления, обусловленные нерегулярной (хаотической) составляющей движения газа не могут описываться уравнениями газовой динамики. Например, броуновское движение пылинки в газе не может описываться уравнениями газовой динамики. Эффект ОПЕРА представляет собой физическое явление, которое связано с винтообразной формой мировой линии нейтрино (вращательное движение нейтрино). Это вращение образует нерегулярную составляющую движения нейтрино. Оно связано с γ-матрицами в уравнении Дирака. Такое вращение характерно для любого фермиона, т.е. частицы, описываемой уравнением Дирака. Это вращение, известное как zitterbewegung, описывается динамическими переменными, которые появляются после замены переменных. Эта замена переменных исключает γ-матрицы из динамических уравнений.

Однако, очень трудно объяснить очень быстрое вращение свободной частицы. Если эта частица является одной из двух жестко связанных частиц, то такое вращение может быть объяснено. Однако трудно понять природу такой жесткой связи. Винтообразная форма мировой линии нейтрино может быть объяснена в рамках каркасной концепции динамики частиц [22].

Каркасная концепция движения элементарных частиц основывается на дискретной геометрии пространства-времени. В дискретной геометрии пространства-времени имеется элементарная длина λ_0, которая является новой характеристикой пространства-времени. Элементарная длина λ_0 связана с квантовой постоянной $\hbar$ ($\lambda_0^2 = \hbar/bc$, где b и c суть универсальные постоянные), и все квантовые эффекты могут быть объяснены как геометрические эффекты дискретной геометрии пространства-времени. В дискретной геометрии пространства-времени нет необходимости использовать квантовые принципы.

Традиционная концепция элементарных частиц основана на непрерывной геометрии пространства-времени. Поскольку непрерывная геометрия вместе с классической концепцией динамики не может правильно описать физические явления в микромире, то классическая динамика заменяется квантовой динамикой.

Дискретная геометрия пространств-времени основывается на метрическом подходе к геометрии [7, 8]. Метрический подход позволяет описывать физические геометрии, которые полностью описываются их мировой функцией. Множество физических геометрий более мощно, чем множество дифференциальных геометрий. Физические геометрии неаксиоматизируемы и их математический формализм существенно отличается формализма дифференциальных геометрий. Дискретная геометрия является частным случаем физической геометрии. Описание физических геометрий разработано в работах [9] - [16]. Отношение математиков к физическим геометриям напоминает отношение математиков начала 19-ого века к геометрии Лобачевского - Больяи. В результате простой математический формализм дискретной геометрии сейчас мало известен.

В настоящей работе мы будем объяснять эксперимент ОПЕРА как эффект "толстой мировой линии". Мы покажем, как винтообразная форма мировой линии может быть получена из уравнения Дирака. После этого мы коротко опишем понятия дискретной геометрии и каркасной концепции динамики элементарных частиц, основанной на дискретной геометрии пространства-времени.

2 Моделирование эксперимента ОПЕРА

Принципиальная схема эксперимента ОПЕРА показана на рисунке. Вертикальные линии это мировые линии излучателя и детектора. Нейтрино и фотон излучаются одновременно в момент времени $t = 0$ в начале системы координат. Фотон детектируется в момент времени T_{L}. Мировая линия нейтрино заменяется мировой трубкой. Поверхность трубки образована винтовыми мировыми линиями нейтрино. Нейтрино детектируется практически в любой точке поверхности трубки. На рисунке изображена проекция трубки на двумерное сечение пространства-времени. Мировые линии переднего и заднего фронтов мировой трубки представлены наклонными линиями. Нейтрино может быть детектировано в любой точке между этими фронтами. Время детектирования нейтрино лежит в интервале $(t_{\min}, t_{\max})$. Время прохождения мировой трубки через положение излучателя равно $2t_{\mathrm{in}}$, $t_{\max} - t_{\min} = 2t_{\mathrm{in}}$. Пусть расстояние между излучателем и детектором равно L, а скорость нейтрино равна V. Радиус мировой трубки нейтрино равен R. Расстояние между фронтами в неподвижной системе координат уменьшается до $2R\sqrt{1 - c^{-2}V^2}$

Получаем

$$t_{\mathrm{in}} = \frac{R\sqrt{1-\beta^2}}{V}, \quad \beta = \frac{V}{c} \tag{2.1}$$

$$t_{\mathrm{L}} = \frac{L}{c}, \quad t_{\min} = \frac{L}{V} - t_{\mathrm{in}} = \frac{L}{V} - \frac{R}{V}\sqrt{1-\beta^2} \tag{2.2}$$

$$T_{\mathrm{L}} - t_{\min} = \frac{L}{c} - \left(\frac{L}{V} - \frac{R}{V}\sqrt{1-\beta^2}\right) = \frac{L}{V}\left(-1 + \beta + \frac{R\sqrt{1-\beta^2}}{V}\right) \tag{2.3}$$

или

$$T_{\mathrm{L}} - t_{\min} = \frac{L}{V}(1-\beta)\left(\frac{R}{L}\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1\right) \tag{2.4}$$

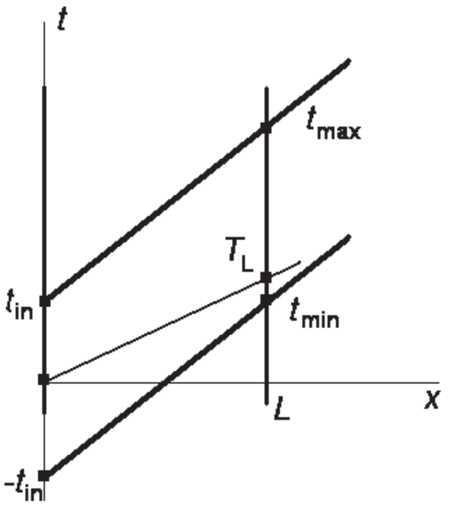

Рис. 1: Пространственно-временная схема движения нейтрино

Поскольку $\varepsilon = 1 - \beta \ll 1$, то запаздывание фотона по сравнению с обнаружением нейтрино может быть представлено в виде

$$\Delta t = T_{\rm L} - t_{\rm min} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c}\left(R\sqrt{2} - L\sqrt{\varepsilon}\right) \tag{2.5}$$

В эксперименте ОПЕРА величины Δt и L известны. Мы попробуем оценить возможный минимальный радиус мировой трубки нейтрино. Получаем

$$R > \frac{L\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2}}, \quad \Delta t < \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} R\sqrt{2}, \quad R > \frac{c\Delta t}{\sqrt{2\varepsilon}}$$

Радиус R мировой трубки нейтрино является минимальным, если

$$\frac{L\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2}} = \frac{c\Delta t}{\sqrt{2\varepsilon}}, \quad \varepsilon = \frac{c\Delta t}{L}, \quad R > \frac{L\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2}} = 2^{-1/2}\sqrt{Lc\Delta t} \tag{2.6}$$

В соответствии с результатами эксперимента ОПЕРА [1]

$$L \simeq 7.3 \times 10^{7}\text{cm}, \quad \Delta t \simeq 6 \times 10^{-8}\text{s} \tag{2.7}$$

Оценка радиуса мировой трубки нейтрино имеет вид

$$R > 2^{-1/4}\sqrt{Lc\Delta t} = 2.5 \times 10^{5}\text{cm} \simeq 2.5\text{km} \tag{2.8}$$

Получаем из (2.6)

$$\varepsilon = \sqrt{2}\frac{c\Delta t}{L} \approx 3.5 \times 10^{-5} \tag{2.9}$$

Лоренц фактор нейтрино γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon}} =\simeq 1.2 \times 10^{2} \tag{2.10}$$

В соответствии с (2.5) запаздывание фотона относительно нейтрино не пропорционально расстоянию L. Наоборот, при фиксированных параметрах нейтрино увеличение L приводит к уменьшению запаздывания Δt. Это означает, что эффект ОПЕРА не свидетельствует о сверхсветовой средней скорости нейтрино. Этот факт может быть проверен в другом эксперименте с другим расстоянием L.

Описание мировой линии нейтрино с помощью трубки наглядно. Однако оно довольно грубо, поскольку оно не учитывает фазу вращения винтовой линии.

Рассмотрим вместо трубки винтовую мировую линию. В системе координат K', где нейтрино в среднем покоится мировая линия описывается соотношениями

$$x'^0 = c\tau, \quad x' = R\sin(\Omega\tau), \quad y' = R\cos(\Omega\tau), \quad z' = 0 \tag{2.11}$$

В лабораторной системе координат K получаем

$$x^0 = \gamma(c\tau + \beta R\sin(\Omega\tau)), \quad x = \gamma(R\sin(\Omega\tau) + \beta c\tau), \quad y = R\cos(\Omega\tau), \quad z = 0 \tag{2.12}$$

Здесь τ есть параметр вдоль мировой линии. При значении τ_n параметра τ нейтрино детектируется. Получаем

$$ct_\mathrm{n} = \gamma(c\tau_\mathrm{n} + \beta R\sin(\Omega\tau_\mathrm{n})), \quad x_\mathrm{n} = L = \gamma(R\sin(\Omega\tau_\mathrm{n}) + \beta c\tau_\mathrm{n}) \tag{2.13}$$

Из (2.13) следует, что

$$T_\mathrm{ph} - t_\mathrm{n} = \frac{L}{c} - \gamma\left(\tau_\mathrm{n} + \frac{R\beta}{c}\sin(\Omega\tau_\mathrm{n})\right) = \gamma(1-\beta)\left(\frac{R}{c}\sin(\Omega\tau_\mathrm{n}) - \tau_\mathrm{n}\right) \tag{2.14}$$

Вводя фазу $\Phi = \Omega\tau_\mathrm{n}$, получаем из (2.14)

$$T_\mathrm{ph} - t_\mathrm{n} = \frac{1}{\Omega}\sqrt{\frac{(1-\beta)}{1+\beta}}\left(\frac{\Omega R}{\beta c}\sin\Phi - \Phi\right) \tag{2.15}$$

Первый член в (2.15) положителен и максимален, когда $\Phi = \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi$. Поскольку $\Phi > 0$, выражение (2.15) положительно, если

$$\frac{\Omega R}{\beta c} \approx \frac{\Omega R}{c} > \frac{\pi}{2} \tag{2.16}$$

Поскольку ΩR есть скорость нейтрино в системе координат K', соотношение (2.16) означает, что запаздывание фотона возможно только в случае, когда скорость нейтрино больше скорости света.

Исключая τ_n из соотношения (2.14) с помощью второго соотношения (2.13), получаем

$$T_\mathrm{ph} - t_\mathrm{n} = (1-\beta)\left(\frac{R}{c}\gamma\sin(\Omega\tau_\mathrm{n})\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) - \frac{L}{\beta c}\right) \tag{2.17}$$

Для $t_\mathrm{n} = t_\mathrm{min}$ соотношение (2.17) совпадает с соотношением (2.5)

Таким образом запаздывание фотона возможно только в случае, когда вращательная скорость нейтрино больше скорости света $\frac{\Omega R}{c} > 1$.

3 Исследование классического приближения уравнения Дирака

Идея мировой линии в форме винтовой линии появилась как результат исследования уравнения Дирака [17] - [21].

Уравнение Дирака

$$i\hbar\gamma^l\partial_l\psi - m\psi = 0 \tag{3.1}$$

описывает усредненное движение дираковской частицы (фермиона) с массой m, которая может быть очень маленькой. Единицы выбраны таким образом, что скорость света $c = 1$. Уравнение Дирака описывает усредненное движение дираковской частицы. Ту же ситуацию мы имеем в теории сплошной среды, когда уравнения газовой динамики описывают только среднее движение молекул газа, игнорируя хаотическую составляющую их движения. Такие величины как угловой момент (спин) и магнитный момент являются классическими величинами, хотя они содержат квантовую постоянную $\hbar$. В традиционном квантовом описании существование спина и магнитного момента постулируется ссылкой на уравнение Дирака, поскольку эти величины являются атрибутами уравнения Дирака. Чтобы получить какую-либо дополнительную информацию о дираковской частице, нужно упростить описание в терминах уравнения Дирака. Уравнение Дирака представляет собой систему дифференциальных уравнений в частных производных, которая описывает динамическую систему с бесконечно большим числом степеней свободы.

Чтобы исследовать структуру уравнения Дирака, нужно свести уравнение (3.1) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих статистический ансамбль $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\rm dcl}\right]$ классических динамических систем $\mathcal{S}_{\rm dcl}$, имеющих конечное число степеней свободы. Такое приведение осуществляется с помощью процедуры динамической расквантизации, когда все производные ∂_k в (3.1) проектируются на направление тока $j^l = \bar{\psi}\gamma^l\psi$

$$\partial_k \rightarrow \partial_{k\|} = \frac{j_k j^l}{j^s j_s}\partial_l, \quad j^l = \bar{\psi}\gamma^l\psi \tag{3.2}$$

Динамическая расквантизация представляет собой релятивистскую динамическую процедуру, которая не ссылается на квантовые принципы. Название этой процедуры обусловлено следующим обстоятельством. Применение динамической расквантизации (3.2) к уравнению Шредингера приводит к динамическим уравнениям для статистического ансамбля свободных классических нерелятивистских частиц. После применения процедуры (3.2) к уравнению Шредингера квантовая постоянная исчезает из динамических уравнений. Процедура (3.2) может быть применена к любой системе дифференциальных уравнений в частных производных. После применения динамической расквантизации производные по всем независимым переменным кроме одной исчезают. Эти независимые переменные превращаются в параметры, маркирующие зависимые динамические переменные. Остаются только производные по одной переменной. Выбирая эту переменную в качестве времени, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений, зависящую от параметров.

После применения динамической расквантизации (3.2) к действию для уравнения Дирака получаем после надлежащей замены переменных (смотри детали в [19])

$$\mathcal{A}_{\mathrm{Dqu}}[x,\boldsymbol{\xi}] = \int \mathcal{A}_{\mathrm{Dcl}}[x,\boldsymbol{\xi}]d\boldsymbol{\tau}, \qquad \mathbf{d}\boldsymbol{\tau} = d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \tag{3.3}$$

где $\mathcal{A}_{\mathrm{Dcl}}[x,\boldsymbol{\xi}]$ есть действие для классической динамической системы $\mathcal{S}_{\mathrm{Dcl}}$, имеющей 10 степеней свободы

$$\mathcal{S}_{\mathrm{Dcl}}: \qquad \mathcal{A}_{\mathrm{Dcl}}[x,\boldsymbol{\xi}] = \int \left\{ -\kappa_0 m\sqrt{\dot{x}^i\dot{x}_i} + \hbar\frac{(\dot{\boldsymbol{\xi}}\times\boldsymbol{\xi})\mathbf{z}}{2(1+\boldsymbol{\xi}\mathbf{z})} + \hbar\frac{(\dot{\mathbf{x}}\times\ddot{\mathbf{x}})\boldsymbol{\xi}}{2\sqrt{\dot{x}^s\dot{x}_s}(\sqrt{\dot{x}^s\dot{x}_s}+\dot{x}^0)} \right\} d\tau_0 \tag{3.4}$$

Здесь переменные $x = \{x^0, \mathbf{x}\} = \{x^0, x^1, x^2, x^3\}$, $\dot{x}^i \equiv \frac{dx^i}{d\tau_0}$ описывают 6 трансляционных степеней свободы, тогда как переменные $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ описывают некоторые внутренние степени свободы. Переменные x описываются релятивистски, тогда как переменные $\boldsymbol{\xi}$ описываются нерелятивистски, хотя динамическая расквантизация (3.2) является релятивистской процедурой. Это означает, что первоначальное уравнение Дирака (3.1) является релятивистским только по отношению к внешним (трансляционным) степеням свободы. Оно является нерелятивистским по отношению к внутренним степеням свободы, описывающим zitterbewegung [20]. Мы увидим, что внутренние степени свободы описывают быстрое вращение, и такое вращение не может описываться релятивистски.

Переменные $\boldsymbol{\xi}$, ответственные за вращение частицы, появляются вместо γ-матриц, как результат их исключения при замене динамических переменных, которое выглядит довольно громоздко.

Классическая дираковская частица $\mathcal{S}_{\mathrm{Dcl}}$ не является точечной частицей, потому что она имеет 10 степеней свободы, тогда как точечная частица имеет только 6 степеней свободы. Классическая дираковская частица $\mathcal{S}_{\mathrm{Dcl}}$ может рассматриваться как две связанные частицы (ротатор), причем рассматривается только одна из двух связанных частиц. Непонятно, какое взаимодействие связывает эти две частицы ротатора и почему вращательные степени свободы описываются нерелятивистски [20]. Кажется, что жесткая связь между частицами может быть объяснена ограниченной делимостью в геометрии пространства-времени, что характерно для дискретной геометрии пространства-времени.

В уравнении Дирака 4-импульс и 4-скорость имеют, вообще говоря, разные направления. В системе координат, где 4-вектор P_k канонического импульса имеет вид

$$P_k = \{p_0, \mathbf{p}\} = \left\{ -\frac{\kappa_0 m}{\gamma}, 0, 0, 0 \right\} \tag{3.5}$$

решение динамических уравнений, порожденных действием (3.4) приводит к результату

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \left\{ \frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma}\cos(\Omega t), -\frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma}\sin(\Omega t), 0 \right\}, \qquad \Omega = \frac{2m}{\hbar\gamma^2} \tag{3.6}$$

$$\mathbf{x} = \left\{ \frac{\hbar\gamma\sqrt{\gamma^2-1}}{2m}\sin\left(\frac{2m}{\hbar\gamma^2}t\right), \frac{\hbar\gamma\sqrt{\gamma^2-1}}{2m}\cos\left(\frac{2m}{\hbar\gamma^2}t\right), 0 \right\} \tag{3.7}$$

Здесь $\kappa_0 = \pm 1$, γ есть произвольная постоянная интегрирования (Лоренц фактор) и m есть постоянная (масса), взятая из уравнения Дирака (3.1). Единицы выбраны таким образом, что скорость света $c = 1$. Для выяснения деталей смотри [19]. Максимальная скорость вращения произвольна, но она меньше, чем скорость света $c = 1$. Все это означает, что мировая линия классической дираковской частицы является винтовой линией.

Вообще говоря, переменные $\boldsymbol{\xi}$ в действии описываются нерелятивистски. Соотношения (3.6), (3.7) получаются после коррекции действия (3.4), когда все члены в действии делаются релятивистскими. Мы не можем быть уверены, что мировая линия (3.6) (3.7) с необходимостью является времениподобной из-за нерелятивистского характера двух последних членов в действии (3.1). Мы должны рассмотреть этот вопрос в рамках каркасной концепции [22].

4 Дискретная геометрия пространства-времени

Даже если мировая линия нейтрино представляет собой пространственноподобную мировую линию, в среднем эта мировая линия может рассматриваться как времениподобная мировая трубка, которая описывает среднее движение нейтрино. Пространственноподобные винтовые линии не возможны пространственно-временной геометрии Минковского. Однако они могут быть получены в рамках каркасной концепции динамики элементарных частиц [22, 23].

Вообще говоря, мировая линия нейтрино представляет собой пространственноподобную мировую линию. В среднем эта мировая линия может рассматриваться как мировая трубка, которая описывает усредненное движение нейтрино. Такое описание невозможно в геометрии Минковского. Это получается в рамках каркасной концепции динамики элементарных частиц. [22, 23].

Каркасная концепция не является ad hoc концепцией, созданной для объяснения ОПЕРА эксперимента. Каркасная концепция динамики элементарных частиц была создана несколько лет тому назад на основе дискретной геометрии пространства-времени, которая имеет много неожиданных свойств. Математический аппарат дискретной геометрии существенно отличается от формализма геометрии Минковского, которая является непрерывной (дифференциальной) геометрией.

Функция расстояния ρ_{d} дискретной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ удовлетворяет условию

$$|\rho_{\mathrm{d}}(P,Q)| \notin (0,\lambda_0), \qquad \forall P,Q \in \Omega \tag{4.1}$$

где Ω есть множество точек, на котором задана геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$. Это означает, что в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ нет расстояний, меньших, чем элементарная длина λ_0. Расстояние $\rho_{\mathrm{d}}(P,Q) = 0$ допустимо. Это условие выполняется, если $P = Q$.

Традиционно геометрия на решетке рассматривается как дискретная геометрия. Геометрия на решетке удовлетворяет условию (4.1). Однако условие (4.1) является ограничением на значения функции расстояния ρ_{d}, а не на значения ее аргументов (точки множества Ω). В результате геометрия на решетке является карикатурой на дискретную геометрию, потому что она неоднородна и неизотропна.

Дискретная геометрия задается на том же самом множестве точек, где задается геометрия Минковского. Она получается с помощью такой деформации вида функции расстояния, что она начинает удовлетворять условию (4.1). При описании индефинитных геометрий (таких, как геометрия Минковского) удобнее использовать мировую функцию $\sigma_{\mathrm{d}} = \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{d}}^2$, потому что она всегда вещественна. В частности, мировая функция σ_{d} простейшей дискретной геометрии пространства-времени $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ выглядит следующим образом

$$\sigma_{\mathrm{d}}(P,Q) = \sigma_{\mathrm{M}}(P,Q) + \frac{\lambda_0^2}{2}\operatorname{sgn}(\sigma_{\mathrm{M}}(P,Q)), \quad \forall P,Q \in \Omega \tag{4.2}$$

где $\sigma_{\mathrm{M}}(P,Q)$ есть мировая функция геометрии Минковского $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$.

Геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ однородна и изотропна так же как и геометрия Минковского. На больших масштабах можно положить $\lambda_0 = 0$ и $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ приводится к $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$. Дискретная геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ содержит дополнительный параметр λ_0. Если квадрат элементарной длины отличается от квантовой постоянной универсальным множителем, то классическая механика статистических ансамблей недетерминированных частиц описывает квантовые эффекты в дискретной геометрии пространства-времени $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ без ссылки на квантовые принципы [16].

Математический формализм дискретной геометрии отличается от формализма дифференциальной геометрии, потому что в дискретной геометрии нет бесконечно малых расстояний, и нельзя дифференцировать и использовать дифференциальные соотношения. Кроме того, в дискретной геометрии пространства-времени нет гладких мировых линий, мы вынуждены использовать мировые цепи вместо мировых линий. В простейшем случае точечной частицы ее мировая цепь является ломаной линией, состоящей из прямолинейных отрезков длины μ. Новый параметр μ мировой цепи связан с массой m частицы с помощью универсального множителя b

$$m = b\mu \tag{4.3}$$

Соотношение (4.3) геометризует массу частицы. В результате точечная частица полностью описывается геометрическими параметрами.

В дискретной геометрии пространства-времени $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ состояние частицы не может описываться положением частицы x^k и 4-импульсом p_k, потому что p_k определяется дифференцированием гладкой мировой линии, которых не существует в $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$. В результате состояние точечной частицы описывается каркасом частицы $\mathcal{P}_1 = \{P_0, P_1\}$. Точки P_0 и P_1 описывают концы звена мировой цепи. Динамические уравнения представляют собой разностные уравнения, которые описывают эволюцию каркаса частицы.

Дискретная геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ получается как обобщение собственно евклидовой геометрии. Такое обобщение возможно, если только обе геометрии описываются в терминах величин, которые хорошо определены в обеих геометриях. Традиционное описание собственно евклидовой геометрии производится на основе линейного векторного пространства. Величины линейного векторного пространства и само линейное векторное пространство не определены в дискретной геометрии. Единственная величина, которая определена в дискретной геометрии – это функция расстояния ρ

(или мировая функция $\sigma = \frac{1}{2}\rho^2$). Чтобы обобщить собственно евклидову геометрию на случай дискретной геометрии, нужно осуществить логическую перезагрузку в описании собственно евклидовой геометрии [24]. Это означает, что собственно евклидова геометрия должна описываться в терминах евклидовой мировой функции и только в этих терминах. Такое представление евклидовой геометрии называется σ-представлением собственно евклидовой геометрии.

В σ-представлении собственно евклидовой геометрии имеются соотношения двух видов: (1) общегеометрические соотношения в терминах евклидовой мировой функции σ_{E}, которые верны для любых физических геометрий (т.е. геометрий, которые полностью описываются мировой функцией), (2) специальные геометрические соотношения, которые описывают специальные свойства евклидовой мировой функции. Общегеометрическими соотношениями являются главным образом соотношения, которые описывают свойства линейного векторного пространства. Заменяя евклидову мировую функцию σ_{E} в общегеометрических соотношениях мировой функцией σ_{d} дискретной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$, получаем общегеометрические соотношения дискретной геометрии.

Например, эквивалентность $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ описывается двумя соотношениями

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{4.4}$$

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{4.5}$$

где скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется через мировую функцию соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = \sigma(P_0, Q_1) + \sigma(P_1, Q_0) - \sigma(P_1, Q_1) - \sigma(P_0, Q_0) \tag{4.6}$$

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{2\sigma(P_0, P_1)} \tag{4.7}$$

Уравнение (4.4) описывает параллельность векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, тогда как уравнение (4.5) описывает равенство их длин. Уравнения (4.4) - (4.7) являются общегеометрическими соотношениями, которые верны во всех дискретных (и физических) геометриях.

5 Каркасная концепция динамики элементарных частиц

Существуют композитные частицы, которые описываются каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$, состоящим из $n+1$ пространственно-временных точек. Такой каркас является аналогом координатной системы (репера), жестко прикрепленной к физическому телу. Следя за движением каркаса, можно следить за движением физического тела. Каркас частицы описывает состояние частицы. Эволюция каркаса описывается мировой цепью связанных каркасов

$$\mathcal{C} = \bigcup_s \mathcal{P}_n^{(s)}, \quad \mathcal{P}_n^{(s)} = \left\{P_0^{(s)}, P_1^{(s)}, ...P_n^{(s)}\right\} \tag{5.1}$$

Смежные каркасы связаны в том смысле, что

$$P_1^{(s)} = P_0^{(s+1)}, \quad s = ...0, 1, .. \tag{5.2}$$

Вектор $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)} = \mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_0^{(s+1)}$ является ведущим вектором, который определяет форму мировой цепи. Все каркасы одинаковы

$$\mu_{ik} = \left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right| = \text{const}, \quad i, k = 0, 1, ...n, \qquad s = ...0, 1, .. \tag{5.3}$$

$n(n+1)/2$ величин μ_{ik} являются инвариантными характеристиками композитной частицы. В простейшем случае, когда $n = 1$, имеется один инвариант – геометрическая масса μ, которая связана с обычной массой m с помощью соотношения (4.3). В случае композитной частицы значение инвариантных параметров μ_{ik} пока не известно.

В случае движения свободной композитной частицы ориентация векторов $\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}$ $i, k = 0, 1, ...n$, сохраняется. Это означает

$$\left(\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}.\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right) = \left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right| \cdot \left|\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right| = \mu_{ik}^2, \quad i, k = 0, 1, ...n, \qquad s = ...0, 1, .. \tag{5.4}$$

Уравнения (5.3), (5.4) могут быть записаны в виде

$$\mathcal{P}_n^{(s)}\text{eqv}\mathcal{P}_n^{(s+1)}, \qquad s = ...0, 1, ... \tag{5.5}$$

где эквивалентность двух каркасов $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$ и $\mathcal{P}'_n = \{P'_0, P'_1, ...P'_n\}$ означает

$$(\mathcal{P}_n\text{eqv}\mathcal{P}'_n) : \qquad \mathbf{P}_i\mathbf{P}_k\text{eqv}\mathbf{P}'_i\mathbf{P}'_k, \qquad i, k = 0, 1, , ...n \tag{5.6}$$

Динамические уравнения (5.2), (5.5) являются разностными уравнениями, записанными в бескоординатном виде. Число динамических уравнений равно $n(n+1)$, тогда как число динамических переменных, подлежащих определению, равно nD, где D есть число координат, описывающих положение точки в пространстве-времени.

Если $n(n+1) < nD$, то положение s-ого звена определяет положение $(s+1)$-ого звена, вообще говоря, неоднозначно. Если $n(n+1) > nD$, то динамические уравнения могут иметь решения только для нескольких каркасов. Большинство каркасов оказываются, вообще говоря, запрещенными. Это приводит к существованию дискретных значений инвариантных параметров μ_{ik} у некоторых композитных частиц.

Таким образом, каркасная концепция динамики элементарных частиц (взаимоотношение между числом динамических уравнений и числом динамических переменных) существенно отличается от классической концепции динамики элементарных частиц, где число динамических уравнений совпадает с числом динамических переменных. Совпадение числа динамических уравнений с числом динамических переменных означает, что описание движения частиц является детерминированным, и динамические уравнения могут быть получены из вариационного принципа. Даже если движение частицы является недетерминированным (случайным), описание этого детерминированного движения может быть сделано детерминированным. В этом случае рассматривается статистический ансамбль недетерминированных частиц. Динамические уравнения для статистического ансамбля оказываются детерминированными. Они могут быть получены из вариационного принципа, Динамические уравнения для статистического ансамбля существуют, если даже динамические уравнения для отдельной частицы не существуют [25]. Другими словами, хотя движение отдельной частицы недетерминировано, усредненное движение этой частицы может быть детерминированным. Усредненное движение частицы может описываться в рамках классической концепции динамики частиц.

В рамках каркасной концепции динамики можно прямо описывать движение недетерминированной частицы, и можно получить более подробную информацию о недетерминированной частице. Например, в рамках классической концепции динамики такие классические величины как спин и магнитный момент фермиона постулируются при помощи утверждения, что частица описывается уравнением Дирака, а спин и магнитный момент являются атрибутами уравнения Дирака. В рамках каркасной концепции динамики спин и магнитный момент являются следствиями винтообразной формы мировой линии частицы. Это более подробная информация о движении фермиона, которая оказывается существенной при объяснении результатов эксперимента ОПЕРА.

6 Проявление индетерминизма точечной частицы

Точечная частица описывается каркасом $\mathcal{P}_1$, состоящим из двух точек P_0, P_1. В этом случае $n = 1$ и число динамических уравнений равно $n(n+1) = 2$. Число динамических переменных $nD = 4$. Это больше, чем число динамических уравнений. Является ли движение частицы детерминированным, зависит от числа решений двух уравнений

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2, \quad |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2| \tag{6.1}$$

В терминах мировой функции они записываются в виде

$$\sigma_{\mathrm{d}}(P_0, P_2) = 4\sigma_{\mathrm{d}}(P_0, P_1), \quad \sigma_{\mathrm{d}}(P_1, P_2) = \sigma_{\mathrm{d}}(P_0, P_1) \tag{6.2}$$

Решим эти уравнения для случая времениподобных векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$, положив

$$P_0 = \{0,0,0,0\}, \quad P_1 = \{l,0,0,0\}, \quad P_2 = \{ct,x,y,z\} \tag{6.3}$$

Рассматривается дискретное пространство-время, и мировая функция σ_{d} определяется соотношением (4.2). Решение этих уравнений имеет вид

$$ct = 2l + \frac{3}{2}\frac{\lambda_0^2}{l}, \quad x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = 3\lambda_0^2 + \frac{9}{4}\frac{\lambda_0^4}{l^2} \tag{6.4}$$

В результате точка P_2 имеет координаты

$$P_2 = \left\{2l + \frac{3}{2}\frac{\lambda_0^2}{l}, r\sin\theta\cos\varphi, r\sin\theta\sin\varphi, r\cos\theta\right\}, \quad r = \lambda_0\sqrt{3 + \frac{9}{4}\frac{\lambda_0^2}{l^2}} \tag{6.5}$$

где θ и φ суть произвольные величины. Таким образом, пространственные координаты точки P_2 определяются с точностью до $\sqrt{3}\lambda_0$. В пределе $\lambda_0 \to 0$ точка P_2 определяется однозначно. Два решения

$$P_2' = \left\{2l + \frac{3}{2}\frac{\lambda_0^2}{l}, 0, 0, r\right\}, \quad P_2'' = \left\{2l + \frac{3}{2}\frac{\lambda_0^2}{l}, 0, 0, -r\right\}$$

разделены пространственным расстоянием $i\,|\mathbf{P}_2'\mathbf{P}_2''| = 2r \approx 2\sqrt{3}\lambda_0$ $(\lambda_0 \ll l)$. Это максимальное расстояние между двумя решениями $\mathbf{P}_2'$ и $\mathbf{P}_2''$.

Рассмотрим ту же задачу для пространственноподобных векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$, когда

$$P_0 = \{0,0,0,0\}, \quad P_1 = \{0,l,0,0\}, \quad P_2 = \{ct, x, y, z\} \tag{6.6}$$

Имеем те же уравнения (6.2), но теперь мы получаем другое решение

$$x = 2l + \frac{3\lambda_0^2}{2l}, \quad c^2t^2 - y^2 - z^2 = r^2 = 3\lambda_0^2 + \frac{9}{4}\frac{\lambda_0^4}{l^2} \tag{6.7}$$

Точка P_2 имеет координаты

$$P_2 = \left\{\sqrt{a_2^2 + a_3^2 + r^2}, 2l + \frac{3\lambda_0^2}{2l}, a_2, a_3\right\}, \quad r^2 = 3\lambda_0^2\left(1 + \frac{3\lambda_0^2}{4l^2}\right) \tag{6.8}$$

где a_2 и a_3 являются произвольными величинами. Различие между двумя решениями P_2' и P_2''

$$P_2' = \left\{\sqrt{a_2^2 + a_3^2 + r^2}, 2l + \frac{3\lambda_0^2}{2l}, a_2, a_3\right\}, \quad P_2'' = \left\{\sqrt{b_2^2 + b_3^2 + r^2}, 2l + \frac{3\lambda_0^2}{2l}, b_2, b_3\right\}$$

может быть бесконечно большим

$$|\mathbf{P}_2'\mathbf{P}_2''| = \sqrt{2a_2b_2 + 2a_3b_3 - 2\sqrt{r^2 + a_2^2 + a_3^2}\sqrt{r^2 + b_2^2 + b_3^2} + 2r^2}$$

Эта разница остается бесконечно большой даже в случае, если $\lambda_0 \to 0$.

Частицы с пространственноподобной мировой линией известны как тахионы. Тахионы не были обнаружены экспериментально. С точки зрения каркасной концепции это вполне естественно, потому что звенья мировой цепи тахиона разбросаны хаотически по пространству-времени, и нельзя распознать различные точки мировой цепи тахиона как принадлежащие к одной и той же мировой цепи. В результате невозможно проследить за мировой цепью тахиона. Наоборот, звенья временииподобной мировой цепи вихляют, но пространственная амплитуда такого вихляния порядка элементарной длины λ_0, и можно проследить за мировой цепью обычной частицы [16].

В традиционной концепции динамики частиц предполагается, что частицы с пространственноподобной мировой линией (тахионы) не могут существовать из-за принципов теории относительности, которые провозглашают, что движение реальных тел со сверхсветовой скоростью не возможно. В каркасной концепции динамики пространственноподобные мировые цепи допустимы, но нельзя проследить за пространственноподобной цепью точечной частицы (тахиона). Однако, если пространственноподобная мировая цепь представляет собой винтовую линию с времениподобной осью, то можно проследить за такой мировой цепью, потому что она выглядит как времениподобная мировая трубка.

Однако, возможны ли мировые цепи в виде винтовой линии? Они невозможны в дискретной геометрии пространства-времени с мировой функцией (4.2). Но они оказываются возможными, если мировая функция имеет вид

$$\sigma_{\mathrm{g}} = \sigma_{\mathrm{M}} + \frac{\lambda_0^2}{2} \begin{cases} \mathrm{sgn}\,(\sigma_{\mathrm{M}}) & \text{если} \quad |\sigma_{\mathrm{M}}| > \sigma_0 > 0 \\ f\left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right) & \text{если} \quad |\,\sigma_{\mathrm{M}}| < \sigma_0 \end{cases} \tag{6.9}$$

где функция f удовлетворяет соотношениям

$$f(x) = -f(x)\,, \quad f(1) = 1, \quad |f(x)| < |x|\,, \quad x \in (-1, 1) \tag{6.10}$$

и σ_0 =const. Геометрия пространства-времени с мировой функцией (6.9) является дискретной лишь частично. Мы будем называть такую геометрию зернистой геометрией пространства-времени. Мировая функция (6.9) отличается от мировой функции (4.2) лишь в малой области вблизи значения $\sigma_{\mathrm{g}} = 0$, где $|\sigma_{\mathrm{M}}| < \sigma_0$.

Вид функции f сейчас неизвестен, но ее вид универсален, потому что она описывает геометрию пространства-времени. В работе [23] мировая функция σ_{d} была взята в виде

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + \lambda_0'^2 \begin{cases} \mathrm{sgn}\,(\sigma_{\mathrm{M}}) & \text{если} \quad |\sigma_{\mathrm{M}}| > \sigma_0 > 0 \\ \left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right)^3 & \text{если} \quad |\,\sigma_{\mathrm{M}}| < \sigma_0 \end{cases} \tag{6.11}$$

т.е. вместо элементарной длины λ_0 использовалась величина $\lambda_0' = \lambda_0/\sqrt{2}$. Мировая функция (6.11) не претендует на описание реальной геометрии пространства-времени. Исследуется только возможность существования винтообразной мировой цепи. Идея винтообразной мировой цепи и ее ассоциация с фермионом (дираковской частицей) возникла в результате исследования уравнения Дирака.

Исследование в [23] подтвердило идею о винтообразной мировой цепи. Винтообразная мировая цепь может быть как пространственноподобной, так и времениподобной. Нас в данном случае будет интересовать пространственноподобная мировая цепь.

Бесконечная амплитуда вихляния пространственноподобных мировых цепей точечных тахионов может разрушить винтообразную форму пространственноподобной мировой цепи. Чтобы стабилизировать винтообразную форму, следует увеличить число точек в каркасе. Это можно сделать разными способами. В работе [23] рассматривался каркас, состоящий из трех точек. Оказалось, что этого достаточно для уменьшения амплитуды вихляния и стабилизации винтообразной формы пространственноподобной мировой цепи. Оказалось, что винтообразная форма мировой цепи налагает некоторые ограничения на параметры каркаса частицы. Исследование в [23] было произведено в 4-мерном пространстве-времени, которое пригодно для описания нейтральных фермионов. Для описания заряженных фермионов нужно использовать 5-мерное дискретное пространство-время Калуцы-Клейна.

7 Заключительные замечания

Эксперимент ОПЕРА проводился для исследования осцилляций нейтрино. Обнаружение "сверхсветовой скорости" нейтрино было неожиданным результатом. Каркасная концепция динамики частиц не является ad hoc концепцией, созданной для объяснения результатов эксперимента ОПЕРА. Каркасная концепция динамики частиц является естественным следствием геометрической парадигмы, когда геометрия пространства-времени дискретна, и квантовые принципы не используются. В геометрической парадигме пространственноподобные мировые цепи и тахионы не запрещены. Точечные тахионы только не могут быть обнаружены из-за бесконечно большой амплитуды вихляния их мировых цепей.

Результаты экспериментов ОПЕРА не могут быть объяснены в рамках квантовой парадигмы, где геометрия пространства-времени непрерывна, и используются квантовые принципы. В результате эксперимент ОПЕРА оказывается ключевым экспериментом, свидетельствующим в пользу геометрической парадигмы.

Каркасная концепция динамики частиц позволяет получить более детальную информацию о структуре элементарных частиц, чем это возможно в рамках классической концепции динамики частиц. В частности, в каркасной концепции строится модель спина нейтрино, тогда как в классической концепции динамики частиц спин нейтрино просто постулируется.

В каркасной концепции динамики частиц существует естественный дискриминационный механизм, отбирающий возможные каркасы композитных частиц. Этот механизм отвечает за дискретные значения параметров элементарных частиц. В традиционной концепции динамики частиц такой дискриминационный механизм оказывается искусственным.

Список литературы

[1] The OPERA Collaboration: T. Adam, N. Agafonova et al. Measurement of the neutrino velocity with the OPERA detector in the CNGS beam. *e-print 1109.4897.*

[2] Yu. A. Rylov Discrete space-time geometry and skeleton conception of particle dynamics. *e-print 1110.3399v1*

[3] E. Madelung, *Z.Phys.* **40,** 322, (1926).

[4] L. de Broglie, *Comptes Rendus* **183**, 447, (1926).

[5] D. Bohm, *Phys.Rev.* **85** (1952) 166, 180.

[6] Yu.A.Rylov, Spin and wave function as attributes of ideal fluid. (*Journ. Math. Phys.* **40**, *pp. 256 - 278, (1999).*

[7] K. Menger, Untersuchen über allgemeine Metrik, *Mathematische Annalen,* **100**, 75-113, (1928).

[8] L.M. Blumenthal, *Theory and Applications of Distance Geometry*, Oxford, Clarendon Press, 1953

[9] Yu.A. Rylov, Geometry without topology *e-print math.MG/0002161.*

[10] Yu.A.Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci.* **30**, *iss. 12, 733-760, (2002)*, (see also *e-print math.MG/0103002*).

[11] Yu. A.Rylov, Deformation principle as a foundations of physical geometry and its application to the space-time geometry". *Hypercomplex Numbers in Geometry and Physics*, **2**, *69-96, (2004)*, (in Russian). (In Enlish *e-print physics/0411103*)

[12] Rylov Yu. A. Multivariance as a crucial property of microcosm *Concepts of Physics* **6**, iss.1, 89 -117, (2009), see also *e-print 0806.1716*

[13] Yu. A. Rylov, Tubular geometry construction as a reason for new revision of the space-time conception. in *What is Geometry?* polimetrica Publisher, Italy, pp.201-235 http://www.polimetrica.com/polimetrica/406/

[14] Yu. A. Rylov, Different conceptions of Euclidean geometry. *http://arXiv.org /abs /0709.2755*

[15] Yu. A. Rylov, Non-Euclidean method of the generalized geometry construction and its application to space-time geometry. in *Pure and Applied Differential geometry pp.238-246.* eds. Franki Dillen and Ignace Van de Woestyne. Shaker Verlag, Aachen, 2007. (see also *e-print math/0702552.*)

[16] Yu.A. Rylov, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *Journ. Math. Phys.* **32(8)**, *2092-2098, (1991).*

[17] Yu.A.Rylov, Dirac equation in terms of hydrodynamic variables. *Advances in Applied Clifford Algebras*, **5**, *pp 1-40, (1995).* (see also *e-print* 1101.5868)

[18] Yu.A. Rylov, Dynamic disquantization of Dirac equation. *e-print 0104060..*

[19] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle composite? *e-print /physics /0410045*

[20] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle completely relativistic? *e-print /physics /0412032.*

[21] Yu. A. Rylov, Dynamical methods of investigation in application to the Dirac particle. *e-print /physics/0507084.*

[22] Yu. A. Rylov, Discrete space-time geometry and skeleton conception of particle dynamics. *e-print 1110.3399v1.*

[23] Yu. A.Rylov, Geometrical dynamics: spin as a result of rotation with superluminal speed. *e-print 0801.1913.*

[24] Yu. A.Rylov, Different conceptions of Euclidean geometry and their application to the space-time geometry. *e-print 0709.2755v4.*

[25] Yu. A. Rylov, Uniform formalism for description of dynamic, quantum and stochastic systems. *e-print 0603237v6.*