Тахионы и тахионный газ в дискретной геометрии пространства-времени

Ю.А.Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site: $http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

В дискретной геометрии пространства-времени тахионы имеют два неожиданных свойств: (1)отдельный тахион не может быть обнаружен и (2) тахионный газ может быть обнаружен по его гравитационному воздействию. Хотя молекулы (тахионы) тахионного газа движутся со сверхсветовыми скоростями, средняя скорость движения этих молекул оказывается досветовой. Свойства тахионного газа отличаются от свойств обычного газа. Давление тахионного газа зависит от гравитационного потенциала и не зависит от температуры. В результате тахионный газ может образовывать огромные гало вокруг галактик. Эти гало имеют почти постоянную плотность, и это обстоятельство может объяснить кривые вращения звезд на периферии галактики. Свойства тахионного газа позволяют рассматривать его как темную материю.

Ключевые слова: дискретная геометрия, тахион, темная материя, кривые вращения

1 Введение

Здесь рассматриваются тахион и тахионный газ, потому что тахионный газ имеет характерные свойства так называемой темной (скрытой) материи. С одной стороны, не удается обнаружить отдельную частицу темной материи. С другой стороны, темная материя образует огромные гало вокруг галактик с почти постоянной плотностью распределения массы внутри гало. Существование таких гало обнаруживается по их гравитационному воздействию на скорости звезд на периферии галактики. Тахионы имеют похожие свойства. Отдельный тахион не может быть обнаружен. Тахионный газ имеет почти постоянную плотность массы в гравитационном поле галактики.

Тахион представляет собой гипотетическую частицу, движущуюся быстрее скорости света. Его масса покоя мнимая. Такие частицы пока не были обнаружены.

Впервые такие частицы рассматривал А.Зоммерфельд [1]. Частицы с отрицательными и мнимыми массами рассматривались Я.П.Терлецким [2]. Тахионы исследовались также другими исследователями [3, 4, 5, 6]. Рассматривались не только тахионы, но также и тахионные поля, являющиеся результатом квантования тахионов.

К сожалению, эффективное описание тахионов возможно только в дискретной геометрии пространства-времени. Рассмотрение тахионов в непрерывной (римановой) геометрии пространства-времени приводит к выводу, что тахионы не существуют, тогда как рассмотрение тахионов в рамках дискретной геометрии пространства-времени приводит к заключению, что отдельный тахион нельзя обнаружить. Невозможность обнаружения отдельного тахиона не означает, что тахионы не существуют. Тахионы могут существовать, но обнаружить отдельный тахион нельзя даже если окажется, что тахион может взаимодействовать с некоторыми элементарными частицами. Например, нейтрон самопроизвольно распадается на протон, электрон и нейтрино. Однако нельзя быть уверенным, что этот распад не является результатом столкновения нейтрона с тахионом, потому что тахионный газ может заполнять всю вселенную с почти постоянной плотностью.

Такие необычные свойства тахионов обусловлены тем, что в дискретной геометрии пространства-времени гладкие мировые линии заменяются мировыми цепями. Звенья тахионных мировых цепей представляют собой пространственноподобные отрезки. Две смежных точки тахионной мировой цепи могут разделяться очень большим пространственным расстоянием. Обнаружив одну из точек этой мировой цепи, нельзя обнаружить смежную точку мировой цепи.

Ключевой точкой нашего исследования является использование дискретной геометрии пространства-времени, чьи свойства сильно отличаются от свойств римановой геометрии и других непрерывных геометрий. Математический аппарат дифференциальной геометрии не годится для дискретной геометрии. Линейное векторное пространство, которое является основой дифференциальной геометрии, не может быть введено в дискретной геометрии. Вводя формализм линейного векторного пространства в дискретную геометрию, мы получаем неоднозначность таких операций как сложение векторов и разложение вектора на составляющие. Единственной величиной общей для непрерывной и дискретной геометрии является расстояние d или мировая функция $\sigma = \frac{1}{2}d^2$.

При рассмотрении дискретной геометрии можно не использовать квантовые принципы, потому что для обычных частиц с положительной массой покоя (тардионов) квантовые принципы являются следствием дискретности геометрии пространства-времени. Рассмотрение квантовых принципов в дискретной геометрии пространства-времени напоминает описание броуновского движения в терминах теплорода (в терминах аксиоматической термодинамики). Если элементарная длина λ_0 дискретной геометрии пространства-времени связана с квантовой постоянной $\hbar$ с помощью соотношения $\lambda_0^2 = \hbar/bc$ (постоянные $\hbar$, b, c являются универсальными постоянными), то квантовые эффекты для тардионов могут быть объяснены как геометрические эффекты дискретной геометрии пространства-времени [7]. В подобной ситуации бессмысленно квантовать тардионы и рассматривать тахионные поля. Следует рассматривать тахионы как классические частицы в дискретной геометрии пространства-времени.

Математический аппарат дифференциальной (непрерывной) геометрии не может быть применен к дискретной геометрии. В дискретной геометрии нет непрерывных мировых линий, нет дифференциальных уравнений и дифференциальных соотношений. Нельзя использовать фазовое пространство координат и импульсов для описания состояния частицы, потому что импульс есть результат дифференцирования вдоль непрерывной мировой линии. А использовать дифференцирование в дискретной геометрии нельзя. В дискретной геометрии пространства-времени состояние частицы описывается двумя точками P_s, P_{s+1}. Вектор $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ описывает геометрический импульс частицы, и его модуль $\mu = |\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}|$ определяет массу частицы m с помощью соотношения

$$m = b\mu \tag{1.1}$$

где b есть универсальная постоянная и μ есть геометрическая масса частицы. Динамика частицы в дискретной геометрии пространства-времени описывается каркасной концепцией [8], где вместо непрерывной мировой линии используется мировая цепь $\mathcal{C}$ (ломаная линия), звеньями которой являются векторы $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ одной и той же длины μ

$$\mathcal{C} = \bigcup_s \mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}, \quad |\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}| = \mu = \text{const}, \quad s = ...0, 1, 2, ... \tag{1.2}$$

Для свободной частицы смежные векторы $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ и $\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}$ эквивалентны ($\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}\text{eqv}\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}$). Это означает, что

$$(\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}.\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}) = |\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}| \cdot |\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}| \wedge (|\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}| = |\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}|) \tag{1.3}$$

В соответствии с отношением эквивалентности (1.3)в дискретной геометрии пространства-времени фиксированный вектор $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ определяет смежный вектор $\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}$ неоднозначно. В результате мировая цепь вихляет. Амплитуда этого вихляния порядка элементарной длины λ_0 для тардионов ($\mu^2 > 0$). Это вихляние является причиной квантовых эффектов. Для тахионов амплитуда вихляния бесконечна.

Для тахионов пространственное расстояние между смежными точками P_s и P_{s+1} случайно, и оно может быть бесконечно большим. Другими словами, отдельный тахион не может быть обнаружен в эксперименте, потому что его нельзя обнаружить, а не потому что тахионы не существуют.

Однако, если нельзя обнаружить отдельный тахион, то это не означает, что нельзя обнаружить гравитационное воздействие тахионного газа, состоящего из многих ненаблюдаемых тахионов. Ненаблюдаемые тахионы образуют так называемую темную материю, которая образует большие сферические гало вокруг некоторых галактик. Существование таких гало необходимо для объяснения скоростей вращения звезд (кривые вращения) в некоторых галактиках [9]. В этих галактиках скорости вращения звезд практически не зависят от расстояния r до ядра галактики. Иногда скорости звезд возрастают с увеличением расстояния r до ядра галактики. Если гравитирующая масса концентрируется в ядре галактики, то гравитационная сила Ньютона пропорциональна r^{-2}, и вращательная скорость пропорциональна $r^{-1/2}$. Внутри гравитирующей сферы с однородным распределением массы гравитационая сила Ньютона пропорциональна r, и скорость вращения пропорциональна r.

В данной работе мы попытаемся рассчитать параметры тахионного газа для того, чтобы определить может ли тахионный газ заполнять гало с необходимой плотностью.

2 Дискретная геометрия пространства-времени

Дискретная геометрия получается как обобщение собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, которая строится обычно как логическое построение. Традиционно используется метод Евклида, когда все утверждения геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ выводятся из системы аксиом, описывающих свойства простейших геометрических объектов геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Метод Евклида непригоден для построения дискретной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$. Неадекватность метода Евклида связана с тем, что мы не знаем как выглядят простейшие геометрические объекты геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ в других геометриях. Например, отрезок прямой $\mathcal{T}_{[P_0P_1]}$ между точками P_0 и P_1 является одномерной линией в $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, тогда как $\mathcal{T}_{[P_0P_1]}$ является поверхностью в $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$. Есть только одна величина, которая является общей для $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ и $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$. Это расстояние $d\left(P_0, P_1\right)$ между двумя точками P_0 и P_1 точечного множества Ω, где задана геометрия. Более эффективно использовать мировую функцию $\sigma = \frac{1}{2}d^2$ вместо расстояния d, потому что мировая функция σ всегда вещественна (даже в геометрии Минковского, где расстояние d может быть мнимым).

Мировая функция σ есть вещественная однозначная функция. Она определяется соотношением

$$\sigma: \quad \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \quad \sigma(P,Q) = \sigma(Q,P), \quad \sigma(P,P) = 0, \quad \forall P,Q \in \Omega \tag{2.1}$$

Для обобщения $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ на $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$, нужно описать геометрию $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ в терминах евклидовой мировой функции σ_{E}. После этого, заменяя σ_{E} мировой функцией σ_{d} геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ во всех утверждениях геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, получаем все утверждения геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$. Мировая функция σ_{d} геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ может быть взята в виде

$$\sigma_{\mathrm{d}}\left(P,Q\right) = \sigma_{\mathrm{M}}\left(P,Q\right) + \frac{\lambda_0^2}{2}\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P,Q\right)\right), \quad \forall P,Q \in \Omega \tag{2.2}$$

где σ_{M} есть мировая функция геометрии Минковского $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$, и λ_0 есть элементарная длина. В силу соотношения (2.2) все расстояния в $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ удовлетворяют соотношению

$$\left|\rho_{\mathrm{d}}\left(P,Q\right)\right| = \left|\sqrt{2\sigma_{\mathrm{d}}\left(P,Q\right)}\right| \notin \left(0,\lambda_0\right), \quad \forall P,Q \in \Omega \tag{2.3}$$

Будучи представленной в терминах мировой функции σ_{E}, собственно евклидова геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ содержит два вида соотношений: (1) общегеометрические соотношения, которые содержат только мировую функцию σ_{E}, и (2) специальные соотношения геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, которые содержат ограничения, налагаемые на мировую функцию σ_{E}. Подход, когда геометрия описывается в терминах и только в терминах мировой функции, будем называть метрическим подходом к геометрии. Любую геометрию, описываемую мировой функцией полностью, будем называть физической геометрий.

Приведем некоторые общегеометрические определения, которые важны в динамике частиц:

Вектор $\mathbf{PQ}$ есть упорядоченное множество $\{P, Q\}$ из двух точек P, Q (а не элемент линейного векторного пространства как обычно). Скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = \sigma(P_0, Q_1) + \sigma(P_1, Q_0) - \sigma(P_0, Q_0) - \sigma(P_1, Q_1) \qquad (2.4)$$

длина $|\mathbf{PQ}|$ вектора $\mathbf{PQ}$ определяется соотношением

$$|\mathbf{PQ}|^2 = (\mathbf{PQ}.\mathbf{PQ}) = 2\sigma(P, Q) \qquad (2.5)$$

n векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_2, ...\mathbf{P}_0\mathbf{P}_n$ линейно зависимы, если и только если определитель Грама

$$F_n(\mathcal{P}_n) = \det ||(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k)||, \quad i, k = 1, 2, ...n, \quad \mathcal{P}_n \equiv \{P_0, P_2, ...P_n\} \qquad (2.6)$$

обращается в нуль

$$F_n(\mathcal{P}_n) = 0 \qquad (2.7)$$

Два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ эквивалентны (равны) ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$), если векторы параллельны

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \upuparrows \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1): \quad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \qquad (2.8)$$

и их длины равны

$$\sigma(P_0, P_1) = \sigma(Q_0, Q_1) \qquad (2.9)$$

В соответствии с (2.8), (2.9) определение эквивалентности имеет вид (1.3)

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1: \quad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 \wedge |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|^2 \qquad (2.10)$$

Все общегеометрические соотношения (2.4) - (2.10) получаются как свойства линейного векторного пространства. Однако, они не содержат ссылок на линейное векторное пространство. Они написаны в терминах мировой функции σ_{E} собственно евклидового пространства, и они могут быть использованы любой физической геометрии даже в том случае, когда в этой геометрии нельзя ввести линейное векторное пространство. Чтобы использовать соотношения (2.4) - (2.10) в дискретной геометрии достаточно использовать в них мировую функцию σ_{d} дискретной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$.

С формальной точки зрения общегеометрические соотношения (2.4) - (2.10) осуществляют некоторую переработку информации, содержащейся в мировой функции. Такая переработка должна быть универсальной, т.е. одинаковой во вех обобщенных геометриях. Такой метод переработки известен для собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Он может быть использован для построения других обобщенных геометрий. В случае, когда можно ввести линейное векторное пространство, такая переработка позволяет построить динамику частиц в пространственно-временной геометрии, оснащенной линейным векторным пространством. Поскольку общегеометрические соотношения (2.4) - (2.10) универсальны в том смысле, что они не ссылаются на линейное векторное пространство, они могут быть использованы для построения динамики частиц в тех геометриях пространства-времени, где введение линейного векторного пространства невозможно.

Такое построение геометрии очень эффективно, поскольку оно не требует доказательства многочисленных теорем и проверки совместимости аксиом. Кроме того геометрия может быть построена в бескоординатной форме. Монистический характер геометрии (описание в терминах единственной базовой величины - мировой функции) автоматически обеспечивает правильную связь между всеми вторичными величинами во всех физических геометриях. Установление связи между различными геометрическими величинами является главной проблемой при попытке плюралистического построения геометрии, основанного на использовании нескольких независимых базовых величин.

Специальные соотношения собственно евклидовой геометрии имеют вид [10]:

I. Определение метрической размерности:

$$\exists \mathcal{P}_n \equiv \{P_0, P_1, ...P_n\} \subset \Omega, \qquad F_n(\mathcal{P}_n) \neq 0, \qquad F_k\left(\Omega^{k+1}\right) = 0, \qquad k > n \tag{2.11}$$

где $F_n(\mathcal{P}_n)$ есть определитель Грама n-ого порядка (2.6). Векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i$, $i = 1, 2, ...n$ являются базовыми векторами прямолинейной координатной системы K_n с началом координат в точке P_0. Ковариантные координаты точки P в системе координат K_n определяются соотношением

$$x_i(P) = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i.\mathbf{P}_0\mathbf{P}), \qquad i = 1, 2, ...n \tag{2.12}$$

Метрические тензоры $g_{ik}(\mathcal{P}_n)$ и $g^{ik}(\mathcal{P}_n)$, $i, k = 1, 2, ...n$ в K_n определяются соотношениями

$$\sum_{k=1}^{k=n} g^{ik}(\mathcal{P}_n)\, g_{lk}(\mathcal{P}_n) = \delta_l^i, \qquad g_{il}(\mathcal{P}_n) = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_l), \qquad i, l = 1, 2, ...n \tag{2.13}$$

II. Линейная структура евклидова пространства:

$$\sigma_{\mathrm{E}}(P, Q) = \frac{1}{2}\sum_{i,k=1}^{i,k=n} g^{ik}(\mathcal{P}_n)\,(x_i(P) - x_i(Q))\,(x_k(P) - x_k(Q)), \qquad \forall P, Q \in \Omega \tag{2.14}$$

где координаты $x_i(P)$, $x_i(Q)$, $i = 1, 2, ...n$ точек P и Q суть ковариантные координаты векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}$, $\mathbf{P}_0\mathbf{Q}$ соответственно в системе координат K.

III: Матрица метрического тензора $g_{lk}(\mathcal{P}^n)$ имеет только положительные собственные значения g_k

$$g_k > 0, \qquad k = 1, 2, ..., n \tag{2.15}$$

IV. Условие непрерывности: система уравнений

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i.\mathbf{P}_0\mathbf{P}) = y_i \in \mathbb{R}, \qquad i = 1, 2, ...n \tag{2.16}$$

рассматриваемая как система уравнений для определения точки P как функции координат $y = \{y_i\}$, $i = 1, 2, ...n$ всегда имеет одно и только одно решение. Условия I – IV содержат ссылку на размерность n евклидова пространства, которая определяется соотношениями (2.11).

Специальные соотношения собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\rm E}$ могут быть не верны для других физических геометрий. В некоторых случаях эти соотношения могут выполняться частично. Например, метрическая размерность может быть определена локально. Вместо ограничения (2.11) используются условия

$$\forall P_0 \in \Omega, \quad \exists \mathcal{P}_n \equiv \{P_0, P_1, ...P_n\} \subset \Omega, \quad F_n(\mathcal{P}_n) \neq 0, \quad F_k(\mathcal{P}_k) = 0, \quad k > n \tag{2.17}$$

где все каркасы $\mathcal{P}_n$ содержат только бесконечно близкие точки. Соотношения (2.17) определяют метрическую размерность для локально плоской (римановой) геометрии.

Все соотношения I – IV записаны в терминах мировой функции. Они являются ограничениями на вид мировой функции собственно евклидовой геометрии.

Собственно евклидова геометрия в σ-представлении выглядит совсем по-другому, чем в традиционном представлении на основе линейного векторного пространства. Например, такая величина как размерность геометрии имеет два различных значения в σ-представлении. С одной стороны, метрическая размерность $n_{\rm m}$ представляет собой максимальное число линейно независимых векторов, определяемое соотношениями (2.11). С другой стороны, координатная размерность $n_{\rm c}$ есть число координат, используемое для описания точечного множества Ω. В собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\rm E}$ координатная размерность совпадает с метрической размерностью ($n_{\rm c} = n_{\rm m}$), и это обстоятельство является следствием специальных (не общегеометрических) соотношений (2.11), (2.12)

Вообще, координатная маркировка точек множества Ω не имеет отношения к геометрии. В собственно евклидовой геометрии эти две размерности совпадают, потому что координатная размерность $n_{\rm c}$ определяется специальными условиями (2.11), (2.12), которые характерны для собственно евклидовой геометрии. В геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$ число $n_{\rm m}$ линейно независимых векторов больше, чем число координат $n_{\rm c}$. Например, для шести точек $\mathcal{P}_5 = \{P_0, P_1...P_5\}$ и пяти векторов

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 &= \{l, 0, 0, 0\}, \quad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_2 = \{0, l, 0, 0, 0\}, \quad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_3 = \{0, 0, l, 0\}, \\
\mathbf{P}_0\mathbf{P}_4 &= \{0, 0, 0, l\}, \quad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_5 = \{a, 0, 0, 0\}
\end{aligned}$$

определитель Грама $F_5(\mathcal{P}_5)$ не обращается в нуль в геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$ с мировой функцией (2.2). Получаем для случая $d = \lambda_0^2/2 \ll a^2, l^2$

$$F_5(\mathcal{P}_5) = d\left(-a^2l^6 + 3al^7 - l^8\right) + O\left(d^2\right) \tag{2.18}$$

Для пяти точек $\mathcal{P}_4 = \{P_0, P_1...P_4\}$ получаем

$$F_4(\mathcal{P}_4) = -l^8 - 4l^6d + O\left(d^2\right) \tag{2.19}$$

Это означает, что, вообще говоря, метрическая размерность $n_{\rm m} \geq 5$ в $\mathcal{G}_{\rm d}$. В $\mathcal{G}_{\rm d}$ метрическая размерность $n_{\rm m}$ не может совпадать с координатной размерностью $n_{\rm c}$. По существу это означает, что нельзя ввести конечное число линейно независимых базисных векторов и разложить пространственно-временные векторы по базисным векторам. Это очень неожиданно, потому что традиционное построение дифференциальной геометрии (например, римановой) начинается с задания n-мерного многообразия с системой координат на нем. Разумеется, при этом предполагается, что максимальное число линейно независимых векторов в каждой точке равно $n = n_{\mathrm{m}} = n_{\mathrm{c}}$. Только в этом случае можно разложить вектор по базисным векторам и использовать операции, определенные в линейном векторном пространстве. В случае дискретной геометрии пространства-времени, где $n_{\mathrm{m}} \neq n_{\mathrm{c}}$, нельзя ввести линейное векторное пространство, хотя система координат может быть введена, и координатная размерность $n_{\mathrm{c}} = 4$ как в геометрии пространства-времени Минковского. Четыре координаты $x = \{x^0, x^1, x^2, x^3\}$, $x^k \in \mathbb{R}$ определяются как обычно.

Заметим, что условия (2.11), определяющие метрическую размерность n_{m} содержат массу ограничений, и все они являются специальными условиями геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Это означает, что имеется масса физических геометрий, где $n_{\mathrm{m}} \neq n_{\mathrm{c}}$, и где нельзя ввести линейное векторное пространство. В пределе $d \to 0$, $F_5(\mathcal{P}^5) = 0$ в (2.18), и $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ преобразуется в $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$. В этом случае метрическая размерность $n_{\mathrm{m}} = 4$ совпадает с координатной размерностью $n_{\mathrm{c}} = 4$. Это означает, что приближенно можно использовать пространственно-временную геометрию $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$ в случае, когда типичная длина l векторов много больше, чем элементарная длина λ_0. В этом случае можно положить приближенно $\lambda_0 = 0$, и предположить, что $n_{\mathrm{m}} = n_{\mathrm{c}}$.

Множество значений определителей Грама $F_n(\mathcal{P}_n)$, $n = 2, 3, ...$ может быть таким, что будет нельзя ввести метрическую размерность n_{m}. По-видимому, дискретные геометрии пространства-времени являются геометриями без определенной метрической размерности. Такие "безразмерные" геометрии выглядят особенно экзотично. Современные исследователи имеют дело только с евклидовым методом, который использует только геометрии пространства-времени с определенной размерностью. Они едва ли могут воспринять свойства "безразмерных" геометрий пространства-времени. С другой стороны классическая динамика частиц не работает в микромире, описываемом геометрией Минковского. Поскольку дискретные ("безразмерные") геометрии не известны большинству исследователей, то они используют квантовую динамику, которая имитирует свойства дискретной геометрии. Эта имитация произвольна и бессистемна. Кроме того эта имитация не полна. Имеются свойства динамики реальных частиц, которые не могут имитироваться квантовой динамикой в пространстве-времени с геометрией Минковского.

Мы видим, что совпадение метрической размерности n_{m} с координатной размерностью n_{c} и построение гладкого многообразия с размерностью $n = n_{\mathrm{m}} = n_{\mathrm{c}}$ является специальным свойством собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, которое не является общегеометрическим свойством. Традиционный евклидов метод построения дифференциальной геометрии начинается с определения гладкого многообразия с фиксированной размерностью. Такой метод не является общим методом построения обобщенных геометрий, потому что он использует специальные свойства геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, которые, вообще говоря, не характерны для всех обобщенных геометрий. Вообще, использование координатного описания ля построения обобщенных геометрий является специальным свойством собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ для такого построения. Такой подход не может быть общим методом построения обобщенных геометрий. Используя специальные свойства геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, можно получить только часть возможных обобщенных геометрий. В частности, использование координатного описания не позволяет построить геометрии с неопределенной метрической размерностью и с интранзитивным отношением эквивалентности. Однако, координатная маркировка точек множества Ω не имеет ничего общего с построением многообразия. Координатная маркировка точек может быть всегда использована, и она не имеет ничего общего с построением обобщенных геометрий. Координатная маркировка начинает иметь отношение к построению обобщенных геометрий, когда накладывается условие $n_{\mathrm{c}} = n_{\mathrm{m}}$.

Соотношение $n_{\mathrm{c}} = n_{\mathrm{m}}$ является специальным свойством собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, и оно может быть ошибочным для многих физических геометрий. Используя соотношение $n_{\mathrm{c}} = n_{\mathrm{m}}$ при построении обобщенной геометрии, можно очутиться в ситуации, когда реальные геометрии пространства-времени окажутся вне области рассмотрения.

3 Динамика частицы с двухточечным каркасом

В дискретной геометрии пространства-времени состояние частицы (физического тела) описывается ее каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$, состоящим из $n+1$ жестко связанных пространственно-временных точек. Каркас может рассматриваться как дискретный аналог репера, жестко связанного с физическим телом (частицей). Следя за движением каркаса, мы следим за движением частицы. Состояние точечной частицы описывается двухточечным каркасом $\mathcal{P}_1 = \{P_0, P_1\}$. Вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ описывает энергию - импульс частицы, и $\mu = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|$ есть геометрическая масса частицы, связанная с обычной массой с помощью соотношения (1.1). Информация о положении двух точек каркаса существенна для описания состояния точечной частицы. Динамика каркаса $\mathcal{P}_1$ точечной частицы описывается мировой цепью (1.2), (1.3). В соответствии с этим соотношением и определением скалярного произведения (2.4) динамические уравнения для точечной частицы записываются в виде

$$\sigma\left(P_{s-1}, P_s\right) = \sigma\left(P_s, P_{s+1}\right), \quad s = ...0, 1, 2... \tag{3.1}$$

$$\sigma\left(P_{s-1}, P_{s+1}\right) = 4\sigma\left(P_{s-1}, P_s\right), \quad s = ...0, 1, 2... \tag{3.2}$$

В инерциальной системе координат геометрии Минковского, где $s = 1$ точки P_0, P_1, P_2 имеют координаты

$$P_0 = \{x_0, \mathbf{x}\}, \quad P_1 = \{x_0 + p_0, \mathbf{x} + \mathbf{p}\}, \quad P_2 = \{x_0 + 2p_0 + \alpha_0, \mathbf{x}+2\mathbf{p} + \boldsymbol{\alpha}\} \tag{3.3}$$

4-вектор $\alpha = \{\alpha_0, \boldsymbol{\alpha}\}$ является дискретным аналогом вектора ускорения.

Выберем мировую функцию σ_{M} в виде, который она имеет в расширенной общей теории относительности [11, 12] со слабым гравитационным полем, описываемым гравитационным потенциалом $V(x)$

$$\sigma_{\mathrm{M}}\left(x, x'\right) = \frac{1}{2}\left(\left(c^2 - 2V\left(\mathbf{y}\right)\right)\left(x_0 - x_0'\right)^2 - \left(\mathbf{x} - \mathbf{x}'\right)^2\right), \quad \mathbf{y} = \frac{\mathbf{x} + \mathbf{x}'}{2} \tag{3.4}$$

где $V = V(\mathbf{y})$ есть гравитационный потенциал в точке $\mathbf{y}$, А мировая функция σ_{d} имеет вид (2.2). Получаем в $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$

$$\left(c^2 - 2V\right)\left(p_0 + \alpha_0\right)^2 - \left(\mathbf{p} + \boldsymbol{\alpha}\right)^2 + \varepsilon\lambda_0^2 = \left(c^2 - 2V\right)p_0^2 - \mathbf{p}^2 + \varepsilon\lambda_0^2 = \mu^2, \quad \varepsilon = \operatorname{sgn}\left(\mu^2\right) \tag{3.5}$$

$$\left(\left(c^2-2V\right)\left(2p_0+\alpha_0\right)^2-\left(2\mathbf{p}+\boldsymbol{\alpha}\right)^2\right)+\varepsilon\lambda_0^2=4\left(\left(c^2-2V\right)p_0^2-\mathbf{p}^2+\varepsilon\lambda_0^2\right),\quad \varepsilon=\operatorname{sgn}\left(\mu^2\right) \tag{3.6}$$

Здесь величины $x = \{x_0, \mathbf{x}\}$, $p = \{p_0, \mathbf{p}\}$ предполагаются заданными, а 4-вектор $\alpha = \{\alpha_0, \boldsymbol{\alpha}\}$ должен быть определен из динамических уравнений (3.5), (3.6). Предполагается, что

$$p_0=\frac{\sqrt{\mathbf{p}^2+\varepsilon\left|\mu\right|^2-\varepsilon\lambda_0^2}}{\sqrt{c^2-2V}} \tag{3.7}$$

Динамические уравнения имеют один и тот же вид для времениподобных ($\mu^2 > 0$, $\varepsilon > 0$) и пространственноподобных ($\mu^2 < 0$, $\varepsilon < 0$) мировых цепей. Мы имеем два уравнения для четырех составляющих 4-вектора α. В результате решение, вообще говоря, не единственно.

После преобразования уравнений (3.5), (3.6) получаем два соотношения

$$\alpha_0=\frac{2\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p}+3\varepsilon\lambda_0^2}{2p_0\left(c^2-2V\right)}, \tag{3.8}$$

$$\varepsilon\left(\frac{c^2-2V-v^2}{c^2-2V}\right)\left(\alpha_{\|}-\frac{3\varepsilon\lambda_0^2}{2p_0\left(c^2-2V-v^2\right)}v\right)^2+\varepsilon\boldsymbol{\alpha}_{\perp}^2=r^2 \tag{3.9}$$

где r есть радиус сферы, на которой лежат концы 4-векторов α

$$r^2=3\varepsilon\lambda_0^2+\left(\frac{3\lambda_0^2}{2p_0\sqrt{\left(c^2-2V\right)}}\right)^2\frac{2v^2-\left(c^2-2V\right)}{\left(c^2-2V-v^2\right)} \tag{3.10}$$

$$\mathbf{v}=\frac{\mathbf{p}\sqrt{\left(c^2-2V\right)}}{\sqrt{\mathbf{p}^2+\varepsilon\left|\mu\right|^2+\varepsilon\lambda_0^2}},\quad v=\left|\mathbf{v}\right| \tag{3.11}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{\|}=\mathbf{v}\frac{(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{v})}{\mathbf{v}^2},\quad \boldsymbol{\alpha}_{\perp}=\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\alpha}_{\|},\quad \alpha_{\|}^2=\frac{(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{v})^2}{\mathbf{v}^2},\quad \alpha_{\|}=\frac{\boldsymbol{\alpha}\mathbf{v}}{v},\quad \mathbf{v}^2=v^2 \tag{3.12}$$

Здесь $\boldsymbol{\alpha}_{\|}$ есть составляющая 3-вектора $\boldsymbol{\alpha}$ которая параллельна вектору $\mathbf{v}$, тогда как $\boldsymbol{\alpha}_{\perp}$ есть составляющая 3-вектора $\boldsymbol{\alpha}$, перпендикулярная вектору $\mathbf{v}$.

В случае времениподобного вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ $\varepsilon = 1$ и $\mathbf{v}^2 < c^2$. В нерелятивистском случае, когда $\mathbf{v}^2 \ll c^2$, $V \ll c^2$, уравнение (3.9) имеет вид

$$\left(\alpha_{\|}-\frac{3\lambda_0^2}{2\mu}v\right)^2+\boldsymbol{\alpha}_{\perp}^2=r^2,\quad r^2\simeq 3\lambda_0^2+\mathcal{O}\left(\lambda_0^2\right) \tag{3.13}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\alpha_{\|}=\frac{3\lambda_0^2}{2\mu}v+\sqrt{3}\lambda_0\cos\theta,\quad \alpha_{\perp 1}=\sqrt{3}\lambda_0\sin\theta\cos\phi,\quad \alpha_{\perp 2}=\sqrt{3}\lambda_0\sin\theta\sin\phi \tag{3.14}$$

$$\alpha_0=\frac{3\lambda_0^2}{2\mu}v^2+\sqrt{3}\lambda_0 v\cos\theta+\frac{3}{2}\frac{\lambda_0^2}{\mu}, \tag{3.15}$$

Здесь θ, ϕ суть произвольные вещественные числа. Это означает, что различие между двумя смежными векторами $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$, описываемое 4-вектором α, определяется неоднозначно. Мировая цепь частицы вихляет с амплитудой порядка λ_0. Статистическое описание этого вихляния приводит к уравнению Шредингера [7] при условии, что $\lambda_0^2 = \hbar/(bc)$.

В случае тахиона, когда вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ оказывается пространственноподобным, $\varepsilon = -1$ и $\mathbf{v}^2 > c^2$, уравнение (3.9) принимает вид

$$\left(\frac{v^2+2V-c^2}{c^2-2V}\right)\left(\alpha_\parallel - \frac{3\lambda_0^2}{2p_0\left(v^2+2V-c^2\right)}v\right)^2 - \boldsymbol{\alpha}_\perp^2 = r^2 \tag{3.16}$$

$$r^2 = 3\lambda_0^2 - \left(\frac{3\lambda_0^2}{2p_0\sqrt{(c^2-2V)}}\right)^2 \frac{2v^2+2V-c^2}{(v^2+2V-c^2)} \tag{3.17}$$

Решение уравнения (3.16) также не является единственным

$$\alpha_\parallel = \frac{3\lambda_0^2}{2p_0\left(v^2-(c^2-2V)\right)}v + \frac{r\sqrt{c^2-2V}}{\sqrt{(v^2-c^2+2V)}}\cosh\theta \tag{3.18}$$

$$\alpha_{\perp 1} = r\sinh\theta\cos\phi, \quad \alpha_{\perp 2} = r\sinh\theta\sin\phi \quad v = \frac{p}{p_0} = \frac{p\sqrt{(c^2-2V)}}{\sqrt{\mathbf{p}^2 - |\mu|^2 + \lambda_0^2}} \tag{3.19}$$

$$\alpha_0 = \frac{2\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} - 3\lambda_0^2}{2p_0\left(c^2-2V\right)} = \frac{2p\left(\frac{3\lambda_0^2}{2p_0\left(v^2-(c^2-2V)\right)}v + \frac{r\sqrt{(c^2-2V)}}{\sqrt{(v^2-c^2+2V)}}\cosh\theta\right) - 3\lambda_0^2}{2p_0\left(c^2-2V\right)} \tag{3.20}$$

Здесь θ, ϕ суть произвольные вещественные числа. Но теперь амплитуда вихляния является бесконечной даже в случае геометрии Минковского, когда $\lambda_0 = 0$. В этом случае уравнение (3.16) принимает вид

$$\left(\frac{v^2+2V-c^2}{c^2-2V}\right)\alpha_\parallel^2 - \boldsymbol{\alpha}_\perp^2 = 0 \tag{3.21}$$

и его решение имеет вид

$$\alpha_\parallel = \sqrt{\frac{c^2-2V}{v^2+2V-c^2}}r_0, \quad \alpha_{\perp 1} = r_0\cos\phi, \quad \alpha_{\perp 2} = r_0\sin\phi, \quad \alpha_0 = \sqrt{\frac{c^2-2V}{v^2+2V-c^2}}r_0 v \tag{3.22}$$

Здесь ϕ есть произвольное вещественное число, а r_0 есть произвольное положительное число. В этом случае амплитуда вихляния также бесконечна из-за бесконечной величины r_0.

В соотношениях (3.18) - (3.21), (3.22) выбирается положительный знак для радикала $\sqrt{\frac{c^2-2V}{v^2+2V-c^2}} = \left|\sqrt{\frac{c^2-2V}{v^2+2V-c^2}}\right|$.

Такой выбор соответствует тому, что тахион не превращается в антитахион в процессе движения. Это некоторое дополнительное ограничение. Оно связано с определенным направлением стрелы времени (направление течения времени). По-видимому, стрела времени все же существует, но она учитывается только в решениях, но не в динамических уравнениях. Уравнение (3.16) инвариантно по отношению к преобразованию $t \to -t$.

Аргументы в пользу стрелы времени таковы. Уравнения Максвелла инвариантны по отношению к преобразованию $t \to -t$. Однако, реальные электромагнитные взаимодействия между заряженными частицами описываются запаздывающим потенциалом Лиенара-Вихерта, тогда как опережающий потенциал не используется. Этот факт можно интерпретировать как существование стрелы времени (принципа причинности). Кроме того вселенная асимметрична относительно существования частиц и античастиц. Частица отличается от античастицы направлением течения времени вдоль мировой линии. Фиксированный знак выражения $\sqrt{\frac{c^2-2V}{v^2+2V-c^2}}$ препятствует непрерывному переходу тахиона в антитахион и обратно вдоль мировой цепи тахиона.

4 Усреднение решений динамических уравнений

Попытаемся получить параметры тахионного газа, усредняя решения динамических уравнений для отдельного тахиона по распределениям (3.18) - (3.20). Будем усреднять по параметрам θ, ϕ

$$D = \frac{\partial\left(\alpha_{\|}, (\alpha_{\perp})_1, (\alpha_{\perp})_2\right)}{\partial(r,\theta,\phi)} = r^2 \sinh\theta \tag{4.1}$$

Нормировка N имеет вид

$$N = \int_0^{\Theta} \sinh\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi(\cosh\Theta - 1) = 4\pi\sinh^2\frac{\Theta}{2} \tag{4.2}$$

Предполагается, что $\Theta \to \infty$ в конце усреднения. В соответствии с (3.18)

$$\begin{aligned}\langle\alpha_{\|}\rangle &= N^{-1}\int_0^{\Theta}\sinh\theta d\theta\int_0^{2\pi}\left(\frac{3\lambda_0^2}{2p_0\left(v^2-(c^2-2V)\right)}v + \frac{r\sqrt{((c^2-2V))}}{\sqrt{(v^2-(c^2-2V))}}\cosh\theta\right)d\phi \\ &= \frac{3\lambda_0^2 v}{2p_0\left(v^2-(c^2-2V)\right)} + \frac{r\sqrt{(c^2-2V)}}{2\sqrt{(v^2-(c^2-2V))}}(\cosh\Theta+1) \end{aligned}\tag{4.3}$$

В результате получаем

$$\langle\alpha_{\|}\rangle = \frac{r\sqrt{(c^2-2V)}}{2\sqrt{(v^2-(c^2-2V))}}\cosh\Theta + \mathcal{O}\left(\Theta^0\right), \quad \langle(\alpha_{\perp})_1\rangle = \langle(\alpha_{\perp})_2\rangle = 0 \tag{4.4}$$

В соответствии с (3.20) получаем

$$\langle\alpha_0\rangle = \frac{p}{p_0}\langle\alpha_{\|}\rangle + \mathcal{O}\left(\Theta^0\right) = \frac{rp\sqrt{(c^2-2V)}}{2p_0\sqrt{(v^2-(c^2-2V))}}\cosh\Theta + \mathcal{O}\left(\Theta^0\right) \tag{4.5}$$

Получаем для модуля u среднего 3-вектора скорости $\mathbf{u} = \left\langle \frac{\mathbf{p}+\langle\boldsymbol{\alpha}\rangle}{p_0+\langle\alpha_0\rangle} \right\rangle$, определяемого средним вектором $\langle \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 \rangle$

$$u = \left\langle \left| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right| \right\rangle = \frac{\langle \alpha_\| \rangle}{\langle \alpha_0 \rangle} = \frac{p_0}{p}\left(c^2 - 2V\right) + \mathcal{O}\left(\Theta^{-1}\right), \tag{4.6}$$

В соответствии с (3.7) и (4.6) средняя скорость меньше, чем скорость света

$$u = \frac{p_0}{p}\left(c^2 - 2V\right) = \sqrt{1 - \frac{|\mu|^2 - \lambda_0^2}{p^2}}\sqrt{c^2 - 2V} < c \tag{4.7}$$

Средняя скорость тахионного газа $u = 0$, если

$$p^2 = |\mu|^2 - \lambda_0^2 \tag{4.8}$$

Средний вектор $\langle \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 \rangle$ является временниподобным хотя вектор $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ является пространственноподобным. Это означает, что усредненные частицы тахионного газа выглядят как тардионы. Другими словами, усредненный тахион является тардионом. Это неожиданно, но тахионный газ можно рассматривать как обычный газ.

Для составляющих средних квадратов компонентов скорости получаем

$$\left\langle \left(\frac{dx_\|}{dt} \right)^2 \right\rangle = \frac{\langle \alpha_\|^2 \rangle}{\langle \alpha_0^2 \rangle} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^2 \left(c^2 - 2V\right)^2 + \mathcal{O}\left(\Theta^{-1}\right) = u^2 + \mathcal{O}\left(\Theta^{-1}\right) \tag{4.9}$$

$$\left\langle \left(\frac{d\mathbf{x}_\perp}{dt} \right)^2 \right\rangle = \frac{\langle \alpha_{\perp 1}^2 \rangle}{\langle \alpha_0^2 \rangle} + \frac{\langle \alpha_{\perp 2}^2 \rangle}{\langle \alpha_0^2 \rangle} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^2 \left(v^2 - c^2 + 2V\right)\left(c^2 - 2V\right) + \mathcal{O}\left(\Theta^{-1}\right) \tag{4.10}$$

Принимая во внимание (3.11), получаем

$$\left\langle \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt} \right)^2 \right\rangle = \frac{\langle \alpha_{\perp 1}^2 \rangle + \langle \alpha_{\perp 2}^2 \rangle + \langle \alpha_\|^2 \rangle}{\langle \alpha_0^2 \rangle} = \left(c^2 - 2V\right) + \mathcal{O}\left(\Theta^{-1}\right) \tag{4.11}$$

Давление P тахионного газа определяется соотношением

$$P = \frac{1}{3}\rho \left(\left\langle \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \left| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right| \right\rangle^2 \right) \tag{4.12}$$

Здесь $\rho = \rho(\mathbf{x})$ есть плотность массы тахионного газа. Из (4.11) и (4.9) следует, что

$$P(x) = \frac{1}{3}\rho(\mathbf{x})\left(c^2 - 2V(\mathbf{x}) - u^2(x)\right) \tag{4.13}$$

Все параметры тахионного газа $\rho, \mathbf{u}, P$ рассматриваются как функции пространственно-временных точек $x = \{x^0, \mathbf{x}\}$.

В гравитационном поле галактики тахионный газ может находится в покое ($u = 0$), если выполнено условие равновесия

$$\nabla P = \nabla V \tag{4.14}$$

В соответствии с (4.13) это условие записывается в виде

$$\frac{1}{3}\left(c^2-2V\left(\mathbf{x}\right)\right)\nabla\rho=\frac{5}{3}\rho\nabla V\left(\mathbf{x}\right) \tag{4.15}$$

Уравнение (4.5) интегрируется в виде

$$\rho=\frac{\rho_0 c^5}{\sqrt{\left|c^2-2V\left(\mathbf{x}\right)\right|^5}} \tag{4.16}$$

Здесь $\rho_0=\mathrm{const}$.

В сферически симметричном поле галактики получаем вместо (4.16)

$$\rho\left(r\right)=\frac{\rho_0 c^5}{\sqrt{\left|c^2-2V\left(r\right)\right|^5}} \tag{4.17}$$

Если гравитационное поле не слишком сильно и $2V\left(r\right)\ll c^2$, потенциал $V\left(r\right)$ может быть аппроксимирован выражением

$$V\left(r\right)=\frac{GM}{r}+\frac{4\pi G}{3}\rho_0 r^2 \tag{4.18}$$

Здесь G есть гравитационная постоянная и M есть масса галактики. Выражение (4.18) принимает вид

$$\rho\left(r\right)=\frac{\rho_0 c^5}{\sqrt{\left|c^2-\frac{2GM}{r}-\frac{8\pi}{3}G\rho_0 r^2\right|^5}}\approx\rho_0\left(1+\frac{5GM}{rc^2}+\frac{20\pi G}{3c^2}\rho_0 r^2\right) \tag{4.19}$$

Если ρ_0 достаточно велико и $20\pi\rho_0 r^2\geq 15Mr^{-1}$, то плотность $\rho\left(r\right)$ может даже увеличиваться с ростом r. Во всяком случае, второй член в (4.19) ослабляет уменьшение плотности $\rho\left(r\right)$ с увеличением r.

Из (4.16) следует, что плотность тахионного газа больше в областях с большим гравитационным потенциалом. Это означает, что тахионный газ притягивается массивными телами как обычный газ из тардионов. Кроме того плотность тахионов меняется медленно с изменением гравитационного потенциала, тогда как в изотермической атмосфере обычного газа эта зависимость экспоненциальна. Слабая зависимость плотности тахионного газа от гравитационного потенциала облегчает образование гало с почти постоянной плотностью тахионного газа.

Замечание. При усреднении решения динамических уравнений предполагалось, что гравитационный потенциал V постоянен. Вообще говоря, следовало учесть зависимость потенциала V от координат и, следовательно, от 4-вектора α, по которому производится усреднение. Мы надеемся, что наше приближение не изменит существенно свойства тахионного газа. Два главных свойства тахионного газа (его сильная мобильность и очень высокое давление) не должны сильно зависеть от вида гравитационного потенциала.

5 Заключительные замечания

Наши заключения зависят от существования и свойств тахионов, и эти свойства кажутся довольно неожиданными. Эта неожиданность обусловлена фундаментальным изменением подхода к геометрии. Здесь используется метрический подход к геометрии, когда геометрия рассматривается как наука о форме и расположении геометрических объектов. При таком походе геометрия полностью описывается ее мировой функцией и только мировой функцией. Хотя никто не отрицает метрический поход, тем не менее математический формализм дифференциальной геометрии основан на идее, что любая геометрия является логическим построением, и все утверждения геометрии могут быть выведены из нескольких геометрических аксиом. Логическая структура геометрии рассматривается как главное свойство геометрии. Так называемая симплектическая геометрия рассматривается как геометрия, потому что ее логическая структура напоминает структуру евклидовой геометрии, Хотя симплектическая геометрия не имеет отношения к описанию геометрических объектов.

Математический формализм, адекватный метрическому подходу был неизвестен. Попытки построить такой формализм не увенчались успехом [13, 14]. Блюменталь [14] использовал метрический подход и пытался построить дистантную геометрию (метрическую геометрию без аксиомы треугольника). К сожалению, ему не удалось построить кривую в терминах только расстояния, и он был вынужден отказаться от чисто метрического похода. Формализм мировой функции был предложен Дж.Л.Сингом, который использовал его для описания римановой геометрии пространства-времени [15]. Однако ему тоже не удалось получить бескоординатное описание геометрии пространства-времени.

Тахионы и их свойства могут быть эффективно описаны только в рамках дискретной геометрии пространства-времени. Однако, дискретная геометрия является неаксиоматизируемой геометрией, и она не может быть построена евклидовым методом как логическое построение. В результате тахионы остались вне области рассмотрения геометрии пространства-времени. Они рассматривались как гипотетические частицы и свойства их были неизвестны.

Сейчас тахионный газ рассматривается как реальный газ, чье гравитационное воздействие может быть отождествлено с гравитационным влиянием таинственной темной материи. Статику тахионного газа удалось построить только благодаря бескоординатному формализму метрического подхода к геометрии. Динамика тахионного газа пока не построена. Возможность существования тахионов следует из математического формализма, основанного на использовании мировой функции. Никакие новые гипотезы о свойствах тахионов не использовались.

Список литературы

[1] A. Sommerfeld, Simplified deduction of the field and the forces of an electron moving in any given way". *Knkl. Acad. Wetensch* **7**, *345–367, (1904).*

[2] Ya.P. Terletsky. Positive, negative and imaginary rest masses. *J. de Physique at le Radium* **23,** *iss 11, 910-920 (1963).*

[3] O.-M. P. Bilaniuk, V. K. Deshpande, E. C. G. Sudarshan, “Meta’ Relativity". *American Journal of Physics* **30***(10), 718, (1962).*

[4] G. Feinberg, "Possibility of Faster-Than-Light Particles". *Physical Review* **159 (5)**: *1089–1105. (1967)*

[5] G. Feinberg *Phys. Rev. D* **17**, *1651 (1978).*

[6] Aharonov, Y.; Komar, A.; Susskind, L. . "Superluminal Behavior, Causality, and Instability". *Phys. Rev. 182 (5)*, *1400–1403.(1969)*

[7] Yu.A. Rylov, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *Journ. Math. Phys.* **32(8)**, 2092-2098, (1991)

[8] Yu.A. Rylov, Discrete space-time geometry and skeleton conception of particle dynamics. *Int. J. Theor Phys.* DOI: 10.1007/s10773-011-1061-y, *e-print 1110.3399v1*

[9] D.Merritt, et al. , Empirical Models for Dark Matter Halos. I. Nonparametric Construction of Density Profiles and Comparison with Parametric Models *The Astronomical Journal,* **132**, *Issue 6, pp. 2685-2700, (2006).*DOI: 10.1086/508988

[10] Yu.A.Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci.* **30**, *iss. 12, 733-760, (2002)*, see also *e-print math.MG/0103002.*

[11] Yu. A.Rylov, (2010) General relativity extended to non-Riemannian space-time geometry. *e-print 0910.3582v7*

[12] Yu. A.Rylov, Induced antigravitation in the extended general relativity. *Gravitation and Cosmology*, **18**, No. 2, pp. 107–112,(2012).

[13] K. Menger, Untersuchen über allgemeine Metrik, *Mathematische Annalen,* **100**, 75-113, (1928)

[14] L. M. Blumenthal, *Theory and Applications of Distance Geometry*, Oxford, Clarendon Press, 1953.

[15] J.L.Synge, *Relativity: the General Theory.* Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1960.