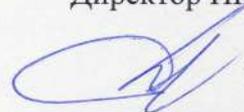


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук
(ИПМех РАН)

«Утверждаю»
Директор ИПМех РАН
д.ф.-м.н.
С.Е. Якуш



«28» сентября 2018 г.

Рабочая программа учебной дисциплины (РПУД)
«Численные методы моделирования и оптимизации»

Направление подготовки 01.06.01 Математика и механика
Специальность 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела

Форма подготовки (очная)
Отдел аспирантуры ИПМех РАН

Всего 180 часов, всего зачетных единиц – 5
Аудиторных часов – 68, в том числе:
лекции – 68 часов
Самостоятельная работа – 82 часа
Подготовка к экзамену – 30 часов

Формы аттестации:

Семестр	Форма контроля	Часы
1	<i>Нет</i>	-
2	<i>Экзамен</i>	30

Рабочая программа составлена в соответствии с Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации (Минобрнауки России) от 30 июля 2014 г. № 866 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации)".

Составитель: д.ф.-м.н., проф. Баничук Н.В..

Заведующий отделом аспирантуры: к.ф.-м.н. Щелчкова И.Н.

1. Аннотация

Дисциплина «Численные методы моделирования и оптимизации» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела и входит в вариативную часть учебного плана.

При разработке рабочей программы учебной дисциплины использованы Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, учебный план подготовки аспирантов по специальности 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела.

2. Цели и задачи

Цель дисциплины: изучение постановок краевых и эволюционных задач математической физики и соответствующих вариационных задач и задач оптимизации на основе применения методов функционального анализа. Изучение методов решения этих задач и методов анализа чувствительности, эффективных при моделировании и оптимизации различных механических систем.

Задачи дисциплины:

- получение знаний в области вычислительных методов решения краевых, вариационных и оптимизационных задач;
- освоение навыков построения вычислительных алгоритмов;
- изучение различных аспектов применения метода конечных элементов, метода локальных вариаций и методов анализа чувствительности и др.

3. Место дисциплины

3.1. Место дисциплины в структуре образовательной программы аспирантуры

Дисциплина «Численные методы моделирования и оптимизации» включает в себя разделы, которые могут быть отнесены к вариативным частям программы подготовки аспирантов по направлению 01.06.01, в том числе направленные на подготовку к сдаче кандидатского экзамена.

3.2. Дисциплина базируется на дисциплинах:

1. Механика сплошных сред
2. Вычислительная математика
3. Уравнения математической физики
4. Управление и оптимизация

3.3. Дисциплина предшествует изучению дисциплин:

-

4. Результаты обучения

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

Знать:

- методы функционального анализа применяемых при построении численных алгоритмов решения задач оптимизации для систем с распределенными параметрами;
- классические (сильные) и обобщенные (слабые) формулировки вариационных и оптимизационных задач математической физики и механики;
- теорию и эффективные вычислительные алгоритмы проекционных и вариационно-разностных методов, методов конечных элементов, методов граничных элементов.
- методы анализа чувствительности при численном решении оптимизационных задач механики и математической физики.

Уметь:

- формулировать и исследовать задачи оптимизации для систем с распределенными параметрами;
- применять методы аппроксимации при численном решении экстремальных задач;
- находить численное решение краевых и оптимизационных задач с распределенными параметрами методом локальных вариаций, методом конечных элементов, методом Бубнова–Галёркина.
- применять эффективные численные методы анализа чувствительности при решении многопараметрических и многокритериальных оптимизационных задач.

Владеть:

- культурой моделирования физических задач и навыком постановок оптимизационных задач;
- опытом решения типовых задач и задач повышенной сложности с применением методов функционального анализа и эффективных вычислительных алгоритмов;
- навыком применения численных методов анализа чувствительности для изучения влияния определяющих параметров на оптимальное решение.

Компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций аспиранта:

Универсальные компетенции:

- УК–1. Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
- УК–3. Готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач
- УК–5. Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития

Общепрофессиональные компетенции:

- ОПК–1. Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
- ОПК–2. Готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования

Профессиональные компетенции:

- ПК–3. Способность применять аналитические, вычислительные и системно-аналитические методы для решения прикладных задач моделирования и оптимизации механических процессов и конструкций;
- ПК–4. Способность самостоятельно применять методы механики и вычислительной математики, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования к постановке и решению прикладных задач механики и задач оптимального проектирования различных механических систем;
- ПК–7. Умение использовать системный подход к исследованию технических систем и выработке стратегии научной деятельности в процессе реализации научных и технологических инноваций.
- ПК–8. Способность использовать знания в области математики и механики для дальнейшего освоения дисциплин в соответствии с профилем подготовки.

5. Темы и Разделы

Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам и разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий:

№	Темы дисциплины	Семестр	Лекции	Самостоятельная работа
		(№ семестра)	(часы)	(часы)
1	Моделирование и надежность вычислений	1	8	12
2	Задачи минимизации функционалов	1	8	10
3	Элементы функционального анализа и теории функциональных пространств	1	8	12
4	Применение функционального анализа и теории выпуклых функционалов и выпуклых множеств	1	10	12
5	Методы аппроксимации	2	10	12
6	Метод конечных элементов (МКЭ) для вариационных граничных задач	2	12	12
7	Анализ чувствительности	2	12	12
	ИТОГО		68	82

Разделы:

1) Моделирование и надежность вычислений.

1. Основы моделирования и источники ошибок.
2. Физическое моделирование и дифференциальные модели.
3. Дискретные модели и численное решение.
4. Ошибка моделей.
5. Ошибки аппроксимации.
6. Ошибки вычислений, обусловленные итерационным характером вычислений, округлениями, дефектами вычислительных программ.
7. Оценивание ошибок и надежности вычислений.
8. Априорные оценки ошибок.
9. Апостериорные оценки ошибок.

2) Задачи минимизации функционалов.

10. Элементы вариационного исчисления.
11. Классические вариационные задачи с аддитивными функционалами и условия экстремума.
12. Неклассические вариационные задачи с неаддитивными функционалами и примеры из механики.
13. Оптимизационные задачи для областей с варьируемыми границами.
14. Прямые методы минимизации функционалов
15. Непрерывные и полунепрерывные функционалы, метод Ритца и теорема сходимости.
16. Метод локальных вариаций для задач с аддитивными и неаддитивными функционалами.
17. Вариационные методы для стационарных и нестационарных задач.
18. Вариационные принципы и вариационные методы для эллиптических задач.
19. Вариационные подходы к нестационарным задачам.

3) Элементы функционального анализа и теории функциональных пространств.

20. Метрические пространства и методы последовательных приближений.
21. Понятие метрического пространства.
22. Сжимающие отображения.
23. Принцип неподвижной точки и методы последовательных приближений.
24. Функционалы в банаховых пространствах.
25. Банаховы пространства.
26. Ограниченные, непрерывные и сжимающие функционалы.
27. Функциональные нормы.
28. Функционалы в гильбертовых пространствах
29. Гильбертовы пространства.
30. Примеры гильбертовых пространств и функционалов
31. Пространства Соболева.
32. Линейные функционалы и билинейные формы.
33. Теорема Рисса о представимости линейных функционалов.
34. Двойственные пространства линейных функционалов.

4) Применение функционального анализа и теории выпуклых функционалов и выпуклых множеств.

35. Выпуклый анализ.
36. Условие выпуклости функционалов и множеств.
37. Дифференцируемость функционалов в смысле Фреше и Гато.
38. Эквивалентность задач минимизации выпуклых функционалов и вариационных граничных задач.
39. Классические граничные задачи и формулировка вариационных граничных задач.
40. Теорема эквивалентности.
41. Оптимизационные задачи в банаховых пространствах.
42. Формулировка оптимизационных задач с использованием симметричных положительно определенных билинейных форм и непрерывных функционалов.
43. Теорема существования и единственности решения оптимизационных задач.
44. Вариационные неравенства.
45. Исследования эквивалентности исходных оптимизационных задач и формулируемых вариационных неравенств.
46. Геометрическая интерпретация.
47. Спектральные задачи.
48. Экстремальные принципы и методы в задачах на собственные значения.

5) Методы аппроксимации

1. Вариационные граничные задачи в гильбертовом пространстве и их аппроксимация в конечномерных подпространствах.
2. Сущность и алгоритм метода Галёркина.
3. Применение метода Галёркина к вариационным граничным задачам.
4. Применение энергетического скалярного произведения и ортогонального базиса.
5. Сравнение методов Ритца и Галёркина.
6. Оценка погрешности метода Галёркина.
7. Теорема существования и единственности решения по методу Галёркина.
8. Теория проекционных операторов и их применение для оценки ошибки метода Галёркина.
9. Геометрические свойства решений по методу Галёркина.
10. Интерполянты и скорость сходимости галёркинских приближений.

6) Метод конечных элементов (МКЭ) для вариационных граничных задач.

11. Основы МКЭ.
12. Разбиение области на конечные элементы.
13. Кусочно-полиномиальные базисные функции на малых подобластях и их сужения.
14. Построение глобальной матрицы жёсткости и глобального вектора правой части разрешающей системы уравнений.
15. Структура матрицы жёсткости.
16. Применение МКЭ к одномерным и двумерным задачам.
17. Мастер-элемент.
18. Кусочно-линейные и квадратичные аппроксимации в одномерном случае.
19. Применение треугольных элементов с кусочно-линейными и кусочно-квадратичными базисными функциями для решения двумерных задач.
20. МКЭ с прямоугольными элементами и билинейными полиномиальными базисными функциями.

7) Анализ чувствительности.

21. Теория и общие методы анализа чувствительности.
22. Анализ чувствительности в задачах моделирования и оптимизации.
23. Прямые методы анализа чувствительности.
24. Методы анализа чувствительности, основанные на применении сопряженных систем.
25. Применение анализа чувствительности в задачах оптимизации.
26. Анализ чувствительности при оптимизации балок с закрепленными краями и балок, лежащих на упругом основании.
27. Анализ чувствительности при оптимальном проектировании упругих пластин.
28. Анализ чувствительности в задачах оптимизации устойчивости сжатых стержней.
29. Оптимизация жёсткости на кручение упругих стержней с применением анализа чувствительности.
30. Исследование эволюционных задач оптимизации на основе анализа чувствительности.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска)
Рекомендуемое программное обеспечение: программный комплекс Maple

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение

Основная литература:

1. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы. М.: Наука, 1973
2. Баничук Н.В. Введение в оптимизацию конструкций. М.: Наука, 1986.
3. Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Шаранюк А.В. Динамика конструкций. Анализ и оптимизация. М.: Наука, 1989.
4. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Мир, 1969.
5. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М.: Мир, 1989.
6. Хог Э., Чой К., Комков В. Анализ чувствительности при проектировании конструкций. М.: Мир, 1968.
7. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Оптимизация: контактные задачи и высокоскоростное проникание. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2016.

Дополнительная литература:

8. Kravchuk A.S., Neittaanmaki P. J. Variational and quasivariational inequalities in mechanics. Dordrecht: Springer, 2007.
9. Бердичевский В.Л. Вариационные принципы механики сплошной среды. М.: Наука, 1983.
10. Neittaanmaki P., Repin S. Reliable methods for computer simulation. Error control and a posteriori estimates. Amsterdam: Elsevier, 2004.
11. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984 .
12. Raphael B., Smith I.F.C. Computer-aided engineering. Chichester: Wiley, 2003.
13. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.

Учебно-методическая литература:

Перечень ресурсов сети интернет:

1. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
2. <http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
3. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/> – электронная библиотека портала Eqworld.

8. Методические указания

Успешное освоение курса требует большой самостоятельной работы аспиранта. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы аспиранта над темой.

Самостоятельная работа, помимо выполнения приведенных выше заданий, включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);

- решение типовых задач, предлагаемых аспирантам на лекциях в качестве домашнего задания
Руководство и проверка самостоятельной работы аспиранта осуществляется путем проверки выполненных домашних заданий и индивидуальных консультаций.

9. Фонд оценочных средств

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Порядок проведения устного экзамена:

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 60 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена при подготовке ответов на билеты обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, конспектами лекций, семинаров и любой другой литературой.

Во время проведения экзамена при ответе обучающегося на вопросы по билету или по программе дисциплины, он не может пользоваться конспектами лекций и семинаров и любой другой литературой.

Примеры экзаменационных билетов:

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Априорные оценки ошибок.
2. Дифференцируемость функционалов по Гато.
3. МКЭ в одномерных задачах с использованием мастер-элемента.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Апостериорные оценки ошибок.
2. Формулировка вариационных граничных задач.
3. МКЭ с треугольными элементами.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Оптимизационные задачи с аддитивными и неаддитивными функционалами.
2. Эквивалентность задач минимизации выпуклых функционалов и вариационных граничных задач.
3. МКЭ с прямоугольными элементами.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Метод локальных вариаций.
2. Теорема существования и единственности решения оптимизационных задач.

3. Методы анализа чувствительности (МАЧ).

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Вариационные подходы к нестационарным задачам.
2. Вариационные неравенства и их геометрическая интерпретация.
3. МАЧ при оптимизации балок.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Сжимающие отображения, принцип неподвижной точки и методы последовательных приближений.
2. Экстремальные принципы и методы в задачах на собственные значения.
3. МАЧ при оптимизации упругих пластин.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Банаховы и гильбертовы пространства.
2. Теорема существования и единственности решения по методу Галёркина.
3. МАЧ в задачах оптимизации устойчивости сжатых стержней.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. Пространства Соболева.
2. Проекционные операторы и их применение для оценки ошибки метода Галёркина.
3. МАЧ в задачах оптимизации эволюционных систем.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Теорема Рисса и двойственные пространства.
2. Основы МКЭ: разбиение области, кусочно-полиномиальный базис, построение глобальной матрицы жёсткости и вектора правой части разрешающей системы.
3. Априорные оценки ошибок.

Критерии оценивания:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины;
- оценка «хорошо» выставляется аспиранту, если он твердо знает материал экзаменационного билета, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

- оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, если во время ответа экзаменационного билета он показал фрагментарный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, если во время ответа экзаменационного билета, он показал что не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.