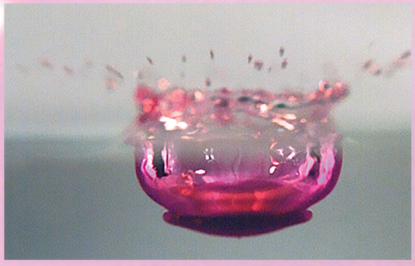
ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ

14-я международная конференция -
- ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

«14-я международная конференция-школа «Волны и вихри в сложных средах» 2023»

ФГБУН ИНСТИТУТ
ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ
им. А.Ю. Ишлинского РАН

28 ноября - 01 декабря 2023 г.



ВОЛНЫ и ВИХРИ В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ

МАТЕРИАЛЫ ШКОЛЫ

Москва, 2023 г.

FUNDAMENTAL AND ENVIRONMENTAL FLUID MECHANICS

14-АЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

ВОЛНЫ И ВИХРИ В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ

Москва, 28 ноября – 01 декабря, 2023

WAVES AND VORTICES IN COMPLEX MEDIA

PROCEEDINGS OF
14-th INTERNATIONAL CONFERENCE –
SCHOOL OF YOUNG SCIENTISTS

Moscow, November 28 – December 01, 2023

УДК 532
ББК
22/253
В67

В67 **Волны и вихри в сложных средах:** 14-ая международная конференция – школа молодых ученых; 28 ноября – 01 декабря 2023 г., Москва: Сборник материалов школы. – М.: ООО «ИСПО-принт», 2023. – 348 с.

ISBN 978-5-91741-289-4

Материалы 14-ой международной конференции – школы молодых ученых “Волны и вихри в сложных средах”, посвященной обсуждению фундаментальных и прикладных проблем механики жидкостей и газов в природных и техногенных системах.

Ключевые слова: волны, вихри, математическое и лабораторное моделирование, неоднородные жидкости, течения в сложных средах.

УДК 532
ББК 22/253

Proceedings of the 14-th international conference – scientific school of young scientists “Waves and vortices in complex media” dedicated to the discussion of fundamental and applied problems in fluid and gas mechanics for environmental and technological systems.

Keywords: waves, vortices, mathematical and laboratory modelling, inhomogeneous fluids, fluxes in complex media.

ISBN 978-5-91741-289-4

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, 2023

ОРГАНИЗАТОРЫ ШКОЛЫ:

Федеральное государственное бюджетное учреждение

Российская академия наук

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

акад. А.Г. Куликовский – почетный председатель, проф. Ю.Д. Чашечкин – сопредседатель, чл.-корр. РАН С.Е. Якуш – сопредседатель, чл.-корр. РАН Д.А.Губайдуллин – зам. председателя, проф. С.Ф. Урманчеев – зам. председателя, Е.В. Есина – уч. секретарь, В.Г. Байдулов, проф. Т. Боднар (Чехия), проф. Р.М. Вильфанд, член-корр. РАН А.М. Гайфуллин, проф. А. Герчински (США), д.ф.-м.н. Е.В. Ерманюк, д.ф.-м.н. А.Г. Зацепин, акад. Д.М. Климов, проф. А.Д. Косинов, проф. Т.П. Любимова, д.ф.-м.н. А.И. Мизев, проф. А.Н. Осипцов, проф. Ф. Фрони (Франция), проф. Я. Фукумото (Япония), проф. Х. Чой (Корея), д.ф.-м.н. О.Г. Чхетиани

НАУЧНАЯ ПРОГРАММА:

- Системы фундаментальных уравнений и конститутивные модели течений сложных сред;
- Методы математического и лабораторного моделирования течений;
- Волны, вихри, когерентные структуры, турбулентность и лигаменты в течениях жидкостей и газов;
- Механика простых и сложных жидкостей с фазовыми переходами, газожидкостных систем и суспензий, включая течения в электрических или магнитных полях и в экстремальных условиях высоких и низких температур;
- Техника современного эксперимента;
- Технические и технологические приложения.

СПОНСОРЫ:

Российская академия наук
Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН

ORGANIZERS:

Russian Academy of Sciences

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the RAS

Steklov Mathematical Institute of the RAS

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE:

Acad. RAS A.G. Kulikovsky (honorary chair), Prof. Yu.D. Chashechkin (co-chair), Corr.m. RAS S.E. Yakush (co-chair), Corr.m. RAS D.A. Gubaidullin (deputy chair), Prof. S.F. Urmacheev (deputy chair), E.V. Esina (sci. secr.), Dr. V.G. Baydulov, Prof. T. Bodnar (Czech), Dr. O.G. Chkhetiany, Prof. H.Choi (Korea), Dr. E.V. Ermanyuk, Prof. P. Fraunie (Fra), Prof. Ya. Fukumoto (Jap), Corr.m. RAS A.M. Gaifullin, Prof. A. Herczynski (USA), Acad. D.M. Klimov, Prof. A.A. Kosinov, Prof. T.P. Lyubimova, Dr. A.I. Mizev, Prof. A.N. Osiptsov, Prof. R.M. Vilfand, Dr. A.G. Zatsepin

---

SCIENTIFIC PROGRAM:

- Systems of fundamental equations and constitutive models of complex media flows;
- Methods of mathematical simulation and laboratory modeling of flows;
- Waves, vortices, coherent structures, turbulence and ligaments in fluid and gas flows;
- Mechanics of simple and complex liquids with phase transitions, gas- fluid systems and suspensions, including flows in external electric or magnetic fields and extreme conditions of low and high temperature;
- Technique of modern experiment;
- Engineering and technological applications.

SPONSORS:

Russian Academy of Sciences

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS

ПРЕДИСЛОВИЕ

Рост научной активности проявляется в последние годы в форме роста числа публикаций отечественных ученых в журналах различного уровня, увеличения числа конференций и включенных в их программу докладов, что можно наблюдать и на примере конференции «Волны и вихри в сложных средах»: 2020 – 83 доклада, 2021 – 96 докладов, 2022 – 116 докладов, 2023 – 126 докладов.

В последние несколько лет, наряду с поддержанием работы традиционных исследовательских центров, обновлено оборудование исследовательских лабораторий в ряде университетов (МЭИ, МИФИ, ПГУ, ТГУ), оснащенных теперь современной исследовательской аппаратурой. Выполняются как собственные исследования, так и в кооперации с академическими учреждениями. Развитие Интернета и техник связи позволило объединяться в рамках одного проекта ученым и преподавателям, живущих в достаточно удаленных городах (Москва – Владивосток, Москва – Екатеринбург, Москва – Барнаул, Москва – Ярославль и других). Одновременно фактически создаются новые формы проведения научной работы с привлечением студентов и старших, и младших курсов, или по современной терминологии – слушателей бакалавриата, специалитета и магистратуры. Активность создания новых лабораторий отражает изменения в составе участников конференции. Наряду с более старшими студентами и аспирантами, собственные и в соавторстве доклады представили студенты 2–3 курса различных университетов – Ярославля, Калининграда, Перми, Казани, Томска, Самары, Уфы, Севастополя, Новосибирска, Саранска и Москвы.

Происходящие перемены нашли свое отражение и в изменении формы представления докладов – если в 2020–2022 году была реализована смешанная форма представления докладов – и в конференц-зале ИПМех РАН, и дистанционно (причем все доклады транслировались и выкладывались в сети Internet), то в этом году была реализована только очная форма представления, без трансляции в сети. Наполненность зала сохранялась от первого до последнего заседания, практически все доклады обсуждались, некоторые – весьма активно. Характер работы подтвердил полезность публичных обсуждений методик, результатов и рекомендаций и для авторов работ, и для слушателей в целом.

Тематика серии конференций – школ молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах», которая началась в 2010 году в качестве инструмента сравнения и анализа результатов, полученных в ходе выполнения Программы фундаментальных исследований III/4 «Динамика формирования и взаимодействия волн и вихрей в сплошных средах» Отделения энергетики, механики, машиностроения и процессов управления РАН, последовательно расширялась и стала включать все большее число научных проблем. Постепенно конференция трансформировалась из небольшого академического семинара в международную конференцию, уделяющую особое внимание молодым участникам. Заседания проводились ежегодно в Москве (2010–2014 и 2016–2021 гг.) или в Калининграде (2015 г.), они не прерывались и в эпидемический период 2020–2021 гг. Выбранная смешанная форма дистанционного и персонального участия оказалась достаточно гибкой и позволила вначале вернуться к формату традиционной конференции с возможностью дистанционного подключения к трансляции, а в этом году – строго очной.

В число тем, включенных для обсуждения на 14-ой международной конференции «Волны и вихри в сложных средах», вошли: Системы фундаментальных уравнений и конститутивные модели течений сложных сред; Методы математического и лабораторного моделирования течений; Волны, вихри, когерентные структуры, турбулентность и лигаменты в течениях жидкостей и газов; Механика простых и

сложных жидкостей с фазовыми переходами, газожидкостных систем и суспензий, включая течения в электрических или магнитных полях и в экстремальных условиях высоких и низких температур, взрывные явления; Техника современного эксперимента; Технические и технологические приложения. В перечне структурных компонентов добавился новый термин – лигамент, математический аналог тонких компонентов течений – прослоек и волокон, которым соответствуют сингулярные решения линейных и слабонелинейных моделей течений.

Тематика отражает сохранение направленности конференции, ориентированной на разработку моделей течений природных систем, атмосферы и океана, транспортных и промышленных технологий, сохраняющих возможность априорной оценки точности и прямого сравнения расчетов с данными экспериментов и наблюдений в реальных условиях. Традиционно, для включения в программу конференции заявки прислали сотрудники научных институтов Российской академии наук (ИПМех РАН, ОИВТ РАН, ИФА РАН, ИПМ РАН, ИО РАН, ИАП РАН, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, ДВФУ РАН, Институт теплофизики УрО РАН, Институт электрофизики УрО РАН, ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, ИВМ СО РАН, ИММ УФИЦ РАН, ИММ (филиал ПФИЦ) УрО РАН, ИГиЛ СО РАН, Институт катализа им. Г.К.Борескова СО РАН, Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, ИПФ РАН, ИПМаш РАН, ФГБУН ФИЦ «Морской гидрофизический институт РАН»), ряда университетов (МГУ им. М.В.Ломоносова, НИИ механики МГУ, НИЯУ МИФИ, МГТУ им. Н.Э. Баумана, РУТ МИИТ, НИУ МЭИ, НИУ ВШЭ, МФТИ, Алтайский государственный Университет, ЯрГУ им. П.Г.Демидова, Уфимский университет науки и технологий, Уфимский государственный нефтяной технический университет, Пермский государственный научно-исследовательский университет, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Волжский государственный институт транспорта, Калининградский государственный технический университет» ФГБОУ ВО «КГТУ», Самарский национальный исследовательский университет, Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва, Севастопольский ГУ Филиал Государственного морского университета им. адмирала Ф.Ф. Ушакова, Тольяттинский государственный университет, Томский политехнический университет, ОАНО «Школа «ЛЕТОВО»»), а также институтов и центров промышленности (АО ГНЦ «Центр Келдыша», ЦИАМ, EPAM Systems Moscow, АО «Атомэнергопроект», АО «РЭИН», Электрогорский научно-исследовательский центр по безопасности АЭС, АО «ЦКБ МТ «Рубин»). В число докладчиков вошли: чл.-корр. РАН – 2, д.ф.-м.н. – 40, д.т.н. – 8, к.ф.-м.н. – 46, к.т.н. – 5, молодые ученые в возрасте до 35 лет – 85. Объявленная программа докладов была выполнена практически полностью.

В отсутствие целевого финансирования научных конференций, Оргкомитет считает своей приятной обязанностью поблагодарить всех участников, пришедших реально поддержать открытый обмен достижениями, вопросами и научными суждениями – инструмент контроля оригинальности и ценности полученных результатов новых идей, а также поиска решений традиционных и вновь возникающих научно-практических проблем.

Поскольку, в силу сложившихся организационных условий, сборник материалов публикуется после окончания конференции-школы, сообщаем о принятом решении участников продолжить работу конференции в ноябре 2024 года.

Оргкомитет

ВАЛИДАЦИЯ КОДА STEG НА ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО ГИДРОДИНАМИКЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПАРОГЕНЕРАТОРА

Х. Абди, Н. Урегани Джафари, В.И. Мелихов, О.И. Мелихов*
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва
*hoseinabdi1990@gmail.com

Код STEG (STEam Generator) [1-3] разработан для моделирования теплогидравлических процессов в горизонтальном парогенераторе. Этот код использует нестационарную двухжидкостную трехмерную модель смеси воды и пара для моделирования теплогидравлических процессов. Валидация кода STEG была подтверждена по результатам нескольких экспериментов, но из-за сложности моделируемых теплогидравлических процессов и объектов все еще существует необходимость в валидации кода. В данной работе моделировались процессы по изучению гидравлики движения двухфазной среды применительно к условиям в парогенераторе с помощью кода STEG. При этом использовались данные комплексного экспериментального исследования, проведенного во Всероссийском теплотехническом институте (ВТИ) [4]. В частности, исследовались закономерности изменения объемного паросодержания и гидравлического сопротивления при поперечном обтекании пучков труб. Расчеты проводились с помощью кода STEG для нескольких режимов с разными расходами воздуха, а также для ПДЛ с разными степенями перфорации. Результаты расчетов сравнивались с опытными данными и было получено хорошее согласие между ними.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ КОДА STEG

Математическая модель кода STEG основана на двухскоростной двухтемпературной модели двухфазного потока [5]. Каждая фаза (жидкость и пар/газ) рассматривается как отдельная непрерывная среда (континуум), для которой формулируются уравнения сохранения массы, импульса и энергии. Для описания взаимодействия фаз друг с другом и с окружающими конструкциями (стенка, трубчатка и т.п.) уравнения сохранения дополняются специальными членами, моделирующими эти взаимодействия. Поскольку рассматриваемые в данной статье экспериментальные исследования проводились при комнатной температуре (теплообмен между водой и воздухом отсутствовал), то для краткости уравнения сохранения энергии не приводятся.

В данной работе для оределения межфазного сопротивления двухфазного потока в ТП используется корреляция межфазного сопротивления [6], полученная в результате анализа экспериментальных данных по течению двухфазной среды сквозь трубный пучок. В областях не занятых трубчаткой в [7] предложена модель межфазного сопротивления, в целом основанная на подходе Ишии-Зубера [8], но имеющая ряд отличий, вызванных особенностями течения двухфазной смеси в горизонтальном ПГ.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Во Всероссийском теплотехническом институте была сооружена водовоздушная модель парогенератора, на которой изучалось движение двухфазной среды в условиях, характерных для натурного ПГ. Модель состояла из шахматного трубного пучка, погруженного дырчатого листа и опускного канала, рис.1. Трубный пучок выполнен из труб диаметром 16х1.4 мм, стали Х18Н10Т и имел в высоту 57 рядов. В каждом ряду было установлено 10 труб. Геометрические характеристики и система дистанционирования (S_1=0.023 м; S_2=0.019 м) трубного пучка в модели были такими же, как и в натурном ПГВ-1000. Длина трубы в пучке 0.5 м. Расстояние от дырчатого

листа до трубного пучка составляло 0.25 м, использовались четыре листа с различной перфорацией –7.5% и 20%. Подвод воздуха осуществлялся в трех сечениях по высоте пучка труб через все 10 труб (перфорированных), находящихся в данном сечении, моделируя процесс парообразования. Расход воздуха, подаваемый в каждое сечение, мог изменяться в зависимости от программы исследований. Измерение объемного газосодержания проводилось методом γ - просвечивания. Помимо этого, измерялись перепады давления по высоте трубного пучка и уровни воды в модели и над ПДЛ.

Каждый эксперимент выполнялся при заданных нагрузке воздуха на зеркало испарения и уровне воды в модели.

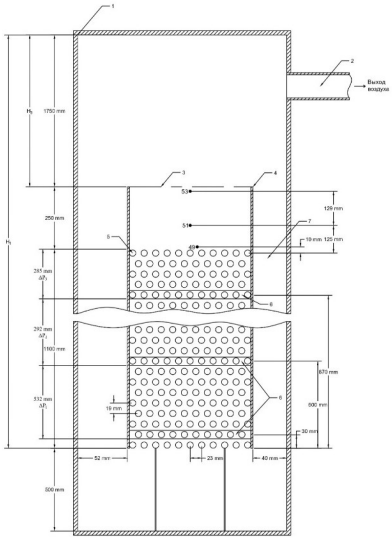


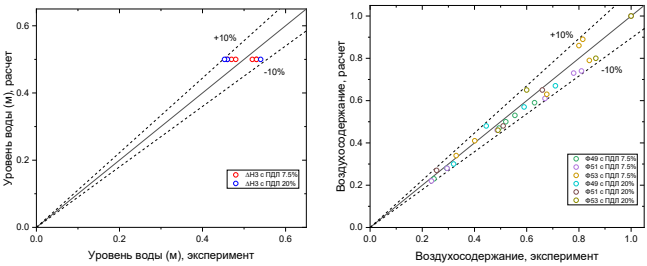
Рис. 1. Экспериментальный стенд:1 – корпус; 2 – патрубок отвода воздуха; 3 – дырчатый лист; 4 – закраина; 5 – трубный пучок; 6 – подвод воздуха; 7 – опускной канал. Измерения: 49, 51, 53 - объемное воздухосодержание, H1, H3 - весовой уровень воды, ΔP1, ΔP2, ΔP3 - перепады давления.

АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТОВ КОДОМ STEG

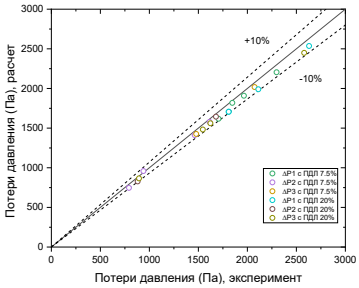
Были рассмотрены девять различных экспериментальных режимов, в шести из этих режимов использовался ПДЛ с перфорацией 7.5%, в трех – ПДЛ с перфорацией 20%. Каждый режим характеризовался тремя приведенными скоростями подачи воздуха в нижнем, среднем, верхнем сечениях (w''_{01}, w''_{02}, w''_{03}) и весовым уровнем воды в сосуде (H1). Приведенные скорости подачи воздуха определялись как отношение расхода воздуха к площади проходного сечения над ПДЛ.

Количественное сравнение расчетных и экспериментальных данных включало в себя следующие параметры: 1) объемное паросодержание в трех точках (ϕ_{49}, ϕ_{51} и ϕ_{53}), расположенных между трубным пучком и ПДЛ; 2) три перепада давления (ΔP_1, ΔP_2 и ΔP_3) по высоте трубного пучка и 3) уровень воды над ПДЛ (H_3).

На рис.2 показано сравнение результатов расчета уровня воды над ПДЛ, объемного воздухосодержания и потерь давления в трубном пучке с экспериментальными данными для всех девяти режимов. Пунктиром изображены линии показывающие относительную погрешность ± 10% между расчетными и экспериментальными значениями.



(а) (б)



(в)

Рис.2. Сравнение экспериментальных и расчетных данных для всех 9 режимов. а) уровень воды над ПДЛ, б) объемное воздухосодержание, в) потери давления

Значения, полученные в расчетах кодом STEG, хорошо согласуются с экспериментальными данными. Относительные погрешности расчета для всех девяти экспериментальных режимов не превышают 10%.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00793.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мелихов О.И., Мелихов В.И., Парфенов Ю.В.* Математическое моделирование теплогидравлических процессов в горизонтальном парогенераторе с помощью кода STEG // Новое в российской электроэнергетике. 2008. № 8. С. 21–33.
2. *Le T.T., Melikhov V.I., Melikhov O.I., Nerovnov A.A., Nikonov S.M.* Validation of the STEG code using PGV experiments on hydrodynamics of horizontal steam generator // Nuclear Engineering and Design. 2020. V. 356. p. 110380.
3. *Liu S., Yin F., Melikhov V.I., Melikhov O.I.* Validation of the STEG code using experiments on two-phase flow across horizontal tube bundles // Nuclear Engineering and Design. 2022. V. 399. p.112048.
4. *Колбасников А.В.* Разработка методов расчета гидродинамики двухфазной среды и теплообмена в поперечноомываемых поверхностях нагрева парогенераторов на основе экспериментальных исследований // Дисс. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. 2000. ОАО ВТИ. 216 с.
5. *Нигматулин Р. И.* Динамика многофазных сред. М.: Наука. 1987.

6. *Simovic Z.R., Ocokoljic S., Stefanovic V.D.* Interfacial friction correlations for the two-phase flow across tube bundles // International Journal of Multiphase Flow. 2007. V. 33 (2). p. 217–226.
7. *Le T.T., Melikhov V.I., Melikhov O.I.* Recommended set of interfacial drag correlations for the two-phase flow under thermal–hydraulic conditions of a horizontal steam generator // Nuclear Engineering and Design. 2021. V. 379. p.111249.
8. *Ishii M., Zuber N.* Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows // AIChE J. 1979. V. 25 (5). p. 843–855.

Абди Хоссейн, Hoseinabdi1990@gmail.com
Джафари Урегани Наджмех, Najmehjafari.m.sc@gmail.com
Мелихов Владимир Игоревич, volodymyr.mel@yandex.ru
Мелихов Олег Игоревич, oleg.melikhov311@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

КОЛЛАПС КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ВЕРШИНАХ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКОВ

А.А. Аганин, Т.Ф. Халитова*
Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН, Казань
*aganin_aa@imm.knc.ru

ВВЕДЕНИЕ

Кавитация используется во многих приложениях для решения таких практических задач, как ультразвуковая очистка, доставка лекарств в клетки, разрушения камней в почках и т.д. Коллапс пузырьков в жидкости вблизи твердого тела может оказывать на него негативное воздействие, такое как эрозия, износ и разрушение. В литературе наиболее изученным является сильное сжатие одиночного пузырька. В случае кластера пузырьков динамика каждого из них может существенно зависеть от соседних пузырьков. По сравнению с одиночным пузырьком пузырьки в кластере могут интенсивнее перемещаться, сильнее воздействовать на поверхности тел, иметь другие степени сжатия. Прямые численные модели на основе уравнений динамики жидкости и газа в частных производных в случае кластера пузырьков требуют больших затрат компьютерного времени [1]. В связи с этим при исследовании таких задач вводились дополнительные упрощения и применялись дискретные модели [2], модели сплошной двухфазной среды [3], методы граничных элементов [4]. Однако при оценке степеней сжатия и нагрева содержимого пузырьков (максимальных значений температуры и давления в пузырьках), такие модели могут давать большие погрешности. В данной работе применяется подход, в котором сочетаются преимущества дискретных моделей (вычислительная эффективность) и прямого численного моделирования (адекватность).

ОСОБЕННОСТИ КОЛЛАПСА КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ

Рассматривается совместный коллапс N сферических кавитационных (паровых) пузырьков в воде с давлением p_0 и температурой T_0. Центры пузырьков находятся на сферической поверхности радиусом R_{cl} в вершинах правильных многогранников (рис.1а). Начало коллапса (момент времени $t = 0$) физически соответствует моменту перехода от расширения к сжатию паровых пузырьков, образованных лазерным или

искровым пробоем жидкости. Поэтому при $t = 0$ скорость пара в пузырьках и окружающей жидкости принимается равной нулю, а давление в пузырьках p_{b0} равным давлению насыщенного пара воды $p_S(T)$ при $T = T_0$. Имеем $p_{b0} < p_0$, так что коллапс пузырьков обусловлен разницей давлений $p_0 - p_{b0}$. В настоящей работе начальный радиус пузырьков $R_{i0} \approx 2$ мм, а радиус кластера $R_{cl} = 10R_{i0}$, где i – номер пузырька.

Используется математическая модель совместного коллапса кавитационных пузырьков, являющаяся комбинацией модели динамики одиночного кавитационного пузырька [5] и дискретной модели совместной динамики пузырьков в кластере [1]. Модель динамики одиночного кавитационного пузырька [5] применяется для описания динамики пара в пузырьках (т.е. в областях $r_i \le R_i$,) и динамики жидкости в окружающих пузырьки слоях $R_i \le r_i \le R_i^*$ (рис. 1b). Здесь r_i – расстояние до центра i–го пузырька, R_i – радиус i–го пузырька, R_i^* – радиус внешней границы слоя. В этой модели учитывается теплопроводность пара и жидкости, вязкость и сжимаемость жидкости, испарение и конденсация на поверхности пузырька, поверхностное натяжение, применяются широкодиапазонные уравнения состояния пара и жидкости. Дискретная модель совместной динамики пузырьков в кластере [1] используется для описания динамики жидкости вне окружающих пузырьки слоев $R_i \le r_i \le R_i^*$. Перемещение и деформации пузырьков не учитываются, что приемлемо при достаточно больших расстояниях между пузырьками, когда $\max_{i,k} (R_i / d_{ik})^2 << 1$, где d_{ik} –расстояние между центрами i-го и k-го пузырьков (рис. 1c). Расстояние между пузырьками d_{ik} в процессе сжатия полагается постоянным (равным стороне правильного многогранника). Жидкость вдали от пузырьков считается слабо сжимаемой. При этом роль пузырьков играют области $r_i \le R_i^*$, а роль радиусов этих «пузырьков» играют внешние границы $r_i = R_i^*$.

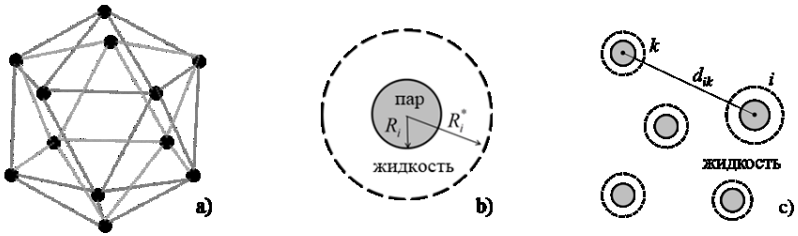


Рис.1. (a) кластер пузырьков с центрами в вершинах икосаэдра (N = 12), (b) i–й пузырек кластера и окружающий его слой жидкости, (c) фрагмент кластера пузырьков

Рис.2a демонстрирует временные зависимости радиуса пузырьков кластера в том случае, когда пузырьки расположены в вершинах додекаэдра, и временную зависимость радиуса одиночного пузырька при коллапсе и последующем расширении в варианте с температурой жидкости T_0=20ºC и ее давлением p_0 = 20 бар. Видно, что продолжительность коллапса одиночного пузырька и пузырьков кластера сильно различается. Это свидетельствует о значительном влиянии взаимодействия пузырьков.

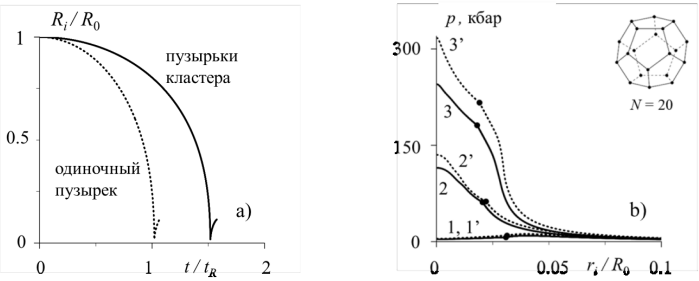


Рис.2. (a) изменение радиуса одиночного пузырька и пузырьков кластера с N = 20 при коллапсе при T_0=20°C, p_0 = 20 бар, t_R – время коллапса пустого пузырька в несжимаемой жидкости, (b) изменение радиальных профилей давления в пузырьке и окружающей жидкости в три момента времени финальной стадии сжатия пузырьков (точки соответствуют поверхности пузырьков, сплошные линии – пузырькам кластера, пунктирные – одиночному пузырьку)

Из рис. 2b следует, что и радиальные распределения давления в пузырьках и окружающем их слое жидкости в конце коллапса также различаются. Давление в одиночном пузырьке и пузырьках кластера во втором и третьем из представленных моментов времени является пространственно неоднородным. Отметим, что в конце сжатия давление в пузырьках в кластере в форме додекаэдра оказываются ниже, чем в одиночном пузырьке, что характерно для больших значений давления жидкости p_0.

Рис. 3 иллюстрирует случай коллапса пузырьков при T_0=20°C, p_0=1 бар. С ростом N масса пузырьков в конце коллапса уменьшается, так что пузырьки сжимаются до меньшего объема и максимум давления в пузырьках ($p_{b\max}$) оказывается несколько больше (рис. 3a). При этом с ростом N на большей части коллапса скорость сжатия пузырьков уменьшается и лишь в конце коллапса несколько возрастает. На рис.3b видно, что максимум скорости сжатия пузырьков ($|\dot{R}_i|_{\max}$) с повышением количества пузырьков незначительно повышается (на несколько процентов).

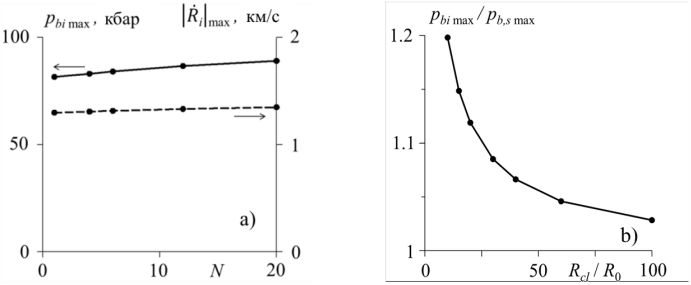


Рис.3. (a) зависимости максимального давления (p_{bimax}) в пузырьках и максимальной скорости сжатия пузырьков ($|\dot{R}_i|_{max}$) от их числа N в кластере и (b) зависимость максимального давления (p_{bimax}) в пузырьках кластера, отнесенного к максимальному давлению ($p_{b,s\,max}$) в одиночном пузырьке от R_{cl}/R_0 при N =20 в случае коллапса при T_0=20°C, p_0=1 бар.

Из рис. 3b следует, что при давлении жидкости p_0 = 1 бар степени сжатия пузырьков в кластере оказываются выше, чем в одиночном пузырьке. Рис. 3b также свидетельствует, что максимальное давление в пузырьках кластера с увеличением

радиуса кластера стремится к соответствующему значению в одиночном пузырьке. Это означает, что влияние взаимодействия между пузырьками становится меньше.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00100.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tiwari A., Pantano C., Freund J.* Growth-and-collapse dynamics of small bubble clusters // Journal of Fluid Mechanics. 2015. V. 775. p. 1–23.
2. *Ida M. et al.* Suppression of cavitation inception by gas bubble injection: a numerical study focusing on bubble-bubble interaction // Phys. Rev. E. 2007. V.76. p.046309.
3. *Wang Y.-C., Brennen C. E.* Shock wave development in the collapse of a cloud of bubbles // ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum. 1994. V.194. p. 15–19.
4. *Blake J. R. et al.* Acoustic cavitation: the fluid dynamics of non-spherical bubbles. // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 1999. V.357. p. 251–267.
5. *Нигматулин Р.И., Аганин А.А. и др.* Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // ДАН. 2014. V.458(3). p.282–286.

Аганин Александр Алексеевич, aganin_aa@imm.knc.ru
Халитова Талия Фаритовна, taliny@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ УСТАНОВИВШЕГОСЯ СТЕКАНИЯ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ ПО НАКЛОННОЙ СУПЕРГИДРОФОБНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.И. Агеев, А.Н. Осипцов*
Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
*aaiageev@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

За последнее десятилетие значительно вырос интерес к моделированию течений жидкости вблизи супергидрофобных поверхностей (СГП), в элементах текстуры которых удерживаются микропузырьки газа. Проскальзывание жидкости вдоль пузырьков приводит к макроскопическому эффекту снижения сопротивления на СГП (см. обзор [1]). Появившаяся возможность создания СГП с контролируемым микрорельефом поверхности способствовала пересмотру ряда задач гидродинамики вязкой жидкости на СГП с формулировкой условия проскальзывания вместо классического условия прилипания. В частности, были описаны автомодельные режимы растекания тонкого слоя ньютоновской жидкости вдоль горизонтальной и наклонной СГП [1]. Для течения тонкого слоя неньютоновской жидкости вдоль СГП опубликованных результатов существенно меньше, хотя в самые последние годы наблюдается всплеск интереса к исследованию таких течений. Это связано как с возможностью создания СГП с заметным проскальзыванием неньютоновских жидкостей, так и с обнаружением ряда неожиданных эффектов, в частности, аномально высокого скольжения псевдопластической среды при ее течении в канале с супергидрофобными стенками [2].

В настоящей работе рассматривается стационарное стекание ручейка жидкости со степенной реологией от точечного источника по наклонной неоднородной плоской СГП. В приближении стоксова тонкого слоя с заданным на СГП граничным условием проскальзывания получено уравнение для формы поперечного сечения ручейка. В предположении симметрии поверхности ручейка найдены условия существования класса автомодельных решений. Для ряда значений параметров скольжения СГП и реологических показателей жидкости построены аналитические и численные решения для автомодельной функции и геометрии пятна смачивания на наклонной СГП. Полученные решения могут быть использованы для планирования и интерпретации экспериментальных исследований, цель которых определение эффективных свойств СГП.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим стекание неньютоновской жидкости от локализованного источника по плоской СГП, образующей угол φ с горизонтом. Жидкость задана реологическим соотношением $\tau_{ij}^* = 2\mu_0^* I^{n-1} e_{ij}^*$, где τ_{ij}^* и e_{ij}^* – тензоры напряжений и скоростей деформации соответственно, $I = \sqrt{e_{ij}^* e_{ij}^*}$, $n > 0$, по повторяющимся индексам выполняется суммирование. При $n = 1$ коэффициент μ_0^* совпадает с динамической вязкостью ньютоновской жидкости. Начало декартовой системы координат $Ox^*y^*z^*$ совпадает с локализованным источником массоподвода; оси Ox^* и Oy^* направлены вдоль главных направлений тензора скольжения на СГП [1]; ось Oz^* направлена по нормали к наклонной поверхности. Обозначим через L, l и h_0 характерные линейные размеры длины, ширины и толщины ручейка соответственно. Предполагается, что толщина ручейка много меньше его ширины, а ширина много меньше длины: $h_0/l = l/L = \varepsilon \ll 1$. В предположении малой относительной толщины слоя ε, а также $\varepsilon^2 2^{n-1} \rho^* L^n U^{2-n} / \mu_0^* \to 0$ (где ρ^* – плотность жидкости, U – характерная скорость стекания, определяемая по заданному объемному расходу жидкости Q^*, h_0 и l) из уравнений Навье-Стокса получаем уравнения тонкого стоксова слоя на наклонной плоскости:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^n\right) + \sin\varphi = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^{n-1} \frac{\partial v}{\partial z}\right) = \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\cos\varphi \qquad (1)$$

Данные уравнения получены в предположении равенства единице коэффициента, содержащего ускорение свободного падения, и соотношения на геометрические масштабы задачи. На наклонной СГП задаются условия непротекания и проскальзывания для компонент скорости, которые в безразмерной форме принимают вид:

$$z = 0: \quad u = b_1(x, y)\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^m, \quad v = b_2(x, y)\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^m, \quad w = 0 \qquad (2)$$

На свободной поверхности ручейка ставятся кинематическое (непротекание) и динамические (отсутствие касательных напряжений) граничные условия:

$$z = h(x, y): \quad u\frac{\partial h}{\partial x} + v\frac{\partial h}{\partial y} = w, \quad p = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \qquad (3)$$

В граничном условии (2) на СГП параметры b_1 и b_2 – коэффициенты пропорциональности, связывающие безразмерную касательную скорость и степени безразмерных нормальных производных продольных скоростей среды, вычисленных на СГП при $z = 0$ [1]. Случай $m = 1$ соответствует линейному граничному условию Навье

для течения ньютоновской (n = 1) жидкости вдоль СГП. Для ньютоновских жидкостей $b_{1,2}$ соответствуют безразмерным «длинам скольжения» главных направлений тензора скольжения. Рассмотрим достаточно общую ситуацию неоднородной СГП, для которой зависимость безразмерных коэффициентов $b_{1,2}$ в условии проскальзывания от координат описывается функциями вида $B_{1,2}x^{\gamma}y^{\delta}$, где $B_{1,2}$ – положительные константы. Частный случай, когда $\delta = \gamma = 0$, соответствует СГП с однородными свойствами. Ограничимся рассмотрением случая m = 1 для неньютоновской жидкости. После решения уравнений (1) с граничными условиями (2) и (3), интегрирования уравнения неразрывности по толщине слоя получаем уравнение для установившейся формы поперечного сечения ручейка на СГП:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\left[\frac{n}{2n+1}\right]h^{\frac{2n+1}{n}}+B_1x^{\gamma}y^{\delta}h^{\frac{n+1}{n}}\right)\operatorname{tg}\varphi+\frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\left[\frac{n}{2n+1}\right]h^{\frac{2n+1}{n}}+B_2x^{\gamma}y^{\delta}h^{\frac{n+1}{n}}\right)\frac{\partial h}{\partial y}\right)=0 \qquad (4)$$

Для установившегося стекания жидкости расход через поперечное сечение ручейка вычисляется следующим образом:

$$\int_{-y_e(x)}^{y_e(x)}\int_{0}^{h(x,y)} u\left(x,y,z\right)dz\,dy=1\ ,$$

где $\pm y_e(x)$ на плоскости (x, y) – заранее неизвестные боковые границы области смачивания жидкости, на которых толщина слоя равняется нулю. После подстановки в интегральный закон сохранения расхода жидкости выражения для компоненты скорости u получаем:

$$\left(\sin\varphi\right)^{\frac{1}{n}}\int_{-y_e(x)}^{y_e(x)}\left(\left[\frac{n}{2n+1}\right]h^{\frac{2n+1}{n}}+B_1x^{\gamma}y^{\delta}h^{\frac{n+1}{n}}\right)dy=1 \qquad (5)$$

Задача (4)–(5) является многопараметрической и может описывать широкий класс течений для различных неоднородных СГП и стекающих жидкостей. Далее рассмотрим для уравнения (4) автомодельные решения вида:

$$h(x, y) = x^{\alpha}F(\eta),\ \eta = y/Cx^{\beta},\ C = \text{const} > 0,$$

где α и β – некоторые константы [3]. Новая переменная η характеризует автомодельный закон расширения области смачивания жидкости в направлении оси Oy. Значение константы C вычисляется из условия η = 1 на боковой границе ручейка. После подстановки автомодельной формы решения в уравнение (4) и закон постоянства расхода получаем условия существования автомодельных решений и уравнение для вычисления C:

$$\alpha=-\frac{n}{5n+2},\ \beta=\frac{2n+1}{5n+2},\ \gamma=-\frac{n+(2n+1)\delta}{5n+2};\ C\left(\sin\varphi\right)^{\frac{1}{n}}\int_{-1}^{1}\left(\left[\frac{n}{2n+1}\right]F^{\frac{2n+1}{n}}+B_1C^{\delta}\eta^{\delta}F^{\frac{n+1}{n}}\right)d\eta=1$$

После подстановки автомодельной формы решения в уравнение (4) получаем краевую задачу для автомодельной функции F:

$$\left[\frac{n}{2n+1}\right]\frac{d}{d\eta}\left(F^{\frac{2n+1}{n}}\frac{dF}{d\eta}\right)+B_2C^{\delta}\frac{d}{d\eta}\left(\eta^{\delta}F^{\frac{n+1}{n}}\frac{dF}{d\eta}\right)+\left[\frac{C^2n}{5n+2}\right]\frac{d}{d\eta}\left(\eta F^{\frac{2n+1}{n}}\right)\operatorname{tg}\varphi+$$

$$+B_1C^{\delta+2}\left[\frac{2n+1}{5n+2}\right]\frac{d}{d\eta}\left(\eta^{\delta+1}F^{\frac{n+1}{n}}\right)\operatorname{tg}\varphi=0,\qquad F'(0)=F(1)=0$$

Интегрируя данное уравнение с условием $F'(0) = 0$, получаем

$$\left[\frac{n}{2n+1}\right]F\frac{dF}{d\eta}+B_2C^{\delta}\eta^{\delta}\frac{dF}{d\eta}+\left[\frac{C^2n}{5n+2}\right]\eta F\mathrm{tg}\varphi+B_1C^{\delta+2}\left[\frac{2n+1}{5n+2}\right]\eta^{\delta+1}\mathrm{tg}\varphi=0,\quad F(1)=0 \qquad (6)$$

В случае СГП, у которой коэффициенты скольжения зависят от одной пространственной координаты ($\delta = 0$ и $\gamma = -n/(5n+2)$ в выражениях для $b_{1,2}$) уравнение для автомодельной функции (6), имеет аналитическое решение, выраженное неявной функцией:

$$\left(\frac{n}{2n+1}\right)F+B_2\ln\left|F+\left(\frac{2n+1}{n}\right)B_1\right|-B_1\ln\left|F+\left(\frac{2n+1}{n}\right)B_1\right|=$$

$$=\frac{nC^2\mathrm{tg}\varphi}{(10n+4)}(1-\eta^2)+B_2\ln\left|\left(\frac{2n+1}{n}\right)B_1\right|-B_1\ln\left|\left(\frac{2n+1}{n}\right)B_1\right|$$

При $n = 1$ и $B_{1,2} = 0$ уравнение (6) принимает известный в литературе вид [3]. Решения для других значений δ и γ могут быть получены на основе численного интегрирования уравнения (6) с краевым условием $F(1) = 0$. Значение константы C в законе расширения пятна смачивания вычисления итерациями на основе решения ОДУ для автомодельной функции.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по госбюджетному плану МГУ им. М.В. Ломоносова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.И.Агеев, А.Н. Осипцов.* Макро- и микрогидродинамика вязкой жидкости вблизи супергидрофобной поверхности // Коллоидный журнал. 2022. Т. 84(6). С. 380.
2. *S. Patlazhan, S. Vagner*. Apparent slip of shear thinning fluid in a microchannel with a superhydrophobic wall // Phys. Rev. E. 2007. № 96. p.013104.
3. *S.K. Wilson, B.R. Duffy, R. Hunt*. A slender rivulet of a power-law fluid driven by either gravity or a constant shear stress at the free surface // Q. J. Mech. Appl. Math. 2002. V. 55(3). p. 385.
4. *А.И. Агеев, А.Н. Осипцов.* Стекание ручейка неньютоновской жидкости по наклонной супергидрофобной поверхности // Письма в ЖЭТФ. 2023. Т. 118(3). С. 171.

Агеев Алексей Игоревич, aaiageev@mail.ru
Осипцов Александр Николаевич, osiptsov@imec.msu.ru

—— ♦♦♦ ——

ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ В ТРУБЕ, ЗАПОЛНЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ, СОДЕРЖАЩЕЙ ПУЗЫРЬКОВУЮ ЗОНУ В ВИДЕ ЦИЛИНДРА

У.О. Агишева, М.Н. Галимзянов[*]
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа
[*]*monk@anrb.ru*

В данной работе численно изучены двумерные осесимметричные волновые возмущения в канале с водой, содержащей пузырьковую область в виде цилиндра. По результатам численных расчетов проанализирована зависимость максимальной

амплитуды давления, формирующейся в канале, от геометрических параметров кластера и канала, а также от начального содержания пузырьков. Построены карты зон максимального значения давления для рассматриваемых задач в зависимости от величины начального объемного содержания на плоскости «объемное содержание - протяженность пузырьковой области».

ВВЕДЕНИЕ

Особенности распространения волн в пузырьковой жидкости связаны с совокупным взаимодействием нелинейных, дисперсионных и диссипативных эффектов. В жидкости с пузырьками свойства практически несжимаемой жидкости, являющейся несущей фазой, кардинально меняются при небольшом по объему (а тем более по массе) добавлении газа (пузырьков), являющегося дисперсной фазой. Особенность пузырьковых жидкостей обусловлена их высокой статической сжимаемостью при сохранении высокой плотности, близкой к плотности жидкости, что в свою очередь приводит к малой равновесной скорости звука. Интересной особенностью пузырьковой жидкости в динамических процессах является проявление инерции жидкости при изменении объема смеси за счет сжатия или расширения пузырьков [1]. Интерес к пузырьковым кластерам в жидкости обусловлен, в частности, созданием гидроакустических аналогов лазерных систем, которые сначала могут поглощать внешнее воздействие, а потом переизлучать эту энергию с существенным увеличением амплитуды и возможной концентрацией энергии в заданном направлении [2].

Данная работа является продолжением исследований из [3-5] и в ней рассмотрена динамика волн в цилиндрическом канале с содержащей пузырьковую область в форме цилиндра (рис.1). Анализируется зависимость максимальной амплитуды давления, формирующейся в канале, от геометрических параметров кластера, а также от начального объемного содержания пузырьков.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерные осесимметричные волновые возмущения в канале с водой, содержащей область в форме цилиндра, заполненный водовоздушной пузырьковой смесью, рис. 1. Волновое движения в канале инициируется мгновенным повышением давления на границе z=0 на некоторое амплитудное значение Δp_{l0} и поддерживается все время расчета. Требуется определить динамику волнового процесса в канале при t>0.

Для описания волнового движения, принимая общие допущения для пузырьковых жидкостей, используется система макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в приближении цилиндрической симметрии [6].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Зависимость максимального давления на оси и стенке трубы от протяженности пузырьковой области представлена на рис. 2. Отметим, когда амплитуда первоначальной волны типа «ступенька» равна 0.3 МПа. Из представленных рисунков видно, что максимальное значение давления в канале регистрируется на оси канала для обоих рассмотренных случаев, хотя и на стенке присутствует небольшое увеличение давления. Видно, что для случая объемного содержания 10^{-2} на оси регистрируется давление, которое превышается начальное более чем в 50 раз, а для случая объемного содержания 10^{-3} данная величина достигает значение всего порядка 24. Это связано с различием скорости распространения звука в пузырьковой жидкости для рассматриваемых объемных содержаний. Для 10^{-2} скорость распространения звука

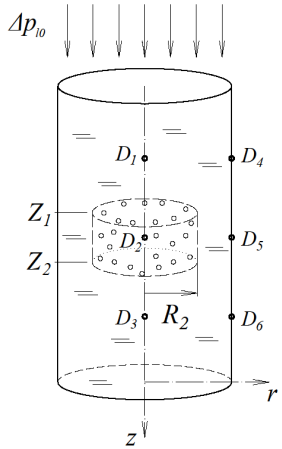


Рис.1. Схема задачи. Z1 и Z2 – координаты кластера, R2 – внешний радиусы кластера. D_1-D_6 – мнимые датчики.

порядка 110 м/с, когда для 10^{-3} она достигается порядка 440 м/с.Также можно заметить, что для рассмотренных величин для объемного содержания 10^{-2} существует ярко выраженный пик (когда протяженность пузырьковой области равна 0,05 м), где фиксируется максимальное значение. Справа и слева от этого пика картина фиксации максимального значения давления имеет симметричную картину. Для случая 10^{-3} данный пик смещается правее.

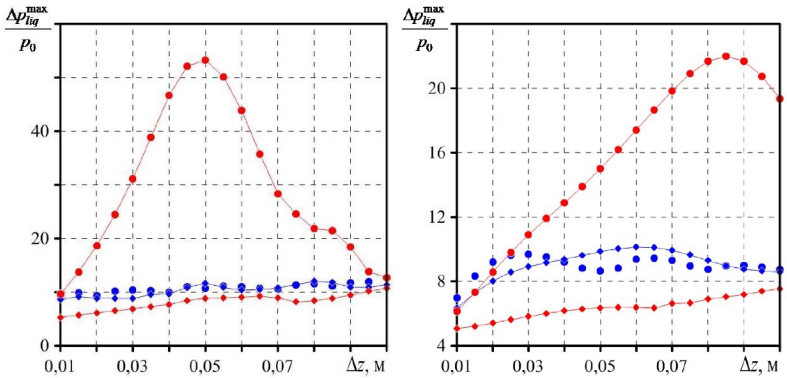


Рис. 2. Зависимость максимального давления на оси и внешней стенке трубы от протяженности пузырьковой области Δz. Символы • соответствуют центру канала, ♦ – стенке канала. Красным цветов представлен сплошной цилиндр, синим – область в форме проколотого цилиндра. Левый рисунок для объемного содержания пузырьков 10^{-2}, правый – 10^{-3}.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет средств гранта РНФ № 21-11-00207 (https://rscf.ru/project/21-11-00207/).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. М.: Наука, 1987. 386 с., 464 с.
2. *Кедринский В.К., Шокин Ю.И., Вшивков В.А. и др.* Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // Докл. РАН. 2001.Т. 381(6). С. 773–776.
3. *Галимзянов М.Н., Гималтдинов И.К., Агишева У.О.* О фокусировке волн давления в тороидальном пузырьковом кластере // Вестник Башкирского университета. 2022. Т. 27(1). С. 9–17.
4. *Галимзянов М.Н.* Динамика импульсного сигнала в цилиндрическом канале с жидкостью, содержащем сферический пузырьковый кластер // Вестник Башкирского университета. 2022. Т. 27(2). С. 275–286.
5. *Гималтдинов И.К., Галимзянов М.Н., Кочанова Е.Ю.* Динамика волны давления в цилиндрическом канале, содержащем кольцевую пузырьковую зону // Инженерно-физический журнал. 2023. Т. 96(4). С. 1008–1016.
6. *Галимзянов М.Н., Гималтдинов И.К., Кочанова Е.Ю.* Взаимодействие волны давления в цилиндрическом канале со сферическим пузырьковым кластером // Прикладная механика и техническая физика. 2023. Т. 64. № 2 (378). С. 96–104.

Агишева Ульяна Олеговна, z_luka@list.ru
Галимзянов Марат Назипович, monk@anrb.ru

—— ♦♦♦ ——

КОРОТКОВОЛНОВЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ НАД РЕЗКО МЕНЯЮЩИМСЯ ДНОМ

А.И. Аллилуева
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
esina_anna@list.ru

Описаны коротковолновые асимптотические решения линеаризованных уравнений мелкой воды в случае, когда рельеф дна и внешний поток меняются скачкообразно вблизи некоторой кривой. В зависимости от типа скачка (тангенциальный или нормальный) изучены кривые Петровского и различные моды прошедших и отраженных волн. Асимптотика выражается через вспомогательное обыкновенное дифференциальное уравнение; показано, что это уравнение вырождается (т.е. его порядок меньше, чем в случае гиперболических систем общего положения). Основной результат – асимптотический ряд для решения задачи Коши.

Аллилуева Анна Ивановна, esina_anna@list.ru

—— ♦♦♦ ——

ФРАГМЕНТАЦИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ КАПЕЛЬ ВОДЫ ПОСЛЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ОТРЫВА ОТ СОПЛА

В.Н. Андросенко
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
androsenko@ipmnet.ru

Влияние внешнего электрического поля на картину течения и структуру оторвавшейся капли жидкости было установлено еще в ранних экспериментах [1, 2]. В условиях, когда капля в процессе отрыва приобретает электрический заряд, её дальнейшее развитие идёт по пути не только изменения формы, но и деления на отдельные фрагменты, число и форма которых зависит от величины напряжённости электрического поля, формирующего заряд [3].

В настоящей работе приводятся результаты опытов по высокоскоростной видеорегистрации падения капли воды, оторвавшейся под собственным весом от сопла диаметром 1 мм.

Опыты проведены на стенде "Моделирования динамики капельных течений в электрическом поле" [3] из состава комплекса "ГФК ИПМех РАН" [4].

Для возможности регистрации момента падения капли был разработан прибор, устанавливаемый на стенд и позволяющий после падения капли выдать на систему регистрации и высокоскоростную видеокамеру сигнал с длительностью 100 мс через настраиваемое время задержки.

Запускающий импульс формируется на основе перекрытия лазерного луча падающей каплей и изменения сигнала фотодиода, который меняется соответственно изменению интенсивности падающего на него излучения. Фотодиод и лазерный диод расположены на расстоянии 60 мм от места пересечения с падающей каплей для предотвращения электрического пробоя через прибор. Запускающий импульс длительностью 100 мс формируется с плавно настраиваемой временной задержкой в диапазоне от 0 до 560 мс, необходимой для синхронизации момента пролета капли в поле зрения объектива скоростной камеры с её запуском.

В данном эксперименте капля приобретала заряд в электрическом поле, которое создавалось источником высокого напряжения $U = 0$-30 кВ, приложенного к металлизированному наконечнику сопла (аноду) и алюминиевому электроду (катоду), помещённому в приёмный резервуар. В настоящих опытах высота падения капли равнялась 50 см. Скорость видеосъёмки – 5000 к/с.

В отсутствии электрического поля ($U = 0$) отрыв капли идёт по классическому сценарию [3]: между маточной жидкостью (у сопла) и каплей формируется тонкая перемычка, нижний конец которой (примыкающий к капле) истончается быстрее верхнего (рис. 1а). В результате капля отделяется от перемычки, которая приобретает форму фигуристой сосульки (рис. 1б), но затем сворачивается в компактное тело – сателлит – и продолжает падение вместе с основной каплей (рис. 1в). Формы капли и сателлита непрерывно меняются, становясь в отдельные моменты сферическими (рис. 1в, вставка).

Приложенное напряжение приводит к изменению сценария отрыва и формы отрывающейся капли, однако радикальные изменения начинаются при напряжении свыше 10 кВ. На рис. 2 показан случай $U =$ 16 кВ. Здесь, в отличие от нулевого напряжения, отрыв начинается со стороны маточной жидкости (рис. 2а), и к этому

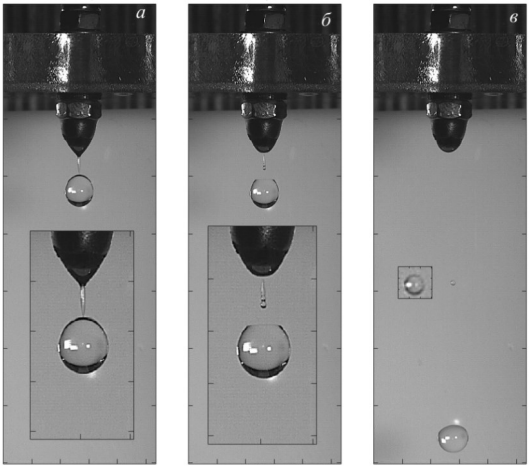


Рис. 1. Отрыв капли воды при $U = 0$ кВ. Время от момента полного отрыва, а-в: $t = -1.4, 0, 72$ мс. Деление на основном фото (X и Y) – 5 и 10 мм, на вставках (X и Y) а,б – 5 мм, в – 0.5 мм.

моменту капля и перемычка составляют единое тело в форме булавы. "Булава" превращается в сложный комплекс, нижняя часть которого оформляется в виде капли, а верхняя (перемычка) представляет собой многозвенный набор из бусинок, диаметр которых уменьшается в направлении капли (рис. 2б, вставка).

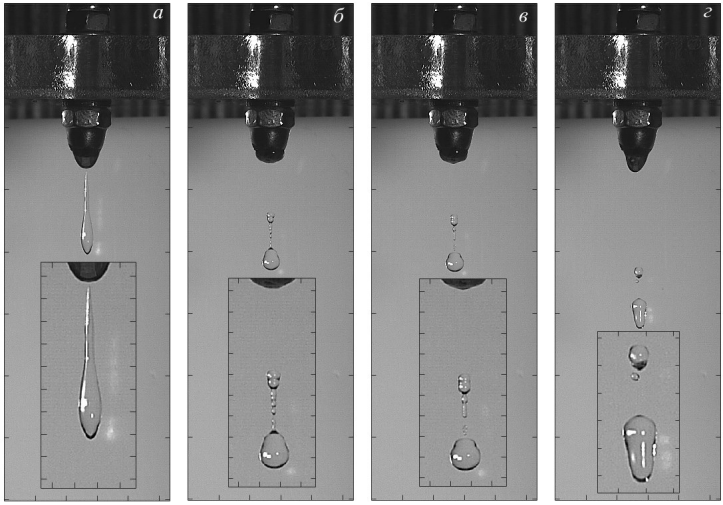


Рис. 2. Отрыв капли воды при $U = 16$ кВ. Время – от момента отрыва верхнего конца, а-г: $t = 0, 7.4, 8, 18.2$ мс. Деление на основном фото (X и Y), 5 и 10 мм, на вставках (X и Y) – 2 мм.

Ещё через 0.6 с. происходит полный отрыв капли от нижнего конца перемычки. К этому моменту перемычка теряет целостность – от неё отделяется группа нижних бусинок (рис. 2в), и после серии превращений к моменту 18.2 мс основная масса

перемычки стягивается в компактный объём, а нижние бусинки образуют отдельный небольшой фрагмент в форме шара (рис. 2г, вставка).

Остаток перемычки (рис. 2б, вставка) представляет собой периодическую структуру, в которой, как следует из пространственного спектра (рис. 3), наиболее выделяются два масштаба – 0.3 и 0.4 мм.

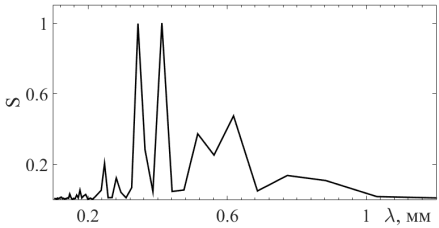


Рис. 3. Спектр масштабов структуры перемычки на вставке рис. 2б.

При данной величине напряжения ($U = 16$ кВ) последующие отрывы происходят с примерно постоянным периодом, который существенно короче, чем в отсутствии электрического поля. Однако начальные геометрические параметры "булавы" не повторяются, что порождает многообразие структур, образующихся при её распаде.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598-П ”Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью“, https://rscf.ru/project/19-19-00598/).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zeleny J.* The electrical discharge from liquid points, and a hydrostatic method of measuring the electric intensity at their surfaces // Physical Review. 1914. V. 3(2). p. 69–91. doi:10.1103/physrev.3.69
2. *Zeleny J.* On the conditions of instability of electrified drops, with application to the electrical discharge from liquid points // Proc. Cambridge Philos. Soc. 1914. V. 18. part 1. p. 71. DOI:https://doi.org/10.1103/PhysRev.3.69
3. *Чашечкин Ю.Д., Прохоров В.Е., Андросенко В.Н.* Моделирование влияния электрического поля на капельные течения // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2023. Т.24, вып. 4.

Андросенко Владислав Николаевич, androsenko@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

ВЛИЯНИЕ ИНДУЦИРОВАННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПЛОТНОСТИ ГАЗА НА СТАБИЛЬНОСТЬ ПЛАЗМЫ НЕПРЕРЫВНОГО ОПТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

В.Н. Андросенко, М.А. Котов, Н.Г. Соловьев, А.Н. Шемякин, М.Ю. Якимов*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
androsenko@ipmnet.ru

Непрерывный оптический разряд (НОР) является широкополосным источником света с высокой спектральной яркостью [1, 2]. Одним из факторов, оказывающих влияние на стабильность излучения НОР, может являться неоднородность коэффициента преломления среды, через которую проходит лазерный луч, формирующий и питающий плазму. Особенно это актуально при больших разрядных объёмах в колбах или камерах, когда термогравитационная конвекция, возникающая в плазмообразующем газе вокруг НОР [3, 4], создаёт направленный поток газа вверх в области вблизи плазмы (в центральной части колбы/камеры). Здесь может возникать обратное движение газа вниз в отдалённых от плазмы областях (на периферии). Поскольку конвекция газа вокруг НОР является главным фактором, от которого зависит стабильность излучения плазмы, изучение ее влияния на процессы формирования и поддержания плазмы НОР является особенно актуальным.

НОР зажигался и поддерживался в сапфировой трубке с внутренним диаметром 15 мм и длиной 70 мм, наполненной ксеноном (рис. 1).

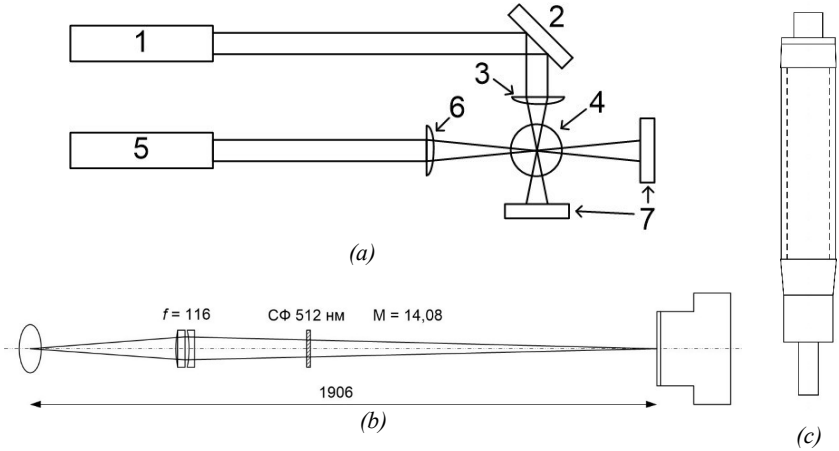


Рис. 1. Схема эксперимента: (a) Инициация НОР с помощью импульсно-периодического лазера, 1 - импульсно-периодический лазер, 2 – зеркало, 3,6 – фокусирующие линзы, 4 – сапфировая трубка с ксеноном, 5 –лазер непрерывного излучения, 7 - измерители мощности лазерного излучения; (b) Схема получения изображения плазмы; (c) Рисунок трубки с внутренним диаметром 15 мм и длиной 70 мм, наполненной ксеноном под давлением 30 бар, в объёме которой инициировался НОР.

Инициация и поддержание плазмы проводилось по следующей схеме (рис. 1a): импульсно-периодический лазер YLPP-1-150V-30 (1) генерировал излучение на длине волны 1.06 мкм, направленное через зеркало (2) и сфокусированное линзой (3) в центре сапфировой трубки (4), наполненной ксеноном под давлением 30 бар (газ комнатной температуры). В фокусе луча инициировался оптический пробой. Далее включался непрерывный лазер Raycus RFL-C1500 (5) с выходной мощностью 150-1500 Вт и длиной волны 1.08 мкм, настроенный с помощью линзы (6) на пересечение фокальных перетяжек обоих лазеров. Мощность его излучения превышала пороговую в 3-4 раза. После инициации НОР импульсный лазер выключался, а мощность непрерывного лазера уменьшалась до необходимой для поддержания плазмы. Измерение мощностей излучения обоих лазеров во время эксперимента осуществлялось с помощью измерителей мощности (7).

На рис. 1b показана схема получения изображения плазмы. Свет НОР, проходя через линзу *f*=116 мм и светофильтр 512 нм, попадал на объектив и матрицу скоростной камеры. Аналогично шлирен методом с дополнительным источником света за плазмой и щелью в фокусе были получены теневые изображения конвективных пульсаций вокруг НОР и фотографии хаотичного распределения завихрений в объёме трубки (рис. 1c). Съёмка проводилась со скоростью 1000 кадров в секунду и экспозицией 50 наносекунд при съёмке плазмы и 998 наносекунд при съёмке шлирен методом.

На полученных сериях изображений конвективных пульсаций вокруг плазмы НОР (рис. 2) отмечено нестабильное поведение факела термогравитационной конвекции. Также обращают на себя внимание неоднородности плотностей в периферийной области разрядного объёма. На рис. 3 показана картина таких остаточных течений в трубке сразу после отключения лазера, поддерживающего НОР. На рис. 4 представлены прямые фотографии плазмы с низкой выдержкой, при которой видна её структура. Видно, что остаточные течения горячего газа и, соответственно изменения градиентов плотности и коэффициента преломления среды влияют на прохождение лазерного пучка и траектории пролёта квантов лазерного излучения в разрядном объёме. Поэтому распределение интенсивности лазерного излучения при поглощении в плазме изменяется соответственно градиентам коэффициента преломления в объёме трубки, от чего и возникает пространственно-временная нестабильность структуры плазмы НОР.

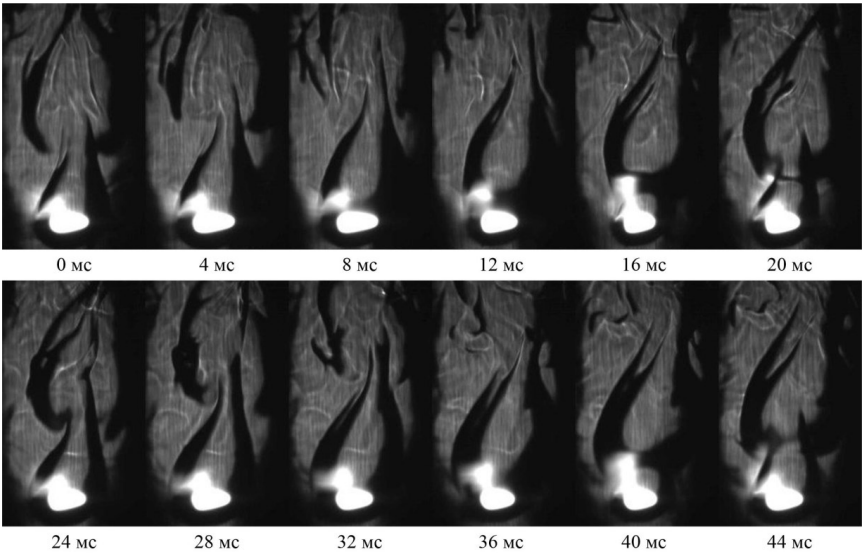


Рис. 2. Серия шлирен фотографий конвективных пульсаций НОР, поддерживаемого мощностью непрерывного лазерного излучения 210 Вт на 1.08 мкм. Выдержка 998 мкс, размер одного кадра 4,35x7,45 мм.

Такое влияние на структуру плазмы НОР можно объяснить большой высотой используемой трубки (рис. 1c) – при ее вертикальном размещении конвективные течения, возникающие около плазмы НОР, успевают набирать большие значения скорости и интерферировать друг с другом. Для оценки этого влияния проводились эксперименты с горизонтальным размещением сапфировой трубки. В этом случае объем циркуляции в конвективной зоне уменьшался по сравнению с вертикальным

размещением – характерные размеры по 7.5 мм вверх и вниз от НОР. Непрерывное лазерное излучение подавалось снизу с помощью внеосевого параболического зеркала. При такой конфигурации НОР остаточные нестабильности горячего газа в периферийной области трубки практически пропадают, и сохраняется стабильность конвективных пульсаций и структуры плазмы НОР (рис.5).

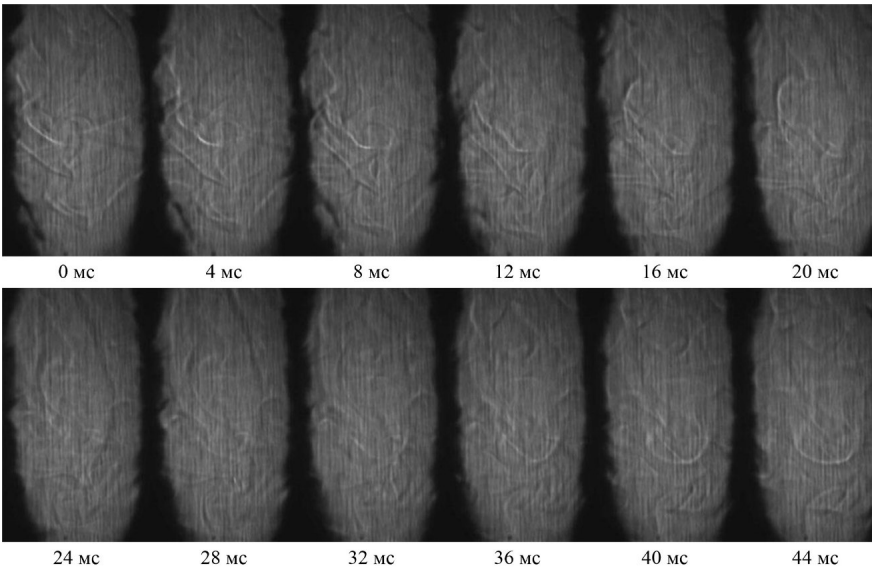


Рис. 3. Серия шлирен фотографий остаточных неоднородностей коэффициента преломления среды, вызванных конвекцией горячего газа вокруг НОР сразу после его выключения. Выдержка 998 мкс, размер одного кадра 4,35x7,45 мм.

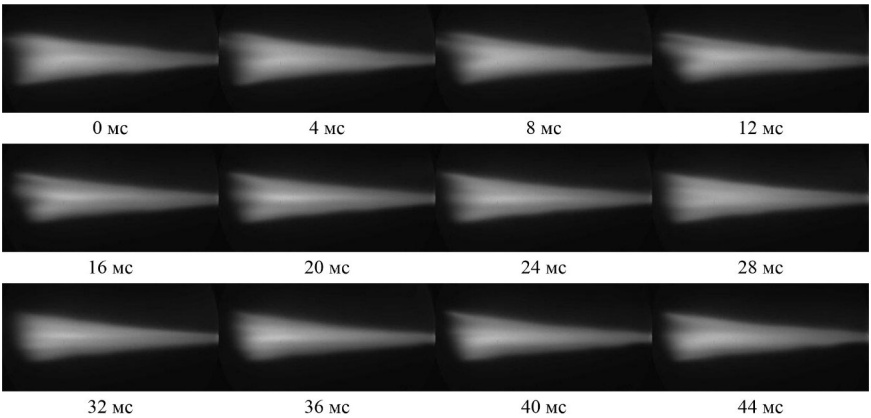


Рис. 4. Серия фотографий плазмы НОР с мощностью непрерывного лазерного излучения 675 Вт через каждые 4 мс. Выдержка 50 мкс., размер одного кадра 3,8x1,9 мм.

Изучение поведения структуры плазмы НОР в разрядном объёме с различными вариантами установки трубки и оптической схемы, фокусирующей лазерное излучение, является определяющим фактором для исследования нестабильностей НОР, возникающих в плазмообразующем газе.

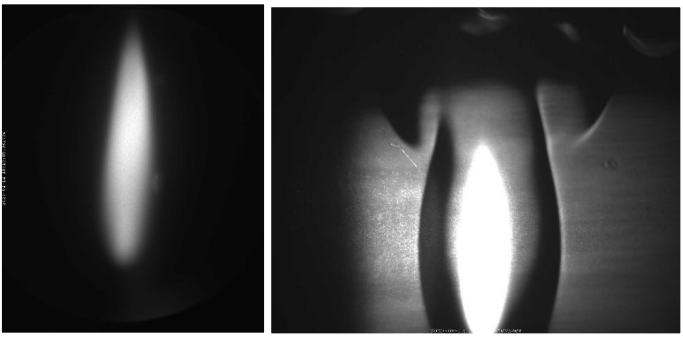


Рис. 5. Фотография плазмы НОР с выдержкой 50 мкс (слева) и шлирен фотография конвективных пульсаций НОР с выдержкой 998 мкс (справа) с мощностью непрерывного лазерного излучения 600Вт Размер кадров 2,55x3,18 мм и 4,48x3,58 мм для левого и правого рисунков соответственно.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме государственного задания (№123021700057-0).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зимаков В.П., Кузнецов В.А., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Шилов А.О., Якимов М.Ю.* Взаимодействие лазерного излучения ближнего ИК-диапазона с плазмой непрерывного оптического разряда // Физика плазмы, 2016, Т. 42(1), С. 74–80.
2. *Зимаков В.П., Кузнецов В.А., Лаврентьев С.Ю., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Шилов А.О., Якимов М.Ю.* Новые возможности применения оптических разрядов в аэрофизическом эксперименте // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2016. Т. 17(2). С.653. http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-2/articles/653/
3. *Kotov M.A., Lavrentyev S.Yu., Solovyov N.G., Shemyakin A.N., Yakimov M.Yu.* Dynamics of laser plasma convective plume in high pressure xenon // J. Phys.: Conf. Ser. 2020, V.1675, p. 012073. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1675/1/012073
4. *Kotov M.A., Lavrentyev S.Y., Shemyakin A.N., Solovyov N.G., Yakimov M.Y.* Oscillations of convective flow around a continuous optical discharge in high-pressure xenon // Plasma Sources Science and Technology, 2022, V.31(12), p. 12.

Андросенко Владислав Николаевич, androsenko@ipmnet.ru
Котов Михаил Алтаевич, kotov@ipmnet.ru
Соловьев Николай Германович, solovyov@lantanlaser.ru
Шемякин Андрей Николаевич, shemyakin@lantanlaser.ru
Якимов Михаил Юрьевич, yakimov@lantanlaser.ru

—— ♦♦♦ ——

МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОВЗРЫВНОГО РАСПАДА ДВУХЖИДКОСТНЫХ КАПЕЛЬ

Д.В. Антонов[1], И.А. Зубрилин[2], С.С. Сажин[3,4], П.В. Скрипов[5], П.А. Стрижак[1], Л.С. Яновский[6]*
[1]Томский политехнический университет, Томск
[2]Самарский национальный исследовательский университет, Самара
[3]Университет Брайтон, Брайтон, Великобритания
[4]Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск
[5]Институт теплофизики Уральского отделения РАН, Екатеринбург
[6]Центральный институт авиационного моторостроения, Москва
[*]dva14@tpu.ru

В работе приведены результаты исследования процессов микро-взрывной фрагментации двухжидкостных капель типичных для различных энергетических и топливных технологий жидкостей.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА

Для исследования процессов микро-взрывной фрагментации составных многокомпонентных капель использовались типичные для различных энергетических и топливных технологий жидкости: керосин (Jet A-1), дистиллированная вода (ГОСТ 6709-72). Объемная концентрация компонентов при проведении экспериментов составляла 90 об. % керосина и 10 об. % дистиллированная вода. Выбор компонентов состава, а также их концентраций обусловлен тем, что в предыдущих исследованиях [1] для данной топливной композиции зарегистрированы условия устойчивой реализации процессов микровзрыва и паффинга в широком диапазоне температур (450…850 K) и размеров капель (0.5…1.5 мм). Методика генерации составных капель вода/керосин аналогична использованной в [2]. На рис. 1 показаны типичные видеокадры нагрева, испарения и распада составных капель вода/керосин.

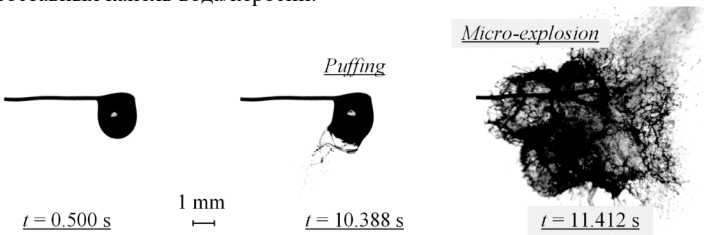


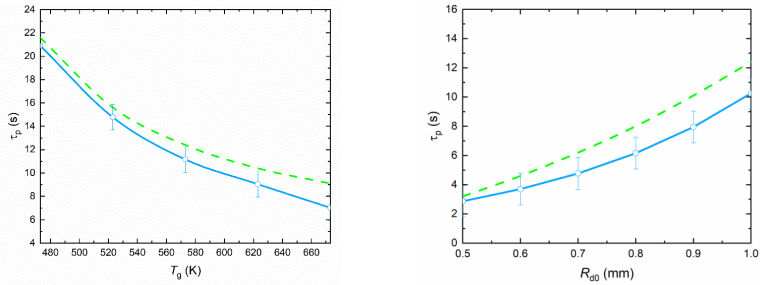
Рис. 1. Типичная динамика паффинга/микровзрыва в экспериментах. Капля композита керосин/вода с начальным радиусом $R_{d0} \approx 1$ мм и объемной долей воды $V_{w0} \approx 10$ об. % помещалась в муфельную печь с атмосферным давлением, температура $T_g \approx 573$ K.

Для исследования время паффинга композитных капель воды/керосина применялся экспериментальный стенд, аналогичный представленному в [3]. При проведении экспериментов регистрировалось время задержки начала распада составных многокомпонентных капель. Систематические погрешности определения времени паффинга не превышали ±1 мкс. Случайные погрешности определялись в виде доверительных интервалов по формуле $\Delta = t(\alpha_c, n) \cdot S$, где $t(\alpha_c, n)$ – коэффициент Стьюдента, зависящий от числа n (число измерений) и выбранной величины доверительной вероятности α_c (принималось 0.95), S – среднеквадратичное отклонение.

Для всех экспериментальных точек, представленных на зависимостях в настоящей работе, проводилось не менее 5–10 экспериментов при идентичных условиях (температуре газа и начальных размеров капель).

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 2 представлены зависимости время паффинга/микровзрыва капель воды/керосина (τ_p) от температуры газа (T_g) (*a* – R_{d0}=1 мм, объемное содержание воды 10%) и начальных радиусов капель (R_{d0}) (*b* – T_g=573 K, объемное содержание воды 10%) при эксперименте (синяя сплошная кривая) и при моделировании, предполагающей, что паффинг/микровзрыв начинается, когда температура на границе раздела вода/керосин становится равной температуре нуклеации воды (зеленая пунктирная кривая). Получено удовлетворительное (в пределах доверительного интервала) согласие результатов экспериментов и прогнозируемых времен задержек микро-взрывного распада в диапазоне температур газа (473-573 K) и начальных размеров капель (0.5-0.6 мм). С увеличением температуры газа и начальных размеров капель рассогласование между теорией и экспериментом увеличивалось, что связано главным образом со смещением водяного ядра относительно центра в экспериментах. Подробно влияние данного эффекта обсуждалось в [4].



(а) *(б)*

Рис. 2. Время до паффинга/микровзрыва капель воды/керосина (τ_p) в зависимости от температуры газа (T_g) (а – R_{d0}=1 мм, объемное содержание воды 10%) и начального радиуса капель (R_{d0}) (б – T_g=573 K, объемное содержание воды 10%), наблюдаемое экспериментально (синяя сплошная кривая) и предсказанное моделью, предполагающей, что вспучивание/микровзрыв начинается, когда температура на границе раздела вода/керосин становится равной температуре зародышеобразования воды (зеленая пунктирная кривая).

Для регистрации средней температуры воды в каплях вода/керосин при нагреве до распада использован метод Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF). Для реализации метода PLIF использованы: высокоскоростная видеокамера, макрообъектив, светофильтр для нейтрализации избыточного лазерного излучения, флуоресцентный краситель Rhodamine B, непрерывный лазер, коллиматор для формирования лазерного ножа с варьируемым углом раскрытия, персональный компьютер с ПО Davis. В процессе проведения эксперимента капли вода/керосин рассекались по оси симметрии (через центр масс) лучом непрерывного лазера. Полученные видеокадры с изображением капель вода/керосин регистрировались высокоскоростной видеокамерой и обрабатывались с применением ПО Davis. Толщина лазерного ножа составляла 0.05 мм. Обеспечивалась минимальная постоянная плотность лазерного излучения в измерительной области. При больших значениях толщины лазерного ножа последний мог оказывать существенное влияние на характеристики прогрева капли. Измерения проводились не менее чем для 20–30 значений температур газов в диапазоне от 473 K до

673 K с целью получения калибровочной кривой при удовлетворительной точности. На рис. 3 приведены результаты экспериментальных измерений средней температуры воды в составе капель вода/керосин при T_{gas}=473 K, 573 K and 673 K (сплошные кривые) и результаты моделирования (пунктирные кривые). Получено удовлетворительное согласования результатов моделирования и эксперимента по изменению средней температуры водяного ядра во времени, отклонения не превышают 5%. Причинами отклонения результатов моделирования от экспериментов являются: сдвиг водяного ядра относительно центра в экспериментах, наличие дополнительного подвода тепла за счёт лазерной подсветки, наличие примесей в виде твердых частичек и газовых пузырьков, выступающих в роли готовых центров парообразования.

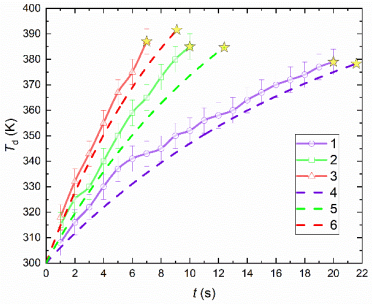


Рис. 3. Результаты экспериментальных измерений средней температуры воды в составе капель вода/керосин (R_{d0}=1 мм, объемная доля воды 10 об. %) при T_{gas}=473 K (1), 573 K (2) and 673 K (3) (сплошные линии) и результаты моделирования при T_{gas}=473 K (4), 573 K (5) and 673 K (6) (пунктирные линии).

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (Грант № 23-69-10006, https://rscf.ru/project/23-69- 10006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Antonov D.V., Piskunov M.V., Strizhak P.A.* Breakup and explosion of droplets of two immiscible fluids and emulsions // Int. J. Therm. Sci. 2019. V. 142. p. 30–41.
2. *Antonov D.V., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A., Rybdylova O., Sazhin S.S.* Micro-explosion and autoignition of composite fuel/water droplets // Combust. Flame. 2019. V. 210. p. 479–489.
3. *Antonov D.V., Nyashina G.S., Strizhak P.A., Romanov D.S.* Micro-explosive droplet fragmentation of environmentally promising coal-water slurries containing petrochemicals // Fuel. 2021. V. 283. No. 118949.
4. *Castanet G., Antonov D.V., Strizhak P.A., Sazhin S.S.* Effects of water subdroplet location on the start of puffing/micro-explosion in composite fuel-water droplets // Int. J. Heat Mass Transf. 2022. V. 186. No. 122466.

Антонов Дмитрий Владимирович, dva14@tpu.ru
Зубрилин Иван Александрович, zubrilin.ia@ssau.ru
Сажин Сергей Степанович, S.Sazhin@brighton.ac.uk
Скрипов Павел Владимирович, pavel-skripov@bk.ru
Стрижак Павел Александрович, pavelspa@tpu.ru
Яновский Леонид Самойлович, yanovskiy@ciam.ru

—— ♦♦♦ ——

ОБ УПРАВЛЕНИИ ПАРАМЕТРАМИ КОЛЕБАНИЯ ПОПЛАВКА В НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ

Байдулов В.Г.
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
bayd@ipmnet.ru

Рассмотрена задача управления колебаниями поплавка в неоднородной жидкости за счет изменения его формы. Использован подход Л.Н. Сретенского, впоследствии адаптированный к случаю неоднородной жидкости [1]. Ранее рассматривалась задача о колебаниях сферы нейтральной плавучести в непрерывно стратифицированной жидкости [2], в том числе при учете вязкого сопротивления. Уравнения движения тела сводились к дифференциальному уравнению. Масса тела оказывалась увеличенной за счет присоединенной массы, а сами колебания определялись линейными силами плавучести и вязкой диссипации. Условный период колебаний при этом с течением времени оставался постоянным.

В рамках использованного подхода, когда колебания описываются интегро-дифференциальным уравнением с ядром типа свертка, показано, что характеристики колебаний (мгновенная частота и декремент затухания) меняются со временем и существенно зависят от вида ядра. Была решена задача о стабилизации параметров колебаний поплавка за счет изменения его форм во времени. В качестве параметра управления использовалась относительная ширина поплавка. Получены выражения, описывающие закон управления, при котором частота поплавка и декремент затухания остаются неизменными в процессе колебаний.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700055-6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Акуленко Л.Д., Байдулов В.Г.* Экстремальные свойства колебаний поплавка эллиптической формы // Доклады АН. 2019. Т. 487. № 2. С. 140 – 143. DOI: 10.31857/S0869-56524872140-143
2. *Larsen L.H.* Oscillations of a neutrally buoyant sphere in a stratified fluid // Deep-Sea Res., 1969. V. 16, p. 587–603

Байдулов Василий Геннадьевич, bayd@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГРАНИЦЫ РАСПЛАВЛЕННОГО МЕТАЛЛА В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

С.А. Баренгольц, Н.М. Зубарев, Е.А. Кочурин*
ФГБУН Институт электрофизики Уральского отделения РАН, Екатеринбург
*nick@iep.uran.ru

Физические процессы, приводящие к вакуумному пробою, уже длительное время являются предметом активного исследования. Причина интереса к этому явлению состоит в широком использовании вакуумной изоляции в различных приборах и устройствах. Эти исследования получили новый импульс в связи с разработкой ускорительной техники тераватного уровня мощности [1]. Именно вакуумный пробой ускорительных структур при воздействии на них электромагнитными импульсами наносекундной длительности является основной проблемой на пути достижения высоких ускорительный градиентов [2]. В качестве основного механизма вакуумного пробоя в наносекундном диапазоне рассматривается образование проводящей среды (плазмы) на катоде из-за разогрева естественных микровыступов с высокими коэффициентами усиления поля (β) автоэмиссионными токами [3]. Напряженности поля, при которых реализуется такой механизм в ускорительных структурах, имеют порядок 10^8 В/см [4]. Появление на катоде расплавленного металла создает условия для развития электрогидродинамической (ЭГД) неустойчивости [5]. Она приводит к заострению границы – формированию конусов Тейлора [6,7]. В результате, после плавления микровыступов будет меняться их геометрия (расти β) и, как следствие, ускоряться предпробойные процессы.

В настоящей работе мы рассмотрим, в чем специфика развития ЭГД неустойчивости в полях напряженностью (E) около 10^8 В/см, что на три порядка превышает ее порог $E_c = (4\varepsilon_0^{-2}\rho g\alpha)^{1/4}$ [5] (для жидкой меди это $8.5\cdot 10^4$ В/см), где ε_0 – электрическая постоянная, ρ – плотность, g – ускорение свободного падения, α – коэффициент поверхностного натяжения. Характерный масштаб конических образований убывает с ростом приложенного поля как $\lambda \propto E^{-2}$ [7]. Понятно, что уменьшение λ на 6 порядков при изменении E на 3 порядка приведет к тому, что приближение идеальной жидкости перестанет работать, и необходимо будет учитывать вязкость расплава.

Будем считать границу жидкости в невозмущенном состоянии плоской. Пусть функция η задает ее возмущение. При анализе неустойчивостей границы η ищется в виде $\eta \propto \exp(ikx - i\omega t)$, где x – координата, t – время, k – волновое число, ω – частота. Линейная динамика границы описывается законом дисперсии, который можно получить (с учетом вязкости), взяв известную формулу для гравитационных волн [8] и сделав в ней замену $\rho gk \to -\varepsilon_0 E^2 k^2 + \alpha k^3$, соответствующую тому, что вместо силы тяжести мы будем рассматривать капиллярные и электростатические силы. Получим

$$\rho\left(2\nu k^2 - i\omega\right)^2 - \varepsilon_0 E^2 k^2 + \alpha k^3 = 4\rho\nu^{3/2} k^3 \sqrt{\nu k^2 - i\omega} \qquad (1)$$

где ν – кинематическая вязкость (см. также [9]). Из этого соотношения следует, что можно ввести характерное значение напряженности поля $E_\nu = \alpha\nu^{-1}\varepsilon_0^{-1/2}\rho^{-1/2}$, такое, что при $E << E_\nu$ вязкими эффектами можно пренебречь, а при $E \geq E_\nu$ именно они будут определять динамику неустойчивости. Для жидкой меди при температуре плавления имеем $E_\nu \approx 9.8\cdot 10^7$ В/см, что попадает в интересующий нас диапазон полей.

Рассмотрим, как развивается ЭГД неустойчивость при полях порядка E_ν. Будем интересоваться описывающими развитие апериодической неустойчивости решениями (1). Это соответствует тому, что $\omega = i\gamma$, где $\gamma > 0$ – инкремент. Характерный пространственный и временной масштабы при $E = E_\nu$ составляют $\lambda \approx 23$ нм и $\tau \approx 27$ пс Применительно к расплаву, образующемуся на вершине катодного выступа, можно отождествить радиус вершины острия R с четвертью длины волны, что дает 5–6 нм. Этот размер коррелирует данными [10], где методом молекулярной динамики моделировалась

деформация вершины катодного острия с R = 1–10 нм. При R > 3 нм пороговое значение поля, при котором начиналось вытягивание медного нановыступа, составляло $\approx 11\cdot 10^7$ В/см, т.е. близко к E_v. Согласно [10] вытягивание происходило за времена в десятки-сотни пс при температурах, значительно превышающих температуру плавления. Рассмотренный нами ЭГД механизм заострения вершины выступа не требует достижения высоких температур, причем может реализовываться при меньших полях.

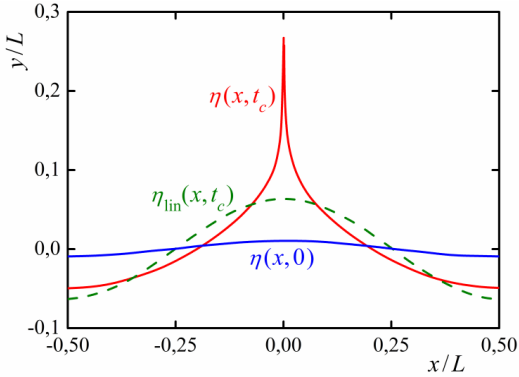


Рис. 1. Эволюция поверхности расплавленного металла в рамках нелинейной модели (2). Синяя сплошная линия соответствует начальному моменту времени, красная – моменту формирования особенности, зеленая штриховая – этому же моменту для линейного приближения.

При разработке нелинейной модели развития неустойчивости важно, чтобы связь γ от k описывалась максимально простым выражением. Так, в длинноволновом пределе имеем линейную зависимость $\gamma \propto k$, что позволило в [11] построить модель, описывающую нелинейную эволюцию границы вплоть до формирования на ней особенностей – точек с бесконечной кривизной. Для вязкой жидкости мы сталкиваемся с той трудностью, что дисперсионное соотношение является весьма громоздким. Однако, как оказывается, описываемая (1) связь γ и k в частном случае $E = E_v / 2$ хорошо (с погрешностью менее 10%) аппроксимируется параболической зависимостью $\gamma = \alpha(2\rho\nu)^{-1}k - 2\nu k^2$. Такое выражение, несмотря на свою простоту, отражает все основные особенности точного закона дисперсии в области неустойчивых k.

Мы предлагаем при $E = E_v / 2 \approx 4.9\cdot 10^7$ В/см для описания развития ЭГД неустойчивости использовать следующую нелинейную модель:

$$\eta_t = -\alpha(2\rho\nu)^{-1}\hat{H}\eta_x + 2\nu\eta_{xx} + \alpha(4\rho\nu)^{-1}\left((\hat{H}\eta_x)^2 - (\eta_x)^2\right), \qquad (2)$$

где $\hat{H}$ – оператор Гильберта. Линейная часть (2) соответствуют приближенному параболическому закону дисперсии и позволяет адекватно учесть влияние и электростатических, и капиллярных, и вязких сил. Нелинейная часть (2) соответствует модели из [11], в которой учитывались только электростатические силы.

Рассмотрим в рамках (2) динамику формирования особенности на границе жидкости. Считаем, что жидкость занимает ограниченную область $L/2 \le x \le L/2$. Исходную форму границы зададим как $\eta = A\cos(2\pi x / L)$ с L = 360 нм (применительно к расплаву на вершине острия это соответствует радиусу в ≈100 нм) и амплитудой $A = 10^{-2}L$. Уравнение (2) решалось численно на основе спектральных методов с числом

гармоник $N = 8096$. Граничные условия по пространству брались периодическими. Интегрирование по времени проводилось явным методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности с шагом $dt = 2.2 \cdot 10^{-15}$ с. Эволюция возмущения границы показана на рис. 1. Видно, что происходит неограниченное заострение поверхности к моменту $t_c \approx 0.73$ нс. Масштаб формирующегося острия можно оценить как ширину области, в которой угол наклона превышает $45°$; она составляет ≈30 нм, что ожидаемо близко к половине длины доминантной (соответствующей максимуму инкремента γ) моды в ≈40 нм.

На рис. 1 штриховой линией показано решение линеаризованного уравнения (2) в момент t_c. Из сравнения линейного и нелинейного решений ясно, что нелинейные слагаемые радикально ускоряют развитие неустойчивости; именно они обуславливают формирование особенности. Таким образом, модель (2), несмотря на ее простоту, демонстрирует тенденцию к заострению границы и, как следствие, росту коэффициента усиления поля β. В связи с тем, что этот рост происходит при полях на вершине микровыступа субмикронного размера меньше пробивных, можно сделать вывод о том, что плавление вершины неизбежно приведет к ускорению вакуумного пробоя.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 20-19-00323.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Aicheler M. et al. (Eds).* CLIC Conceptual Design Report CERN 2012-007. Geneva, CERN, 2012.
2. *Wuensch W.* CERN-OPEN-2014-028, CLIC-Note-1025. Geneva, CERN, 2013.
3. *Mesyats G.A., Proskurovsky D.I.* Pulsed Electrical Discharge in Vacuum. Berlin, Springer, 1989.
4. *Баренгольц С.А., Месяц Г.А.* Взрывоэмиссионные процессы в термоядерных установках с магнитным удержанием плазмы и линейных электрон-позитронных коллайдерах // УФН. 2023. Т. 193(7). С. 751–769.
5. *Френкель Я.И.* К теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме // ЖЭТФ. 1936. Т. 6(4). С. 348–350.
6. *Taylor G.I.* Disintegration of water drops in an electric field // Proc. Roy. Soc. A. 1964. V. 280. p. 383–397.
7. *Suvorov V.G., Zubarev N.M.* Formation of the Taylor cone on the surface of liquid metal in the presence of an electric field // J. Phys. D: Appl. Phys. 2004. V. 37. p. 289–297.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, ГРФМЛ. 1988. С. 736.
9. *Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д.* Волновое движение в вязкой однородной жидкости с поверхностным электрическим зарядом // ПММ. 2023, Т. 87(3). С. 379–391.
10. *Gao X. et al.* Molecular dynamics simulations of thermal evaporation and critical electric field of copper nanotips // J. Phys. D: Appl. Phys. 2020. V. 53. p. 365202.
11. *Зубарев Н.М.* Формирование особенностей на поверхности жидкого металла в сильном электрическом поле // ЖЭТФ. 1998. Т. 114(6). С. 2043–2054.

Баренгольц Сергей Александрович, sb@nsc.gpi.ru
Зубарев Николай Михайлович, nick@iep.uran.ru
Кочурин Евгений Александрович, kochurin@iep.uran.ru

—— ♦♦♦ ——

ДВЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЛАГРАНЖЕВЫХ ЧАСТИЦ В КАНАЛЕ ВИХРЕВОЙ ТРУБЫ

*К.И. Баширова, К.И. Михайленко**
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа
*const@uimech.org

Рассматривается разделение потока дисперсных частиц по выходам из канала вихревой трубы. Численное моделирование проводится в пакете OpenFOAM. В частности, проводится сравнение скоростей, с которыми частицы покидают канал через горячую и холодную диафрагмы. Вихревые трубы могут применяться для разделения жидкостей и газов на фракции и их очистки от примесей. Например, они применяются для удаления из природного и попутного нефтяного газа излишков влаги.

В представленной работе проведено сравнение поведения частиц с различными моделями тензора напряжений: Лана и Харриса-Крайтона. Для этого использовалась модель вихревой трубы длиной 0.12 м и диаметром 0.016 м. В начальный момент времени давление в трубе составляет 10^5 Па, давление на входе — $6.5 \cdot 10^5$ Па. В трубу добавляются мелкодисперсные частицы диаметром 0.00001 м и плотностью 2526 кг/м3. Скорость инжекции частиц — 20000 частиц в секунду, начальная скорость каждой частицы составляет 15 м/с и направлена вдоль входных патрубков вихревой трубы. В качестве несущей фазы использован воздух.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Влияние моделей тензора напряжений проверялось с использованием метода MP-PIC. Стандартная модель MP-PIC включает в себя систему уравнений для несущей фазы, состоящую из уравнений неразрывности и импульсов [1]:

$$\frac{\partial \alpha_{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_{(1)} v_{(1)i})}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial(\alpha_{(1)} v_{(1)j})}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_{(1)} v_{(1)j} v_{(1)i})}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho_{(1)}}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \alpha_{(1)} g_j - \frac{F_{(21)i}}{\rho_{(1)}}$$

где $\alpha_{(1)}$ — объемная концентрация газовой фазы; $v_{(1)i}$— i-я составляющая вектора скорости газовой фазы; p — давление; $\rho_{(1)}$ — плотность газовой фазы; g_i — компоненты вектора ускорения свободного падения; $F_{(21)i}$— функция межфазной передачи импульса; $i = 1,2,3$.

Для несомой гранулированной среды записывается уравнение для $f(x, v_{(2)}, m, t)$ — функции, определяющей распределение частиц, где $x, v_{(2)}, m$ — расположение, плотность и масса частицы, соответственно, t — время:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f v_{(2)i}}{\partial x_i} + \frac{\partial f A}{\partial v_{(2)i}} = 0$$

Здесь $v_{(2)i}$ — i-я составляющая вектора скорости частиц; A— производная по времени от скорости твердых частиц:

$$A = D(v_{(1)} - v_{(2)}) - \frac{1}{\rho_{(2)}}\frac{\partial p}{\partial x_i} + g - \frac{1}{\alpha \rho_{(2)}}\frac{\partial \tau}{\partial x_i}$$

где $D = C_d \frac{3}{8}\frac{\rho_{(1)}}{\rho_{(2)}}\frac{|v_{(1)} - v_{(2)}|}{R}$— функция переноса; C_d — коэффициент переноса; $\rho_{(2)}$— плотность частиц; R— радиус частиц; α— объемная концентрация частиц, τ — тензор изотропного напряжения, определяемый моделью Лана:

$$\tau = \left[\rho_{(2)}\alpha + \rho_{(2)}\alpha^2(1+e)\frac{3}{5}\left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_{cp}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]\frac{1}{3}\sigma^2$$

или моделью Харриса-Крайтона:

$$\tau = P_{(2)}\frac{\alpha^{\beta}}{\max(\alpha_{cp} - \alpha,\ \omega(1-\alpha))}$$

Здесь α_{cp}— объемная концентрация частиц при плотной упаковке, e = 0.95 — коэффициент восстановления; σ — среднеквадратическое отклонение для колебаний скорости; $P_{(2)}$ = 10 Па — эмпирический коэффициент; β = 2 — безразмерный эмпирический коэффициент; ω — коэффициент для обеспечения вычислительной устойчивости.

Концентрация частиц в зависимости от функции распределения представлена в выражении:

$$\alpha_{cp} = \int\int f\frac{m}{\rho_{(2)}}dmdv_{(2)}, \alpha_{cp} + \alpha = 1$$

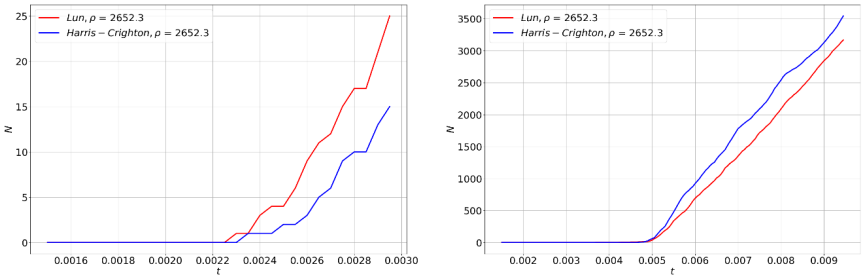
Для замыкания системы используется уравнение для функции межфазной передачи импульса:

$$F = f_m\left[D(v_{(1)} - v_{(2)}) - \frac{1}{\rho_{(2)}}\nabla p\right]dmdv_{(2)}$$

Приведенные уравнения решаются при помощи решателя пакета OpenFOAM — *denseParticleFoam*, который используется для моделирования динамики лагранжевых дисперсных частиц в жидкости или газе. Применимость метода для решения подобных задач показана в работе [2].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

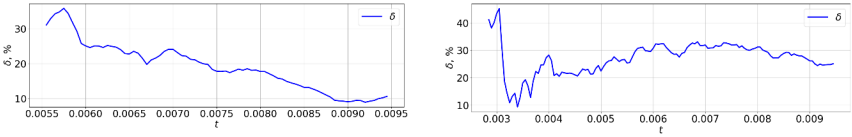
На рис. 1 представлено количество частиц, вылетевших из горячего и холодного выходов. Красным представлено количество, полученное при использовании модели Лана, синим — Харриса-Крайтона.



а) *б)*

Рис. 1. Количество частиц, вылетевших из «горячего» выхода (а) и из «холодного» выхода (б)

На рис. 2 показана относительная разница количества частиц, полученных при использовании описанных выше моделей. Видно существенное различие между результатами моделирования.



а) *б)*

Рис. 2. Относительная разница количества частиц, вылетевших из «горячего» выхода (а) и из «холодного» выхода (б)

В работах [3-4] проведено сравнение экспериментальных данных с расчетными результатами, полученными при использовании моделей Лана и Харриса-Крайтона. Показано, что модель Лана лучше подходит для моделирования поведения частиц в случае отсутствия плотной упаковки. Это объясняется наличием большего количества эмпирических коэффициентов в модели Харриса-Крайтона. Кроме того, модель Лана позволяет учитывать изменения скорости частиц.

В представленной работе показано, что выбор модели тензора напряжений в гранулированной среде оказывает существенное влияние на скорость покидания канала вихревой трубы через диафрагмы и имеет непосредственное отношение к правильности оценки сепарации частиц в рассматриваемом устройстве. В дальнейших исследованиях планируется сравнение с континуальной моделью гранулированной среды и с доступными экспериментальными данными для проверки полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Snider D.M.* An In-compressible Three-Dimensional Multiphase Particle-in-Cell Model for Dense Particle Flows // Journal of Computational Physics. 2001. № 170. p. 523–549.
2. *Баширова К.И.* Моделирование осаждения закрученного потока разреженной гранулированной среды в цилиндрической области методом MP-PIC // Многофазные системы. 2021. Т. 16(3–4). С. 144–148.
3. *Caliskan U., Miskovic S.* A chimera approach for MP-PIC simulations of dense particulate flows using large parcel size relative to the computational cell size // Chemical Engineering Journal Advances. 2021. V. 5.
4. *Lu S., Tan J.Z.Y., Maroto-Valer M.M.* Investigation of CO2 Photoreduction in an Annular Fluidized Bed Photoreactor by MP-PIC Simulation // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2022. № 61(8). p. 3123-3136.

Баширова Карина Ильдаровна, karina-bashirova@bk.ru
Михайленко Константин Иванович, const@uimech.org

—— ♦♦♦ ——

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ С ИСПАРЕНИЕМ НА ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА: ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ, АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК

В.Б. Бекежанова[1], О.Н. Гончарова[1,2], Ю.В. Люлин[1,3]*
[1]Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск
[2]Алтайский государственный университет, Барнаул
[3]НИУ «Московский энергетический институт», Москва
[*]vbek@icm.krasn.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Изучение конвекции в жидкостях с учётом испарения на межфазной поверхности относится к актуальным направлениям исследований, затрагивающим проблемы теплофизики и гидродинамики. Характер конвективных течений, развивающихся в слое жидкости под действием граничного теплового режима и испарения, вызываемого спутным потоком газа, оказывает прямое влияние на структуру самих течений, на величину массовой скорости испарения и характеристики тепломассопереноса и паросодержания в газе. Для получения полной картины течений в слое жидкости необходимо проводить совместные экспериментальные и теоретические исследования. Разработанные экспериментальные методы, включающие в себя стенд, оптические методики и инфракрасную съемку, позволяют контролировать массовый расход газа, температуру рабочих сред, поддерживать плоскую форму границы раздела жидкости и газа и измерять температуру на поверхности и массовый расход парогазовой смеси на выходе рабочего участка. Для рабочей системы «этанол–воздух» при толщине слоя 3 мм проведены термографические исследования поверхности слоя жидкости, испаряющейся под действием потока газа. Получены новые экспериментальные данные массовой скорости испарения с межфазной поверхности в широком диапазоне скоростей потока газа 0.00139-1.38 м/с (рис. 1), которые используются для верификации развиваемых аналитических методов исследования конвекции в условиях диффузионного испарения.

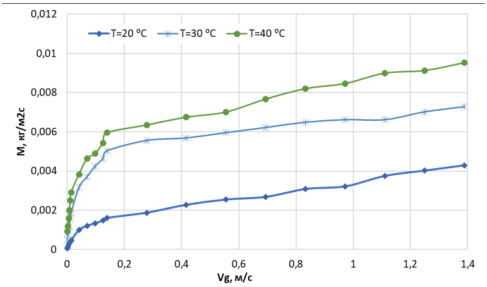


Рис. 1. Экспериментальные зависимости массовой скорости испарения M от рабочей температуры T в системе «этанол – воздух» и скорости потока газа V_g при толщине слоя жидкости 3 мм.

Теоретическое исследование испарительной конвекции включает разработку математических моделей для описания течений с учётом массопереноса через границу раздела жидкость – газ, изучение корректности сформулированных начально-краевых задач и построение точных решений, исследование вопросов устойчивости течений, описываемых точными решениями, определение области применимости данных решений и математической модели в целом, проведение сравнения с экспериментальными данными [1]. Для исследования процессов конвективного тепломассообмена в двухфазных системах используется подход, основанный на применении приближения Обербека – Буссинеска уравнений Навье – Стокса. При этом в определяющих уравнениях и граничных соотношениях дополнительно учитывается вклад явлений термодиффузии и диффузионной теплопроводности, имеющих место в парогазовом слое за счёт присутствия испаряемого компонента.

Среди точных решений уравнений конвекции, имеющих групповую природу, выделяются решения типа решений Остроумова – Бириха, которые могут быть эффективно использованы для описания течений в условиях фазовых превращений жидкость – пар. Аналитическое и численное исследование двухфазных течений с

испарением или конденсацией на поверхности раздела, проведенное на основе обобщений решений Остроумова – Бириха, позволяют описать режимы испарительной конвекции, наблюдаемые в реальных физических системах, что подтверждается хорошим качественным и количественным согласованием экспериментальных данных и теоретических результатов. Построенные решения позволяют изучить фундаментальные и вторичные особенности моделируемых физических процессов и представить анализ влияния геометрических и теплофизических характеристик рабочей системы на характер течений [2, 3, 4].

ОСОБЕННОСТИ ТРЁХМЕРНЫХ РЕШЕНИЙ

Точное решение в трёхмерном случае является частично-инвариантным решением ранга 2 дефекта 3 определяющих уравнений и качественно описывает стационарные совместные течения жидкости и парогазовой смеси в бесконечном канале прямоугольного сечения. На основе решения определяются характеристики конвективных течений на рабочем участке протяженного канала, описываются различные формы реализации поступательно-вращательных течений, включая формирование валиковой конвекции, приповерхностных горячих слоев и термических валов, специфических тепловых структур с дефектами, а также холодного термоклина в объёмной жидкой фазе. На рис. 2 представлен пример структуры течения, установившегося в канале с теплоизолированными стенками. При этом толщины жидкого и парогазового слоёв равны, соответственно, l = 3 мм и h = 5 мм; течение развивается в условиях нормальной гравитации g = 9.81 м/с^2; исходная температура системы и продольный градиент температуры приняты равными T_{in} = 20 °C и A = 5 °C/см ($V_* = V_g$ = 0.00139 м/с, T_* = 10 °C – характерные скорость и температура). Профили массовой скорости испарения M на поверхности раздела представлены на рис. 2(г).

ОСОБЕННОСТИ ДВУМЕРНЫХ РЕШЕНИЙ

Двумерное точное решение задачи о конвекции в двухслойной системе с испарением (частично-инвариантное решение ранга 1 дефекта 2) позволяет провести моделирование однородного и неоднородного (относительно продольной координаты) испарения на границе раздела. Проведён анализ постановок краевых задач в двумерном случае для моделирования течений испаряющейся жидкости, увлекаемой спутным потоком газа в горизонтальном канале. Задачи различаются типом температурного и концентрационного режимов на стенках канала. Проведена классификация типов конвективных течений, расширяющая классификацию Наполитано; описаны чисто термокапиллярные течения, течения смешанного и пуазейлевского типов, их характеристики и механизмы. Изучены вопросы устойчивости течений. Проведено сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными, позволяющее указать область применимости двумерного точного решения.

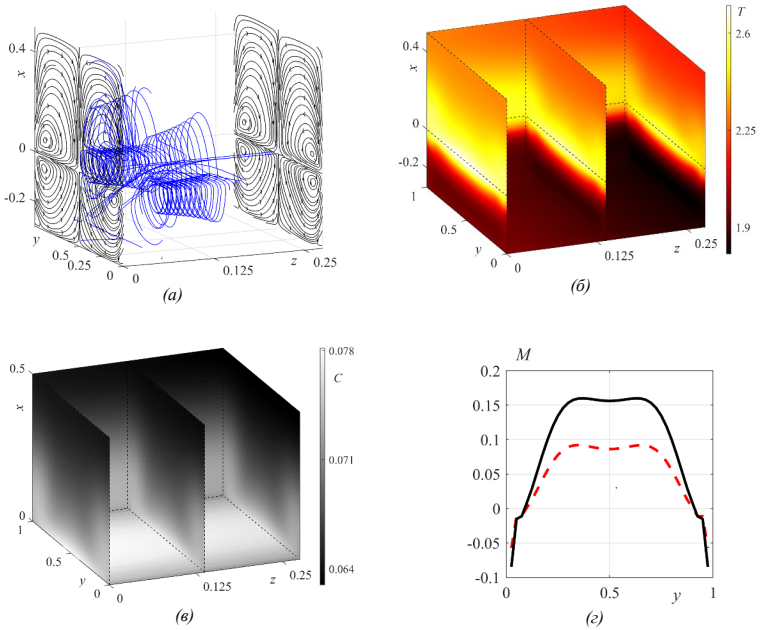


Рис. 2. Примеры распределений характеристик в системе сред «этанол–азот»: поле скорости и траектории жидких частиц (а), температура (б), концентрация пара (в), профили массовой скорости испарения (г) при T_{in} = 20 °C (штриховая линия) и T_{in} = 30 °C (сплошная линия).

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке РНФ (код проекта 22-11-00243, https://rscf.ru/project/22-11-00243/).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lyulin Yu., Kabov O.* Thermal effect in the evaporation process from the interface of the horizontal liquid layer under a shear gas flow // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2023. V. 11(1). p. 55–64.
2. *Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н.* Задачи испарительной конвекции (обзор) // Прикладная математика и механика. 2018. Т. 82(2). С. 219–260.
3. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Thermocapillary convection with diffusive-type evaporation in a three-dimensional channel under the conditions of combined thermal load // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2022. V. 10(2). p. 11–30.
4. *Шефер И. А.* Влияние поперечного перепада температур на устойчивость двух слойных течений жидкости с испарением // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 5. С. 15–25.

Бекежанова Виктория Бахытовна, vbek@icm.krasn.ru
Гончарова Ольга Николаевна, gon@math.asu.ru
Люлин Юрий Вячеславович, LiulinYV@mpei.ru

—— ♦♦♦ ——

К РАСЧЕТУ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ

Д.Ф. Белоножко
Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова, Ярославль
belonozhko@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

В середине 30-х годов прошлого столетия в работах Л. Тонкса [1] и Я.И. Френкеля [1] была построена количественная модель дестабилизации заряженной поверхности жидкости под действием поверхностных электрических сил, доминирующих над силами поверхностного натяжения. Задача расчета критического значения поверхностной плотности электрического заряда, превышение которой приводит к неустойчивости свободной поверхности, на настоящий момент является классической и приводится в качестве «простого» упражнения в восьмом томе курса теоретического физики Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [3]. Приведенная в [3] методика расчета легко обобщается на более сложные задачи. Но подобное обобщение зачастую нуждается в правильной физической интерпретации. Настоящая работа представляет собой пример такого обобщения на случай, когда поверхностно заряженная жидкость является стратифицированной по глубине и в расчетах возникают практически нереализуемые решения, которые из физических соображений необходимо опустить.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Задача решалась в декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$ с осью Ox направленной горизонтально вдоль поверхности жидкости. Ось Oz ориентировалась вертикально вверх против направления действия поля силы тяжести $\boldsymbol{g}$. Полупространство $z<0$ считалось заполненным идеальной, идеально проводящей жидкостью, по поверхности которой равномерно распределен электрический заряд с постоянной поверхностной плотностью, индуцированной вертикальным электрическим полем с напряженностью E_0. Коэффициент поверхностного натяжения жидкости γ полагался постоянным. Считалось, что плотность жидкости в невозмущенном состоянии экспоненциально растет с глубиной $\rho=\rho_0\left(1+\exp\left(-z/\Lambda\right)\right)$, где $r\left(z\right)=\exp\left(-z/\Lambda\right)$. Параметр вертикального масштаба изменения плотности Λ непосредственно определялся через частоту плавучести $N=\sqrt{g/\Lambda}$. Эффектами вязкости, диффузии и теплопроводности пренебрегалось. Исследовалась устойчивость системы по отношению к малым возмущениям $z=\xi\left(t,x\right)$ свободной поверхности жидкости. Для простоты, возмущенное движение жидкости считалось независящим от координаты y.

В линейном приближении по малому параметру, пропорциональному отношению амплитуды возмущения к его длине, в условиях приближения Буссинеска математическая формулировка задачи имеет вид:

$$z>0:\quad \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0;$$

$$z<0:\qquad \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0\left(1+r\left(z\right)\right)}\frac{\partial p}{\partial x};\qquad \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0\left(1+r\left(z\right)\right)}\frac{\partial p}{\partial z};$$

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial z}-\frac{\mathrm{v}}{\Lambda}r\left(z\right)=0;$$

$$z=0: \quad \frac{\partial \xi}{\partial t}=\mathrm{v}; \quad -\rho_0 \xi g + p - E_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\gamma \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}; \quad \varphi - E_0\, \xi = 0;$$

$$z \to \infty: \ \frac{\partial \varphi}{\partial x} \to 0; \ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \to 0; \quad z \to -\infty: \quad \mathrm{v} \to 0.$$

Здесь $\mathrm{u} \equiv \mathrm{u}(t,x,z)$ и $\mathrm{v} \equiv \mathrm{v}(t,x,z)$ - горизонтальная и вертикальная компоненты поля скоростей; $p \equiv p(t,x,z)$ - возмущения к равновесному распределению давления в жидкости: φ – вызванное волновым искажением поверхности возмущение равновесного электрического потенциала $\Phi = -E_0 z + \varphi$ в верхнем полупространстве $z>0$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Стандартными методами легко построить дисперсионное уравнение задачи. В отличии от классической ситуации, для дисперсионного уравнения получаются две ветви. Принимая в качестве критерия отбора условие затухания движения жидкости с глубиной, несложно установить, что в зависимости от значения поверхностной плотности заряда физически реализуются разные части ветвей дисперсионного уравнения. В целом, результат удается описать с помощью формулы:

$$\omega^2 = \frac{1}{2}\left(N^2 + sign\left(\omega_0^2\right)\sqrt{4\omega_0^2 - N^4}\right) \tag{1}$$

$$\omega_0^2 = gk\left(1 + \alpha k - \alpha k W\right); \ \ \alpha = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_0 g}}; \ \ W = \frac{E_0^2}{4\pi\sqrt{\gamma\,\rho_0 g}}$$

Здесь k – волновое число возмущения свободной поверхности; ω_0 – циклическая частота элетро-капиллярно-волнового движения на поверхности жидкости постоянной плотности ρ_0; α - капиллярная постоянная жидкости. Безразмерный параметр Тонкса-Френкеля W характеризует отношение электрических и капиллярных сил на гребнях волновых возмущений. Также, как и в классическом случае, критерием трансформации устойчивого состояния системы в неустойчивое является переход значений частоты ω_0 от действительных к чисто комплексным значениям. Анализируя (1), легко установить, что как и в классическом случае, как только $W > 2$, в спектре волновых искажений появляется диапазон волновых чисел, которым соответствуют экспоненциально растущие со временем амплитуды. Формально, критерий неустойчивости остается прежним – как и в классической задаче. Но при этом в выражениях для параметра Тонкса-Френкеля и капиллярной постоянной следует брать значение плотности жидкости вблизи её поверхности.

РЕЗУЛЬТАТЫ

При расчете условий развития неустойчивости заряженной поверхности неоднородной жидкости, необходимо правильно отбирать физически реализуемые решения электрогидродинамической задачи. Это позволяет однозначно установить критерий развития неустойчивости, согласованный с известным классическим решением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tonks L.* A theory of liquid surface rupture by a uniform electric field //Physical Review. 1935. T. 48(6). p. 562.
2. *Френкель Я.И.* К теории Тонкса о разрыве поверхности жидкости постоянным электрическим полем в вакууме // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1936. Т. 6(4). С. 347–350.

3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: учеб. пособие: в 10 т. Т. 8: Электродинамика сплошных сред/под ред. Л. П. Питаевского. 4-е изд., стереотип. – 2003.

Белоножко Дмитрий Федорович, belonozhko@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ВОЛНЫ В СВЕРХСИЛЬНЫХ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ПОЛЯХ

С.В. Боговалов, Д.Н. Джуля, В.А. Кислов, И.В. Тронин*
НИЯУ МИФИ, Москва
**svbogovalov@mephi.ru*

В докладе представлены исследования волновых процессов в газе в сверхсильных центробежных полях, достигающих 10^6g. Такие условия реализуются в газовых центрифугах для разделения изотопов. Получен полный спектр волн, состоящий из пяти мод. Обсуждаются связь этих волн с внутренними волнами в гравитационном поле. Есть общие черты и существенные различия. Особый интерес представляют обнаруженные нами чисто акустические волны, продольно поляризованные и распространяющиеся строго вдоль оси вращения во всем диапазоне частот. Плотность энергии этих волн концентрируется вблизи стенок ротора. Эти волны имеют наименьшее затухание по сравнению со всеми остальными типами волн. Даются оценки декремента затухания этих волн. Обсуждается возможное влияние этих волн на динамику газа и на процесс разделения бинарных смесей изотопов в газовых центрифугах.

ГЕНЕРАЦИЯ ВОЛН В ГАЗОВЫХ ЦЕНТРИФУГАХ

Схема газовой центрифуги, используемой для разделения изотопов представлена на рис. 1 [1]. Она состоит из быстро вращающегося ротора, заполненного газом с атомным весом = 352 а.е. В ротор входит 3 трубки. Одна используется для подачи газа, и две трубки (газоотборники) используются для отбора как обогащенной смеси по целевому компоненту, так и обедненной.

Газ в роторе вращается со скоростью около 800 м/сек. Обсуждаются конструкции со скоростью вращения газа выше 1000 м/сек [2]. При скорости звука в рабочем газе около 87 м/сек мы имеем гиперзвуковое вращение газа с числом Маха выше 7. При

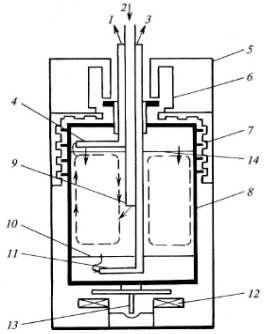


Рис.1. Схема газовой центрифуги из [1].

столкновении газа с газоотборниками возникают сильные ударные волны, которые затухая превращаются в волны малой амплитуды, распространяющиеся вдоль ротора. На рис. 2 показано течение газа в газовой центрифуге, полученное нами в результате трехмерного компьютерного моделирования [3].

Хорошо видно, что генерация волн в газовой центрифуге является неизбежным следствием ее конструкции. Волны генерируются во всех ГЦ, но их роль в динамике газа и в процессе разделения газовой смеси до сих пор не выяснена и это является причиной интереса нашей группы из НИЯУ МИФИ к волновым явлениям в сильном центробежном поле. Волны в ГЦ генерируются и распространяются в весьма экстремальных условиях. Рабочий газ в ГЦ прижат к стенкам ротора центробежным полем с ускорением около 10^6g. В результате, газ сосредоточен вблизи стенок ротора в слое толщиной менее 1 см при комнатных температурах. Весь остальной объем заполнен вакуумом. Чудовищное центробежное поле, огромные радиальные градиенты плотности и давления, а также Кориолисовы силы приводят к весьма экзотическим свойствам волн в таких условиях, которые имеют как общие черты с волнами в гравитационных полях, так и существенные отличия.

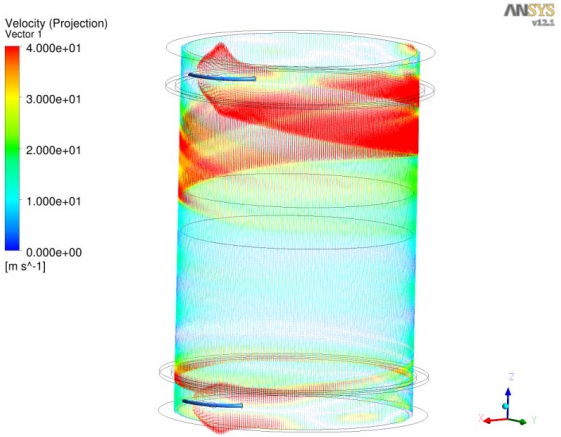


Рис.2. Распределение проекции скорости газа на ось вращения в ГЦ по результатам компьютерного 3D моделирования [3], показывающего генерацию волн

ВОЛНЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

В первую очередь нас интересует закон дисперсии волн, которые распространяются в указанных выше условия. Для этого, нами аналитически была решена задача о динамике возмущений во вращающемся газе в приближении идеальной жидкости [4], а затем были учтены диссипативные процессы [5]. Обнаружено существование 5-ти типов волн. Закон дисперсии этих волн схематически показан на рис. 3.

Мы разделили все волны на волны верхнего и нижнего семейства в зависимости от их поляризации и закона дисперсии. Волны верхнего семейства лежат выше прямой линии $\Omega=kc$. Волны нижнего семейства, являющиеся аналогом внутренних волн или волн плавучести, расположены ниже этой линии. Новым результатом является обнаружение, что линия $\Omega=kc$ также описывает закон дисперсии реальных волн, которые могут распространяться во вращающемся газе. Это обычные акустические волны с

продольной поляризацией, распространяющиеся строго вдоль оси вращения. Существование таких волн не тривиально. На поверхностный взгляд кажется, что существование таких волн в центробежном поле невозможно. Распространение продольной волны сопровождается изменением плотности газа. При этом меняется сила плавучести и сила инерции элемента жидкости. Неизбежно должная возникать радиальная компонента скорости из-за разбалансировки радиальных сил, а вместе с ней должна возникать азимутальная скорость из-за силы Кориолиса. Но в акустической волне этого не происходит, поскольку температура в волне меняется так, что каждый фрагмент газа остается в равновесии по радиусу. Особенностью этой волны является то, что энергия волны сконцентрирована вблизи стенки ротора, где затухание будет минимальным, а значит волна может распространяться в роторе на довольно большие расстояния. Это представляет интерес для физики разделения изотопов, поскольку такие волны могут управлять медленным аксиальным циркуляционным движением газа.

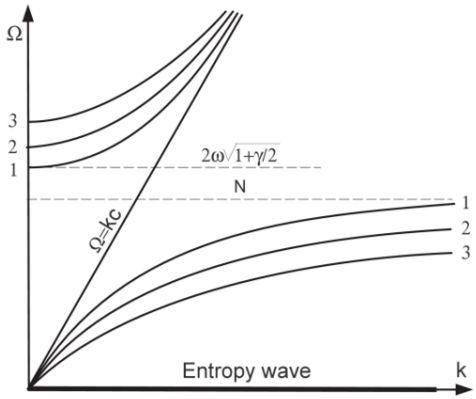


Рис.3. Закон дисперсии волн в сильном центробежном поле. Волны верхнего семейства лежат на линии Ω=kc и выше. Волны нижнего семейства лежат ниже этой линии. Энтропийные волны (толстая линия) расположены на оси абсцисс рисунка

Интересным является то, что энтропийная волна остается в центробежном поле покоящейся волной в отличие от энтропийной волны в гравитационном поле, где энтропийная волна трансформируется в одну из бегущих волн.

Резюмируя все сказанное, в центробежном поле волны разбиваются на три типа. По две бегущих волны верхнего и нижнего семейств и одна покоящаяся энтропийная волна. Всего 5 типов волн. Акустическая волна относится к верхнему семейству по свойствам поляризации и закону дисперсии. Частоты всех волн верхнего семейства асимптотически приближаются к частоте акустической волны в пределе больших волновых чисел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Борисевич В.Д., Борман В.Д. Сулаберидзе Г.А., Тихомиров А.В., Токманцев В.И.* Физические основы разделения изотопов в газовой центрифуге. М.: Издательский дом МЭИ. 2011, С. 55.
2. *Bogovalov S.V., Borman V.D., Tronin I.V., Tronin V.N.* Optimized Separative Power of Hyperspeed Iguassu Gas Centrifuge: Dependence on the Rotor Diameter and Velocity // Nuclear science and engineering. 2020. V. 194(12), p. 1105–1115.

3. *Borman V.D., Bogovalov S.V., Borisevich V.D., Tronin I.V., Tronin V.N.* The computer simulation of 3d gas dynamics in a gas centrifuge // Journal of Physics: Conference Series 2016, V.751, p. 012017.
4. *Bogovalov S.V., Kislov V.A., Tronin I.V.* Waves in strong centrifugal fields: dissipationless gas // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2015, V.29 (1-2), p.111–125.
5. *Bogovalov S.V., Kislov V.A., Tronin I.V.* Waves in strong centrifugal field: dissipative gas // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2019, V.33(1), p. 21–35.

Боговалов Сергей Владимирович, svbogovalov@mephi.ru
Джуля Денис Николаевич, denis.dzhulya@mail.ru
Кислов Владимир Александрович, VAKislov@mephi.ru
Тронин Иван Владимирович, IVTronin@mephi.ru

—— ♦♦♦ ——

ДАЛЬНИЕ ВОЛНОВЫЕ ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ГЛУБОКОГО ОКЕАНА И ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА ОТ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

В.В. Булатов
Институт проблем механики им.А.Ю.Ишлинского РАН, Москва
internalwave@mail.ru

Решена задача о дальних волновых полях, возникающих на границе раздела льда и бесконечно глубокого однородного океана при обтекании локализованного источника возмущений. Получено интегральное представление решения и с помощью метода стационарной фазы построено асимптотическое представление решения для различных режимов волновой генерации. Численные расчеты показывают, что при изменении скоростей потока и толщины льда происходит заметная качественная перестройка фазовых картин возбуждаемых дальних волновых полей на границе раздела льда и жидкости.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение волновых процессов в море с плавающим ледяным покровом актуально для изучения его реакции на различные гидродинамические возмущения, движущиеся надводные и подводные суда, процессы распада ледяных полей в интересах судоходства, а также совершенствования методов дистанционного зондирования поверхности ледяного покрытия. Поверхностные возмущения ледяного покрова, которые могут быть зарегистрированы с помощью специальных радиолокационных и оптических систем, несут информацию не только об источниках возмущений, но и о характеристиках морской среды подо льдом [1-3]. Плавающий ледяной покров, определяющий динамическое взаимодействие между океаном и атмосферой, влияет на динамику не только морской поверхности, но и подповерхностных вод, так как в общем движении по вертикали участвует как ледяной покров, так и вся масса жидкости под ним. Одним из заметных источников возбуждения ледяного покрова могут являться интенсивные внутренние гравитационные волны, в частности что колебания ледяного покрова за счет внутренних волн могут быть от нескольких сантиметров (прилив) до 2-3 метров (цунами), амплитуды до 30 см регистрировались при наличии ветровых волн [4, 5].

Обычно предполагается, что ледяной покров является сплошным (его горизонтальные масштабы превышают длины возбуждаемых волн), и при достаточно общих условиях моделируется тонкой упругой физически линейной пластиной, деформации которой малы. Для проведения прогнозных расчетов возмущений ледяного покрова можно подбирать параметры модели генерации так, чтобы приблизить смоделированную волновую систему к реально наблюдаемым в природных условиях картинам возмущения поверхности льда.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Целью настоящей работы является решение ранее не рассматриваемой задачи о построении асимптотик дальних волновых возмущений ледяного покрова, возбуждаемых локализованным источником в потоке однородной жидкости бесконечной глубины. Рассматривается поток идеальной бесконечно глубокой жидкости, который обтекает точечный источник мощности массы.

Численные расчеты показывают, что при изменении параметров волновой генерации (изменение скоростей потока и толщины льда) происходит заметная качественная перестройка фазовых картин возбуждаемых волновых полей на границе раздела льда и жидкости. На рис.1 представлены результаты расчетов фазовых картин возвышения ледяного покрова для значения толщины льда 1см и скорости потока 10 м/сек. Сплошные линии на рисунке – линии равной фазы, штриховые – волновые фронты. Дисперсионные зависимости могут представлять замкнутые, всюду выпуклые кривые, а также могут иметь две пары точек перегиба, которые существуют только при достаточно малых значениях волновых чисел и расположены симметрично. Усложнение топологии дисперсионных зависимостей приводит к генерации дополнительной системы поперечных волн и появлению соответствующих пар волновых фронтов. В этом случае фазовые картины демонстрируют пространственные структуры типа «ласточкина хвоста» (рис.1), когда в фиксированной точке наблюдения происходит качественная перестройка одновременно приходящих волновых фронтов [2,3]. Наиболее интересными с практической точки зрения являются локальные экстремумы дисперсионных зависимостей, так как асимптотики дальних волновых полей в окрестности соответствующих волновых фронтов и каустик, отвечающих этим экстремумам, можно описать с помощью метода эталонных интегралов. Сложность топологии рассчитанных дисперсионных зависимостей требует для корректного асимптотического исследования дальних полей применения специального математического аппарата.

Численный анализ решений показал, что основными параметрами, которые могут приводить к существенной изменчивости качественных характеристик дисперсионных соотношений, являются толщина льда и скорость потока. Остальные параметры (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, напряжение, плотность сред), в пределах естественных масштабов их природной изменчивости практически не влияют на динамику поведения дисперсионных зависимостей. Поэтому усложнение наблюдаемых волновых картин возвышения ледяного покрова может являться одним из признаков заметного изменения только таких параметров морской среды как скорость течения и толщина льда.

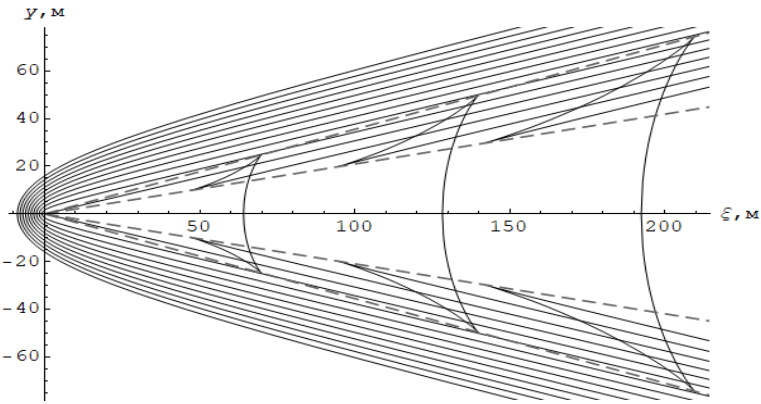


Рис.1. Фазовые картины волновых возмущений поверхности ледяного покрова.

Увеличение скорости течения при неизменной толщине льда приводит к расширению (в пространстве волновых чисел) дисперсионных кривых. Кривая, соответствующая меньшей скорости потока, целиком находится внутри кривой, отвечающей большей скорости потока. Поэтому при увеличении скорости течения длина волны вдоль положительной направления горизонтальной оси движения источника возрастает, а вдоль отрицательного направления этой оси убывает. Также при увеличении скорости потока происходит уменьшение пространственной области, где существуют волновые колебания. Вне этой зоны амплитуды дальних волновых полей экспоненциально малы. Этот же эффект наблюдается при изменении толщины льда при неизменном значении скорости потока. При увеличении толщины льда происходит сужение (в пространстве волновых чисел) дисперсионных кривых, и, соответственно, расширение пространственной области волновых колебаний. Длина волны вдоль положительного направления оси движения источника возрастает, а вдоль отрицательного этой оси – убывает.

Численные анализ асимптотик показал хорошее совпадение с точным решением уже на расстояниях, начиная с десяти и более метров от источника, то есть на таких расстояниях можно использовать понятие дальних волновых полей. Поэтому, исходя из результатов рассмотрения подобного класса задач и оценок пространственных масштабов возможного затухания волновых возмущений в природных условиях, представляется вполне обоснованным использования линейного приближения и метода стационарной фазы для расчета возмущений ледяного покрова и получения физически адекватных результатов.

Построенные асимптотики дальних полей дают возможность эффективно рассчитывать основные характеристики волновых возмущений на границе раздела ледяного покрова и качественно анализировать полученные решения. Полученные асимптотические результаты с различными значениями входящих в них физических параметров позволяют провести оценку характеристик возмущений ледяного покрова, наблюдаемых в реальных морских условиях и рассчитывать дальние волновые поля, в том числе, и от нелокальных источников возмущений различной физической природы. В результате проведения модельных многовариантных расчетов по асимптотическим формулам смоделированная волновая система может быть приближена к наблюдаемым в натурных условиях волновым картинам, что дает возможность оценить физические параметры реальных источников в морской среде с ледовым покрытием и определить

основные характеристики начальных возмущений, варьируя модельные значения исходных параметров. Таким образом, модели волновой генерации на поверхности раздела морской воды и льда могут быть не только верифицированы, но и использованы для проведения прогнозных оценок.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по гранту РНФ № 23-21-00194.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Букатов А.Е.* Волны в море с плавающим ледяным покровом. - Севастополь: ФГБУН МГИ. 2017. 360 с.
2. *Булатов В.В., Владимиров Ю.В.* Волны в стратифицированных средах. - М.: Наука. 2015. 735 с.
3. *Ильичев А.Т.* Уединенные волны в моделях гидродинамики. - М.: Физматлит, 2003. 256 с.
4. *Morozov E. G.* Oceanic internal tides. Observations, analysis and modeling. - Berlin: Springer. 2018. 317 p.
5. *Velarde M. G., Tarakanov R.Yu., Marchenko A.V. (Eds.).* The ocean in motion. Springer Oceanography. - Berlin: Springer International Publishing AG. 2018

Булатов Виталий Владимирович, internalwave@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ – МЕХАНИЗМЫ ИХ ПРОЯВЛЕНИЯ НА ОПТИЧЕСКИХ И РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

В.В. Булатов[1], А.В. Медведева[2], С.В. Станичный[2]*
[1]Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[2]Федеральный исследовательский центр «Морской гидрофизический институт РАН», Севастополь
[*]internalwave@mail.ru

Движения в поверхностном слое океана, вызываемые прохождением внутренней волны, вызывают возмущения в характеристиках границы раздела океан-атмосфера и стратификации верхнего слоя. Внутренняя волна формирует чередующиеся конвергентные и дивергентные зоны, параллельные фронту волны, и собственно изменяет глубину верхнего слоя. Именно эти два фактора влияют на параметры среды, формирующие сигналы датчиков дистанционного зондирования оптических сканеров и радиолокаторов. Ниже приведен обзор особенностей проявления внутренних волн на спутниковых оптических изображениях высокого пространственного разрешения (MSI Sentinel-2, OLI Landsat-8) и на радиолокационных снимках (C-SAR Sentinel-1).

РАДИОЛОКАЦИОННЫЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ

На радиолокационных изображениях поверхностное проявление внутренних волн определяется изменением шероховатости морской поверхности в конвергентно-дивергентных зонах. Выделяются два механизма модуляции – гидродинамический и сликовый [1]. Гидродинамическая модуляция поверхности при прохождении пакета

внутренних волн вызывает увеличение шероховатости морской поверхности в зонах конвергенции и соответственно увеличение рассеянного излучения. Обычно случаи гидродинамического проявления внутренних волн обнаруживаются на фоне низких или умеренных скоростей ветра (примерно от 2-3 до 7-8 м/с).

Сликовый механизм также связан с формированием внутренними волнами системы конвергентно-дивергентных течений и модуляции пленок (сликов) природного или антропогенного происхождения. При прохождении пакета внутренних волн наблюдается противоположные гидродинамическому механизму эффекты: слики, концентрируясь в зонах конвергенции, выглаживают поверхность и способствуют ослаблению обратного рассеяния. Случаи проявления сликового механизма регистрируются обычно на фоне ветров со скоростями до 2-3 м/с.

ОПТИЧЕСКИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ

На оптических спутниковых изображениях механизмы проявления внутренних волн определяются не только изменением шероховатости морской поверхности и отраженного солнечного излучения, но также возможным изменением восходящего из водной толщи излучения, формируемого в верхнем слое, толщина которого изменяется при прохождении внутренней волны.

Гидродинамическая модуляция поверхности. Наиболее распространенные случаи поверхностного проявления внутренних волн, регистрация осуществляется за счет отраженного излучения и аналогична регистрации радиолокационными сенсорами. Конвергентные (с большей шероховатостью) зоны в оптическом диапазоне в зависимости от взаимной геометрии Солнца и датчика могут быть как более темными, так и более светлыми. В зоне близкой к прямому зеркальному солнечному излучению увеличение шероховатости может вызывать уменьшение принимаемого датчиком сигнала, а на периферии солнечного блика, наоборот, увеличение. В промежуточной зоне может наблюдаться инверсия оптического контраста (рис. 1), – то есть, из-за геометрических характеристик пакета для зон конвергенции и дивергенции значения яркости восходящего излучения, что в одной части фронта, могут быть противоположными в другой части, а в зоне перехода сравниваться.

Рис. 1. Пример инверсии оптического контраста при прохождении пакета внутренних волн из Гибралтарского пролива в Средиземное море; объединенные сцены MSI Sentinel-2 от 21 июня 2017 г.

Сликовая модуляция поверхности. Проявление базируется на том же принципе, что и при фиксации радиолокационными сенсорами, пленками могут являться нефтепродукты, масла, пленки биологического происхождения и иные ПАВы.

Взаимодействие внутренних волн и пленок регистрируется достаточно редко, на возможность обнаружения влияют характеристики приводного ветра (проявление при ветрах со скоростями примерно до 2-3 м/с) и взаимное расположение Солнца и спутника (проявление при различии в интенсивности сигналов отраженного излучения, поступающих от пленок и окружающих вод в оптический сенсор). Прохождение пакета внутренних волн создает два варианта взаимодействия с пленочными структурами. Первый вариант заключается в том, что пленки концентрируются в зонах конвергенции и отсутствуют в зонах дивергенции – характерно для оптически «тонких» пленок (изменяющих только шероховатость поверхности). Второй вариант связан с оптически «толстыми» пленками – теми, что помимо шероховатости поверхности изменяют и коэффициент отражения поверхности: при прохождении пакета внутренних волн пленки выявляются в зонах конвергенции и дивергенции, но под действием орбитальных течений варьирует их оптическая толщина.

Модуляция глубины рассеивающего слоя. Комбинирование оптических каналов позволяет минимизировать или устранить полностью отраженное излучение и выделить восходящую из-под воды рассеянную компоненту сигнала. В рассеянном излучении обнаруживаются внутренние волны, изменяющие толщину мутного слоя: она меньше над гребнями пакета внутренних волн (достигающими или не достигающими поверхности) и больше – над подошвами. Внутренние волны с таким типом проявления обнаруживаются в районах с высоким содержанием гидрозолей (взвешенное вещество, фитопланктон) – преимущественно в зонах речных плюмов или в прибрежных зонах.

Модуляция объектов в поверхностном слое и на поверхности. Аналогично сликовому механизму концентрации пленок в конвергентных зонах, могут скапливаться и другие плавающие субстанции. Такими объектами могут быть: различный мусор, пыльца растений, икра рыб, слоевища Саргассовых водорослей, цианобактерии, морская слизь и др. Для этих формирований характерна концентрация в зонах конвергенции при прохождении пакета внутренних волн, и на оптических изображениях выделяются квазипаралелльные полосы с повышенной яркостью восходящего излучения с максимумом излучения на различных участках видимого диапазона (что зависит от оптических свойств объектов).

Модуляция плавающих тающих, раздробленных льдов. Льды также относятся к плавающим объектам, и их изменение при прохождении внутренних волн имеет сходство с влиянием на иные плавающие объекты. Но проявление пакета внутренних волн на оптических и радиолокационных изображениях зависит от характеристик льда. Так, немногочисленные разрозненные льдины концентрируются в зонах конвергенции в зависимости от размера: большему влиянию орбитальных течений подвержены льдины малых размеров (до десятков метров), меньшему – более крупные (от сотен метров). В тех случаях, когда регистрируются начальные виды льда или тающий однолетний лед, проявление внутренних волн зависит от толщины льда: они могут представлять собой чередование зон преимущественно льда (зоны конвергенции) и преимущественно водной поверхности (зоны дивергенции) при прохождение через поле льда с малой толщиной, и могут выделяться за счет чередования льдов большей и меньшей концентрации. Во втором случае в зонах конвергенции отражение сигнала происходит ото льда, а в зонах дивергенции – от смеси льда и воды. Кроме того, регистрируются случаи, когда прохождение пакета внутренних волн меняет характеристики льда – трансформирует его в менее плотный по ширине фронта.

Модуляция обрушений поверхностных волн. Здесь работает гидродинамический механизм, вызывающий увеличение обрушений и площади покрытой пеной в зонах конвергенции. Как правило, такого рода явления наблюдаются при ветрах умеренных или высоких скоростей (от 5-8 м/с и выше) [2]. Обычно такой механизм реализуется для

интенсивных внутренних волн – примером таких могут служить внутренние волны, распространяемые из Гибралтарского пролива в Средиземное море. Они генерируются под действием полусуточных приливов из-за сложного рельефа дна на входе в Гибралтарский пролив.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ №23-21-00194 «Аналитические методы математического моделирования волновой динамики неоднородных гидрофизических сред».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Robinson I. S.,* Measuring the oceans from space: the principles and methods of satellite oceanography. Springer Science & Business Media, 2004
2. *Kubryakov A. A., Kudryavtsev V. N., Stanichny S. V.* Application of Landsat imagery for the investigation of wave breaking // Remote Sensing of Environment. 2021. V. 253. p. 112–144.

Булатов Виталий Владимирович, internalwave@mail.ru
Медведева Алеся Викторовна, shift@mail.ua
Станичный Сергей Владимирович, sstanichny@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ДИССИПАЦИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ГИДРОДИНАМИКЕ СГЛАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

О.А. Бурмистрова, Т.В. Маркелова, М.С. Арендаренко, О.П. Стояновская*
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
*oksanabur@hydro.nsc.ru

Гидродинамика сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) представляет собой численный метод аппроксимации нестационарных уравнений в частных производных. Основу метода составляет способ вычисления пространственных производных от функции, значения которой заданы в подвижных нерегулярно расположенных в пространстве узлах – лагранжевых частицах. Для аппроксимации уравнений по значениям функции, известной в узлах, строится гладкая интерполирующая функция с помощью ядра (функции радиального базиса), носитель которого охватывает несколько соседних частиц. Такой способ интерполяции означает, что пространственное разрешение метода (точность интерполирования и вычисления производных от интерполянта) определяется независимыми параметрами – размером ядра и расстоянием между модельными частицами, а также видом ядра.

В настоящее время численные модели механики сплошных сред на основе SPH интенсивно развиваются. Критерии подбора численного разрешения метода носят эмпирический характер. В работе предпринимается попытка получить такой критерий для параболических уравнений на основе классического метода вычислительной математики – дисперсионного анализа.

Дисперсионное соотношение для одномерного уравнения Бюргерса

$$u_t + uu_x = A^2 u_{xx}$$

имеет вид

$$\omega = -iA^2 k^2,$$

где k – волновое число, ω – частота.

Рассмотрены четыре SPH-аппроксимации [1] данного уравнения. Для каждой аппроксимации получено дисперсионное соотношение. Среди четырех рассмотренных выделены две схемы, обеспечивающие сходимость численного решения при $K\to\infty$, $\varphi\to 0$ независимо друг от друга, где K – число радиусов сглаживания в длине волны, φ – величина, обратная количеству соседних частиц в радиусе сглаживания. Первая схема имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx_a}{dt} = u_a, \quad \rho = const \\ \dfrac{du_a}{dt} = A^2 \sum\limits_b \dfrac{m}{\rho}(u_b - u_a)\dfrac{\partial^2 W(x_a - x_b)}{\partial x_a^2}, \end{cases} \tag{1}$$

вторая – вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx_a}{dt} = u_a, \quad \rho = const, \\ \dfrac{du_a}{dt} = A^2 \sum\limits_b 2\dfrac{m}{\rho}\dfrac{(u_a - u_b)}{x_a - x_b}\dfrac{\partial W(x_a - x_b)}{\partial x_a}. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь x_a – координата рассматриваемой частицы, x_b – координаты соседних частиц, ρ и m – плотность и масса одной частицы соответственно, W – ядро метода.
Дисперсионное соотношение для схемы (1) имеет вид

$$\omega = -iA^2 k^2 \sum_{j=0}^{[1/\varphi]} \frac{\varphi K^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\varphi j}{K}\right) \widetilde{W}_2(j\varphi),$$

для схемы (2) – вид

$$\omega = iA^2 k^2 \sum_{j=1}^{[1/\varphi]} \frac{2K^2}{j\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi\varphi j}{K}\right) \widetilde{W}_1(j\varphi).$$

Здесь $\widetilde{W}_1$ и $\widetilde{W}_2$ - первая и вторая производные безразмерного ядра $\widetilde{W}$. Таким образом, дисперсионные соотношения для SPH-схем отличаются от дисперсионного соотношения уравнения Бюргерса наличием в правой части соответствующего множителя.

Установлено, что для схем (1) и (2) порядок аппроксимации по φ определяется видом ядра и совпадает с его гладкостью. Аналогичный результат известен для гиперболических уравнений [2]. На рис.1 приведены графики погрешности фазовой скорости $B(K,\varphi,W)$ схемы (1) при K=500 и ядрах Вендланда

гладкости 2 (C2)

$$\widetilde{W}(q) = \begin{cases} \dfrac{5}{4}(1-q)^3(1+3q), & 0 \le q < 1, \\ 0, & q \ge 1 \end{cases}$$

и гладкости 4 (С4)

$$\widetilde{W}(q)=\begin{cases}\frac{3}{2}(1-q)^5\left(1+5q+8q^2\right), & 0\le q<1,\\ 0, & q\ge 1.\end{cases}$$

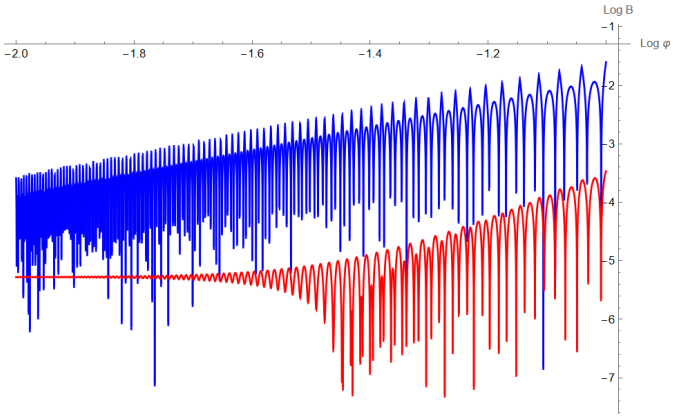


Рис. 1. Графики погрешности при фиксированном K для схемы (1) в двойном логарифмическом масштабе. Синяя линия соответствует ядру С2, красная – ядру С4.

На рис.2 приведены графики погрешности $B(K,\varphi,W)$ схем (1) и (2) при фиксированном K=1000 и ядре Вендланда С2. Обнаружено, что погрешность фазовой скорости схемы (1) на порядки отличается от погрешности фазовой скорости схемы (2). Аналитические выводы подтверждены численными расчетами.

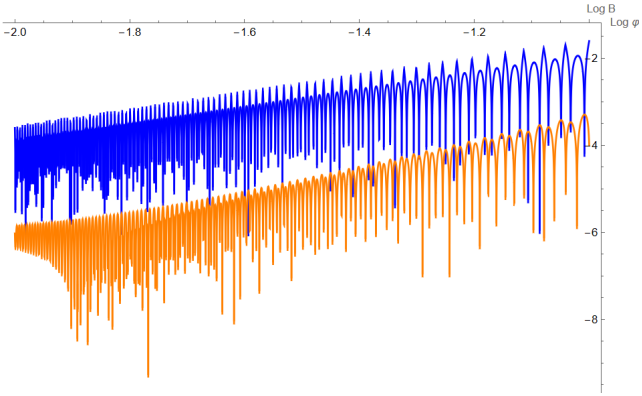


Рис. 2. Графики погрешности при фиксированном K и ядре С2 для схемы (1)(синяя линия) и схемы (2) (оранжевая линия) в двойном логарифмическом масштабе.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена за счет средств гранта РНФ № 23-11-00142.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fatehi R., Manzari M.T.* Error estimation in smoothed particle hydrodynamics and a new scheme for second derivatives // Computers and Mathematics with Applications. 2011. № 61. p. 482–498.
2. *O.P. Stoyanovskaya, V.V. Lisitsa, S.A. Anoshin, T.A. Savvateeva, T.V. Markelova.* Dispersion analysis of SPH as a way to understand its order of approximation // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2024. V. 438. p.115495

Бурмистрова Оксана Александровна, oksanabur@hydro.nsc.ru
Маркелова Тамара Валерьевна, matamara@gmail.com
Арендаренко Максим Сергеевич, tesla.93@inbox.ru
Стояновская Ольга Петровна, o.p.sklyar@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ДВУХПАЛУБНАЯ СТРУКТУРА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ ОБТЕКАНИЯ МАЛОЙ НЕРОВНОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИНЫ

Н.А Буров, Р.К. Гайдуков*
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва
*naburov@outlook.com

Для задач обтекания жидкостями и газами поверхностей с малыми неровностями при больших значениях числа Рейнольдса *Re* широко известны асимптотические решения с двух- и трехпалубными структурами пограничного слоя [1] – [3]. Использование таких моделей позволяет избежать прямого численного моделирование (DNS) уравнений Навье-Стокса, которое является ресурсоемким [4] из-за наличия пространственной разномасштабности (обусловленной геометрией обтекаемой поверхности – наличием малых неровностей). В рамках такого подхода исходная система уравнений Навье-Стокса асимптотически редуцируется к серии более простых систем, которые уже не содержат нескольких разных пространственных масштабов.

Однако, несмотря на широкую известность теории многопалубных структур, трехмерные задачи в рамках нее практически не исследовались. В данной работе исследуется задача обтекания вязкой несжимаемой жидкостью малой локализованной неровности произвольной формы (например, типа «горбик») на пластине в трехмерном случае (рис. 1).

А именно, предполагается что поверхность пластины имеет вид

$$y_s = \varepsilon^{4/3}\mu\left((x-x_0)/\varepsilon,(z-z_0)/\varepsilon\right),$$

где $\varepsilon = \mathrm{Re}^{-1/2}$ — малый параметр, а μ — некоторая гладкая локализованная в точке (x_0, z_0) функция, убывающая при стремлении аргументов к $\pm\infty$. На пластину набегает плоскопараллельный поток $\mathbf{u}_\infty = (1,0,0)$, а неровность удалена от края пластины так, чтобы перед ней сформировался классический пограничный слой Прандтля. Такая геометрия (высота и ширина неровности) приводит к образованию двухпалубной структуры пограничного слоя (рис. 1).

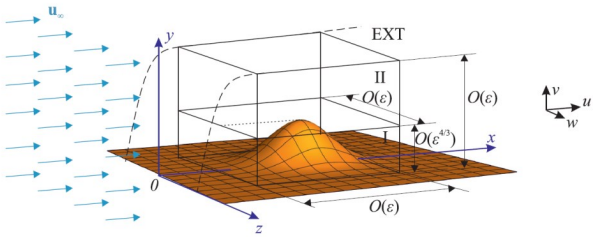


Рис. 1. Геометрия задачи и двухпалубная структура: I – тонкий погранслой, II – погранслой Прандтля, EXT – область внешнего (потенциального) потока

Рассматриваемая задача описывается системой уравнений Навье–Стокса и неразрывности $\langle \mathbf{U}, \nabla \rangle \mathbf{U} = -\nabla p + \varepsilon^2 \Delta \mathbf{U}$, $\langle \nabla, \mathbf{U} \rangle = 0$ с граничными условиями прилипания к обтекаемой поверхности y_s, $\mathbf{U}\big|_{y=y_s} = 0$ и согласования с набегающим потоком $\mathbf{u}_\infty$ вдали от нее. Здесь $\mathbf{U} = (u, v, w)$ — вектор скорости, p — давление. С помощью многомасштабного асимптотического анализа [1], основанного на комбинации метода погранслойных разложений и метода построения локализованных решений, построено формальное асимптотическое решение с двухпалубной структурой пограничного слоя.

Теорема. Пусть $x_0, z_0 \geq \delta > 0$. Тогда асимптотическое решение задачи имеет вид

$$u = 1 + u_0^{\mathrm{II}}(x,\tau) + \varepsilon^{1/3}\left(u_1^{\mathrm{I}}(\xi_1,\xi_2,\theta) + u_1^{\mathrm{II}}(\xi_1,\xi_2,\tau)\right) + O(\varepsilon^{2/3}),$$

$$v = \varepsilon^{2/3}\left(v_2^{\mathrm{I}}(\xi_1,\xi_2,\theta) + v_2^{\mathrm{II}}(\xi_1,\xi_2,\tau)\right) + O(\varepsilon),$$

$$w = \varepsilon^{1/3} w_1^{\mathrm{I}}(\xi_1,\xi_2,\theta) + O(\varepsilon^{2/3}), \quad p = p_0 + \varepsilon^{2/3} p_2^{\mathrm{II}}(\xi_1,\xi_2,\tau) + O(\varepsilon),$$

где $\xi_1 = (x - x_0)/\varepsilon$, $\xi_2 = (z - z_0)/\varepsilon$, $\tau = y_w/\varepsilon$, $\theta = y_w/\varepsilon^{4/3}$, $y_w = y - y_s$ – переменная, которая «выравнивает» границу (т.е. в переменных (x, y_w, z) граница становится плоской), τ и θ — погранслойные переменные для II и I палуб соответственно.

Функция $u_0^{\mathrm{II}} = u^* - 1$, $u_1^{\mathrm{II}} = \mu(\partial u_0^{\mathrm{II}}/\partial\tau)\big|_{x=x_0}$, где $u^* = f'\left(\tau/\sqrt{x}\right)$, $f(\gamma)$ – функция Блазиуса. Функции $u_1^{\mathrm{I}}, v_2^{\mathrm{I}}, w_1^{\mathrm{I}}$ определяются из соотношений

$$u^\dagger = u_1^{\mathrm{I}} + u_1^{\mathrm{II}}\big|_{\tau=0} + \theta \frac{\partial u_0^{\mathrm{II}}}{\partial \tau}\Big|_{\substack{\tau=0\\ x=x_0}}, \quad v^\dagger = v_2^{\mathrm{I}} + v_2^{\mathrm{II}}\big|_{\tau=0}, \quad w^\dagger = w_1^{\mathrm{I}},$$

где функции $u^\dagger, v^\dagger, w^\dagger$ являются решением краевой задачи для системы уравнений Прандтля с самоиндуцированным давлением:

$$\begin{cases} u^\dagger\left(\dfrac{\partial u^\dagger}{\partial \xi_1} - \dfrac{\partial \mu}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial u^\dagger}{\partial \theta}\right) + w^\dagger\left(\dfrac{\partial u^\dagger}{\partial \xi_2} - \dfrac{\partial \mu}{\partial \xi_2}\dfrac{\partial u^\dagger}{\partial \theta}\right) + v^\dagger\dfrac{\partial u^\dagger}{\partial \theta} + \dfrac{\partial p_2^{\mathrm{II}}}{\partial \xi_1}\Big|_{\substack{\tau=0\\ x=x_0}} - \dfrac{\partial^2 u^\dagger}{\partial \theta^2} = 0, \\ v^\dagger\dfrac{\partial w^\dagger}{\partial \theta} + w^\dagger\left(\dfrac{\partial w^\dagger}{\partial \xi_2} - \dfrac{\partial \mu}{\partial \xi_2}\dfrac{\partial w^\dagger}{\partial \theta}\right) + u^\dagger\left(\dfrac{\partial w^\dagger}{\partial \xi_1} - \dfrac{\partial \mu}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial w^\dagger}{\partial \theta}\right) - \dfrac{\partial^2 w^\dagger}{\partial \theta^2} = 0, \\ \dfrac{\partial u^\dagger}{\partial \xi_1} - \dfrac{\partial \mu}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial u^\dagger}{\partial \theta} + \dfrac{\partial w^\dagger}{\partial \xi_2} - \dfrac{\partial \mu}{\partial \xi_2}\dfrac{\partial w^\dagger}{\partial \theta} + \dfrac{\partial v^\dagger}{\partial \theta} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

$$u^{\dagger}\Big|_{\theta=0}=0, v^{\dagger}\Big|_{\theta=0}=0, w^{\dagger}\Big|_{\theta=0}=0, \frac{\partial u^{\dagger}}{\partial\theta}\Bigg|_{\theta\to\infty}=\frac{\partial u_0^{\mathrm{II}}}{\partial\tau}\Bigg|_{\substack{\tau=0\\ x=x_0}}, u^{\dagger}\Big|_{\xi_{1,2}\to\pm\infty}=\theta\frac{\partial u_0^{\mathrm{II}}}{\partial\tau}\Bigg|_{\substack{\tau=0\\ x=x_0}},$$
$$w^{\dagger}\Big|_{\theta\to\infty}=0, v^{\dagger}\Big|_{\xi_{1,2}\to\pm\infty}=0, w^{\dagger}\Big|_{\xi_{1,2}\to\pm\infty}=0. \qquad (2)$$

Функция v_2^{II} является решением краевой задачи для уравнения типа Рэлея

$$u^*\Big|_{x=x_0}\Delta_{\xi_1,\xi_2,\tau}v_2^{\mathrm{II}}-v_2^{\mathrm{II}}\frac{\partial^2 u^*}{\partial\tau^2}\Big|_{x=x_0}=0,\quad v_2^{\mathrm{II}}\Big|_{\xi_{1,2}\to\pm\infty}=0, v_2^{\mathrm{II}}\Big|_{\tau\to\infty}=0, v_2^{\mathrm{II}}\Big|_{\tau=0}=v^{\dagger}\Big|_{\theta\to\infty},\quad \Delta_{\xi_1,\xi_2,\tau}=\frac{\partial^2}{\partial\xi_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial\xi_2^2}+\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}.$$

Давление p_2^{II} определяется равенством:

$$p_2^{\mathrm{II}}=\int_{-\infty}^{\xi_2}\frac{\partial w_2^{\mathrm{II}}}{\partial\xi_1}d\xi_{2'},$$

где функция w_2^{II} является решением краевой задачи для уравнения Пуассона

$$u^*\Big|_{x=x_0}\Delta_{\xi_1,\xi_2}w_2^{\mathrm{II}}=\frac{\partial v_2^{\mathrm{II}}}{\partial\xi_2}\frac{\partial u^*}{\partial\tau}\Big|_{x=x_0}-\frac{\partial^2 v_2^{\mathrm{II}}}{\partial\xi_2\partial\tau}u^*\Big|_{x=x_0},\qquad w_2^{\mathrm{II}}\Big|_{\xi_{1,2}\to\pm\infty}=0,\qquad \Delta_{\xi_1,\xi_2}=\frac{\partial^2}{\partial\xi_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial\xi_2^2}.$$

Отметим, что выражение для самоиндуцированного давления можно записать в виде:

$$\frac{\partial p_2^{\mathrm{II}}}{\partial\xi_1}\Big|_{\substack{\tau=0\\ x=x_0}}=-v^{\dagger}\Big|_{\theta\to\infty}\frac{\partial u_0^{\mathrm{II}}}{\partial\tau}\Big|_{\substack{\tau=0\\ x=x_0}}. \qquad (3)$$

Это равенство позволяет решать систему уравнений Прандтля с самоиндуцированным давлением (1), (2) независимо от остальных уравнений – нужно знать лишь значение $f''(0)$, которое известно и приближенно равно 0.33.

Течение в области около неровности описывается задачей (1) – (3), которую будем решать численно с методом установления с помощью конечных разностей. Программная реализация алгоритмов моделирования выполнена на языке C++ с применением библиотек VTK (для визуализации) и CUDA (для распараллеливания явной разностной схемы). Моделирование проводилось для нескольких типов неровностей. В качестве первой была взята неровность типа «горбик», форма которой описывается как:

$$h_1(\xi_1,\xi_2)=Ae^{(-\xi_1^2-\xi_2^2)}, A=const.$$

Для случая A=1 (рис. 2) получено, что спустя некоторое время после начала моделирования поток становится ламинарным и стационарным (последнее утверждение проверено вычисление сеточной нормы решения — она становится малой). При увеличении до A=3 (рис. 3) формируется зона отрыва пограничного слоя с вихревым течением. Отметим также, что неровность вытесняет поток преимущественно вверх, а не в стороны.

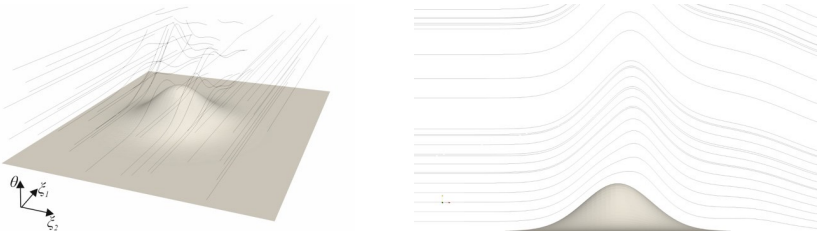


Рис. 2. Линии тока для функции для неровности h_1, A=1, t=0.75

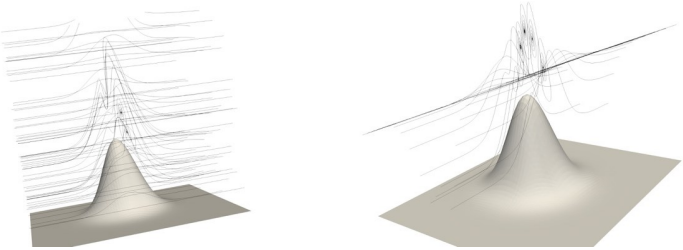


Рис. 3. Линии тока для функции для неровности h_1, A=3, t=1.0

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено с использованием ресурсов суперкомпьютерного кластера НИУ ВШЭ. Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Danilov V. G., Gaydukov R. K.* Double-deck structure of the boundary layer in problems of flow around localized perturbations on a plate // Math. Notes. 2015. V. 98. p. 561–571.
2. *Smith F. T.* Laminar flow over a small hump on a flat plate / F. T. Smith // Journal of Fluid Mechanics. 1973. № 57. C. 803–824.
3. *Yapalparvi R.* Double-deck structure revisited // European Journal of Mechanics - B/Fluids. 2012. V. 31. p. 53–70.
4. *Gianmarco M., Kravtsova M., Ruban A., Sherwin S.* Triple- deck and direct numerical simulation analyses of high-speed subsonic flows past a roughness element // Journal of Fluid Mechanics. 2015. V. 774. p. 311–323.

Гайдуков Роман Константинович, roma1990@gmail.com
Буров Никита Андреевич, naburov@outlook.com

—— ♦♦♦ ——

ЦИРКУЛЯЦИОННЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ В АТМОСФЕРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПО ДАННЫМ АКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ И РЕЗУЛЬТАТАМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Н.В. Вазаева[1,2], О.Г. Чхетиани[1], Д.В. Зайцева[1]*
[1]Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН
[2]Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва
[*]vazaevanv@ifaran.ru

В последние десятилетия большой интерес проявлен к циркуляционным конвективным структурам – замкнутым термоконвекционным структурам, называемым также термиками, и незамкнутым системам, в атмосферном пограничном слое (АПС). Характерные проявления таких структур исследовались на примере экспериментальных данных, полученных в экспедициях ИФА им. А.М. Обухова РАН и по результатам

расчета мезомасштабной негидростатической атмосферной модели WRF-ARW, адаптированной к конкретным синоптическим ситуациям – частным случаям.

Полевые эксперименты проводились в сильных и слабых ветровых и различных температурных условиях над Прикаспийской низменностью в восточной части Республики Калмыкия, Россия, в летнее время 2007, 2016, 2018, 2019, 2021, 2022 гг. Доплеровский акустический локатор (содар) серии ЛАТАН-3 [1] с вертикальным разрешением 20 и 10 м, интервалом излучения импульсов 5 и 3 с, диапазоном высот 600 и 350 м и базовой несущей частотой 2 кГц и 4 кГц измерял вертикальные профили интенсивности эхо-сигнала, пропорционального структурной характеристики температуры, а также профили компонент скорости ветра. По профилям определялась предельная вертикальная скорость, рассчитывались максимальная скорость в интервале существования циркуляционных конвективных структур и их горизонтальный масштаб.

Статистическое распределение выбранных характеристик в дневное время оказалось близким к распределению Рэлея [2], применяемого, в частности, для статистики интенсивных влажно-конвективных вихрей и высоты волн в океане (см., например, рис. 1 для максимальной вертикальной скорости ветра 2016 г.):

$$I?\,(U) = \frac{2U}{{U_0}^2}\,exp\left(\frac{{U_m}^2 - U^2}{{U_0}^2}\right),$$

где ${U_0}^2 = \left[\langle U^2\rangle - {U_m}^2\right]$, $\langle U^2\rangle$ – средняя квадратичная вертикальная скорость термиков, U_m – предельное значение вертикальной скорости термика.

Предполагается, что замкнутые термики движутся вперед за любой относительно небольшой временной шаг с некоторой усредненной скоростью (гипотеза Тейлора), при этом адекватно воспроизводятся пространственное распределение поля скорости и его временные вариации. Этот шаг по времени был принят эмпирически, от 5 до 10 мин. Рассмотрены случаи превышения вертикальных скоростей предельных значений, при которых гипотетически возникала конвективная структура (0,3 м/с, 0,6 м/с и 1,2 м/с.). Известно, что в случае ансамбля термиков модель [5] дает одномерное распределение Максвелла.

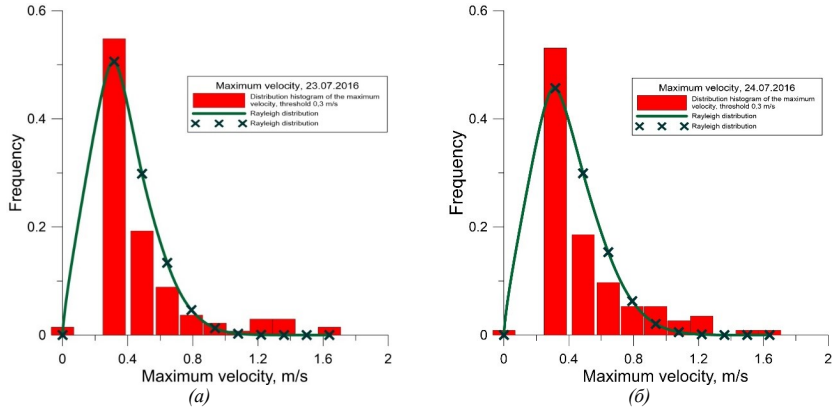
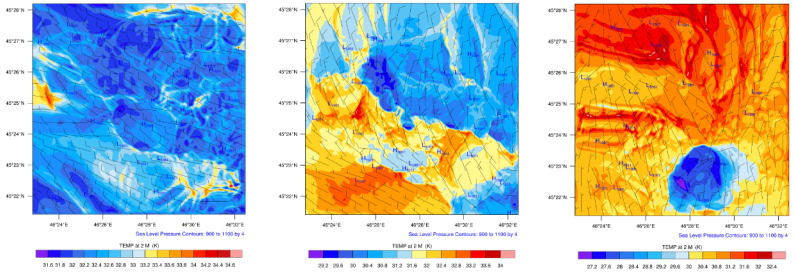


Рис. 1. Гистограмма распределения максимального значения вертикальной скорости (красные прямоугольники), распределение Рэлея (зеленая линия), Калмыкия, 23(а) и 24(б) июля 2016 г.

При исследовании циркуляционных конвекционных структур в АПС создано большое количество теоретических физико-математических моделей. Точные

аналитические решения встречаются лишь в некоторых частных случаях, поэтому статистические методы сохраняют свою актуальность и значимость и продолжают развиваться [3-5]. Такие методы исследования данных натурных измерений имеют особую ценность, в частности, при разработке вихреразрешающего моделирования атмосферных конвективных процессов. С помощью адаптированной модели WRF моделировалось несколько частных случаев над районом измерений в Калмыкии, хорошо визуализирующих как замкнутые термики – «пузыри», – так и незамкнутые структуры конвекции.

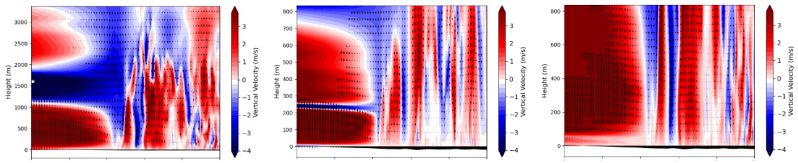
В случае горячей подстилающей поверхности замкнутые структуры характерны для слабых ветровых условий. Во всех выбранных случаях конвекция была хорошо развита. При сильном ветре замкнутые структуры термиков исчезали и наблюдалась проникающая конвекция. Этот вывод хорошо визуализируется на рисунке вертикальной скорости вблизи района измерений (см. рис. 2-3).



(а) *(б)* *(в)*

Рис. 2. Температура и ветер на высоте 2 м, атмосферное давление на уровне моря – для 12(а),12:30 (б),13 (в) UTC; над районом измерений, вид сверху. Точка измерений в Калмыкии располагается в центре области, координаты 45,42° с. ш. 46,47° в. д. Модифицированная модель WRF, 23 июля 2021 г. Шаг сетки 60 м

Эмпирические параметры распределения Рэлея для конвективных структур могут быть реализованы в параметризациях атмосферных моделей, позволяя увеличить точность прогнозирования условий зарождения и пути распространения таких структур и, собственно, понимания процессов в так называемой «серой зоне» численного моделирования.



(а) *(б)* *(в)*

Рис. 3. Распределение вертикальной скорости по высоте в нижнем слое АПС – для 12(а), 12:30(б), 13(в) UTC; над районом измерений, вид сбоку, сечение по долготе точки измерений. Координаты точки измерений в Калмыкии 45,42° с. ш. 46,47° в. д. Модифицированная модель WRF, 23 июля 2021 г. Шаг сетки 60 м

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Приносим благодарность М.А. Каллистратовой, Р.Д. Кузнецову, В.Ф. Крамару, В.С. Люлюкину и Д.Д. Кузнецову за вклад в подготовку и проведение экспериментов по

акустическому зондированию; и М.В. Курганскому за полезные советы и интерес к работе.

Исследования выполнены при поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых учёных-кандидатов наук (проект № МК-5516.2022.1.5)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kouznetsov R.D.* The multiple-frequency sodar with heigh temporal resolution. Meteorol. Z., 2009, V.18(2). p.169–173.
2. *Курганский М.В.* Статистическое распределение интенсивных влажно-конвективных спиральных вихрей в атмосфере. // ДАН, 2000. V. 37 (2). p. 240–242.
3. *Petenko I.V., Bezverkhnii V.A.* Temporal Scales of Convective Coherent Structures Derived from Sodar Data, Meteorol. // Atmos. Phys. 1999. V. 71. p. 105–116.
4. *Petenko I.V. and Shurygin E.* A two-regime model for the probability density function of the temperature structure parameter in the convective boundary layer. Bound.-Layer Meteor. 1999, V. 93, p. 381–394.
5. *Вульфсон А.Н., Бородин О.О.* Система конвективных термиков как обобщённый ансамбль броуновских частиц // Успехи физических наук. 2016. Т. 186(2), с. 113–124.

Вазаева Наталья Викторовна, vazaevanv@ifaran.ru
Чхетиани Отто Гурамович, ochkheti@gmail.com
Зайцева Дарья Владимировна, zaycevadv@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ИССЛЕДОВАНИЕ САМОПРОИЗВОЛЬНОГО ТРИГГЕРИНГА И РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПАРОВОГО ВЗРЫВА НА РАСПЛАВЛЕННЫХ КАПЛЯХ СОЛИ

Н.В. Васильев[1,2], С.Н. Вавилов[1], Е.А. Лиджиев[1,2], Ю.А. Зейгарник[1]*
[1]Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
[2]Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва
[*]lind722k@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Процесс парового взрыва представляет собой взрывной рост объема пара, сопровождающийся резким ростом давления при попадании в холодную жидкую среду горячего расплава с температурой выше ее температуры предельного перегрева. Это явление может наблюдаться во многих важных отраслях промышленности (атомной энергетике, металлургической, целлюлозно-бумажной). Исследованию процесса парового взрыва посвящено большое количество экспериментальных и расчетно-теоретических работ, отраженных в ряде обстоятельных обзоров [1–4]. Однако целостной теории данного явления на сегодняшний день не создано, что объясняется сложностью и многообразием форм и ситуаций, при которых оно может реализовываться.

На сегодняшний день наименее изученной стадией процесса является его инициирование (триггеринг). В частности, в литературе отсутствуют экспериментальные данные о передаче импульса парового взрыва между отдельными

каплями расплава. С целью исследования процессов, происходящих при триггеринге парового взрыва, наиболее целесообразно проводить эксперименты с одиночными каплями или с группой капель (массой несколько грамм) горячего вещества. В качестве основного инструмента в таких исследованиях ввиду быстротечности процесса (десятки-сотни мкс) применяется визуализация с помощью высокоскоростной видеосъемки. В нашей работе была показана практически 100% реализация парового взрыва на одиночной капле расплава соли NaCl (при температуре t_{NaCl} = 850–1100°C в воде с температурой $t_в$ = 20–70°C) при самопроизвольном (без внешнего искусственного воздействия на систему) триггеринге процесса [5]. В данной работе представлены результаты визуализации с помощью высокоскоростной видеосъемки «цепной реакции» передачи импульса парового взрыва между отдельными каплями расплава NaCl от места начального самопроизвольного триггеринга. Данный метод является более приближенным к реальным условиям, чем зачастую используемый во многих исследованиях внешний искусственный триггеринг (резкое перемещение поршня, разрыв диафрагм, разделяющей рабочий объем и емкость с высоким давлением, «электрический» взрыв проволочки и др.).

УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Экспериментальная установка включала в себя емкость с дистиллированной водой с прямоугольного поперечного сечения 230 х 250 мм и высотой 530 мм.

Расплавление капель соли NaCl осуществлялось с помощью высокочастотного индукционного нагревателя ВЧ-15АВ (индуктора) в графитовом тигле (рис. 1), расположенном на высоте 60–80 мм от свободной поверхности жидкости. Тигель имел форму прямоугольного параллелепипеда – высотой 35 мм, шириной 33 мм и толщиной 23 мм. Внутри тигля были высверлены две цилиндрические полости диаметром 10 мм на глубину 30 мм, расстояние между осями которых составляло 13 мм. В нижней части обеих полостей были сделаны сквозные отверстия диаметрами 4 мм, которые до момента подачи расплавленных капель в емкость с водой закрывались графитовыми цилиндрическим стержнями с коническими торцами. Подача капель осуществлялась при подъеме графитовых стержней с помощью специального автоматизированного механизма.

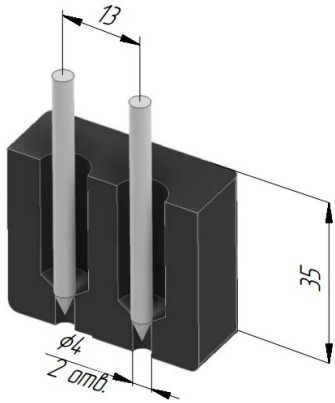


Рис. 1. Схема двуполостного графитового тигля-генератора расплавленных капель соли.

Температура в теле тигля и воды в емкости измерялась хромель-алюмелевыми термопарами. Масса соли, загружаемой в каждое устье тигля, варьировалась от 1 до 2 грамм.

На боковой стенке емкости имелось стеклянное смотровое окно для осуществления высокоскоростной видеосъемки процесса, которая производилась с помощью высокоскоростных камер – монохромной Phantom v2012 или цветной Phantom VEO 410s с максимальной частотой кадров до 180 кГц и минимальным временем экспозиции до 2 мкс. Подсветка осуществлялась двумя мощными светодиодными фонарями.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 2 представлены типичные кадры из высокоскоростной видеосъемки процесса передачи импульса парового взрыва после самопроизвольного триггеринга между расплавленными каплями соли NaCl. После входа в воду капли могли делиться на несколько частей, которые существовали независимо, либо повторно сливались воедино.

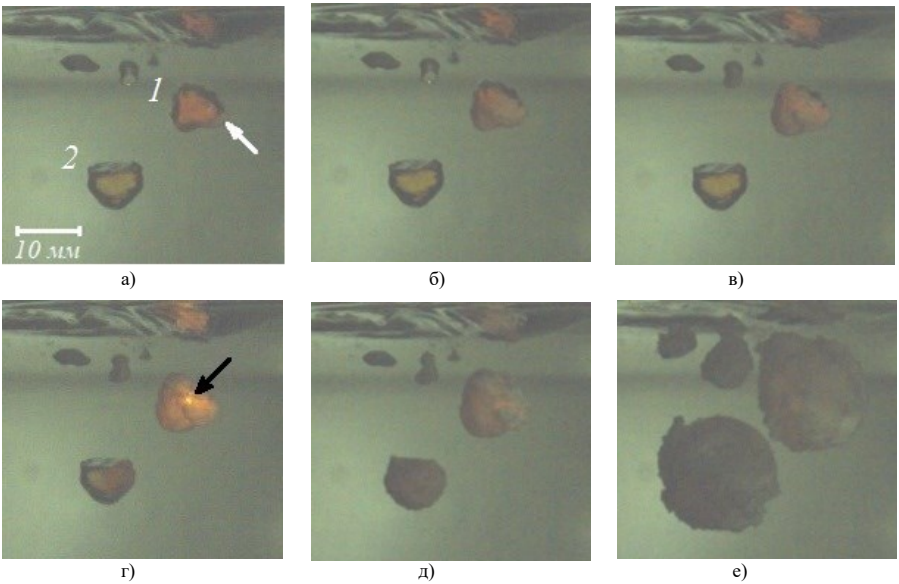


Рис. 2. Распространение парового взрыва между каплями соли ($t_в$ = 23°C, t_{NaCl} = 910°C в тигле). Время экспозиции – 10 мкс. Размер кадров 44 х 40,5 мм. Время от кадра а) – начала самопроизвольного триггеринга на первой капле: б) – 20 мкс; в) – 40 мкс; г) – 60 мкс; д) – 100 мкс; е) – 380 мкс. Белой стрелкой отмечено место начала триггеринга, черной стрелкой – кратковременная световая вспышка. Нумерация крупных капель приведена на кадре а).

На рис. 2а можно видеть четыре отдельные капли (две пронумерованные крупные размером около 8 мм, и две мелкие). Промежуток времени от падения капель в воду до начала самопроизвольного триггеринга составлял от нескольких десятков до сотен миллисекунд. Триггеринг начинался с локального возникновения возмущений паровой пленки вокруг одной из расплавленных капель (место триггеринга обозначено белой стрелкой на рис. 2а). Через некоторый небольшой промежуток времени, составлявший несколько десятков мкс, эти возмущения распространялись на всю поверхность капли (рис. 2б–в). Затем появлялось характерное кратковременное (в течение одного кадра видеосъемки, т.е. в данном случае не более 20 мкс) локальное светящееся пятно характерным размером примерно 1 мм (рис. 2г), которое может быть связано с

кавитационной люминисценцией. После этого следовало начало парового взрыва, сопровождающееся интенсивным ростом объема пара.

Светящееся пятно наблюдалось нами в достаточно большом количестве опытов на каплях NaCl. Упоминания о нем имеются еще в обзоре [2]. Затем процесс взрывного парообразования распространялся на соседние капли (рис. 2д). Временная пауза между микровзрывами на соседних каплях (время передачи импульса давления) приемлемо коррелирует с величиной скорости звука в воде.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-01062.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reid R.C.* Rapid phase transitions from liquid to water // Advances in Chemical Engineering. 1983. V. 12. p. 105–208.
2. *Fletcher D.F., Theofanous T.G.* Heat Transfer and Fluid Dynamic Aspects of Explosive Melt–Water Interactions // Advances in heat transfer. 1997. V. 29. p. 129–213.
3. *Berthoud G.* Vapor explosions // Annual Review of Fluid Mechanics. 2000. V. 32(1). p. 573–611.
4. *Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е.* Термическое взаимодействие высокотемпературных расплавов с жидкостями // Теплофизика высоких температур. 2022. Т. 60(2). С. 280–318.
5. *Вавилов С.Н., Васильев Н.В., Зейгарник Ю.А.* Паровой взрыв: экспериментальные наблюдения // Теплоэнергетика. 2022. № 1. С. 78–84.
6. *Вавилов С.Н., Васильев Н.В., Зейгарник Ю.А. Клименко А.В., Скибин Д.А.* Спонтанный триггеринг парового взрыва: результаты экспериментальных исследований // Теплоэнергетика. 2022. № 7. С. 15–22.

Васильев Николай Викторович, Nikvikvas@mail.ru
Вавилов Сергей Николаевич, sergeynv@mail.ru
Лиджиев Есен Арслангович, lind722k@gmail.com
Зейгарник Юрий Альбертович, zeigar@oivtran.ru

—— ♦♦♦ ——

УПРАВЛЕНИЕ ВИХРЕОБРАЗОВАНИЕМ ПРИ ВЫРАЩИВАНИИ ТРУБЧАТЫХ КРИСТАЛЛОВ

Н.А. Верезуб, А.И. Простомолотов[*]
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*aprosto@inbox.ru*

ВВЕДЕНИЕ

Актуальными являются разработки непланарных технологий на основе монокристаллических трубок кремния малого диаметра, предназначенных для изготовления на их основе мощных силовых полупроводниковых приборов. Вытягивание из расплава трубок малого диаметра (35 мм) сопряжено со значительными трудностями в обеспечении необходимого вихреобразования внутри трубки. В данной работе использовалось малогабаритная установка Редмет-10, предназначенная для

вытягивания монокристаллов кремния по Чохральскому. В конструкцию теплового узла этой установки были внесены существенные изменения с учетом результатов проведенного математического моделирования процессов гидродинамики, позволившие вырастить монокристаллические трубки кремния малого диаметра.

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ

В данной работе применялась интегрированная математическая модель [1], и программный комплекс Crystmo/Net [2]. позволяющая параметрически исследовать гидродинамику, перенос тепла и примеси в расплаве кремния и на основе этого оптимизировать условия выращивания трубок кремния. Разработанный расчетный макет модифицированного теплового узла показан на Рис. 1.

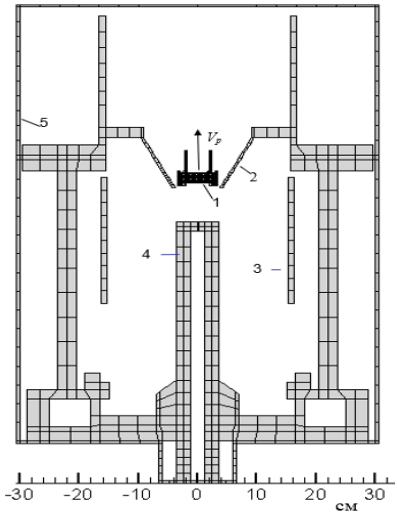


Рис. 1. Расчетная схема теплового узла для выращивания монокристаллических трубок кремния методом Чохралького на установке Редмет-10: 1 – ростовая сборка (трубка и расплав кремния, кварцевый тигель, подставка тигля), 2 – тепловой экран, 3 – нагреватель, 4 – полый нижний шток, 5 – корпус. Vp – скорость вытягивания трубки, Ω_C – скорость вращения тигельной сборки.

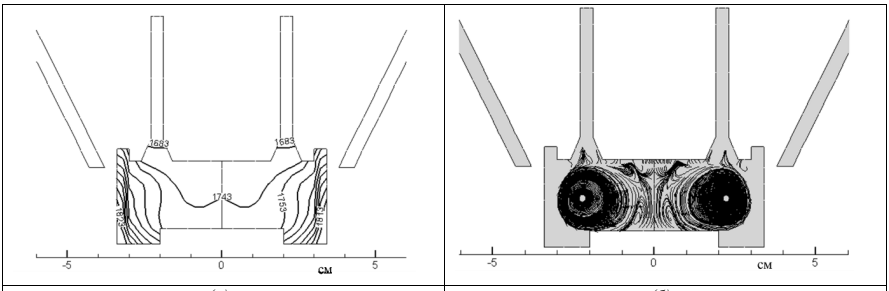
Для кристаллизации трубы необходимо определить тепловые условия для выращивания труб, когда в центральной области расплава (внутри трубы) формируется более высокотемпературная зона, чем под её стенками. С этой целью моделировались условия, обеспечивающие больший нагрев дна тигля при применении одного стандартного бокового нагревателя за счет надлежащего выбора положения тигля относительно нагревателя. Заметим, что при малом диаметре трубки создание требуемого радиального градиента температур вызывает значительные трудности при экспериментальной отработке процесса выращивания.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Предполагается, что тигель и кристалл вращаются в одну сторону со скоростью 10 об/мин. Расчетные параметры (критерии подобия): Re = 2120, Gr = 6.2×10^6, Pr = 10^{-2}. В расчетах варьировалось вертикальное положение тигельной сборки (1) относительно неподвижных элементов теплового узла (2 ÷ 5).

Результаты параметрических расчетов приведены на Рис. 2 и 3: тепловые поля в ростовой сборке и структура течения расплава для двух характерных ее положений. Изотерма $T = 1683$ K соответствует положению фронта кристаллизации кремния.

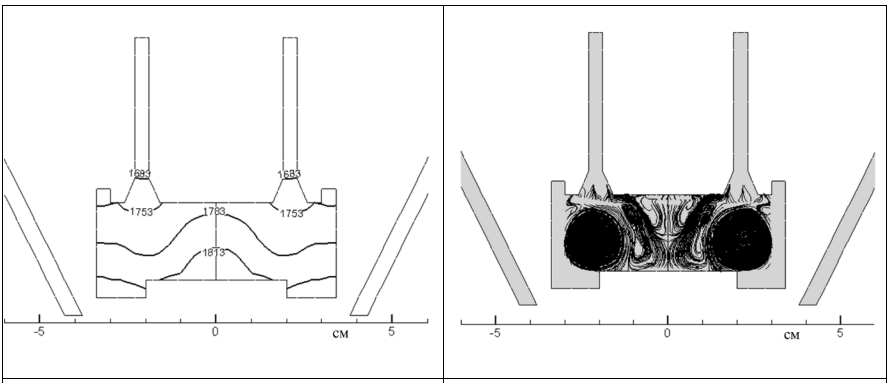
В нижнем положении ростовой сборки (1) (Рис. 2а, б) боковые стенки тигля практически не закрыты экраном (2) и значительно прогреваются за счет радиационного потока тепла от нагревателя (3).



(а) (б)

Рис. 2. Нижнее положение ростовой сборки: а – изотермы [K], б – траектории течения расплава.

В верхнем положении ростовой сборки (Рис. 3а, б) боковая стенка тигля с расплавом полностью закрыта от радиационного потока тепла от нагревателя. При этом преобладает донный нагрев, что заметно по перегреву центра расплава. Вытягивание трубки заданного диаметра происходит устойчиво. Однако при этом, по сравнению с предыдущим вариантом, примерно на 20% увеличивается мощность нагревателя. Можно отметить характерную особенность процессов теплопереноса в тепловом узле Редмет-10, что особенно заметно для верхнего положения ростовой сборки, когда нужный прогрев дна тигля достигается после надлежащего нагрева вершины нижнего штока (4). Процесс нагрева тигля происходит как бы в два этапа: на первом за счет тепловой радиации от нагревателя нагревается вершина нижнего штока (4) до значительной температуры, а на втором этапе тепловая радиация от штока снизу приводит к разогреву дна тигля.



(а) (б)

Рис. 3. Верхнее положение ростовой сборки: а – изотермы [K], б – траектории течения расплава.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выбор метода Чохральского для выращивания монокристаллических труб малого диаметра потребовал существенной модернизации теплового узла стандартной ростовой установки Редмет-10. Его модернизация была связана с оптимизацией размещения тигля с расплавом относительно стандартного нагревателя и бокового конического экрана, что потребовало проведения компьютерного моделирования термомеханических процессов и верификации расчетных данных с соответствующими температурными измерениями с помощью термопар. Экспериментальная апробация показала, что выращенные трубки монокристаллического кремния малого диаметра имеют нужные размеры и обладают надлежащими электрофизическими свойствами для изготовления на их основе силовых полупроводниковых приборов по непланарной технологии.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме госзадания ИПМех РАН (№ госрегистрации 123021700045-7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Верезуб Н. А., Простомолотов А. И.* Механика процессов выращивания и термообработки монокристаллического кремния // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2020. № 5. С. 51–63.
2. *Prostomolotov A., Ilyasov H., Verezub N.* Crystmo/Net remote access code for Czochralski crystal growth modelling // Science and Technology. 2013. V. 3. No 2A. p. 18–25.

Верезуб Наталия Анатольевна, verezub@ipmnet.ru
Простомолотов Анатолий Иванович, aprosto@inbox.ru

—— ♦♦♦ ——

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

Ко Ко Вин[*], *А.Н. Темнов*
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва
[*]*win.c.latt@gmail.com*

В статье исследована задача о нелинейных колебаниях двух идеальных и несжимаемых жидкостей в осесимметричной цилиндрической полости, совершающей колебания относительно горизонтальной оси OY. Полость полностью заполнена несжимаемыми жидкостями. Приведены нелинейные дифференциальные уравнения, описывающие колебания круглого цилиндрического сосуда и поверхности раздела двухслойной жидкости в окрестности основного резонанса нелинейных колебаний, и определены линейные и нелинейные гидродинамические коэффициенты при различных значениях глубины верхней жидкости. Выявлены основные нелинейные эффекты, связанные с вращением диаметра поверхности раздела жидкостей. Используя метод Бубнова-Галеркина, построены области неустойчивости и амплитудно-частотные характеристики двухслойной жидкости при вынужденных угловых колебаниях сосуда.

ВВЕДЕНИЕ

С развитием ракетно-космической техники и увеличением перевозки сниженных природных ресурсов морским транспортом, возрастает интерес к задачам движения тел, внутренние полости которых заполнены неоднородной жидкостью. Простейшей моделью такой неоднородной жидкости может являться двухслойная жидкость, которая полностью заполняет полость твердого тела.

В книге [1] были исследованы нелинейные задачи динамики твердого тела, в которых существуют полости, заполненные жидкостью со свободной поверхностью. Рассмотрены различные модели и методы, применяемые для анализа таких задач, и предоставлены численные результаты проведенных исследований.

В работе [2] исследуется задача о малых колебаниях двухслойной тяжелой жидкости, целиком заполняющей прямоугольный сосуд. Поставлена и решена задача об управлении движением сосуда с финальным условием гашения внутренних волн жидкости. В работе [3] рассмотрены свободные колебания вязкой двухслойной жидкости в замкнутом прямоугольном сосуде.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается круглый цилиндрический сосуд, полностью заполненный двумя несмешивающимися жидкостями, который совершает колебания вокруг неподвижной оси OY. Связанную с твердым телом систему координат $OXYZ$ расположим так, чтобы в невозмущенном положении механической системы ось $0x$ была перпендикулярна невозмущенной поверхности раздела жидкостей Γ_0.

Представим потенциалы скоростей каждой жидкости в виде следующей суммы:

$$\Phi^{(k)}(x,r,\eta,t)=\omega_2\cdot A^{(k)}(x,r,\eta)+\sum_{i=1}^{\infty}\dot{\alpha}_i(t)B_i^{(k)}(x,r,\eta),\ (k=1,2), \qquad (1)$$

$\Phi^{(k)}$ - потенциалы скоростей верхней и нижней жидкостей; $A^{(k)}$ - гармонические скалярные функции; $B_i^{(k)}$ - функции координат верхней и нижней жидкостей, α_i - обобщенные координаты волновых движений *i*-ой гармоники на поверхности раздела. Поставленная задача решается с применением разложения функций в ряд Тейлора, а также использования значения функций и её нормальных производных на невозмущенной поверхности раздела жидкостей Γ_0. Представим функции $A^{(k)}$ и $B_i^{(k)}$ в виде разложения по параметрам α_i до второго порядка включительно

$$A^{(k)}=A_0^{(k)}+\sum_i\alpha_iA_i^{(k)}+\sum_i\sum_j\alpha_i\alpha_jA_{ij}^{(k)}+...;\ B_i^{(k)}=B_{i0}^{(k)}+\sum_j\alpha_jB_{ij}^{(k)}+\sum_j\sum_k\alpha_j\alpha_kB_{ijk}^{(k)}+...; \qquad (2)$$

где функции $A_0^{(k)}, A_i^{(k)}, A_{ij}^{(k)}, B_{i0}^{(k)}, B_{ij}^{(k)}, B_{ijk}^{(k)}$ зависят только от пространственных координат и не зависят от времени.

Выделим две основные несимметричные гармоники, возбуждаемые в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и определяемые обобщенными координатами и формами $\alpha_i=\alpha_i\ (i=1,2)$: $\alpha_1=\alpha$, $\alpha_2=\beta$, $f_1=f_\alpha=\varphi(r)\sin\eta$, $f_2=f_\beta=\varphi(r)\cos\eta$.

f_α, f_β - Это формы основного тона колебаний поверхности раздела жидкостей [1].

Система уравнений для обобщённых координат волновых движений α и β, характеризующих колебания поверхности раздела двух жидкостей при возбуждении основного тона примет вид [5]

$$L_1(\alpha,\beta)=(1+d_1\alpha^2+d_2\beta^2)\ddot{\alpha}+(d_1\alpha\beta-d_2\alpha\beta)\ddot{\beta}+(d_3\alpha^2-d_4\beta^2-d_0)\ddot{\theta}+$$
$$+d_1\alpha\dot{\alpha}^2+(d_1\alpha-2d_2\alpha)\beta^2-d_5\alpha\theta^2+2d_2\beta\dot{\alpha}\dot{\beta}-(d_3+3d_4)\beta\theta\beta+\sigma^2\alpha=0, \quad (3)$$

$$L_2(\alpha,\beta)=(1+d_1\beta^2+d_2\alpha^2)\ddot{\beta}+(d_1\alpha\beta-d_2\alpha\beta)\alpha+(d+(d_3+d_4)\alpha\beta)\ddot{\theta}+$$
$$+d_1\beta\dot{\beta}^2+(d_1\beta-2d_2\beta)\alpha^2-d_6\beta\dot{\theta}^2+2d_2\alpha\alpha\dot{\beta}+(d_3+3d_4)\beta\dot{\theta}\alpha+\sigma^2\beta=0, \quad (4)$$

где, $d=\lambda/\mu$, $d_0=\lambda_0/\mu$, $d_1=\mu_1/\mu$, $d_2=\mu_2/\mu$, $d_3=\lambda_3/\mu$, $d_4=\lambda_2/\mu$, $d_5=J_1/\mu$, $d_6=J_2/\mu$,

Допустим, сосуд совершает угловые колебания по данному закону

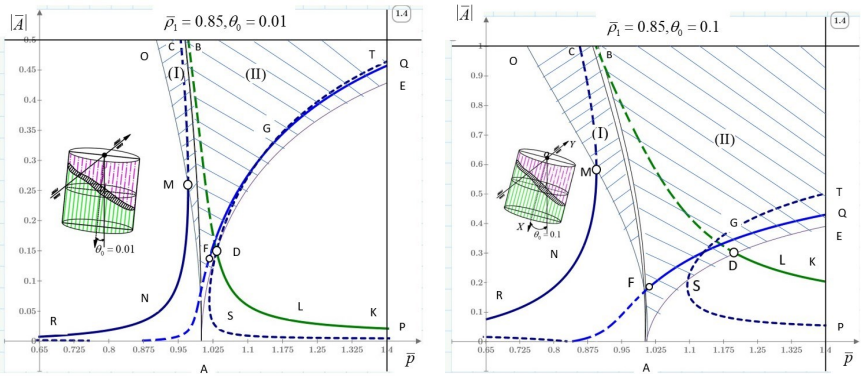
$$\theta=\theta_0\cos pt, \quad (5)$$

Если параметрический резонанс отсутствует в рассматриваемом случае, т.е. $\beta\equiv 0$, то вынужденные угловые колебания системы описываются нелинейным дифференциальным уравнением

$$L_1(\alpha,\beta)=(1+d_1\alpha^2)\ddot{\alpha}+(d_3\alpha^2-d_0)\ddot{\theta}+\alpha\alpha^2-d_5\alpha\dot{\theta}^2+\sigma^2\alpha=0; \quad (6)$$

После использования метода Бубнова-Галеркина [1] получим соотношения для построения областей неустойчивости.

На рис. (1, а, б) кривые линии *FGQ* соответствуют резонансным кривым, которые описывают поведение системы при резонансе. Кривые сплошные линии *RNM* и *KLD* соответствуют плоским линейным устойчивым колебаниям, то есть колебаниям, при которых система возвращается к равновесному состоянию.



(а) *(б)*

Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики и области неустойчивости вынужденных угловых колебаний жидкостей в цилиндрическом баке при возбуждении основных гармоник для случая $\bar{\rho}_1=0.85, \bar{h}_1=\bar{h}_2=1, \bar{h}_0=0.$ *при* $\theta_0=0.01$ *(а) и* $\theta_0=0.1$ *(б)*

ВЫВОД

Учет вязкости жидкостей, как правило, приводит к ослаблению возбуждения гармоник с более высокими частотами. В этом смысле учет только двух форм колебаний, рассматриваемых в данной работе, является оправданным, и может быть использован

при исследовании нелинейных движений неоднородных жидкостей, взаимодействующих с твёрдым телом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Луковский И.А.* Введение в нелинейную динамику твердого тела с полостями, содержащими жидкость; Отв. Ред. В.А. Троценко; АН УССР. Ин-т математики. – Киев: Наук. Думка, 1990. 296 с.
2. *Акуленко Л. Д., Нестеров С. В.* Нерезонансные колебания твердого тела с полостью, содержащей тяжелую двухслойную жидкость. // Механика твердого тела. 1987. №2. С. 52–58.
3. *Kalinichenko V.A.* Regularization of barotropic gravity waves in a two-layer fluid // Fluid Dynamics. 2019. V. 54(6). p. 761–773.
4. *Вин Ко Ко, Темнов А.Н.* Теоретическое исследование эффектов колебаний двух несмешивающихся жидкостей в ограниченном объёме // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 69. DOI: 10.17223/19988621/69/8
5. *Вин Ко Ко, Темнов А.Н.* Угловые колебания твердого тела с двухслойной жидкостью вблизи основного резонанса // Труды МАИ. 2021. № 119. DOI: 10.34759/trd-2021-119-03

Вин Ко Ко, win.c.latt@gmail.com
Темнов Александр Николаевич, antt45@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

СТРУКТУРА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РЕЗОНАНСНОЙ КОНВЕКЦИИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

А.А. Вяткин, В.Г. Козлов, С.А. Петухов*
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь
*vjatkin_aa@pspu.ru

Тепловая конвекция, вызванная периодическим изменением одного из параметров, характеризующих тепловое равновесие, является объектом большого числа исследований. К наиболее изученным способам параметрического воздействия на конвекцию относятся: модуляции температурных граничных условий, модуляции ускорения поля тяжести [1] и модуляции скорости вращения [2].

В работе представлены результаты PIV-исследования тепловой конвекции во вращающемся толстом цилиндрическом слое жидкости. Слой образован внутренним алюминиевым теплообменником *1* и оргстеклянной трубой *2* (рис. 1). Разогрев слоя происходит изнутри с использованием электрического нагревателя, установленного на оси вращения. Охлаждение реализуется через внешнюю цилиндрическую стенку *2*. В полости между цилиндрами *2* и *3* циркулирует охлаждающая жидкость постоянной температуры. Подробное описание экспериментальной установки и методики исследования представлено в [3].

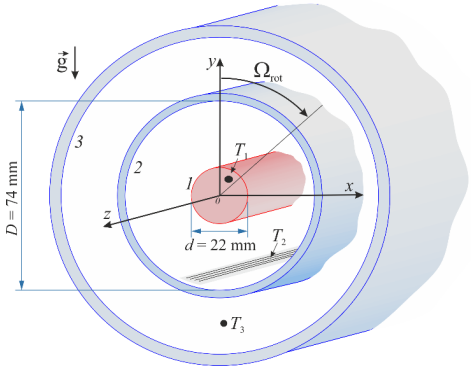
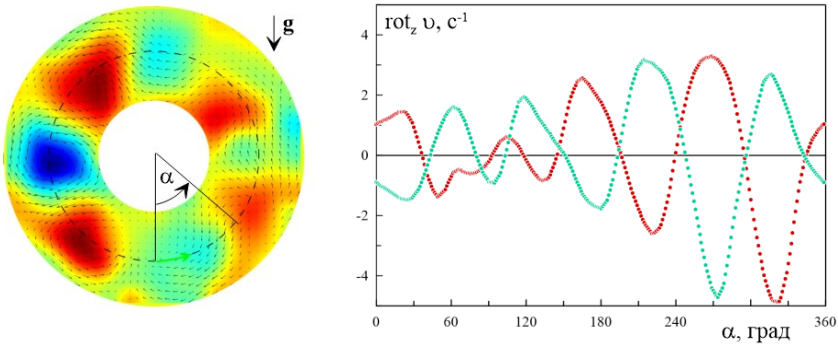


Рис. 1. Схема кюветы в поперечном сечении

В поле центробежной силы инерции при быстром вращении жидкость находится в устойчивом квазиравновесном состоянии – распределение температуры стационарно, осесимметрично и имеет максимум на внутренней границе слоя. Особый класс образуют постановки задач с горизонтальным расположением оси вращения. При этом в системе отчета полости поле силы тяжести совершает осцилляции и возмущает поле центробежной силы с частотой вращения. Обнаружено, что в относительно толстых цилиндрических слоях с понижением скорости вращения в слое пороговым образом возбуждаются параметрические колебания жидкости с частотой в два раза меньшей частоты вращения. На рис. 2 показано поле мгновенной завихренности в поперечном сечении.



а) *б)*

Рис. 2. Результаты PIV-исследования: а) поле мгновенной завихренности; б) азимутальные профили завихренности; f_{rot} = 0.9 об/с; разность температур границ слоя Θ = 26 ºС

Конвективные течения представляют собой двумерные валы, вытянутые вдоль оси вращения, соседние валы согласованно вращаются в противоположных направлениях. Валы расположены преимущественно в левой части кюветы на поднимающейся стороне стенки (слой вращается по часовой стрелке). В течение одного оборота скорость вращения отдельного вала, движущегося вместе с полостью, достигает максимума в левой части и меняется на противоположное – в правой. На графике указаны азимутальные профили мгновенной завихренности, полученные через один период

вращения. Обнаружено, что знак завихренности сменился на противоположный, а положения центров конвективных валов практически не изменились.

Параметрические колебания устойчиво стратифицированной в поле центробежной силы неизотермической жидкости при вращении полости вокруг горизонтальной оси наблюдаются впервые. Обнаруженные в работе колебания аналогичны параметрическим колебаниям устойчиво стратифицированной жидкости в горизонтальном плоском слое при модуляции силы тяжести [1].

При дальнейшем понижении скорости вращения параметрическая конвекция сменяется термовибрационной. При этом на фоне колебаний неизотермической жидкости, возбуждаемых вращающимся полем силы тяжести с частотой вращения, в жидкости генерируются осредненные виброконвективные течения, которые в пороге имеют вид квазистационарных валов, вытянутых вдоль оси вращения [4]. Результаты экспериментов обобщены на плоскости управляющих параметров.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа поддержана Министерством просвещения РФ (проект KPZU-2023-0002).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. *Sterl S., Li H.M., Zhong J.Q.* Dynamical and statistical phenomena of circulation and heat transfer in periodically forced rotating turbulent Rayleigh-Bénard convection // Physical review fluids. 2016 V. 1(8). p. 084401. DOI: 10.1103/PhysRevFluids.1.084401
3. *Kozlov V.G., Vjatkin A.A., Sabirov R.R., Myznikov V.M.* Methods of experimental study of thermal convection in cavity subject to rotation and vibration // MethodsX, 2019. V. 6. p. 2420–2428. https://doi.org/10.1016/j.mex.2019.10.005
4. *Vjatkin A., Siraev R., Kozlov V.* Theoretical and Experimental Study of Thermal Convection in Rotating Horizontal Annulus. // Microgravity Sci. Technol. 2020. V. 32, p. 1133–1145. https://doi.org/10.1007/s12217-020-09827-7

Вяткин Алексей Анатольевич, vjatkin_aa@pspu.ru
Козлов Виктор Геннадьевич, kozlov@pspu.ru
Петухов Святослав Алексеевич, svyatoslav_petuxov@bk.ru

—— ♦♦♦ ——

ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ЗАДАЧ ОБТЕКАНИЯ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

Р.К. Гайдуков, В.Г. Данилов*
Национальный Исследовательский Университет «Высшая Школа Экономики», Москва
*roma1990@gmail.com

Классическая математическая модель, описывающая теплоперенос с фазовым переходом (например, плавление-кристаллизация, растворение-осаждение) в подвижной среде состоит из уравнений движений среды – уравнений Навье-Стокса и неразрывности, уравнений теплопроводности с адвекцией в каждой фазе, и условия

Стефана на границе раздела фаз. Хорошо известно [1], что температура фазового в случае криволинейной границы раздела фаз отличается от случая плоской границы (см. рис. 2 (в)), и эта разница описывается условием Гиббса-Томсона, учитывающего поверхностное натяжение на границе раздела фаз. Получившаяся задача Стефана-Гиббса-Томсона является вычислительно сложной – требуется очень мелкая сетка для точного определения положения криволинейной границы раздела фаз в каждый момент времени.

Однако, эту вычислительную сложность можно обойти, применив другой подход, основанный на введении функции порядка $\phi = \phi(t, x, \zeta)$, такой что $\phi = +1$ в жидкой фазе (например, в вводе), и $\phi = -1$ в твердой фазе (например, во льду), t и x – время и координаты, а ζ – параметр регуляризации: в ζ-окрестности границы раздела фаз функция ϕ быстро меняется от -1 до $+1$. В рамках этого подхода температура T во всей области и функция порядка определяется из системы уравнений фазового поля (см. (2)), которая является регуляризацией задачи Стефана-Гиббса-Томсона при $\zeta \to +0$, см. [2]. Граница раздела фаз определяется как линия нулевого уровня функции порядка. Система фазового поля эффективно решается численно с помощью простых разностных схем с постоянным шагом, что позволяет эффективно моделировать динамику фазового перехода без использования высокопроизводительных компьютеров.

В рамках такого подхода авторами изучены задачи обтекания водой малых ледяных наростов на поверхности пластины [3,4] и внутри трубы [5] при достаточно больших числах Рейнольдса Re (но таких, при которых еще сохраняется ламинарный поток). В [3] изучен случай обтекания поверхности y_s изо льда с малым наростом. А именно, рассматривается нарост в точке $x_0 = 1$ вида $y_s = \varepsilon^{4/3} h(t, (x-1)/\varepsilon)$, где $\varepsilon = Re^{-1/2}$ - малый параметр, $h(t, \xi)$ – гладкая функция, описывающая динамику границы раздела фаз, такая, что $h(t, \pm\infty) = 0$. Отметим, что такой масштаб неровностей приводит к двухпалубной структуре пограничного слоя [6]. Полученная в [3] математическая модель состоит из системы уравнений Прандтля с самоиндуцированным давлением

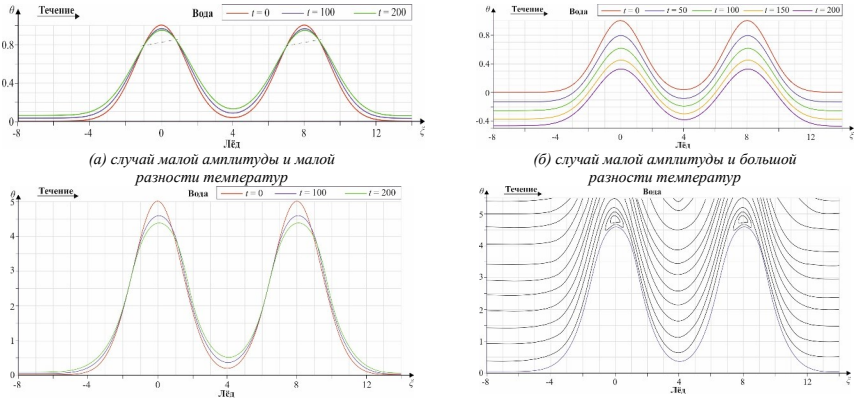
$$\begin{gathered}
\varepsilon^{2/3} \frac{\partial u^*}{\partial t} + u^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial \xi} - \frac{\partial h}{\partial \xi} \frac{\partial u^*}{\partial \bar{\theta}} \right) + v^* \frac{\partial u^*}{\partial \bar{\theta}} = -f''(0) v^* \Big|_{\bar{\theta} \to \infty} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial \bar{\theta}^2} + \varepsilon^{2/3} \frac{\partial h}{\partial t} \frac{\partial u^*}{\partial \bar{\theta}}, \\
\frac{\partial v^*}{\partial \bar{\theta}} + \frac{\partial u^*}{\partial \xi} - \frac{\partial h}{\partial \xi} \frac{\partial u^*}{\partial \bar{\theta}} = 0, \\
u^* \Big|_{\bar{\theta}=0} = v^* \Big|_{\bar{\theta}=0} = 0,\ u^* \Big|_{\xi \to \pm\infty} = f''(0)\bar{\theta},\ v^* \Big|_{\xi \to \pm\infty} = 0,\ \frac{\partial u^*}{\partial \bar{\theta}} \Big|_{\bar{\theta} \to \infty} = f''(0),\ u^* \Big|_{t=0} = U_0(\xi, \bar{\theta}),
\end{gathered} \tag{1}$$

где $u^* = u^*(t, \xi, \bar{\theta})$ и $v^* = v^*(t, \xi, \bar{\theta})$ – горизонтальная и вертикальная компоненты вектора скорости, f – функция Блазиуса; U_0 – некоторая гладкая функция, $\bar{\theta} = (y - y_s)/\varepsilon^{4/3}$ – вертикальная погранслойная переменная, $\xi = (x-1)/\varepsilon$ – горизонтальная быстрая переменная, и системы уравнений фазового поля

$$\begin{gathered}
\varepsilon^{2/3} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial \xi} + v \frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\lambda_l}{c_l \rho_l} \varepsilon^{-2} \left(\varepsilon^{2/3} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right) = -\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \\
\zeta^2 \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \zeta^2 \beta \Delta_{\xi,\theta} \varphi + \varphi(1 - \varphi^2) + \zeta(1 - \varphi^2) T / \sqrt{2\beta},
\end{gathered} \tag{2}$$

дополненной некоторыми краевыми и начальными условиями, $\theta = \bar{\theta} + h$, u и v – продолженные нулем в область твердой фазы скорости u^* и v^* (гладко в силу условий прилипания), а постоянные α и β определяются физическими постоянными и

обезразмериванием, $\alpha = \varepsilon^{2/3} / (mT_0) \approx 2.1 \cdot 10^{-2}$, $\beta = \varepsilon^{-4/3} \sigma \hat{T}_m / (l \rho_l T_0) \approx 2.3 \cdot 10^{-4}$, подробнее см. в [3]. В результате численного исследования задачи (1), (2) было показано [3], что при малой разности температур воды и льда (2° C и -2° C) вершинки горбиков плавятся, а на остальной поверхности, наоборот, происходит намерзание (см. рис. 1 (а)), а наличие потока жидкости приводит к ассиметричному и более быстрому плавлению вершинки неровности (в 6.5 раз). При большой температуре воды (20° C) происходит плавление уже всей области (см. рис. 1 (б)), но вершинки горбиков плавятся немного быстрее. Также исследовано наличие зоны отрыва пограничного слоя с вихрем (который возникает при превышении высоты горбика некоторой величины) – скорость таяния вершинок горбиков больше, чем в случае малой высоты (см. рис. 1 (в)).



(а) случай малой амплитуды и малой разности температур

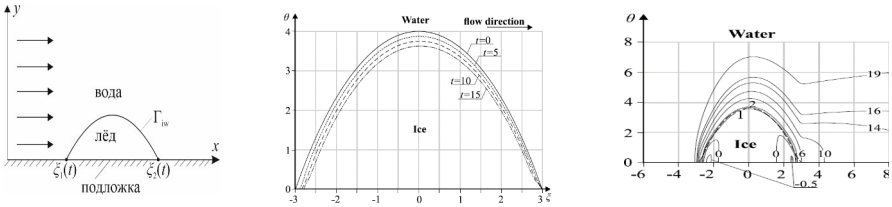
(б) случай малой амплитуды и большой разности температур

(в) случай большой амплитуды и малой разности температур (правый рисунок: линии тока)

Рис. 1. Динамика границы раздела фаз при плавлении ледяной поверхности с наростом

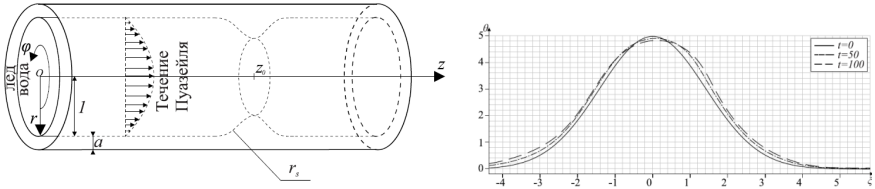
В [4] исследован более сложный случай – наличие малого ледяного нароста на нерасплавляемой подложке (например, замерзшая капля воды), см. рис. 2 (а). Особенностью этого случая является наличие точек контактов трех сред и двух фаз – воды, льда и подложки, в которых модель из [3] необходимо модифицировать, т.к. в точках контакта не определена нормаль, фигурирующая в условии Гиббса-Томсона. В [4] было предложено два пути решения этой проблемы, результаты моделирования для случая течения воды с температурой 20° C (температура льда -2° C) приведены на рис. 2 (б): видно, что плавление происходит активнее со стороны набегающего потока.

В [5] исследована задача о фазовом переходе на стенках трубы с аксиально-симметричным ледяным наростом на стенке с течением Пуазейля внутри, см. рис. 3 (а). Особенностью задачи является то, что при таянии ледяного слоя толщины a происходит небольшое изменение течения Пуазейля, т.к. увеличивается радиус области, в которой течет жидкость. Отметим, что предложенная модель годится также и для задач о течении переохлажденной жидкости, результаты такого моделирования для случая трубы приведены на рис. 3 (б): температура воды -1° C, льда - -5° C. Видно ассиметричное намерзание, позади неровности – более активное, чем перед ней.



(а) геометрия задачи *(б) динамика границы раздела фаз* *(в) изолинии температуры*

Рис. 2. Фазовый переход в системе 2 фазы – 3 среды.



(а) геометрия задачи *(б) намерзание переохлажденной воды*

Рис. 3. Течение в трубе со слоем льда с неровностью.

Также предлагаемая модель годится и для моделирования течений с химическим взаимодействием - фазовым переходом типа растворение-осаждение. Для таких задач часто используются довольно экзотические модификации системы фазового поля (что на наш взгляд является излишним), но общая концепция сохраняется.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00186, https://rscf.ru/project/22-21-00186/.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Caginalp G.* An analysis of a phase field model of a free boundary // Arch. Ration. Mech. Anal. 1986. V. 92(3). p. 205–245.
2. *Danilov V. G., Omel'yanov G. A., Radkevich E. V.* Hugoniot-type conditions and weak solutions to the phase-field system // Eur. J. Appl. Math., 1999. V.10. p. 55–77.
3. *Гайдуков Р.К., Данилов В.Г., Фонарева А.В.* Моделирование таяния-намерзания льда в задаче обтекания жидкостью малой неровности // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2023. № 5. С. 82–94.
4. *Danilov V.G., Gaydukov R.K.* Ice-water phase transition on a substrate // Russian Journal of Mathematical Physics. 2023. V. 30(2). p. 165–175.
5. *Гайдуков Р.К., Данилов В.Г.* Моделирование фазового перехода лед-вода в трубе с малыми ледяными наростами на стенке // ЖВМиМФ. 2023. (на рецензии).
6. *Gaydukov R.K.* Double-deck structure in the fluid flow problem over plate with small irregularities of time-dependent shape // Eur. J. Mech. B. 2021. V. 89. p. 401–410.

Гайдуков Роман Константинович, roma1990@gmail.com
Данилов Владимир Григорьевич, vgdanilov@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КАПЛИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА-КАНА-ХИЛЛАРДА

Д.Р. Галеева[1], В.Н. Киреев[1,2]*
[1]Уфимский университет науки и технологий, Уфа
[2]Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа
[*]Lara_wood@mail.ru

Во многих сферах деятельности актуальна проблема разрушения стойких эмульсий типа «вода в масле» [1]. Поэтому изучение поведения капель одной вязкой жидкости в другой под действием различных физических полей (тепловых, акустических, электромагнитных) представляет научный интерес.

Поведение капли может моделироваться разными методами: методом Volume of fluid (VOF) или уравнениями Навье-Стокса-Кана-Хилларда [2], которые были признаны многообещающим подходом для моделирования несмешивающихся многофазных потоков. Эта модель сочетает в себе фазовую динамику уравнения Кана-Хилларда [3] с гидродинамикой уравнения Навье-Стокса.

В настоящей работе рассматривается деформация капли, движущейся в потоке вязкой жидкости, в плоском канале. Поле двухфазного течения моделируется путем решения уравнений Навье-Стокса в одножидкостной постановке, а для отслеживания деформации границы капли используется уравнение Кана-Хилларда, в котором граница раздела сред имеет малую, но конечную толщину:

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}+\vec{u}\cdot\nabla\vec{u}\right)=-\nabla p+\nabla\cdot\left(\mu\left(\nabla\vec{u}+\left(\nabla\vec{u}\right)^{T}\right)\right)-\kappa\eta\nabla\varphi,$$

$$\nabla\cdot\vec{u}=0,\qquad \frac{\partial\varphi}{\partial t}+\vec{u}\cdot\nabla\varphi=\nabla\cdot\left(M(\varphi)\nabla\eta\right),$$

где $\vec{u}$ – вектор скорости, p – давление, φ – переменная фазового поля, ρ и μ – плотность и динамическая вязкость, η – химический потенциал, $M(\varphi)$ – функция мобильности, κ – коэффициент поверхностного натяжения.

Модель фазового поля характеризуются введением вспомогательной функции φ – переменной фазового поля, которая локализует отдельные фазы [4]:

$$\varphi=\begin{cases}1, & \text{вне капли,}\\ -1, & \text{внутри капли.}\end{cases}$$

Для задания химического потенциала используется следующее выражение:

$$\eta=\left(\varphi^{3}-\varphi\right)-\varepsilon^{2}\Delta\varphi,$$

где ε – толщина оболочки капли.

На поверхности капли задаются два граничных условия:

$$\nabla\varphi\cdot\vec{n}+\|\nabla\varphi\|\cos\alpha=0,$$

$$\nabla\eta\cdot\vec{n}=0.$$

В начальный момент времени капля имеет форму круга радиуса R с центром в точке (x_0, y_0) и задается уравнением:

$$\varphi=\tanh\left(\frac{R-\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}}{\sqrt{2}\varepsilon}\right).$$

Численное решение уравнений математической модели осуществлялось с использованием метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE [5], который был модифицирован для расчета переменной фазового поля [6].

На рис. 1 показаны результаты тестового расчета по деформации трех капель разных радиусов с течением времени под действием параболического поля скорости. Видно, что в соответствие с физическими представлениями степень деформации капли зависит от ее радиуса.

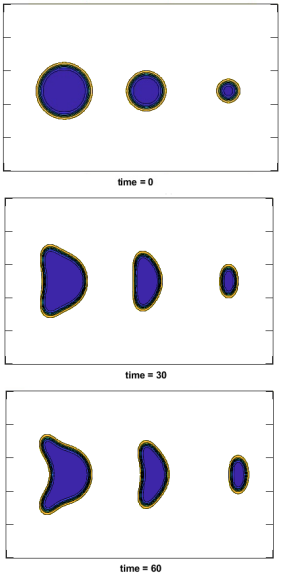


Рис. 1. Деформация капель разного радиуса под действием параболического поля скорости в различные моменты времени.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 19-11-00298.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тухбатова Э.Р., Мусин А.А., Юлмухаметова Р.Р., Ковалева Л.А.* Исследование влияния тепловой конвекции на процесс разрушения водонефтяной эмульсии при СВЧ воздействии // Вестник Башкирского университета. 2017. Т. 22(4). С.930–935.
2. *Lovric A., Dettmer W.G., Peri D.* Low order finite element methods for the Navier-Stokes-Cahn-Hilliard equations // arXiv:1911.06718].
3. *Cahn J.W., Hilliard J.E.* Free Energy of a Nonuniform System. I. Interfacial Free Energy // The Journal of Chemical Physics. 1958. 28(2). p. 258–267.
4. *Vorobev A., Prokopev S., Lyubimova T.* Phase-field modelling of a liquid/liquid immiscible displacement through a network of capillaries // Journal of Computational Physics. 2020. V. 421. p.109–747.
5. *Патанкар С.В.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости // М.: МЭИ, 1984. 145 с.

6. *Li Y., Jeong D., Shin J., Kim J.* A conservative numerical method for the Cahn-Hilliard equation with Dirichlet boundary conditions in complex domains // Computers and Mathematics with Applications. 2013. V. 65(1). p.102–115.

Галеева Дилара Рустэмовна, Lara_wood@mail.ru
Киреев Виктор Николаевич, kireevvn@uust.ru

—— ♦♦♦ ——

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ КАНАЛА И ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛООБМЕНА НА ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В КОНИЧЕСКОМ ДИФФУЗОРЕ

Д.Р. Галеева [1], *В.Н. Киреев* [1, 2*]
[1] *Уфимский университет науки и технологий, Уфа*
[2] *Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа*
[*] *kireevvn@uust.ru*

В данной работе с помощью численного моделирования рассматривается влияние угла раскрытия диффузора на скорость и вязкость жидкости, а также исследуется температурное воздействие на течение несжимаемой термовязкой жидкости. В диффузоре длины L под действием перепада давления Δp происходит течение несжимаемой термовязкой жидкости. R_1, R_2 – радиусы входного и выходного сечений. Жидкость втекает при постоянной температуре T_{in}, на стенках диффузора происходит конвективный теплообмен с окружающей средой, температура которой равна $T_\infty < T_{in}$.

Уравнения математической модели в цилиндрической системе координат имеют вид [1]:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{\partial u_z}{\partial z}+\frac{u_r}{r}=0\,,$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}+u_z\frac{\partial u_r}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu(T)\frac{\partial u_r}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu(T)\frac{\partial u_r}{\partial z}\right)+\mu(T)\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r}-\frac{u_r}{r^2}\right),$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_z}{\partial r}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu(T)\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu(T)\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)+\mu(T)\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u_r\frac{\partial T}{\partial r}+u_z\frac{\partial T}{\partial z}=\alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right),$$

где u_r и u_z – радиальная и осевая компоненты скорости, p – давление, T – температура, ρ и α – плотность и коэффициент температуропроводности жидкости, $\mu=\mu(T)$ – зависимость вязкости жидкости от температуры.

На стенке диффузора задается конвективный теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона-Рихмана:

$$-k\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{wall}=h\left(T-T_\infty\right),$$

где k – коэффициент теплопроводности жидкости, h – коэффициент теплоотдачи.

В работе рассматривается два вида функциональной зависимости вязкости от температуры:

– монотонная зависимость вязкости от температуры вида (рис.1,а)

$$\mu(T) = \mu_{\max} e^{-B(T-T_\infty)}$$

– немонотонная (аномальная) зависимость вязкости от температуры вида (рис.1,б)

$$\mu(T) = \mu_{\min}\left[1 + Ae^{-B(T-T_*)^2}\right],\ T_* = \frac{T_{in} + T_\infty}{2},$$

где $A > 0$ и $B > 0$ – параметры, описывающие характер изменения вязкости.

С целью получения одинаковых диапазонов изменения вязкости для случаев монотонной и немонотонной зависимостей вязкости от температуры параметр A вычисляется по формуле

$$A = e^{-B(T_\infty - T_{in})} - 1$$

Для удобства анализа влияния геометрии диффузора и условий теплообмена на характер течения термовязкой жидкости введем два безразмерных параметра: число Нуссельта $\mathrm{Nu} = \dfrac{hR_2}{k}$, характеризующее интенсивность теплообмена на стенке диффузора и отношение радиусов входного и выходного сечений диффузора $\xi = \dfrac{R_1}{R_2}$.

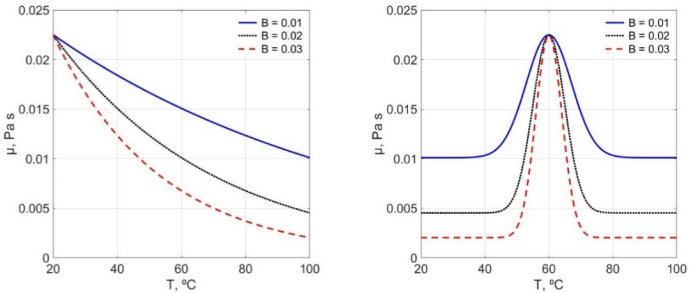
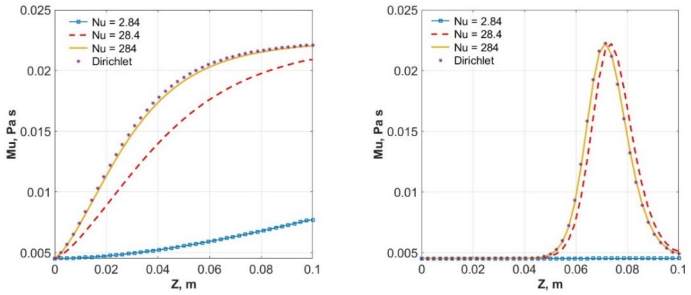


Рис. 1. Монотонная (а) и немонотонная (б) зависимости вязкости от температуры

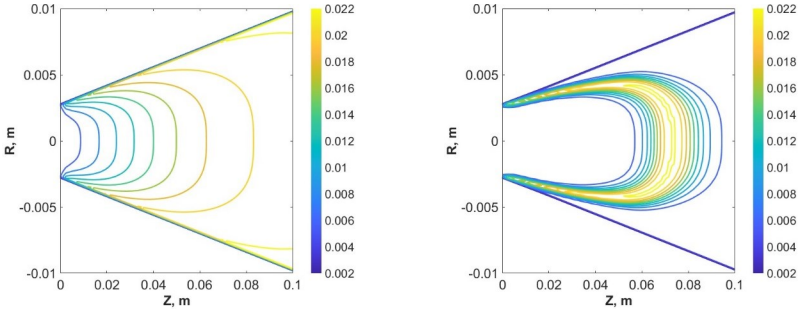
На рис. 2, а показаны продольные распределения вязкости в диффузоре для различных значений числа Нуссельта в монотонном случае. С увеличением числа Нуссельта распределение температуры в диффузоре снижается, вязкость жидкости ближе к концу диффузора увеличивается, а скорость жидкости падает. При Nu = 284 параметры соответствуют значениям при условии Дирихле, когда на стенках поддерживается постоянная температура $T = 20$ °C.

В случае немонотонной зависимости вязкости от температуры распределения параметров носят более сложный характер (рис. 2, б). При увеличении числа Нуссельта наблюдается высоковязкая зона – область вязкого барьера (рис. 3, б). Образование вязкого барьера в неоднородном температурном поле приводит к локальному увеличению гидравлического сопротивления потоку аномально термовязкой жидкости, а значит к уменьшению скорости потока. Рассмотрим влияние параметра ξ на течение жидкости в случае монотонной и немонотонной вязкости. Графики на рис. 4, а показывают, что по мере уменьшения ξ скорость жидкости уменьшается. Температура перестает повышаться, жидкость не прогревается. Для диффузоров с малым входным радиусом вязкость быстро становится постоянной μ = 0,0225 Па с, что соответствует температуре 20 ^{0}C. Это означает, что чем больше угол раскрытия диффузора, тем быстрее охлаждается жидкость.



(а) *(б)*

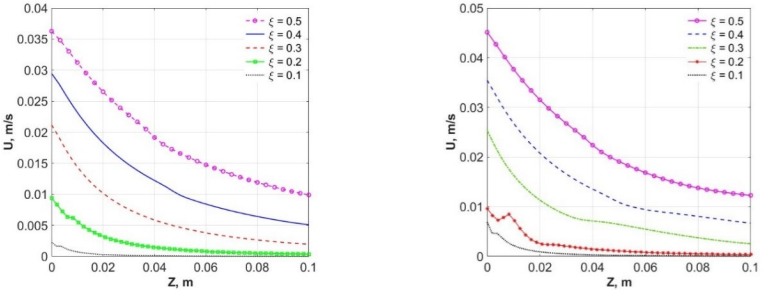
Рис. 2. Продольное распределение вязкости в монотонном (а) и немонотонном (б) случаях для различных значений Nu при ξ = 0,3



(а) *(б)*

Рис. 3. Изолинии вязкости для случая монотонной (а) и немонотонной (б) функции вязкости при Nu = 28,4 и ξ = 0,3

В немонотонном случае, на рис. 4, б видно, что чем меньше радиус входа, тем ниже скорость потока.



(а) *(б)*

Рис. 4. Продольное распределение осевой компоненты скорости для монотонной (а) и немонотонной (б) вязкости для различных ξ при Nu = 2,84

Однако за счет возникновения замкнутого вязкого барьера скорость жидкости падает не монотонно. При ξ =0,2 и ξ = 0,1 можно наблюдать область с повышенными значениями скорости, которую можно интерпретировать как зону формирования затопленного

струйного течения, связанного с распределением значений вязкости в рассматриваемой области.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-21-00915.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Часть II. – М.: Физматгиз, 1963. 728 с.

Галеева Дилара Рустэмовна, Lara_wood@mail.ru
Киреев Виктор Николаевич, kireevvn@uust.ru

—— ♦♦♦ ——

СВЯЗЬ ТОНКОСТРУКТУРНОГО РАССЛОЕНИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ВОДНОЙ СРЕДЫ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ ТУРБУЛЕНТНЫМ МАССООБМЕНОМ

В.В. Герасимов[*], *А.Г. Зацепин*
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва
[*]*gerasimov.vv@ocean.ru*

В турбулентном течении стратифицированной жидкости со сдвигом скорости вертикальный поток массы Q обычно представляют в виде:

$$Q = K(d\rho/dz) \qquad (1)$$

где K – коэффициент вертикального турбулентного обмена, который не является константой, а зависит от числа Ричардсона. Поскольку стратификация подавляет турбулентность можно допустить, что K есть убывающая степенная функция Ri:

$$K \sim CRi\text{-}n\ , \text{ где } n > 0 \qquad (2)$$

Если n > 1, то из (1) - (2), следует, что поток массы Q является убывающей функцией градиента плотности dρ/dz.

Это означает, что если где-то в потоке градиент плотности локально увеличился, то поток массы через эту область – уменьшился, из-за чего градиент вырос еще больше.

Данная ситуация неустойчива: малое отклонение от равновесия приводит к дальнейшему росту отклонения. Поток стремится разбиться на однородные слои, разделенные ступеньками с большим градиентом плотности, где обмен затруднен [1, 2].

При n < 1 неустойчивость отсутствует, локальные неоднородности градиента рассасываются, так как поток массы Q является возрастающей функцией dρ/dz.

Для экспериментальной проверки данной модели были проведены опыты с однородным по вертикали перемешиванием колеблющимися вертикальными стержнями изначально линейного вертикального градиента солености: $(\partial S/\partial z)_0$, который изменялся по величине от опыта к опыту. Микродатчиком электропроводности измерялись профили солености S(z) и, по изменению солености в приповерхностном слое со временем, рассчитывался средний по вертикали поток соли Q_s, который рассматривался в зависимости от числа Ричардсона, $Ri = (g/\rho)(\partial\rho/\partial z)d^2/u^2$, где $\partial\rho/\partial z = \beta\partial S/\partial z$ – текущий градиент плотности по вертикали, $(g/\rho)d^2/u^2 = const$, g - ускорение свободного падения, ρ

– плотность воды, β – коэффициент соленостного сжатия, d –диаметр стержней, u – их скорость, средняя по периоду колебания (рис.1).

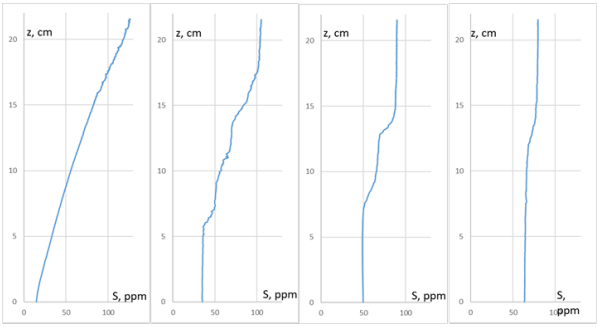


Рис. 1. Профили солености: начальный (квазилинейный), два последующих - ступенчатые и квазилинейный – на завершающей стадии опыта

В опытах с тонкоструктурным ступенчатым расслоением водной среды (наблюдавшемся при большом начальном градиенте солености) обнаружен различный характер поведения вертикального потока солености (массы) в зависимости от текущего значения числа Ричардсона – вертикального градиента плотности (солености).

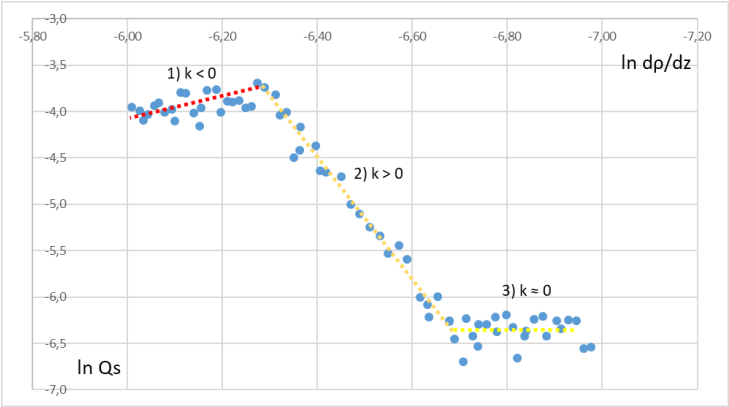


Рис. 2. Зависимость логарифма потока массы от логарифма градиента плотности (переменная составляющая числа Ri) с аппроксимирующими линиями, характеризующими различные этапы эволюции тонкой структуры. k = n-1 – коэффициент аппроксимирующей прямой.

На Рис. 2 приведены экспериментальные точки и аппроксимирующие линии зависимости логарифма потока солености от логарифма градиента плотности для этапов образования, эволюции и разрушения тонкой структуры: первый этап – образование устойчивых во времени слоев - поток растет с уменьшением градиента; второй этап – слои разрушаются при убывании потока с уменьшением градиента; третий этап – слои разрушились (опять квазилинейная стратификация), поток практически не зависит от градиента.

Результаты опытов в целом подтвердили механизм тонкоструктурного расслоения изначально линейно стратифицированой водной среды при однородном по вертикали турбулентном перемешивании, предложенный в [1, 2].

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме госзадания FMWE-2021-0002.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Phillips O.M.* Turbulence in a strongly stratified fluid: Is it unstable? In Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts; Elsevier: Amsterdam, Netherlands, 1972. V. 19, p. 7–81.
2. *Posmentier E.S.* The generation of salinity fine structure by vertical diffusion. J. Phys. Oceanogr. 1977. V. 7. p. 298–300.

Герасимов Валерий Валериевич, gerasimov.vv@ocean.ru
Зацепин Андрей Георгиевич, zatsepin@ocean.ru

—— ♦♦♦ ——

ОЦЕНКИ БЮДЖЕТА ДОСТУПНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ В ЧЕРНОМ МОРЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НОВЫХ СХЕМ АППРОКСИМАЦИИ УРАВНЕНИЙ АДВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ ТЕПЛА И СОЛИ

С.Г. Демышев, О.А. Дымова[*]
ФГБУН ФИЦ «Морской гидрофизический институт РАН», Севастополь
[*]*olgdymova@mhi-ras.ru*

ВВЕДЕНИЕ

Мезомасштабные вихри и течения представляют собой водные динамические объекты, обеспечивающие вертикальный и горизонтальный обмен импульсом, теплом и веществом в океанах и морях. В современных условиях численное моделирование является основным инструментом их анализа и прогноза. Но несмотря на значительные достижения в этой области точность воспроизведения мезо- и субмезомасштабных процессов недостаточна высока, особенно при длительных расчетных периодах. Один из путей решения этой проблемы – построение численных уравнений гидродинамики и энергетики океана, обладающих рядом инвариантов. В соответствии с современными представлениями наличие законов сохранения в дискретной задаче обеспечивает правильное описание физических процессов и повышает устойчивость разностной схемы.

Доступная потенциальная энергия (ДПЭ) является главным источником энергии мезомасштабных вихрей [1] в океанах и морях, уравнение бюджета которой описывает роль основных сил в динамике моря. Точность расчета дискретного уравнения для ДПЭ, соответствующего численной постановке, обеспечивает адекватность выводов о физических механизмах исследуемых процессов. В работе [2] предложена схема аппроксимации уравнения скорости изменения доступной потенциальной энергии, в точности соответствующая конечно-разностной постановке. В [3] описаны новые схемы аппроксимации уравнений адвекции-диффузии тепла и соли, обеспечивающая сохранение температуры и солености в любой конечной степени. В настоящей работе

выполнен расчет уравнения бюджета доступной потенциальной энергии с целью проанализировать пространственную структуру основных энергетических потоков и провести сопоставление с результатами предыдущих расчетов, использующих традиционную аппроксимацию уравнений адвекции-диффузии тепла и соли.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Анализ энергетики проведен на примере моделирования циркуляции Черного моря в 2016 г. Численные эксперименты выполнены на основе вихреразрешающей модели Морского гидрофизического института с разрешением 1,6 км. В модели учитывалось реалистичное атмосферное воздействие по данным реанализа ERA5, климатический сток и водообмен через проливы, проводилась ассимиляция спутниковых данных о температуре поверхности моря. При идентичных настройках модели проведено для эксперимента по реконструкции циркуляции и расчету бюджета энергии с использованием традиционной

$$T_{i+1/2,j,k} = \overline{T_{i+1/2,j,k}}^{x},\ S_{i+1/2,j,k} = \overline{S_{i+1/2,j,k}}^{x} \tag{1}$$

и уточненной

$$S_{i+1/2,j,k} = \frac{4}{5}\frac{S_{i+1,j,k}^4 + S_{i+1,j,k}^3 S_{i,j,k} + S_{i+1,j,k}^2 S_{i,j,k}^2 + S_{i+1,j,k} S_{i,j,k}^3 + S_{i,j,k}^4}{S_{i+1,j,k}^3 + S_{i+1,j,k}^2 S_{i,j,k} + S_{i+1,j,k} S_{i,j,k}^2 + S_{i,j,k}^3},$$

$$T_{i+1/2,j,k} = \frac{2}{3}\frac{T_{i+1,j,k}^2 + T_{i+1,j,k} T_{i,j,k} + T_{i,j,k}^2}{T_{i+1,j,k} + T_{i,j,k}} \tag{2}$$

записи разностных операторов в уравнениях адвекции-диффузии тепла T и соли S. Формулы (1) и (2) приведены для координаты x (для y, z аналогично). Разница между экспериментами состоит в том, что в эксперименте (1) сохранялись T, S и T^2, S^2; в эксперименте (2) – T, S и T^3, S^5.

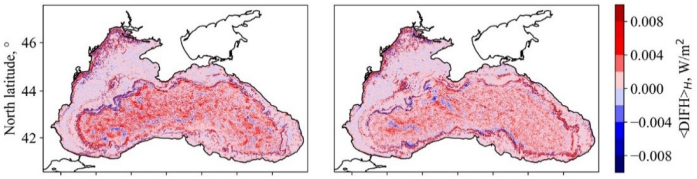
Валидация результатов моделирования выполнена на основе контактных измерений температуры и солености буями-профилемерами ARGO и в рейсах НИС «Профессор Водяницкий» в 2016 г. Оценки точности модельных термоалинных характеристик показали, что схемы аппроксимации уравнений адвекции-диффузии тепла и соли, обеспечивающие сохранение прогностических параметров в степени больше двух, улучшают точность воспроизведения солености Черного моря в верхнем 100-м слое в течение всего года, толщины верхнего перемешанного слоя в зимний период и глубины залегания верхней границы слоя скачка температуры летом в центральной части моря.

РЕЗУЛЬТАТЫ

По результатам двух экспериментов рассчитаны ДПЭ и составляющие ее бюджета: работа силы плавучести (*WRG*), адвекция (*ADV*), вертикальная (*DIFV*) и горизонтальная (*DIFH*) диффузия *APE* в 2016 г. Для всего периода интегрирования средняя по объему ДПЭ в эксперименте 2 превышает примерно в 1,5 раза значения эксперимента 1. Анализ изменения со временем компонентов бюджета ДПЭ показал, что в летний сезон увеличение ДПЭ связано с уменьшением потерь энергии за счет горизонтальной диффузии, а зимой – вследствие уменьшения интегрального вклада работы силы плавучести и потерь за счет адвекции ДПЭ.

Пространственный анализ диффузионной компоненты бюджета энергии летом показал, что в эксперименте 2 (рис. 1б) наблюдается ослабление горизонтальной диффузии в прибрежной зоне на Северо-западном шельфе (СЗШ) и в глубоководной части моря. При этом пространственное распределение термохалинных характеристик

свидетельствует об уменьшении горизонтальных градиентов *T* и *S* на СЗШ, а следовательно, и об уменьшении вклада горизонтальной диффузии в бюджет энергии. Ослабление диффузии в центральной части связано с более однородным пространственным распределением поля плотности в глубинных слоях.

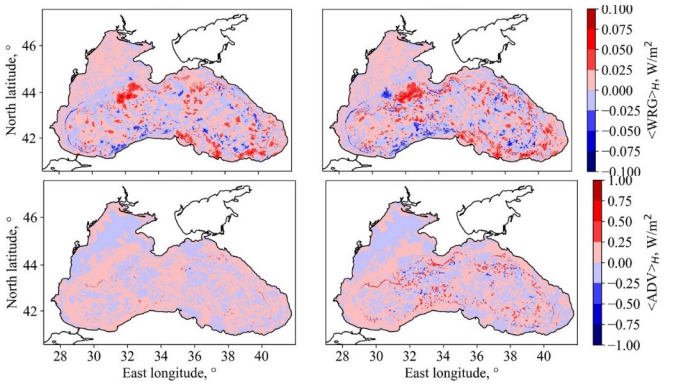


(а) *(б)*

Рис. 1. Пространственное распределение проинтегрированной по вертикали компоненты DIFH по результатам экспериментов 1 (а) и 2 (б) 15 июня 2016 г.

Пространственный анализ проинтегрированных по вертикали компонентов бюджета ДПЭ зимой показал, что наибольшие отличия между экспериментами наблюдаются в центральной части и над свалом глубин. По данным эксперимента 2 в западной части моря усиливается преобразование кинетической энергии в потенциальную (*WRG* <0), а зоны отрицательных и экстремальных значений адвекции ДПЭ увеличиваются (рис. 2б).

Для летнего и зимнего периодов также получена разница в изменении по глубине запаса ДПЭ для двух экспериментов. Так летом, в верхнем 40-метровом слое средняя ДПЭ выше в эксперименте 1, а начиная с глубин 50 м – в эксперименте 2, достигая максимума на глубине 700 м. Анализ изменения по глубине средней на горизонтах ДПЭ зимой показал, что в отличие от летнего сезона энергия в эксперименте 1 выше, чем в 2 в слое 50-100 м. На глубоководных горизонтах изменчивость ДПЭ аналогична летнему периоду с увеличением разницы между результатами экспериментов почти в 2 раза.



(а) *(б)*

Рис. 2. Пространственное распределение проинтегрированных по вертикали компонент WRG и ADV по результатам экспериментов 1 (а) и 2 (б) 15 декабря 2016 г.

ОБСУЖДЕНИЕ

Основная причина отличий в результатах расчетов ДПЭ и ее бюджета – это разница в полях плотности морской воды. Сравнительный анализ пространственного

распределения полей ДПЭ и аномалии плотности летом показал, что в верхнем слое ДПЭ меньше в эксперименте 2 вследствие уменьшения величины модуля аномалии плотности на СЗШ. Для зимнего сезона получено, что в эксперименте 2 в западной части моря обширные области повышенных значений ДПЭ соответствуют антициклоническим вихревым образованиям с отрицательными аномалиями плотности. На горизонтах ниже 100 м в течение всего года увеличение ДПЭ связано с ростом аномалий плотности на периферии бассейна вследствие интенсификации мезомасштабных антициклонов.

Валидация результатов моделирования показала, что использование схем аппроксимации, сохраняющих температуру и соленость в степени больше двух, позволяет уточнить поле плотности в верхнем слое Черного моря, а следовательно, и более точно рассчитать энергетические компоненты системы. В энергетическом аспекте обеспечение высокой степени инвариантности дискретных уравнений адвекции-диффузии тепла и соли приводит к уменьшению диссипации доступной потенциальной энергии. Результаты работы важны для анализа механизмов эволюции мезомасштабных вихрей на основе оценки энергетических вкладов таких физических процессов как диссипация, неустойчивость, работа сил плавучести и давления.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ № 23-27-00141.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. В 2 т. М.: Мир, 1986. Т. 2. 415 с.
2. *Демышев С.Г.* Дискретное уравнение для доступной потенциальной энергии как точное следствие конечно-разностных уравнений модели динамики моря // Морской гидрофизический журнал. 2022. Т. 38(3). С. 239–255.
3. *Демышев С.Г.* Нелинейные инварианты дискретной системы уравнений динамики моря в квазистатическом приближении // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, №5.

Демышев Сергей Германович, demyshev@gmail.com
Дымова Ольга Алексеевна, olgdymova@mhi-ras.ru

—— ♦♦♦ ——

СУЩЕСТВОВАНИЕ ФИГУР РАВНОВЕСИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КАПИЛЛЯРНОЙ ДВУХСЛОЙНОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

И. В. Денисова[1], В.А. Солонников[2]*
[1]Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург,
[2]Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН, Санкт-Петербург
[*]div@ipme.ru

ВВЕДЕНИЕ

Существование поверхности равновесия для изолированной сжимаемой жидкой массы, вращающейся вокруг неподвижной оси с постоянной скоростью, впервые было доказано в [1]. Наша цель – доказать существование фигур равновесия для вращающейся сжимаемой двухслойной жидкости.

Задачу о вращении изолированной несжимаемой капли как твердого тела рассматривали многие известные математики, среди которых были Ньютон, Маклорен, Якоби,

Ковалевская, Ляпунов, Пуанкаре и другие [2,3]. Они, в основном, изучали движение без капиллярности. Капиллярные жидкости впервые исследовали Глоба-Михайленко [4], Буссинеск и Шаррюо в начале 20-го века. Причём Шаррюо дал подробный анализ проблемы, рассчитал форму фигур равновесия и рассмотрел некоторые аспекты устойчивости [5]. Эти результаты вошли в большой обзор на эту тему, представленный в книге Аппелля [6]. Проблема устойчивости различных эллипсоидальных фигур равновесия анализируется также в монографии [7].

Мы предполагаем сжимаемые жидкости баротропными, а это означает, что давление p является известной возрастающей функцией плотности: $p'(\rho) > 0$. Пусть, кроме того, $\rho = \rho(|x'|)$, $x' = (x_1, x_2, 0)$. Будем считать, что фигуры равновесия F^+, F^- представляют собой почти шарообразные вложенные области с радиусами $R_0^\pm (R_0^+ < R_0^-)$, а движение жидкостей близко к состоянию покоя, т. е. скорость $\mathbf{v}$ мала, а плотность ρ мало отличается от ступенчатой функции $\rho^\pm > 0$. Схематически эта картина представлена на рис. 1. Обозначим шары $\{x \in \mathbb{R}^3 : |x| \le R_0^\pm\}$ через $B_{R_0^\pm}$. Мы доказываем существование границ G^+ и G^- фигур F^+ и F^- соответственно.

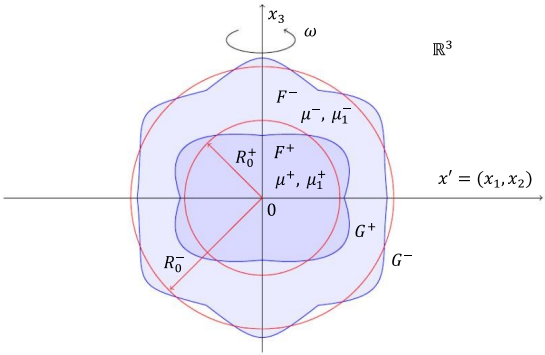


Рис. 1. Фигуры равновесия для двухслойной сжимаемой жидкости.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Стационарное движение двухслойного облака $F \equiv \overline{F^+} \cup F^-$, равномерно вращающегося вокруг оси x_3 с постоянной угловой скоростью ω, описывается однородными стационарными уравнениями Навье–Стокса

$$\rho(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} - \nabla \cdot \mathbb{T} = 0, \qquad \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \quad x \in \cup F^\pm, \tag{1}$$

(здесь плотность ρ и скорость $\mathbf{V}$ зависят только от x) и граничными условиями

$$\begin{gathered} \mathbb{T}(\mathbf{V}, P)\mathbf{n}|_{G^-} = \sigma^- H^- \mathbf{n}, \quad x \in G^-, \\ [\mathbf{V}]|_{G^+} = 0, \qquad [\mathbb{T}(\mathbf{V}, P)\mathbf{n}]|_{G^+} = \sigma^+ H^+ \mathbf{n}, \quad x \in G^+, \\ \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad x \in G = G^+ \cup G^-. \end{gathered} \tag{2}$$

где тензор напряжений $\mathbb{T}(\mathbf{v}, p) = (-p^\pm(\rho) + \mu_1^\pm \nabla \cdot \mathbf{v})\mathbb{I} + \mu^\pm \mathbb{S}(\mathbf{v})$ задаётся в двух областях $F^\pm$, причём $(\mathbb{S}(\mathbf{v}))_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}$ – удвоенный тензор скоростей деформации, $\mathbb{I}$ – единичная матрица, $\mu^\pm, \mu_1^\pm$ – ступенчатые функции динамических вязкостей, равные μ^-, μ_1^- в F^- и μ^+, μ_1^+ в F^+, $\mu^\pm > 0$, $2\mu^\pm + 3\mu_1^\pm \ge 0$; $H^\pm$ – это удвоенные средние кривизны поверхностей равновесия $G^\pm$, $\sigma^\pm > 0$ — коэффициенты поверхностного натяжения на $G^\pm$, $\boldsymbol{n}$ – вектор внешней нормали к объединению G, $[\mathbf{v}]|_{\Gamma_t^+} \equiv \lim_{x \to x_0 \in \Gamma_t^+, x \in \Omega_t^+} \mathbf{v}(x,t) - \lim_{x \to x_0 \in \Gamma_t^+, x \in \Omega_t^-} \mathbf{v}(x,t) = 0$. Последнее соотношение в (2)

следует из условия непротекания газа через границы. Давление P – заданная функция от ρ.

Нетрудно видеть, что векторное поле скорости и градиент функции давления

$$\mathbf{V}(x) = \omega(-x_2, x_1, 0), \qquad \nabla P(\rho) = \rho\omega^2 x' \equiv \rho\frac{\omega^2}{2}\nabla|x'|^2, \quad |x'|^2 = x_1^2 + x_2^2,$$

удовлетворяют (1). Подставим их в граничные условия (2). Тогда мы получим уравнения для поверхностей $G^{\pm}$

$$\sigma^- H^-(x) + P(\rho) = 0, \quad x \in G^-, \qquad \sigma^+ H^+(x) + [P(\rho)]|_{G^+} = 0, \quad x \in G^+, \tag{3}$$

при этом в простейшем случае $P'(\rho) = \rho(x)$, $P^{\pm}(\rho) \equiv \frac{\rho^2(x)}{2} + p^{\pm}$ в $F^{\pm}$ с определёнными значениями постоянных $p^{\pm}$. Очевидно, что тогда плотность определяется формулой

$$\rho(x) = \frac{\omega^2}{2}|x'|^2 + c^{\pm}, \quad x \in F^{\pm} \tag{4}$$

Константы $c^{\pm}$ можно вычислить, задав массы жидкостей

$$\int_{F^{\pm}} \rho(x)\,\mathrm{d}x \equiv \int_{F^{\pm}} \left(\frac{\omega^2}{2}|x'|^2 + c^{\pm}\right)\mathrm{d}x = m^{\pm} \tag{5}$$

Еще одним параметром задачи мы считаем угловой момент β. Зададим его:

$$\beta \equiv \int_{F^+\cup F^-} \rho(x)\mathbf{V}\cdot\boldsymbol{\eta}_3\,\mathrm{d}x = \omega\int_{\cup F^{\pm}} \left(\frac{\omega^2}{2}|x'|^2 + c^{\pm}\right)|x'|^2\,\mathrm{d}x, \tag{6}$$

где $\boldsymbol{\eta}_i = \mathbf{e}_i \times \mathbf{x}$ — вектор жёсткого вращения, $\mathbf{e}_i$ — базисный вектор, $i = 1,2,3$. Тогда угловая скорость ω является функцией от β.

Пусть S_1 — единичная сфера в $\mathbb{R}^3$ с центром в нуле, $\xi = \frac{x}{|x|} \in S_1$. Мы предполагаем, что поверхности равновесия $G^{\pm}$ заданы функциями $R^{\pm}(\xi)$ на S_1, которые чётны по ξ_3 и вращательно симметричны, т. е. зависят только от $|\xi'| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$ и ξ_3. Мы доказываем, что система (3), (5), (6) при малом значении β и условии

$$\left(\frac{2\sigma^+}{3\rho^+ R_0^+} - \rho^+\right)\left(\frac{2\sigma^-\left(R_0^{-3} - R_0^{+3}\right)}{3\rho^- R_0^{-4}} - \rho^-\right) - \frac{2\sigma^-\rho^- R_0^{+3}}{3\rho^+ R_0^{-4}} \neq 0$$

однозначно разрешима относительно переменных радиусов $R^{\pm}$, угловой скорости ω и констант $c^{\pm}$. Доказательство проводится в чётных по ξ_3, вращательно симметричных пространствах Гёльдера с помощью теоремы о неявной функции. Аналогичный результат верен и для произвольной гладкой возрастающей функции давления P, заданной в двух областях, при этом изменяется и формула для плотности (4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы показали, что для двухслойной сжимаемой жидкости при малом угловом моменте существуют осесимметричные фигуры равновесия, близкие к вложенным шарам, причём функция давления задается гладкой растущей функцией плотности жидкости, а данные задачи удовлетворяют некоторому условию. Локальная разрешимость нестационарной задачи была получена в [8, 9]. Следующий этап исследования проблемы будет заключаться в доказательстве существования глобального решения нестационарной задачи для малых начальных данных и его стремления к стационарному решению $(\mathbf{V}, \rho)$, а также в изучении устойчивости полученных равновесных фигур. Аналогичный анализ для двухкомпонентной несжимаемой жидкости был проведён в [10,11]. Существование аксиально симметричных фигур равновесия в виде сплюснутых вложенных сфероидов доказано в [12].

Кроме того, отметим, что наше исследование проведено без учёта гравитации жидкостей. Такая ситуация реализуется в космосе, и наше двухслойное газообразное облако можно рассматривать, например, как газообразную планету или другое вращающееся космическое тело.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Solonnikov V. A., Tani A.* Equilibrium figures of slowly rotating viscous compressible barotropic capillary liquid // Advances in Math. Sciences and Applications. 1993. T. 2(1). C. 139–145.
2. *Ляпунов А. М.* Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости // Издание АН. 1884 (Собр. сочин., т. 3, АН СССР, М., 1959. 5–113).
3. *Poincaré H.*: Figures d'équilibre d'une masse fluide, Paris, Gautier–Villars, 1902.
4. *Globa-Mikhailenko B.* Figures ellipsoïdales d'équilibre d'une masse fluide en rotation quand on tient compte de la pression capillaire // Comptes rendus. 1915. T. 160. C. 233.
5. *Charrueau A.* Ètude d'une masse liquide de révolution homogène, sans pesanteur et à tension superficielle, animée d'une rotation uniforme// Ann. de Ècole Normale Supérieure. 1926. T. 43. C. 129–176.
6. *Аппелль П.* Фигуры равновесия вращающейся однородной жидкости. Л.–М.: Главная редакция общетехнической литературы (сокр. ОНТИ) . 1936. С. 375.
7. *Чандрасекхар С.* Эллипсоидальные фигуры равновесия. – М: Мир. 1973. С. 288.
8. *Денисова И. В.* Задача о движении двух сжимаемых жидкостей, разделённых замкнутой свободной поверхностью // Зап. научн. семин. ПОМИ. 1997. Т. 243. С. 61–86.
9. *Denisova I. V*. Solvability in weighted Hölder spaces of a problem governing the evolution of two compressible fluids // Зап. научн. семин. ПОМИ. 2003 Т. 295. С. 57–89.
10. *Denisova I. V., Solonnikov V. A.* Rotation Problem for a Two-Phase Drop // J. Math. Fluid Mech. 2022. T. 24. № 2, 40. 26 C.
11. *Denisova I. V., Solonnikov V. A.* Hölder Space Theory for the Rotation Problem of Two-Phase Drop // Mathematics. 2022. V. 10(24), p. 4799.
12. *Солонников В. А.* Задача о нестационарном движении двух вязких несжимаемых жидкостей // Проб. мат. анализа. 2006. Т. 34. С. 103–121.

Денисова Ирина Владимировна, denisovairinavlad@gmail.com
Солонников Всеволод Алексеевич, solonnik@pdmi.ras.ru

—— ♦♦♦ ——

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ПЕРЕМЕШИВАНИЮ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ НА СТЕНДЕ СОУ С ПОМОЩЬЮ КОДА OpenFOAM

Н. Урегани Джафари, Х. Абди, В.И. Мелихов, О.И. Мелихов*
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва
najmehjafari.m.sc@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных систем безопасности АЭС с ВВЭР является система аварийного охлаждения активной зоны (САОЗ), которая вступает в работу в случае возникновения аварии с потерей теплоносителя из первого контура реакторной установки. После снижения давления в первом контуре начинается подача относительно холодной (30-50 С) воды САОЗ, которая смешивается с горячим теплоносителем (~ 290 С), при этом возникает опасность попадания холодной воды на корпус реактора, так называемый, тепловой удар. Таким образом, требуется определение локальных температурных

характеристик на поверхностях, подвергающихся воздействию воды САОЗ. Для этого необходимо исследовать закономерности перемешивания двух жидкостей с разными температурами в условиях, моделирующих геометрию корпуса реактора. С этой целью на кафедре АЭС НИУ «МЭИ» была сооружена экспериментальная установка СОУ (**С**мешение **О**пускной **У**часток), представляющая собой модель корпуса реактора ВВЭР, соединенного с гидроемкостью, из которой подается холодная вода САОЗ, рис.1. Изучалось перемешивание холодной и горячей воды в опускном участке реактора, в котором были установлены три сетки термопар, позволяющие фиксировать изменения температуры вблизи места подачи воды САОЗ. Всего на установке СОУ было выполнено 25 экспериментов, в которых варьировались различные параметры: температура воды САОЗ, температура воды в контуре, расход воды из гидроемкости, расход воды в циркуляционном трубопроводе.

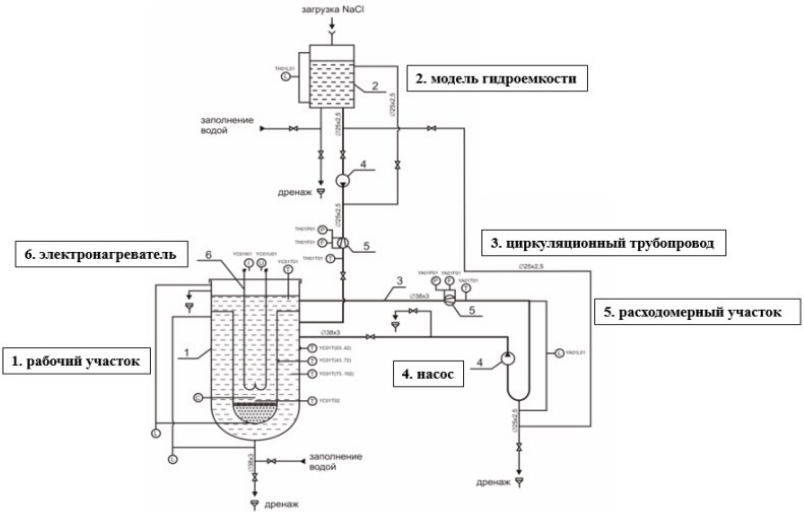


Рис. 1. Основные компоненты установки СОУ.

В данной работе выполнен анализ одного эксперимента с помощью CFD кода OpenFOAM [1].

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОДОМ OpenFOAM

Была построена расчетная сетка с помощью программного обеспечения Salome [2], состоящая из 1 924 396 ячеек (рис.2), при этом минимальный размер ячейки составляет 5 мм, а максимальный размер ячейки – 5 см. Для описания турбулентности использовалась k-eps модель, значение параметра y +, характеризующего разбиение сетки вблизи твердой поверхности не превышало 10.

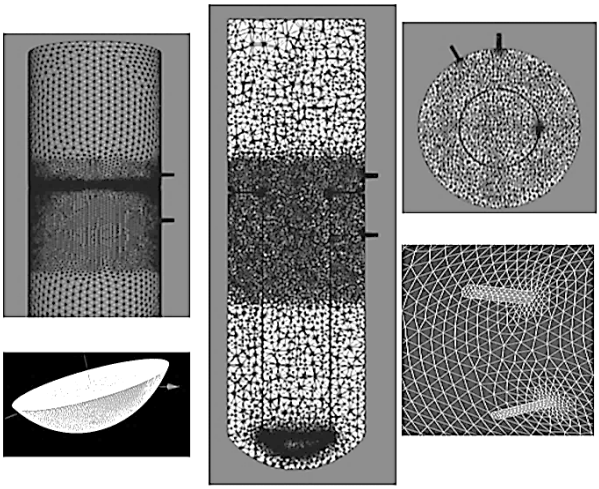


Рис. 2. Сетка, созданная в программе Salome-meca.

Для анализа был выбран эксперимент с подачей горячей воды из гидроемкости (76 С) в опускной участок модели реактора, заполненный холодной водой (13 С). Скорость воды, поступающей из отверстия диаметром 20 мм, составляла 2,45 м/с. Длительность эксперимента равнялась 60 с. Теплоотдача в окружающую среду (воздух) от внешних поверхностей модели реактора и гидроемкости в экспериментах не определялась, поэтому были выполнены два расчета с коэффициентами теплоотдачи 5 и 10 Вт/(м^2.К), чтобы определить степень влияния этого параметра на термогидродинамические процессы, протекающие внутри модели реактора.

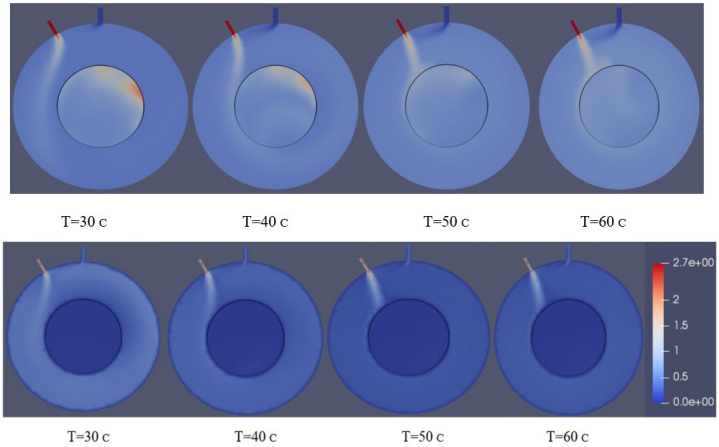


Рис. 3. Распределения температуры (сверху) и скорости (снизу) в горизонтальной плоскости на уровне входного патрубка.

На рис.3 показаны распределения температуры и скорости в последовательные моменты времени, характеризующие проникновение струи горячей воды в опускной участок. Видно, что к 50-й секунде струя достигает поверхности внутренней выгородки, расположенной непосредственно перед входным патрубком и растекается по ней.
Изменение температуры во времени для одной из термопар, расположенной на поверхности выгородки, показано на рис.4. Среднеквадратичное отклонение расчетных значений температуры от экспериментальных данных для всех 100 термопар, расположенных в зоне перемешивания, составило 1,32 К для коэффициента теплоотдачи α=5 Вт/(м^2 К) и 1,49 К для α=10 Вт/(м^2 К). Учитывая, что погрешность измерений составляет ± 2 К, можно констатировать хорошее совпадение расчетов и эксперимента.

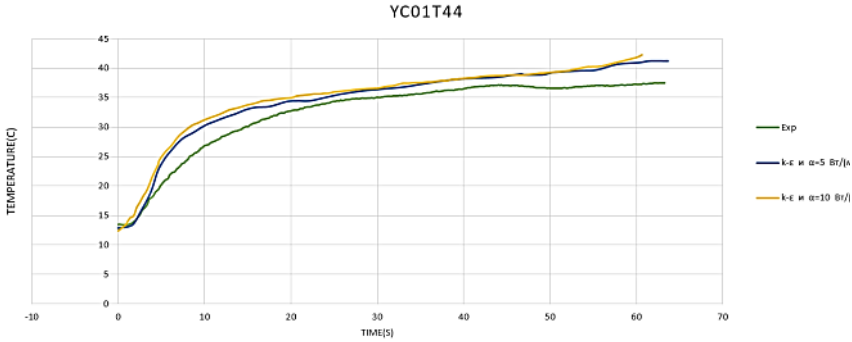


Рис. 4. Изменение температуры для термопары T44 в расчетах и эксперименте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. https://www.openfoam.com
2. https://www.salome-platform.org

Абди Хоссейн, Hoseinabdi1990@gmail.com
Джафари Урегани Наджмех, Najmehjafari.m.sc@gmail.com
Мелихов Владимир Игоревич, volodymyr.mel@yandex.ru
Мелихов Олег Игоревич, oleg.melikhov311@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

НОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ РАЗДЕЛЕНИЯ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ В СВЕРХСИЛЬНЫХ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ПОЛЯХ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВОЛН

Д.Н. Джуля, С.В. Боговалов, И.В. Тронин*
НИЯУ МИФИ, Кафедра Молекулярной физики, Москва
*denis.dzhulya@mail.ru

В данной работе проведено исследование разделения бинарной изотопной газовой смеси в сильном центробежном поле под воздействием плоской акустической волны. Во вращающемся газе, разделение звуковыми волнами может происходить не только за счёт термодиффузии, как в обычной трубке [1], но и за счёт других механизмов. Одним из них является бародиффузия за счёт возмущения давления в волне.

Возмущение давления в волне, распространяющейся вдоль оси вращения, имеет иную экспоненциальную зависимость, чем давление невозмущенного газа [2]. Из-за этого возникает возмущение концентрации газовой смеси. Другой механизм разделения возникает из-за радиальных колебаний газа на фоне радиальных градиентов концентрации. В этой работе рассмотрен бародиффузионный механизм разделения. Получены аналитические выражения для аксиальной скорости и возмущения концентрации газа в волне, определена зависимость аксиального градиента концентрации в стационарном случае от частоты волны.

ВВЕДЕНИЕ

В газовой центрифуге (ГЦ) волны генерируются естественным образом газоотборниками. Эти волны могут в несколько раз увеличивать поток отбора по сравнению со стационарным случаем [3]. Известно, что волны могут приводить к разделению газовых смесей [1]. В сверхсильных центробежных полях возникают новые специфические механизмы разделения под воздействием волн. Было проведено исследование плоских волн в таких системах в случае отсутствия диссипации. Получены дисперсионные соотношения для таких волн [2] и обнаружена акустическая волна, существование которой не тривиально во вращающемся газе тем, что в ней отсутствуют радиальные колебания. Для этой волны получено выражение для коэффициента поглощения за счёт вязкости и теплопроводности газа [4]. Из оценок, можно сказать, что это единственная волна, которая не затухает на длине волны газа, длина затухания для UF_6 составляет порядка 1 м, что сопоставимо с высотой ГЦ Игуасу. В этих условиях акустические волны могут влиять на сам процесс разделения.

Уравнение на возмущение концентрации лёгкого компонента газовой смеси δC относительно концентрации C_0 в отсутствии волны в центробежном поле в первом порядке возмущения согласно [5] имеет вид:

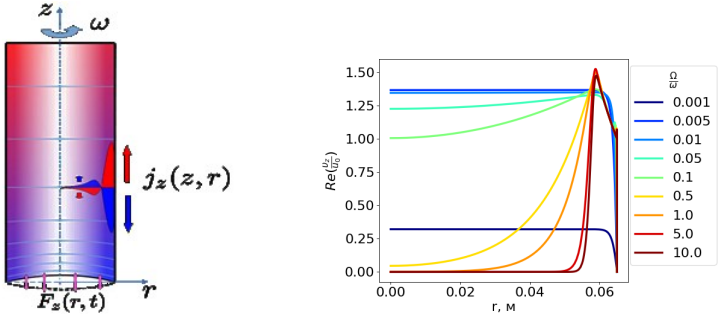
$$\rho_0 \frac{\partial \delta C}{\partial t} - \rho_0 D \nabla \delta C = \rho_0 D \left(\nabla \frac{k_T}{T} \nabla T + \nabla \frac{k_P}{P} \nabla P \right) - \rho_0 \upsilon_r \frac{dC_0}{dr}$$

Здесь ρ_0, C_0 — плотность газа и концентрация лёгкого компонента смеси в отсутствии волн, k_P, k_T — коэффициенты баро- и термо- диффузии, D — коэффициент диффузии газа, υ_r - радиальная скорость колебаний газа, T, P — температура и давление газа. Из этого уравнения видно, что изменение концентрации будет происходить за счёт трёх механизмов: из-за радиальных градиентов температуры, вызывающих радиальную термодиффузию газа; из-за различий между радиальными градиентами давления в волне и в невозмущённом волной газе, вызывающих дополнительную бародиффузию газа; и из-за радиальных колебаний газа, возникающих в вязком слое и приводящих к радиальному переносу лёгкого компонента смеси из-за радиального градиента концентрации. Термодиффузионный механизм присутствует и в не вращающемся газе [1], бародиффузия и радиальный перенос возникают из-за вращения газа. В данной работе рассмотрим механизм разделения возникающий за счёт бародиффузии. Исследованию влияния радиальных колебаний на разделение будет посвящена следующая работа.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим вращающуюся бинарную газовую изотопную смесь с частотой вращения ω. В ней распространяется плоская монохроматическая волна с частотой Ω и волновым вектором k направленным вдоль оси вращения ГЦ. Из-за бародиффузионного слагаемого вдоль радиуса ГЦ возникнет возмущение концентрации лёгкого компонента смеси δC. Это приведёт к аксиальному потоку массы лёгкого компонента, который в стационарном случае уравновешен аксиальной диффузией газа. Нам нужно получить

оценку для аксиального градиента концентрации во втором порядке малости по амплитуде возмущения в волне.



(а) (б)

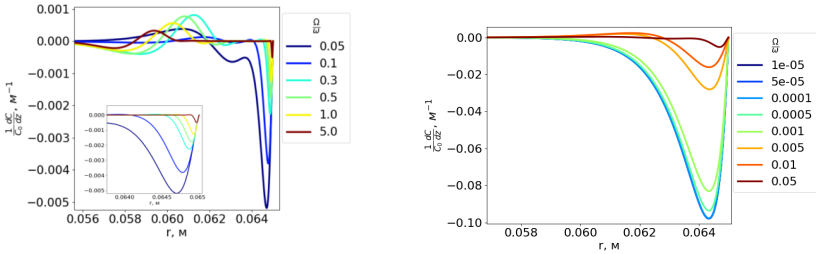
Рис. 1. (а)-Схема процесса разделения в ГЦ плоской акустической волной; (б) - Распределения безразмерной аксиальная скорости вдоль радиуса ГЦ для различных отношений частот Ω/ω

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Если предположить, как это сделано в [1] и [5], что здесь возмущение давления не сильно отличается от возмущения давления в случае газа без диссипации [2], то тогда можно получить уравнения на аксиальную скорость газа υ_z и на возмущение концентрации δC из уравнений газодинамики в первом порядке по возмущению.

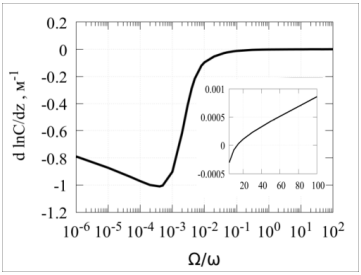
Можно выделить несколько характерных масштабов длины ℓ - масштаб изменения плотности газа в ГЦ, δ_ν, δ_D, δ_χ - ширины пограничного слоя вязкости, диффузии и теплопроводности, $\lambda = 2\pi c/\Omega$ - длина волны и l_η - масштаб толщины слоя газа в пристеночной области. Для наших условий наблюдается иерархия масштабов: $\delta_\nu, \delta_D, \delta_\chi \lesssim \ell \ll l_\eta$, $\delta \ll \lambda$ В приближении пограничного слоя уравнения на δC и υ_z можно решить независимо.

Полученные зависимости υ_z и δC от радиальной координаты r, представлены на рис. 1(б), 3(б). Возмущение концентрации происходит в пограничном слое около стенки на масштабе δ_D и на расстоянии l_η от стенки возникает её рост, амплитуда υ_z при уменьшении частоты волны уменьшается. На рис. 2 представлены распределения локального аксиального градиента концентрации лёгкого компонента смеси для разных частот волны.

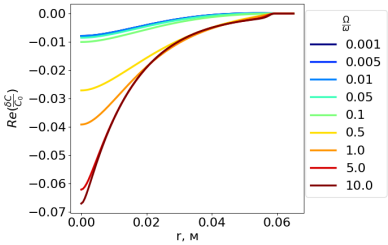


(а) (б)

Рис. 2. Распределение аксиальный градиент концентрации лёгкого компонента газовой смеси UF_6 вдоль радиуса, создаваемого возмущением давления акустической волны для больших частот (а) и малых частот (б) при частоте вращения ГЦ $\omega = 2\pi \cdot 1700$сек$^{-1}$ и амплитуде колебаний $u/c = 10^{-1}$



(а)



(б)

Рис. 3. (а) Средний аксиальный градиент концентрации лёгкого компонента газовой смеси UF_6 создаваемый возмущением давления акустической волны в зависимости от отношения частоты колебаний волны к частоте вращения ГЦ $\omega = 2\pi \cdot 1700\text{сек}^{-1}$при амплитуде колебаний $u/c = 10^{-1}$ (б) Возмущение концентрации лёгкого компонента газовой смеси UF_6 δC, создаваемое возмущением давления акустической волны в зависимости от радиальной переменной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено исследование разделения газовой смеси акустической волной в сверхсильных центробежных полях, обнаружены новые механизмы, приводящие к разделению, рассмотрен бародиффузионный механизм разделения и получена зависимость разделения от частоты звуковой волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *G. Swift, P. Spoor* Thermal diffusion and mixture separation in the acoustic boundary layer // The Journal of the Acoustical Society of America, 1999, V.106(4), p.1794–1800.
2. *S. Bogovalov, V. Kislov, I. Tronin* Waves in strong centrifugal fields: dissipationless gas // Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2015, V. 29(1), p. 111–125.
3. *Боговалов С.В., Кислов В.А., Тронин И.В.* Влияние волн на циркуляцию в газовой центрифуге Игуасу // Проблемы математической и теоретической физики и математическое моделирование. 2016. с. 25–27.
4. *S. Bogovalov, V. Kislov, I. Tronin*, Waves in strong centrifugal field: dissipative gas // Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2019, V. 33(1), p. 21–35.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука. ГРФМЛ. 2000. С. 733.

Джуля Денис Николаевич, denis.dzhulya@mail.ru
Боговалов Сергей Владимирович, svbogovalov@mephi.ru
Тронин Иван Владимирович, IVTronin@mephi.ru

—— ♦♦♦ ——

СТОХАСТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В УСТАНОВКАХ НА БАЗЕ ОРГАНИЧЕСКОГО ЦИКЛА РЕНКИНА

А.В. Дмитренко[1,2], М.И. Колпаков[1], М.А. Лазарева[1], И.С. Нестеренко[1], И.Ю. Рагулин[1], А.Д. Королев[1], А.А. Мишин[1], С.М. Хлобыстов[1], А.А. Фесенко[1]*

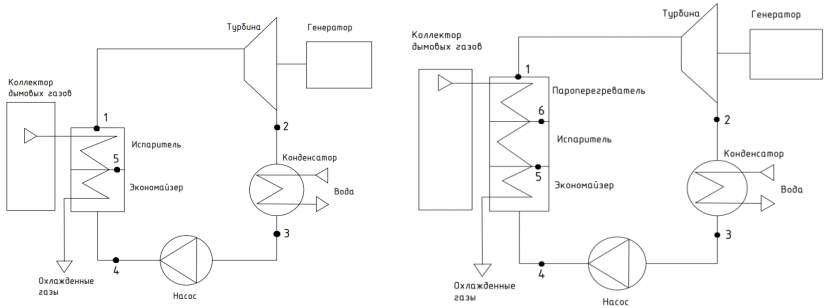
[1]Российский университет транспорта «МИИТ», Москва
[2]Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва
*AVDmitrenko@mephi.ru

На современном этапе изучения процессов в природе и технике остаются востребованы инженерные методики. Здесь представлены результаты, полученные на основе стохастической теории турбулентности и теории эквивалентности мер, учитывающие интенсивность турбулентности при кипении и конденсации в агрегатах энергетики.

ВВЕДЕНИЕ

Модуль органического цикла Ренкина. На сегодняшний день одним из актуальных решений использования вторичной энергии является применение модуля органического цикла Ренкина (далее – ОЦР). Данный цикл позволяет использовать энергетические ресурсы низкого потенциала с целью повышения энергоэффективности объекта [1,2].

Варианты исполнения схем утилизации низкопотенциальной энергии на установках ОЦР представлены на рис. 1.



(а) (б)

Рис. 1. Принципиальная схема ОЦР: а) схема котельной на базе ОЦР без перегрева пара с рабочими телами R113, R141b, R365mfc; б) схема котельной на базе ОЦР с перегревом пара, где в качестве рабочего тела выступает фреон R245fa

В случае использования фреона R245fa схема дополнятся участком пароперегрева, который отмечен точкой 6 на рисунке 1 – б. Ключевым моментом для ОЦР является выбор рабочего тела, физико-химические характеристики которого определяют энергетическую эффективность цикла. Вопросу выбора рабочего тела для ОЦР посвящено достаточное количество исследований [2– 4]. Поэтому задача поиска рабочих тел ОЦР, обладающих требуемым набором свойств, имеет компромиссное решение

Табл. 1. Свойства некоторых органических веществ, применяемых в ОЦР и сравнение их с водой.

Рабочее тело	Формула	$t_{кр}$, °C	$p_{кр}$, бар	$t_{кип}$, °C
Вода	H_2O	379,9	220,6	100
R-245fa	$C_3H_3F_5$	154,1	36,4	14,8
R-134a	CF_3CH_2F	101,1	40,6	-26,1

Уравнения переноса

Для описания процессов переноса для условий аппаратов, представленных на рис.1 разработана стохастическая теория в [3,4]. Эквивалентность мер между

детерминированным и случайным движением записано для области начала генерации (1,0) как

$$Nu_d = 0.2\left[\left(\frac{\sqrt{E_{st}/\rho}}{U_0}\right)\mathrm{Re}_d\right]^{(7/8)}\left[(\mathrm{Pr})^{7\backslash 12}\right] \qquad (1)$$

которая сопоставлялась с эмпирическим уравнением

$$Nu = 0.021*(\mathrm{Pr}_L)^{0.43}\,\mathrm{Re}_d^{\,0.8}(\mathrm{Pr}_L/\mathrm{Pr}_w)^{0.25} \qquad (2)$$

Табл. 2. Сравнение результатов для расчета Nu_d.

Re	Nu_d, уравнение (1)	Nu_d, уравнение (2)
10^4	46	53
10^5	344	337
10^6	2587	2125

ВЫВОДЫ

В настоящее время перспективным способом утилизации низкопотенциальной тепловой энергии на объектах энергетики является применение технологии ОЦР.. Расчеты по формуле (1), полученной на основе стохастических уравнений [1-5], показывают удовлетворительное соответствие величинам, полученным по эмпирическим зависимостям при кипении и при конденсации (2). Существенное влияние на термодинамическую эффективность и экологичность оказывает выбор органического рабочего тела для проектируемой установки, поэтому применение разных методологий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lake A.A., Bolland O.* Working fluids for low-temperature heat source // Applied Thermal Engineering. 2010. V. 30. p. 1262–1268.
2. *Колосова М.А., Колпаков М.И., Дмитренко А.В.* Особенности расчёта конденсаци онного оборудования для электроэнергетических комплексов на основе органическо го цикла Ренкина // Энергетик. 2022. №10. С. 50–54
3. *Dmitrenko A .V.* Analytical determination of the heat transfer coefficient for gas, liquid and liquid metal flows in the tube based on stochastic equations and equivalence of measures for continuum // Contin.Mechan. Thermod. 2017. V. 29(6). p.1197–1206.
4. *Dmitrenko A.V.* Thoretical calculation of laminar–turbulent transition in the round tube on the basis of stochastic theory of turbulence and equivalence of measures // Cont. Mech. and Thermod., 2022. https://doi.org/10.1007/s00161-022-01125-4

Дмитренко Артур Владимирович, AVDmitrenko@mephi.ru
Колпаков Михаил Игоревич, fdiolit@mail.ru
Лазарева Мария Александровна, m.a.kolosova@yandex.ru
Нестеренко Илья Сергеевич, nemo1709@mail.ru
Рагулин Илья Юрьевич, ilya-ragulin@mail.ru
Королев Александр Дмитриевич, alkorolev0400@gmail.com
Мишин Алексей Андреевич, Maamsk871@gmail.com
Хлобыстов Сергей Михайлович, Khlobystov1997@gmail.com
Фесенко Андрей Александрович, fesenko.andrej@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

КВАЗИГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И ОПЫТ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Т.Г. Елизарова[1], И.А. Широков[2]*
[1]Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва
[2]МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва
[*]telizar@mail.ru

Актуальной проблемой вычислительной гидродинамики является разработка подходов, позволяющих однородным образом моделировать как ламинарные течения вязкого сжимаемого газа, так и процесс перехода этих течений в турбулентный режим с ростом числа Рейнольдса. В предлагаемом докладе обсуждается квазигазодинамическая (КГД) система уравнений и возможности ее применения для решения подобного рода задач.

В плане практического применения КГД система может рассматриваться как система уравнений Навье–Стокса (НС) с регуляризацией, что позволяет создать на ее основе эффективные конечно-разностные алгоритмы расчета течений газа и жидкости. Эти алгоритмы представляют собой условно-устойчивые однородные разностные схемы с аппроксимацией всех пространственных производных, включая конвективные слагаемые, с помощью центральных разностей. Отличающие КГД систему от системы уравнений НС τ-слагаемые выполняют роль регуляризатора и сглаживают нефизичные осцилляции решения.

При применении указанных алгоритмов к расчетам нестационарных течений были отмечены следующие свойства КГД алгоритма: нестационарное течение возникало без введения какого-либо малого возмущения в область расчета. Для достаточно малых значений параметра регуляризации τ и достаточно подробных сеток частота возникающих колебаний не зависела ни от величины τ, ни от шага пространственной сетки. Частоты рассчитанных колебаний и диапазоны параметров потока, характерные для появления или затухания этих колебаний, соответствовали известным экспериментальным закономерностям.

Теоретический анализ τ-слагаемых показал, что эти добавки вносят положительный вклад в производство энтропии системы и тем самым имеют диссипативный характер. В приближении пограничного слоя τ-слагаемые обращаются в ноль, и КГД уравнения в этом приближении совпадают с уравнениями Прандтля. Было показано, что для медленно меняющихся течений, к которым относятся ламинарные колебательные течения, величина добавочных слагаемых имеет порядок $O(\tau^2)$ и сказывается только на точности разностного решения. Однако для быстропеременных течений добавочные τ-слагаемые имеют порядок $O(\tau)$ и могут вносить существенный вклад в решение задачи. Именно такими течениями являются турбулентные течения.

В настоящее время для численного моделирования турбулентных течений в инженерных приложениях все большее место занимают LES модели. Эти модели представляют собой алгоритмы типа фильтра, где крупные вихревые образования, которые разрешаются сеткой, моделируются явно, а движения среды, масштаб которых не разрешается на имеющейся сетке, считаются осредненными. Последнее приводит к появлению в системе уравнений дополнительной диссипации. Введение такой подсеточной вязкости является способом включить в расчет сток энергии за счет ее диссипации на малых масштабах, которые не разрешаются пространственной сеткой. Чем больше разрешение сетки, тем меньшая часть энергии моделируется подсеточными моделями. Поэтому для относительно грубых сеток качество численного решения

определяется используемой моделью подсеточной диссипации. Одной из наиболее успешных подсеточных моделей считается модель Смагоринского. Величина диссипации в этой модели пропорциональна шагу сетки h, а в роли фильтра выступает шаг сетки.

Связывая в КГД модели значение параметра регуляризации τ с шагом пространственной сетки h в виде $\tau \sim h/c$, где c – локальная скорость распространения малых возмущений в газе, мы можем рассматривать τ-вязкость как новый вариант подсеточной диссипации, которая сглаживает, или осредняет пульсации газодинамических величин на пространственно-временных масштабах порядка шага сетки. Подсеточная диссипация в КГД модели принципиально отличается от турбулентной вязкости типа Смагоринского, а именно: τ-слагаемые имеют другую математическую структуру, и входят не только в уравнения для импульса и энергии, но и в уравнение неразрывности. Последнее моделирует турбулентную диффузию массы, которая является неотделимой составной частью турбулентного перемешивания. На твердой стенке τ-слагаемые обращаются в ноль. Указанные свойства КГД алгоритма открывают широкие возможности и делают этот алгоритм перспективным для прямого численного моделирования турбулентных течений.

В качестве примеров рассмотрены дозвуковые течения сжимаемого газа: распад вихря Тейлора–Грина и турбулентное пристеночное течение Куэтта (рис. 1). Показано, что КГД модель позволяет в рамках единого алгоритма описать как ламинарный, так и турбулентный режимы течения. При этом для ламинарных течений τ-слагаемые выполняют роль регуляризатора и оказываются малыми, а для турбулентных эти слагаемые не малы и играют роль турбулентной диссипации. Также рассмотрены дозвуковое обтекание осесимметричного каплевидного тела с турбулизатором и сверхзвуковая недорасширенная струя, включающая турбулентные зоны (рис. 2).

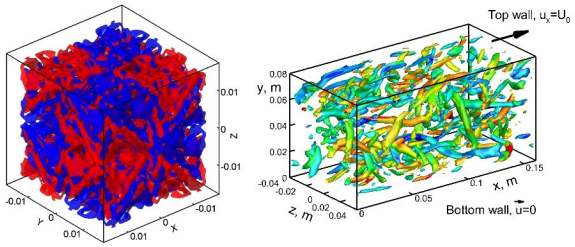


Рис.1. Распад вихря Тейлора–Грина (слева), турбулентное течение Куэтта (справа).

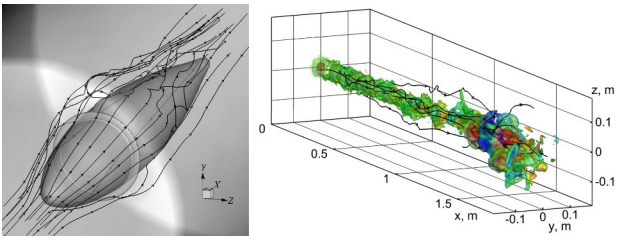


Рис. 2. Обтекание каплевидного тела с турбулизатором (слева), сверхзвуковая недорасширенная струя (справа).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Четверушкин Б.Н.* Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. М.: МАКС Пресс, 2004.
2. *Елизарова Т.Г.* Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М.: Научный мир, 2007.
3. *Шеретов Ю.В.* Динамика сплошных сред при пространственно-временном осреднении. М.: Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009.
4. *Елизарова Т.Г., Никольский П.Н.* Численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода в течении за обратным уступом // Вестник Московского университета, серия 3. Физика. Астрономия. 2007. № 4. С. 31–40.
5. *Shirokov I.A., Elizarova T.G.* Simulation of laminar–turbulent transition in compressible Taylor–Green flow basing on quasi-gas dynamic equations // Journal of Turbulence. 2014. V. 15(10). p. 707–730.
6. Елизарова Т.Г., Широков И.А., Попов М.В. О возможностях квазигазодинамической модели для численного анализа сверхзвукового турбулентного течения межзвездного газа // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 9. 21 с.
7. *Елизарова Т.Г., Широков И.А.* Регуляризованные уравнения и примеры их использования при моделировании газодинамических течений. М.: МАКС Пресс, 2017. 136 с.
8. *Широков И.А., Елизарова Т.Г.* Моделирование нестационарного дозвукового обтекания осесимметричного тела с турбулизатором // Теплофизика и аэромеханика. 2022. Т. 29(1). С. 37–44.

Елизарова Татьяна Геннадьевна, telizar@mail.ru
Широков Иван Анатольевич, ivanshirokov@inbox.ru

—— ♦♦♦ ——

ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОДВОДНОГО ХРЕБТА НА ПЕРЕМЕЩЕНИЕ АНТИЦИКЛОНИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ НАД НАКЛОННЫМ ДНОМ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО БЕТА-ЭФФЕКТА

Д.Н. Елкин, А.Г. Зацепин*
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва
*dmelkin@mail.ru

При наблюдениях за эволюцией «Севастопольского» антициклонического вихря в Черном море, перемещающимся вдоль изобат над континентальным склоном в юго-западном направлении было обнаружено, что движение вихря замедляется в области подводного хребта, образованного локальным поднятием батиметрии между двумя каньонами – палеоруслом Дуная и палеоруслом Западного Днепра. В связи с этим была поставлена задача лабораторного экспериментального исследования влияния подводного хребта расположенного на наклонном дне и направленного вдоль склона на антициклонические вихри, перемещающиеся вдоль изобат за счет топографического бета-эффекта (Зацепин, Дидковский, 1996; Зацепин А.Г., Дидковский В.Л., Семенов А.В., 1997).

Эксперимент производился в цилиндрическом бассейне сделанном из оргстекла и размещенном в центре вращающейся против часовой стрелки, платформе, в который был вставлен вписанный конус вершиной вверх. Угол между образующей конуса и горизонталью составлял 15°. Бассейн заполнялся однородной по плотности водой, пресной, или с определенной соленостью, не более 4 ‰. Уровень слоя жидкости в бассейне был таков, что вершина конуса находилась под поверхностью воды. Антициклонические вихри создавались с помощью локального источника постоянного расхода воды той же плотности (солености), что в бассейне - баротропные вихри, или, меньшей плотности (солености) - бароклинные вихри. Этот источник представлял собой вертикальную трубку, конец которой располагался на поверхности водного слоя на расстоянии половины радиуса бассейна от его центра. Он снабжался водой из закрепленной на стойке платформы объемной бюретки, заполненной пресной водой, подкрашенной красителем в ярко синий цвет. Половина опытов проводилась над гладким конусом, а другая половина - при наличии хребта, закрепленного на поверхности конуса вдоль его образующей. Хребет представлял собой правильную треугольную призму. Он располагался на расстоянии от источника, приблизительно равном радиусу бассейна в антициклоническом направлении и его высота по отношению к общей глубине слоя воды в области распространения вихрей составляла 0.1-0.2. Таким образом, хребет представлял собой небольшое препятствие, приблизительно подобное своему черноморскому аналогу. Для видеозаписи эксперимента сверху, на платформе располагалась верхняя видеокамера, а для видеозаписи сбоку - боковая видеокамера.

Когда вода в бассейне раскручивалась до состояния твердотельного вращения, включались видеокамеры, и источник, через который пресная вода с квазипостоянным расходом поступала на поверхность воды. Вследствие этого под источником образовывались антициклонические вихри, которые в баротропном случае достигали дна, а в бароклинном заканчивались на некоторой глубине, образуя антициклоническую приповерхностную плотностную линзу. В этом случае, из-за закона сохранения потенциального вихря, под линзой формировалась антициклоническая вихревая колонка, достигавшая дна. Вследствие топографического бета-эффекта баротропные и бароклинные вихри, образующиеся под источником перемещались над конусом в «западном» - антициклоническом направлении. По поверхности водного слоя рассыпались мелкие бумажные пелетки, видеосъемка которых позволяла определить скорость орбитального вращения воды в вихрях.

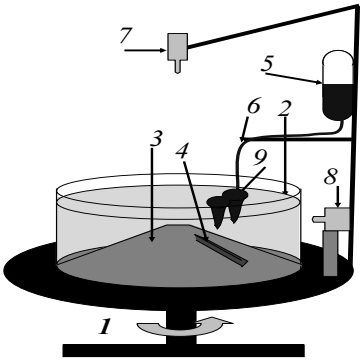


Рис.1. Схема экспериментальной установки: 1 – циклонически вращающаяся платформа; 2 – цилиндрический бассейн из оргстекла; 3 – усеченный конус; 4 – барьер; 5 – объемная бюретка с краном; 6 – трубка; 7 – видеокамера сверху; 8 – видеокамера сбоку; 9 – вытекающая из источника вода и образующиеся под ним антициклонические вихри.

После каждого опыта, на основе обработки данных видеосъемки, определялись следующие параметры вихревого течения: трансляционная скорость распространения вихрей от источника в антициклоническом направлении; максимальная орбитальная скорость вращения воды в вихрях; радиус вихрей (по расстоянию от центра вихря до орбиты максимальной скорости) и выявлялось влияние хребта на параметры вихревого течения.

На рис. 2а-г и 2 д-з представлены кадры видеосъемки распространения вихревого течения в антициклоническом направлении над конусом без хребта и с хребтом, соответственно. Хребет сильно замедляет распространение вихревого течения и способствует ослаблению индивидуальных вихрей. Расчеты показали, что при пересечении хребта азимутальная скорость вихревого течения уменьшается в два раза и более. Наиболее сильное замедление течения происходит в случае баротропных вихревых колонок. Плотностная стратификация несколько ослабляет действие топографического бета-эффекта, но не подавляет его полностью. Хребет уменьшает глубину проникновения бароклинного вихревого течения и уменьшает величину орбитальной скорости вихрей.

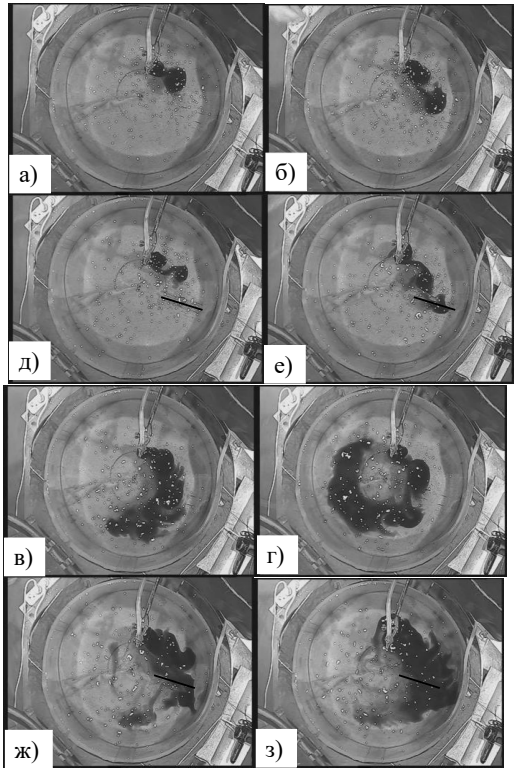


Рис. 2. Вид сверху: а-г) Опыт без хребта: а) 12 лаб. сут. б) 18 лаб. сут. в) 42 лаб. сут. г) 66 лаб. сут. д-з) Опыт с хребтом: д) 12 лаб. сут. е) 18 лаб. сут. ж) 42 лаб. сут. з) 66 лаб. сут. Соленость воды в бассейне S=1 ‰.

Схема прохождения антициклонического вихря над хребтом показана на рис. 3. Рис. 3а отображает момент времени, когда вихрь (обозначен буквой «А») подходит вплотную к хребту. Стремясь перемещаться вдоль изобаты, заползая на хребет, антициклонический вихрь смещается вниз по склону. При этом выше него образуется циклонический вихрь (обозначен буквой «С») меньшего диаметра (рис. 3б). Данная вихревая пара имеет тенденцию к перемещению в циклоническом направлении, поэтому перемещение антициклона в антициклоническом направлении замедляется. Поскольку антициклон является более крупным и мощным вихрем, по сравнению с циклоном, он «прокручивает» последний вокруг себя (рис. 3в). В конце концов, оба вихря пересекают хребет (рис. 3г). Вскоре после этого циклон диссипирует, а антициклон в ослабленном виде продолжает перемещаться в антициклоническом направлении за счет топографического бета-эффекта.

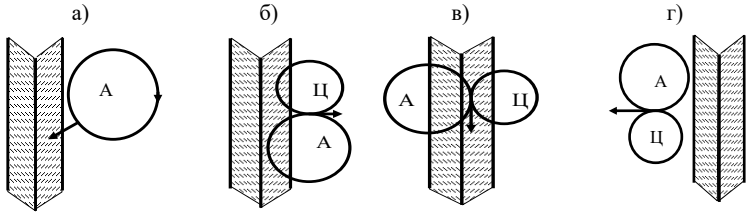


Рис. 3. Схема прохождения антициклонического вихря над хребтом (пояснение в тексте).

В целом, результаты эксперимента подтвердили натурные наблюдения, а также результаты численного моделирования (Kubryakov, Mizyuk, Stanichny, 2023) свидетельствующие о влиянии вдольсклонового подводного хребта, расположенного в западной части Черного моря на процесс распространения и орбитальную скорость «Севастопольского» антициклонического вихря.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №21-77-10052 и в рамках темы госзадания FMWE-2021-0002.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зацепин А.Г., Дидковский В.Л.* Об одном механизме формирования мезомасштабных вихревых структур в склоновой зоне океана // ДАН, 1996. Т.347(1). С.109–112.

2. *Зацепин А.Г., Дидковский В.Л., Семенов А.В.* Автоколебательный механизм формирования периодической вихревой структуры от стационарного локального источника на наклонном дне во вращающейся жидкости // Океанология. 1998. Т.37(1).

3. *Kubryakov A.A., Mizyuk A.I., Stanichny S.V.* Stationarity and separation of the Sevastopol eddies in the Black Sea: the role of eddy-topographic interaction and submesoscale dynamics // Journal of Marine Systems, 2023, V. 241, p. 103911.

Елкин Дмитрий Николаевич, dmelkin@mail.ru
Зацепин Андрей Георгиевич, zatsepin@ocean.ru

—— ♦♦♦ ——

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЛЕДЯНЫХ ДИСКОВ ПРИ УДАРЕ

В.П. Епифанов[1], Е.К. Гусева[1,2]*
[1]Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[2]Московский физико-технический институт, Долгопрудный
[*]evp@ipmnet.ru

Удар рассматривается как переходной процесс, реакция льда на кратковременное воздействие, интерференция длинноволновых и коротковолновых возмущений [1-4]. В задаче о неупругом прямом ударе сферического индентора по ледяному диску, расположенном на массивной плите с возможностью смещения ледяного диска относительно опоры, *исследуется влияние начальной температуры льда и разных энергий удара*. Для изучения процессов неупругого удара применяется комплексный подход, основанный на расчётном (сеточно-характеристический, используемый также в [5]) и акустических методах [6]. Акустико-механический метод используется для получения мгновенных ускорений, по которым определяются, например, зависимости осевого мгновенного напряжения от глубины осадки. Для описания процесса удара используются упругопластические модели, а также идеи вычислительной техники расщепления по физическим процессам. Экспериментальные зависимости сопоставлены с модельными решениями. Рассмотрено формирование локальной вторичной структуры и текстуры льда, зависимости упругих свойств от координат, температуры, выявлены особые точки на деформационной кривой, связанные с формированием трещин. Рассчитаны пространственные волновые картины. Параметры исследуемого льда определены экспериментально. Совместное действие нормальных, сдвиговых напряжений и температуры в промежуточном слое усиливает эффект метаморфизма льда. Далее приведены некоторые примеры.

При *малой фиксированной энергии удара*, но разных температурах наблюдается (рис. 1) классическая картина изменения мгновенного ускорения индентора (синяя кривая) и частиц ледяной пластины в оппозитной точке на оси удара (красная кривая). Данные получены для температур -2° С и -10° С.

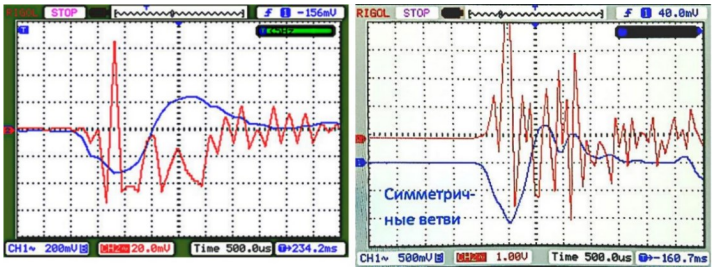


Рис. 1. Осциллограммы удара малой энергии при температурах льда -2° С (слева) и -10° С (справа) и периодические смещения частиц в оппозитной точке удара.

При высокой температуре (-2° С) наблюдается классическое изменение наклона: вначале соударения (упрочнение), затем - фазовый переход (в ядре) и упругопластическое деформирование. При низкой температуре (-10° С) симметричные ветви кривой характеризуют близкое к упругому поведение льда.

При большой фиксированной энергии удара (рис. 2) наблюдается немонотонность в вершине кривой удара (*OABCDEF*), что соответствует неупругим деформациям и процессам изменения, эволюции структуры льда, в частности разрушению льда.

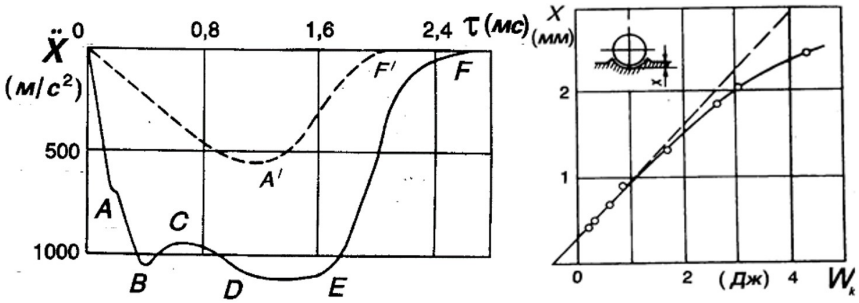


Рис. 2. Типичные зависимости ускорений от времени соударения для средних (W < 1 Дж) и больших энергий удара OABCDEF (W > 1 Дж), а также зависимость осадки от энергии удара.

Для рассматриваемого случая амплитуда деформационной кривой существенно возрастает, однако это возрастание не является пропорциональным, так как с увеличением энергии удара увеличиваются диссипативные потери.

Полученные экспериментальные факты представляют интерес для дальнейшего изучения механизма медленного удара по ледяному диску в части, касающейся влияния структуры переходного слоя и механизмов контактного разрушения, напряжений на границе контакта, а также количественного изучения влияния волновых эффектов на распределение усилий в массиве льда и формирование области пластических деформаций.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Данная работа была выполнена при поддержке гранта РНФ № 23-21-00384.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gao Y., Hu Z., Ringsberg J. W., Wang J.* An elastic–plastic ice material model for shipiceberg collision simulations // Ocean Engineering. 2015. V. 102. p. 27–39. doi: 10.1016/j.oceaneng.2015.04.047.
2. *Voigt W.* Lehrbuch der Kristallphysik. Leipzig, Berlin, B.G. Teubner, 1910. 998 p.
3. *Nakaya U.* Visco-elastic Properties of Snow and Ice in Greenland Ice Cap. // Journal of the Faculty of Science, Ser. II. 1958. V. 5(3). p. 119–164.
4. *Zhang W., Li J., Li L., Yang Q.* A systematic literature survey of the yield or failure criteria used for ice material // Ocean Engineering. 2022. V. 254. p. 111360. doi: 10.1016/j.oceaneng.2022.111360
5. *Guseva E.K., Beklemysheva K.A., Golubev V.I., Epifanov V.P., Petrov I.B.* Investigation of Ice Rheology Based on Computer Simulation of Low-Speed Impact // *In: Balandin, D., Barkalov, K., Meyerov, I.* (eds) Mathematical Modeling and Supercomputer Technologies. MMST 2022. Communications in Computer and Information Science. Springer, Cham, 2022. V. 1750. p. 176–184. doi: 10.1007/978-3-031-24145-1_15
6. *Епифанов В.П., Лычёв С.А.* Двойная периодичность механических свойств тонкого ледяного поля, сформированного в условиях бокового стеснения // Лёд и Снег. 2022. Т. 62(4). С. 591–606. doi: 10.31857/S2076673422040154.

Епифанов Виктор Павлович, evp@ipmnet.ru
Гусева Евгения Кирилловна, guseva.ek@phystech.edu

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ, ПОКРЫТОЙ ПЛАСТИКОВОЙ ПЛЕНКОЙ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ МЕТОДОВ

С.А. Ермаков[1,2], В.А. Доброхотов[1], Г.В. Лещев[1], О.А. Даниличева[1], Г.Е.Хазанов[1], А.В. Купаев[1], И.А. Сергиевская[1,2], Л.М. Плотников[1]*
[1] ФИЦ Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН (ИПФ РАН), Нижний Новгород
[2] Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород
[*]stas.ermakov@ipfran.ru

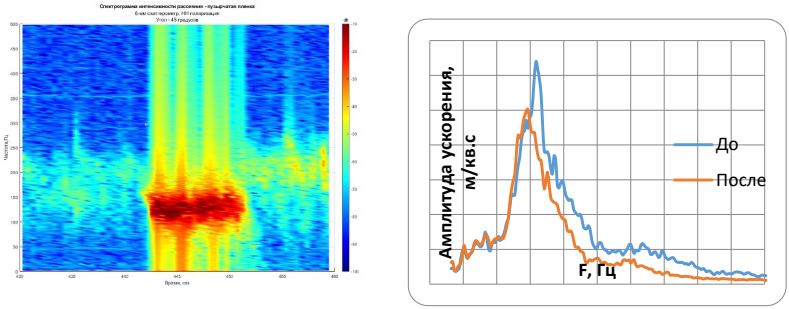
ВВЕДЕНИЕ

Как известно, поступление пластикового мусора (ПМ) в океан в последние десятилетия достигло угрожающего масштаба, представляя серьезную экологическую угрозу морским экосистемам. В этой связи проблема дистанционной, в частности, спутниковой диагностики ПМ в океане приобрела исключительную важность и широко обсуждается в литературе. В решении данной проблемы важная роль отводится радиолокационным (РЛ) системам, прежде всего микроволновым радиолокаторам с синтезированной апертурой. Рассеяние микроволнового излучения определяется характеристиками мелкомасштабных гравитационно-капиллярных волн (ГКВ) на водной поверхности, в частности, их нелинейностью, поэтому важным является анализ гидродинамических эффектов изменчивости характеристик ГКВ в присутствии плавающих в приповерхностном слое воды пластиковых предметов. В настоящее время публикаций, относящихся как к гидродинамической, так и радиофизической частям проблемы довольно мало. Можно упомянуть, например, лабораторные и теоретические исследования затухания волн на воде с упругими пластинами [1] в приложении в проблеме плавающих на поверхности моря волногасителей, а также близкие в определенной степени задачи о затухания волн на макроводорослях [2] и фрагментированном льду [3, 4]. Что касается радиофизического аспекта, то, насколько нам известно, имеются пока лишь отдельные качественные наблюдения изменения интенсивности РЛ сигнала в скоплениях ПМ.

Настоящая работа посвящена описанию результатов первых натурных экспериментов с “искусственным ПМ”, а также лабораторных экспериментов по моделированию затухания ГКВ на пластиковых пленках.

НАТУРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ. В ходе натурных экспериментов исследовались особенности изменчивости характеристик радиолокационных сигналов в присутствии полиэтиленовой пленки на водной поверхности. Наблюдения проводились на Горьковском водохранилище с маломерного судна с использованием микроволнового скаттерометра, зондирование проводилось при средних углах падения радиоволн перпендикулярно, либо под углом к скорости ветра. В качестве имитатора ПМ использованлась упаковочная “пузырчатая” пленка, как неподвижная (заякоренная), так и свободно дрейфующая в поле ветра и волнения. Исследовалась изменчивость доплеровских спектров радиолокационных сигналов Ка-диапазона при движении локатора параллельно пленке. Наряду с усилением РЛ рассеяния непосредственно в области пленки, обнаружен эффект ослабления интенсивности РЛ сигнала в подветренной области за пленкой (рис.1а). С использованием установленных на пленке миниатюрных акселерометров зарегистрировано ослабление ветровых волн при

прохождении области, занятой пленкой (рис.1б), что объясняет эффект “РЛ тени” от пленки.



(а) *(б)*

Рис.1 а) спектрограмма РЛ сигнала при прохождении пленки “против ветра”, интенсивность РЛ сигнала за подветрой стороной пленки (левая часть) меньше, чем перед наветренной (правая часть), центральная часть – рассеяние на пленке; б) пектры ускорений в поле ветровых волн до и после прохождения пленки.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Лабораторное моделирование влияния ПМ на ГКВ проводилось в овальном ветроволновом бассейне ИПФ РАН, в котором механически возбуждались поверхностные волны с различной крутизной и с длинами порядка 10-20 см. В качестве имитаторов ПМ использовались полиэтиленовые пленки различной толщины и структуры, в том числе, тонкая (20 мкм) стрейч-пленка, толстая пленкой (толщина 200 мкм) и упаковочная “пузырчатая” пленка толщиной около 4 мм. Измерения амплитуд волн выполнялись струнными волнографами. РЛ зондирование ГКВ проводилось с использованием скаттерометра Ка-диапазона, работающего на вертикальной и горизонтальной поляризациях, угол падения микроволн составлял 55 град.

В ходе экспериментов показано, что ГКВ затухают при прохождении области, занятой пластиковой пленкой (рис.2), коэффициент затухания растет с ростом толщины пленки.

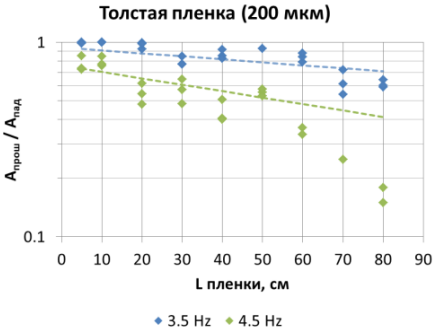


Рис.2. Относительная амплитуда ГКВ (частоты 3,5 Гц и 4,5Гц) в зависимости от длины пластиковой пленки

Фазовая скорость ГКВ в присутствии пленки увеличивается по сравнению с чистой поверхностью воды, оценка скорости с учетом упругости и толщины пленки согласуется с экспериментом. Получено, что паразитная капиллярная рябь и buldge-структуры,

которые возникают на профиле ГКВ большой крутизны и которые являются основной причиной рассеяния излучения Ка-диапазоне (см. [5]), существенно подавляются пленками, при этом соответственно уменьшается и интенсивность РЛ сигнала. РЛ рассеяние в присутствии пленки становится более неполяризованным по сравнению с рассеянием от ГКВ на чистой воде.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-17-00167, https://rscf.ru/project/23-17-00167/

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Igor Shugan, Ray-Yeng Yang, Yang-Yih Chen*. An Experimental and Theoretical Study of Wave Damping due to the Elastic Coating of the Sea Surface // J. Mar. Sci. Eng. 2020, V. 8, p. 571. doi:10.3390/jmse8080571
2. *Hemavathi Sundaram, Manjula Renganathan, Thiru S*. A comparative study of empirical models for the analysis of wave attenuation by two different coastal plant meadows - A synthetic model lab study. December 2020 // ISH Journal of Hydraulic Engineering, 2020, V. 28(3), p. 1–8. doi:10.1080/09715010.2020.1858358
3. *Meylan M. H., Yiew L.J., Bennetts L.G., French B.J., Thomas G.A.* Surge motion of an ice floe in waves: comparison of a theoretical and an experimental model // Annals of Glaciology, 2015, V.56(69), p. 155–159. doi: 10.3189/2015AoG69A646
4. *Ermakov S.A., Khazanov G.E., Dobrokhotov V.A., Vostryakova D.V., Lazareva T.N.* Wave tank modeling of the damping of gravity waves due to ice floes in application to ocean remote sensing, Proc. SPIE 11857, Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions 2021, p. 118570U. DOI:10.1117/12.2600164
5. *Ermakov S.A., Sergievskaya I.A., Dobrokhotov V.A., Lazareva T.N.* Wave Tank Study of Steep Gravity-Capillary Waves and Their Role in Ka-Band Radar Backscatter // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2022. V. 60, No. 4202812. p. 1–12.

Ермаков Станислав Александрович, stas.ermakov@ipfran.ru
Доброхотов Владимир Андреевич, vdobrokhotov@ipfran.ru
Лещев Георгий Владимирович, georgeleshev@gmail.com
Даниличева Ольга Аркадьевна, olgadan@ipfran.ru
Хазанов Григорий Ефимович, g.khazanov@ipfran.ru
Купаев Александр Викторович, sant3@mail.ru
Сергиевская Ирина Андреевна, i.sergia@ipfran.ru
Плотников Леонид Михайлович, leonplot@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ В МНОГОСЛОЙНОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В.Е. Ермишина[*], *В.Ю. Ляпидевский, А.А. Чесноков*
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
[*]*eveyrg@gmail.com*

Уединенные внутренние волны часто встречаются в океанических и прибрежных течениях. Характерная особенность внутренних волн, обусловливающая интерес к их

исследованию, состоит в том, что амплитуда уединенной волны может существенно превышать начальную толщину одного из слоев, вдоль границы которых распространяется волна. При моделировании внутренних волн обычно используются уравнения типа Грина–Нагди, содержащие производные высоких порядков. Однако, при численном моделировании расчеты занимают достаточно длительное время и постановка неотражающих граничных условий может быть достаточно сложна.

В работе предложена одномерная модель законов сохранения первого порядка, описывающая распространение внутренних уединенных волн на многослойном стратифицированном мелководье в стратифицированной мелкой воде с негидростатическим распределением давления в двух внешних слоях и произвольным числом внутренних гидростатических слоев. Построение этой модели основано на использовании дополнительных переменных, позволяющих аппроксимировать дисперсионные уравнения типа Грина–Нагди системой первого порядка. В приближении Буссинеска основные уравнения позволяют моделировать распространение нелинейных внутренних волн с учетом тонкой стратификации плотности, слабого сдвига скорости в слоях и неровного рельефа. Численные расчеты генерации и распространения внутренних волн большой амплитуды проводятся как с использованием предложенной системы первого порядка, так и с использованием уравнений типа Грина–Нагди. Установлено, что решения этих моделей практически совпадают. Преимуществом уравнений первого порядка является простота численной реализации и значительное сокращение времени расчета. Показано, что результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными по эволюции уединенных волн моды 2 в резервуарах постоянной и переменной высоты.

Также для полученной модели проведено построение стационарных солитоноподобных решений, в виде симметричных и несимметричных волн моды 2, примыкающих к заданному многослойному постоянному потоку. Пстроенные решения верны для произвольного количества слоев с гидростатическим распределением давления, что позволяет учесть тонкую стратификацию в слоях. Получение таких решений возможно при задании таких данных Коши, выбор которых определяется анализом асимптотического поведения решения. Солитоноподобные решения строились в предположении слабого сдвига скоростей в слоях, далее исследовались условия существования данных решений в случае произвольного сдвига скоростей.

Для простоты исследование условий существования решения в форме уединенной волны для уравнений динамики длинных волн проводилось для двухслойного стратифицированного течения в приближении Буссинеска с негидростатически распределенным давлением в одном или обоих слоях. В терминах условий гиперболичности модели без учета негидростатической поправки давления сформулированы ограничения на сдвиг скорости в слоях. Далее получены ОДУ, определяющие профиль уединенной волны в зависимости от двух безразмерных параметров (чисел Фруда), связанных со скоростью волны и сдвигом скорости в слоях для невозмущенного потока. В плоскости чисел Фруда определена область параметров, для которой возможно построение решения в форме уединенной волны. Приведены примеры профилей уединенных волн в сдвиговом двухслойном потоке и выполнено сопоставление моделей, показывающее влияние упрощающих предположений (гидростатичность одного из слоев, линеаризация дисперсионных членов) на форму волны. Полученные условия существования можно распространить на случай трехслойного течения, симметричного относительно средней линии, тогда модель будет применима для описания симметричных волн второй моды.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 23-41-00090).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chesnokov A. A., Ermishina V. E., Liapidevskii V. Y.* Strongly non-linear Boussinesq-type model of the dynamics of internal solitary waves propagating in a multilayer stratified fluid //Physics of Fluids. 2023. 35(7).

Ермишина Виктория Евгеньевна, eveyrg@gmail.com
Ляпидевский Валерий Юрьевич, liapid@hydro.nsc.ru
Чесноков Александр Александрович, chesnokov@hydro.nsc.ru

—— ♦♦♦ ——

СЛИЯНИЕ СВОБОДНО ПАДАЮЩЕЙ КАПЛИ С ПОКОЯЩЕЙСЯ ПРИНИМАЮЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ: ЭНЕРГЕТИКА И СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЙ

Е.В. Есина, Ю.Д. Чашечкин[*]
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*yulidch@gmail.com*

Проведена цветная фото- и видеорегистрация картины течения, возникающего в процессе слияния свободно падающей капли с покоящейся жидкостью при комнатной температуре. Прослежена деформация свободной поверхности и картины переноса вещества в различных режимах. Обсуждаются механизмы распада капли на волокна в импактном режиме. Параметризация процессов проводится на основе полной системы фундаментальных уравнений с физически обоснованными граничными условиями.

Массовость исследований капельных течений (по данным SCOPUS число ежегодных публикаций по теме “Drop impact” превышает тысячу) объясняется рядом причин – фундаментальностью темы, объединяющей классическую и атомно-молекулярную физику, развитием вычислительной и экспериментальной техники, ростом числа практических применений научных результатов в технологиях био-, нефте-, химический, металлургической, фармацевтической и других отраслей промышленности. Научной основой проводимых экспериментов служит система фундаментальных уравнений механики жидкостей, включающая уравнения неразрывности, переноса импульса, энергии и вещества [1] с уравнениями состояния для потенциала Гиббса и плотности вязкой стратифицированной сжимаемой жидкости с физически обоснованными граничными условиями [2]. Анализ системы с учетом условия совместности обеспечивает вывод дисперсионных соотношений для волн и дополняющих лигаментов в слабо диссипативных средах в линейном и слабонелинейном приближениях [2,3].

Теория течений жидкости развивается в модели сплошной среды. Реальные жидкости и газы состоят из атомов и молекул, которые образуют объединения различного состава. Регистрируются ассоциаты, комплексы, клатраты, кластраты, войды с отдельными атомами, кластеры и другие группы со связями физической и химической природы с линейными размерами от десятков нано- до микрометра и временем существования – от пико- до десятков секунд. Энергия непрерывно эволюционирующих

компонентов структуры, которая накапливается при их формировании и освобождается при разрушении, обеспечивает текучесть сред. Конверсия внутренней энергии обеспечивает формирование лигаментов – быстрых тонких струек (пелены, ручейков, триклов) во всех видах течений.

Полная система уравнений и граничных условий определяет размерные параметры задачи: потенциалы Гиббса капли G_d, воздушной среды G_a и принимающей жидкости G_t, плотности сред $\rho_{d,a,t}$, кинематическая $\nu_{d,a,t}$ и динамическая вязкости; коэффициенты диффузии κ_d и поверхностного натяжения: полный σ_d^a и нормированный $\gamma_d^a = \sigma_d^a / \rho_d$, эквивалентный диаметр D, площадь поверхности S_d, объем V, масса M, контактная скорость капли U; доступная потенциальная поверхностная энергия (ДППЭ) $En_\sigma = \sigma_d^a S_d$, кинетическая энергия $E_k = MU^2/2$, потенциальная энергия в гравитационном поле с ускорением свободного падения g.

Полная энергия падающей капли $E_d = E_p + E_k + E_\sigma$ складывается из потенциальной энергии E_p, экстенсивной кинетической энергии с дифференциалом $\mathrm{d}E_k = 0.5\rho U^2 \mathrm{d}V$, а также доступной потенциальной поверхностной энергии (ДППЭ) распределенной в приповерхностном шаровом слое толщиной в размер молекулярного кластера $\delta_\sigma \sim 10^{-6}$ см массой M_σ.

Отношения физических величин образуют наборы собственных временных и пространственных масштабов, определяющих требования к методике измерений, а также безразмерные параметры – числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_d = UD/\nu_d$, Шмидта $\mathrm{Sc} = \nu/\kappa_d$, Вебера $\mathrm{We}_d = \rho U^2 D / \sigma_d^a$, Бонда $\mathrm{Bo} = gD^2/\gamma_d^a$, Онезорге $\mathrm{Oh}_d = \nu_d / \sqrt{\gamma_d^a D}$, Фруда $\mathrm{Fr}_d = U^2/gD$, которые используются при описании течений.

Атомно-молекулярные процессы преобразования ДППЭ и передачи кинетической энергии капли характеризуются отношениями компонентов энергии $\mathrm{R}_{En} = En_k / En_\sigma$ и их плотностей $\mathrm{R}_W = En_k M_\sigma / En_\sigma M$. Доля поверхностной энергии в полном балансе в условиях данных опытов меняется в широких пределах. В то же время, отношение плотностей поверхностной и кинетической энергии всегда большое.

Методика экспериментов и обработки данных разрабатывалась с учетом критерия регистрации крупномасштабных компонентов капельных течений – интрузий, каверны, венца, всплеска, капиллярных волн, и выделения тонких компонентов – первичных брызг, шипов и волокон. Опыты выполнены на стендах Уникальной исследовательской установки УИУ «ГФК ИПМех РАН» с применением фото- и видеотехники [4].

Выборка видеокадров, иллюстрирующая последовательную перестройку картины течения в интрузивном режиме слияния капли раствора чернил с водой, когда кинетическая энергия капли меньше ДППЭ, приведена на Рис.1. Тонкое радиальное течение при первичном контакте жидкостей убирает разделяющие свободные поверхности, остатки которых выносятся на периферию течения. При этом в жидкости формируется непрерывное распределение плотности.

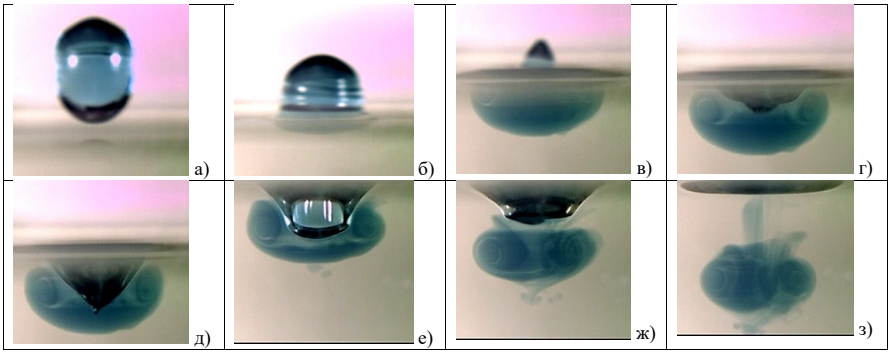


Рис.1. Слияние капли разбавленного раствора чернил (1:1000) с водой в интрузивном режиме ($D = 4.3$ *мм,* $U = 0.34$ *м/с,* $En_\sigma = 4$ μJ, $En_k = 2.24$ μJ, $\mathrm{Re} = 1460$, $\mathrm{Fr} = 2.8$, $\mathrm{We} = 6.7$, $\mathrm{Bo} = 2.5$, $\mathrm{Oh} = 0.0018$, $R_{En} = En_k / En_\sigma = 0.57$, $\mathrm{R}_W = 5 \cdot 10^4$*): а – з) –* $t = -1.75, 3, 11, 14.5, 16.25, 20.5, 28, 38.5$ *мс.*

Выступающий остаток капли в сформировавшейся единой среде плавно перетекает в равновесное состояние, жидкость капли вливается в толщу принимающей жидкости и формирует линзовидное окрашенное пятно. С задержкой около $\Delta t = 10$ мс образуется быстро растущая коническая каверна, которая трансформирует пятно в тороидальное кольцо и сбрасывает его толщу жидкости. Далее кольцо погружается под действием сил плавучести.

В выборке, приведенной на Рис.2, каверна начинает формироваться с момента первичного контакта, если кинетическая энергия капли превосходит ДППЭ. При этом жидкость капли частично распределяется по поверхности каверны и венца в форме отдельных волокон, образующих линейчатые и ретикулярные формации, частично просачивается в толщу жидкости в форме тонких волокон. Волокна, разделенные прослойками принимающей жидкости, образуют слой жидкости промежуточной плотности, примыкающий к дну каверны.

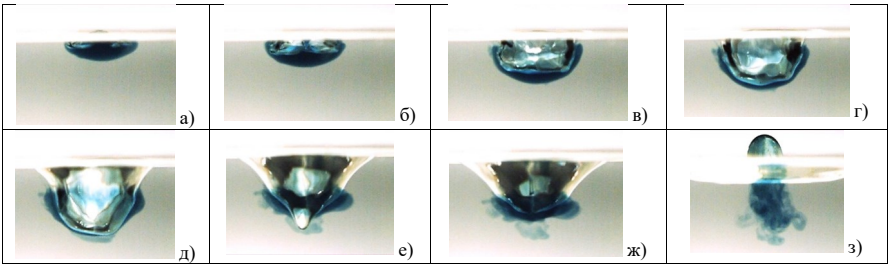


Рис. 2. Слияние капли разбавленного раствора чернил (1:800) с водой в импактном режиме
($\mu = 0.01$ г/см·с, $\rho = 1$ г/см^3, $\sigma = 73$ г/с^2, $D = 4.3$ *мм,* $U = 1.0$ *м/с,* $En_\sigma = 4.2$ μJ, $En_k = 20.8$ μJ, $\mathrm{Re} = 4300$, $\mathrm{Fr} = 24$, $\mathrm{We} = 60$, $\mathrm{Bo} = 2.5$, $\mathrm{Oh} = 0.0018$, $\mathrm{R}_E = 4.95$, $\mathrm{R}_W = 1.7 \cdot 10^{-4}$*)*
а – з) – $t = 3.5, 5.25, 9.0, 11.5, 18, 23.5, 25.25, 43{,}5$ *мс.*

Постепенно диффузия сглаживает тонкое волокнистое распределение плотности в слое. Одновременно формируются границы промежуточного слоя. При коллапсе каверны и начале формирования всплеска стенку каверны продавливают тонкие струйки

в узлах ретикулярной формации. При этом в принимающей жидкости формируется новая система волокнистых петель (Рис.2, *з*).

Картина волокнистого распределения вещества капли в пелене на вершине венца, шипов и облака брызг на начальном этапе слияния капли чернил с водой приведена на Рис. 3, *а.*

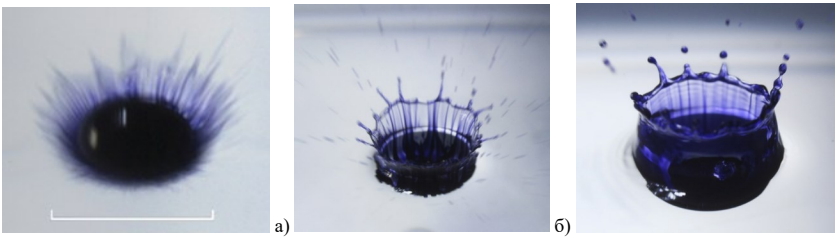


Рис. 3. Эволюция венца и поля брызг при погружении капли чернил ($D = 0.42$ см, $U = 3.9$ *м/с,* $\mathrm{Re} = 16800$, $\mathrm{Fr} = 390$, $\mathrm{We} = 930$, $\mathrm{Bo} = 2.4$, $\mathrm{Oh} = 0.0018$, *метка – 0.5 см)*

Оценка скорости брызг по длине штрихов, которые рассматриваются как размазанные изображения летящих капелек, показывает, что ее значение больше чем на порядок превосходит скорость капли.

По мере развития течения высота венца растет, число и длина шипов уменьшается, диаметры капелек на их вершинах увеличиваются. Сложная картина распределения пигмента в капельках – следствие вовлечения в быстрое течение обеих контактирующих жидкостей. Наличие пигмента отмечается на всей поверхности венца. Быстрые струйки с повышенным содержанием пигмента оставляют яркие тонкие следы на поверхности венца. Сохранение четкости линейчатой структуры течения по мере эволюции течения – свидетельство стабильности азимутального положения быстрых окрашенных струек на границе области контакта сливающихся жидкостей, которые выносят окрашенное вещество из области слияния, где идет уничтожение свободных поверхностей контактирующих жидкостей.

Яркость окраски прозрачного раствора перманганата калия в воде позволяет одновременно проследить эволюцию базовых структурных компонентов картины слиянии жидкостей в импактном режиме – промежуточного слоя, каверны, венца, пелены, шипов и облака брызг. Выборки из видеофильма течения представлены на Рис. 4. Быстро растекающаяся жидкость распределяет вертикальную компоненту импульса падающей капли и формирует плоское дно каверны, к центру которого примыкает узкий слой растущих вертикальных волокон в принимающей жидкости. По мере роста глубины каверны ее форма скругляется, промежуточный слой становится структурно выделенным. Постепенно диффузия выравнивает распределение плотности в слое, который сохраняет свою идентификацию. На последнем кадре выделяются вертикальные волокна в центральной части каверны, более плотно окрашенная нижняя часть и «шапочка» промежуточного слоя, покрывающая дно.

Как показывает анализ полученных оптических изображений течений, возникающих в процессе растекания свободно падающей капли, в формировании структуры течения важную роль играют процессы переноса и трансформации энергии жидкостей, обеспечивающие прямую передачу энергии в течения тонкого масштаба – лигаменты. Именно лигаменты, сингулярно возмущенные компоненты полного решения линеаризованной [1,2] и слабо нелинейной системы фундаментальных уравнений механики жидкостей [3], обеспечивают причинную связь между компонентами течений различной природы – струйками, всплеском, венцом каверной, газовыми пузырьками,

пакетами поверхностных и акустических волн, физические свойства, пространственные и временные масштабы которых заметно отличаются.

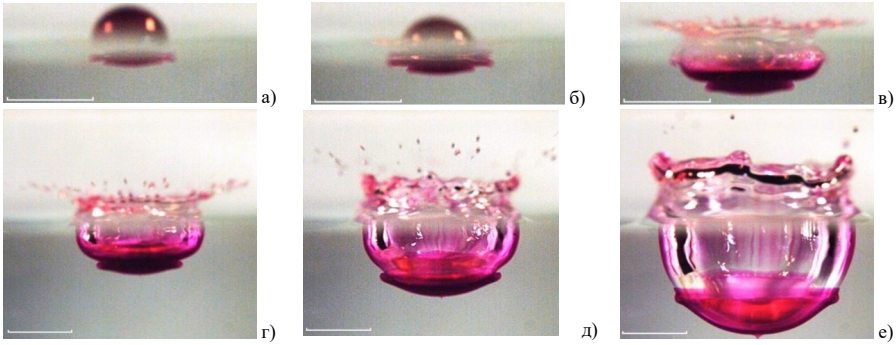


Рис.4. Картина растекания капли разбавленного раствора перманганата калия (1:100) в воде ($\rho_d = 1.0$ г/см^3, $\sigma_d^a = 73$ g/s^2, $\nu_d = 0.01$ cm^2/s, $D = 4.3$ *mm,* $U = 3.1$ *m/s,* $E_\sigma = 4.2$ *μJ,* $E_k =$ *200 μJ,* $\mathrm{Re} = 13300$, $\mathrm{Fr} = 230$, $\mathrm{We} = 570$, $\mathrm{Bo} = 2.5$, $\mathrm{Oh} = 0.0018$, $\mathrm{R}_{En} = En_k / En_\sigma = 48$, $\mathrm{R}_W = 1.66 \cdot 10^{-3}$*): а – е) –* $t = 0.25, 0.5, 1.25, 2.25, 4.0, 8.25$ *мс.*

Актуальной задачей теоретической и экспериментальной гидродинамики становится изучение нелинейных моделей течений с учетом всей совокупности компонентов – и крупных (волн, вихрей, струй) и тонких лигаментов.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598-П). Эксперименты проведены на стендах УИУ "ГФК ИПМех РАН". Авторы благодарны к.ф.-м.н. А.Ю. Ильиных за помощь в проведении экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chashechkin Y.D.* Foundations of engineering mathematics applied for fluid flows // Axioms, 2021, V. 10(4), p. 286.
2. *Chashechkin Yu. D., Ochirov A. A.* Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axioms, 2022, V. 11(8), p. 402.
3. *Chashechkin Yu. D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021, V. 9(6), p. 586.
4. *Чашечкин Ю.Д.* Акустика и гидродинамика импакта капли: два режима излучения звуковых пакетов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2023, V. 1(106), p. 23–43.
5. *Chashechkin Yu.D., Ilinykh A. Y.* Intrusive and impact modes of a falling drop coalescence with a target fluid at rest // Axioms. 2023, V. 12(4), p. 374.

Есина Елена Владимировна, esinared@gmail.com
Чашечкин Юлий Дмитриевич, yulidch@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ПОДАВЛЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НЕРАВНОМЕРНЫМ ВО ВРЕМЕНИ ВРАЩЕНИЕМ

Д.Ю.Жиленко, О.Э.Кривоносова*
НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
*jilenko@imec.msu.ru

Экспериментально исследуется возможность подавления турбулентности в сферическом течении Куэтта - течении вязкой несжимаемой жидкости, формирующимся под действием вращения концентрически расположенных сферических границ вокруг общей оси. Сферический слой сформирован двумя оптически прозрачными коаксиальными сферами, с радиусами внутренней и внешней сфер r_1=0.075 и r_2=0.15m соответственно. Слой наполнялся силиконовым маслом, с вязкостью $\nu \approx 5 \cdot 10^{-5} m^2/s$ при температуре 22^0C. Измерения азимутальной компоненты скорости течения u_φ лазерным анемометром проводились вблизи внешней сферы: на расстоянии 0.078 m от плоскости экватора и 0.105m от оси вращения. Температура в слое поддерживалась постоянной с точностью не менее ±0.05◦C. Скорость вращения внутренней сферы Ω_{10} поддерживалась постоянной, скорость вращения внешней сферы $\Omega_2(t)$ изменялась: $\Omega_2(t) = \Omega_{20} (1 + A \sin(2\pi f t + \varphi))$, где A — амплитуда модуляции, f — частота модуляции, средняя погрешность рассматриваемых величин не превышала 0.05% от заданных значений.

Сначала при встречном вращении границ в отсутствие модуляции (A = 0) формировалось исходное турбулентное течение. Рассматривались три режима течения. ИТ I: $Re_2 = \Omega_{20} r_2^2/\nu$ = -900, $Re_1 = \Omega_{10} r_1^2/\nu$ = 434; ИТ II: Re_2 = -700, Re_1 = 382; ИТ III: Re_2 = -700, Re_1 = 377. Особенностью этих режимов является то, что при уменьшении числа Re_1 и постоянном Re_2 происходит переход к ламинарному, симметричному относительно экватора периодическому режиму течения с тремя вихрями, распространяющимися в азимутальном направлении, и этот переход происходит с гистерезисом. При переходе от описанного ламинарного течения к турбулентности при возрастании числа Re_1 (Re_2 = const) в течении наблюдаются распределенные случайным образом фрагменты пространственных структур характерные для ламинарного режима. Течения ИТ I и ИТ II получены путем повышения Re1 (Re_2 = const). Течение ИТ III находится внутри области гистерезиса и получалось из ИТ II путем уменьшения Re_1 (Re_2 = const). После установления каждого из перечисленных выше исходных турбулентных течений при выбранной величине f амплитуду A увеличивали от нуля до заданного значения (но не более 20% от Ω_{20}).

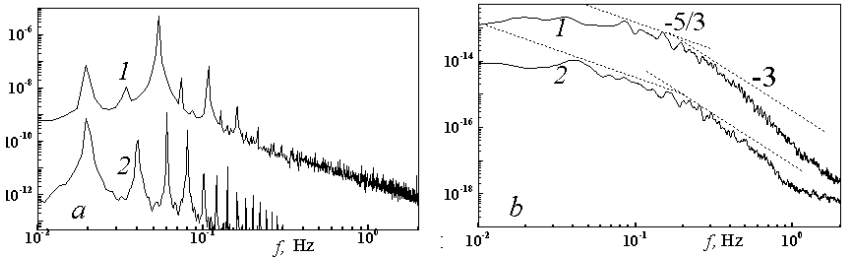


Рис. 1. Спектры u_φ^2 ламинарного (a) и турбулентного (b) течений при f = 0.02Hz. Кривые 1 — ИТ III, A = 0.02; кривые 2 — ИТ II, A = 0.15.

Увеличение A во всех рассмотренных случаях может приводить к подавлению турбулентности, которая сменяется ламинарным течением. В спектре ламинарных течений (рис. 1, а) присутствуют пики на частоте модуляции f = 0.02Hz, пики на собственных частотах f = 0.06Hz при ИТ II и f = 0.053Hz при ИТ III, и их комбинации. Уменьшение A при ИТ I и ИТ II приводит к восстановлению турбулентности. В этом случае при подавлении турбулентности и ее восстановлении наблюдается гистерезис. При ИТ III с уменьшением A ламинарное течение остается. Спектры турбулентных течений, показанные на рис. 1, *b*, соответствуют спектрам двумерной турбулентности, поскольку на меньших частотах можно выделить участок с постоянным углом наклона, близким к величине −5/3, а на больших частотах − к величине −3.

На рис. 2 приведены фрагменты зависимости от времени $\Omega_2(t)$ и $u_\varphi(t)$: *a*, *b* − разрушение турбулентности и переход к ламинарному течению после увеличения A, *c* − восстановление турбулентности после уменьшения A. Также на рис. 2, *a*, *b* приведены зависимости от времени амплитуд на частоте модуляции и на собственных частотах ламинарных режимов. Амплитуды A_f (t) рассчитаны тем же, что и в [11], методом, основанным на использовании преобразования Гильберта (HT): $A_f(t) = |u_f(t) + i\mathrm{HT}(u_f(t))|$, где u_f (t) для каждой из частот определяется исходя из $u_\varphi(t)$ с помощью процедуры фильтрации в полосе частот $f \pm \Delta f$, Δf = 0.005 Hz. Характерное время роста амплитуды от локального минимума, предшествующего стадии окончательного возрастания, до момента разрушения турбулентности составляет примерно один период колебаний (рис. 2, *a*, *b*). При ИТ III модуляция практически не оказывает влияния на форму ламинарной части сигнала (рис. 2, *a*), и в этой части $A_{0.053}(t) \gg A_{0.02}(t)$, где $A_{0.053}(t)$ и $A_{0.02}(t)$ − рассчитанные величины амплитуд на частотах f = 0.053Hz и f = 0.02Hz соответственно. В случае ИТ II амплитуды близки, и видна сильная амплитудная модуляция ламинарной части сигнала (рис. 2, *b*).

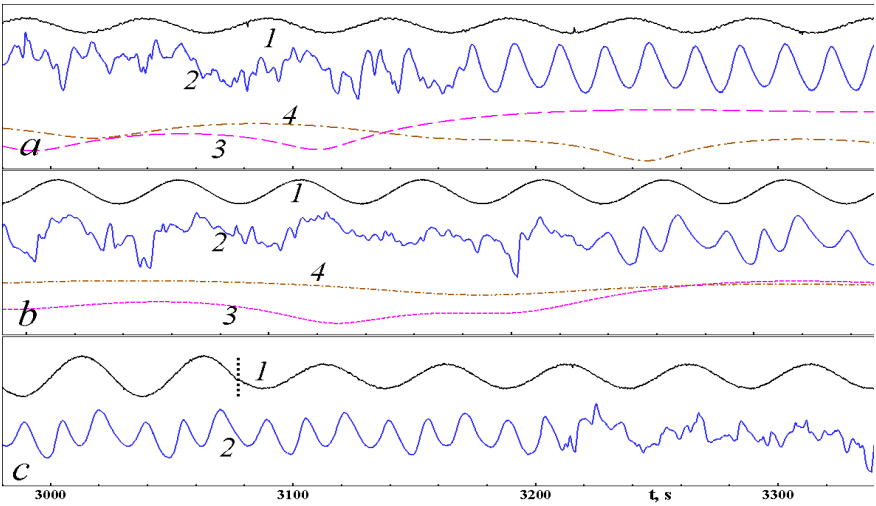


Рис. 2. Зависимость от времени сглаженного сигнала $\Omega_2(t)$ (1), u_φ (2), амплитуды на частоте когерентных структур (3), амплитуды на частоте модуляции f = 0.02Hz (4). a — ИТ III, A = 0.02; b — ИТ II, A = 0.15; c — ИТ II, переход от A = 0.1 к A = 0.059 (момент изменения A показан вертикальной пунктирной линией).

Интересно отметить, что разрушение турбулентности при возрастании A происходит в момент времени, близкий к минимуму $\Omega_2(t)$ (рис. 2, a, b). Восстановление турбулентности после уменьшения A происходит при прохождении максимума $\Omega_2(t)$ (рис. 2, c). олучается, что подавление турбулентности происходит в той области параметров, которая более удалена от границы формирования турбулентности, где уровень стохастичности при стационарном вращении более интенсивен. И наоборот, восстановление турбулентности наблюдается при попадании в область параметров, близкую к границе формирования турбулентности, где уровень стохастичности при стационарном вращении ниже.

Величина амплитуды модуляции A_m, соответствующая подавлению турбулентности, зависит от частоты модуляции f , и эта зависимость существенно нелинейная (рис. 3). В диапазоне изменения f от 0.01 до 0.018Hz A_m увеличивается по мере роста частоты. Это может объясняться более быстрым пространственным затуханием в радиальном направлении более высоких частот. В диапазоне изменения f от 0.018 до 0.02Hz наблюдается локальный минимум величины A_m. Частота, соответствующая локальному минимуму, оказывается близкой к 1/3 от собственной частоты ламинарных режимов. Поскольку в ламинарном сигнале три вихря, указанная частота соответствует частоте прохождения одного вихря. Поэтому можно сделать вывод, что турбулентность наиболее восприимчива к возмущениям, частота которых соответствует частоте прохождения одного вихря предшествующего турбулентности периодического течения.

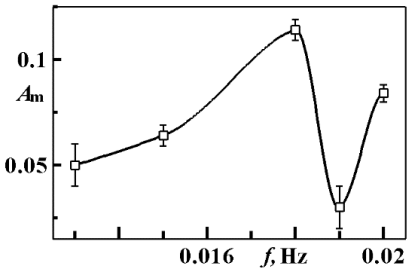


Рис. 3. Зависимость амплитуды модуляции A_m, соответствующей подавлению турбулентности, от частоты модуляции f для ИТ III. *Вертикальные линии соответствуют величине шага ступенчатого изменения A, при котором происходило подавление турбулентности.*

Таким образом, модуляция скорости внешней сферы на частоте, не превышающей частоты прохождения одного вихря в предшествующем турбулентности ламинарном течении, может привести к подавлению турбулентности. Как возрастание амплитуды сигнала на частоте когерентных структур, так и разрушение турбулентности происходят в моменты времени вблизи минимума скорости внешней сферы. Восстановление турбулентности при снижении амплитуды модуляции происходит в моменты времени, близкие к максимуму скорости внешней сферы, и при меньших величинах амплитуд модуляции, чем при ее подавлении.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 23-29-00051.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жиленко Д. Ю., Кривоносова О.Э. Подавление турбулентности в течениях с вращением // Письма в журнал технической физики. 2019. Т. 45(17). С. 20.

Жиленко Дмитрий Юрьевич, jilenko@imec.msu.ru
Кривоносова Ольга Эрленовна, olga@imec.msu.ru

—— ♦♦♦ ——

УМЕНЬШЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ ПРИ МОДУЛЯЦИИ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Д.Ю. Жиленко[1], О.Э. Кривоносова[1], Д.Е. Сороковых[2]*
[1]НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
[2]Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
[*]jilenko@imec.msu.ru

ВВЕДЕНИЕ

Основным свойством турбулентных течений является наличие инерционного интервала переноса энергии. Взаимное расположение участков энергетического спектра и их наклон в инерционном интервале определяют вид турбулентности. В трехмерной турбулентности наблюдается прямой каскад переноса энергии от больших к меньшим масштабам. Зависимость энергетического спектра $E(k)$ от волнового числа k в трехмерной турбулентности имеет вид $E(k) \sim k^{-5/3}$ для изотермических течений и $E(k) \sim k^{-11/5}$ для стратифицированных по температуре течений. В двумерной турбулентности принято выделять два инерционных интервала, разделенных интервалом волновых чисел, в котором к течению подводятся энергия и энстрофия. При меньших частотах наблюдается обратный каскад передачи кинетической энергии от меньших масштабов к большим с зависимостью $E(k) \sim k^{-5/3}$, а при больших частотах - прямой каскад переноса энстрофии с зависимостью $E(\mathrm{k}) \sim k^{-3}$. Двумерная и трехмерная турбулентность могут наблюдаться в разных областях одного и того же течения (например, в слоях смешения и струях). Переход от трехмерной к двумерной турбулентности в течении может происходить при наличии внешней вынуждающей силы и вращения.

Сочетание вращения и сферической геометрии, характерное для крупномасштабных геофизических процессов, присуще и сферическому течению Куэтта (СТК) — течению вязкой несжимаемой жидкости, вызванному вращением концентрически расположенных сферических границ вокруг общей оси. Цель настоящей работы - экспериментальное и численное исследование влияния модуляции скорости вращения внутренней сферы на свойства развитых турбулентных течений во вращающемся сферическом слое.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Эксперименты проводились в сферическом слое, сформированном двумя оптически прозрачными коаксиальными сферами, с радиусами внутренней и внешней сфер r_1=0.075 и r_2=0.15m соответственно. Слой наполнялся силиконовым маслом, с вязкостью $\nu \approx 510^{-5}\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ при температуре 22^0C. Измерения азимутальной компоненты скорости течения u_φ лазерным анемометром проводились вблизи внешней сферы: на расстоянии 0.078 m от плоскости экватора и 0.105m от оси вращения.

Изотермические течения вязкой несжимаемой жидкости во вращающемся сферическом слое описываются уравнениями Навье-Стокса и неразрывности:

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} = \boldsymbol{U} \times rot\boldsymbol{U} - grad\left(\frac{p}{\rho} + \frac{\boldsymbol{U}^2}{2}\right) - \nu rotrot\boldsymbol{U},\ div\boldsymbol{U} = 0$$

Здесь $\boldsymbol{U}$, p - поле скорости течения и давление соответственно, ρ, ν - плотность и кинематическая вязкость жидкости. Граничными условиями являются прилипание и непротекание, которые в сферической системе координат с радиальным (r), полярным (θ) и азимутальным направлениями (φ) могут быть представлены в следующем виде:

$$u_\varphi(r = r_k) = \Omega_k(t) r_k \sin\theta, \quad u_r(r = r_k) = 0,\ u_\theta(r = r_k) = 0,\ k = 1,2$$

здесь u_φ, u_r, u_θ - азимутальная, радиальная и полярная компонент скорости $\boldsymbol{U}$, индексы 1 и 2 относятся к внутренней ($k = 1$) и внешней ($k = 2$) твердым сферическим границам, Ω_1 и Ω_2 - угловые скорости вращения сфер. Расчеты проводились по алгоритму, разработанному в [1].

Как в расчете, так и в эксперименте скорость вращения внешней сферы была постоянна $\Omega_2 = \text{const}$, скорость вращения внутренней сферы изменялась во времени: $\Omega_1(t) = \Omega_{10}(1 + A\sin(2\pi ft + \varphi))$.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В отсутствие модуляции как в экспериментальном, так и расчетном спектрах можно выделить участок с постоянным углом наклона, близким к величине −11/5 (рис. 1, *a*). Выше отмечалось, что зависимость вида $E(k) \sim k^{-11/5}$ была обнаружена в стратифицированных по температуре течениях. Необходимо отметить, что общим свойством рассматриваемого турбулентного течения и турбулентных конвективных течений является наличие крупномасштабной циркуляции и, возможно, именно это является причиной формирования подобных спектров. Под воздействием модуляции (рис. 1, b) спектры изменяются, появляются спектры, характерные для двумерной турбулентности: с наклоном −5/3 на меньших частотах и наклоном −3 на больших частотах.

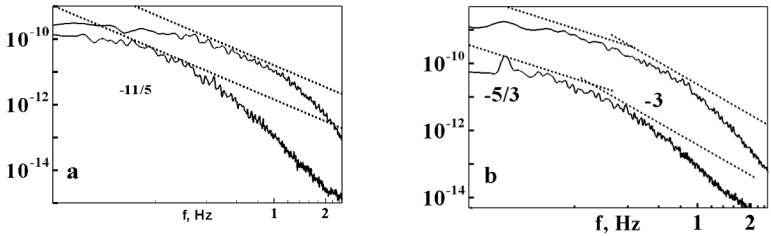


Рис. 1. Спектры u_φ^2 (a, b). a — A = 0, b — A = 0.02; верхние кривые — расчет, нижние — эксперимент, для удобства сравнения кривые сдвинуты по оси ординат.

Изменение вида спектров является следствием изменения свойств турбулентных пульсаций скорости. Так, изображенные на рис. 2, *a* зависимости среднеквадратичных отклонений u_φ $rms(u_\varphi) = \sqrt{\frac{1}{N_t}\sum_{n=1}^{N_t}\left(u_\varphi(n, r) - \overline{u_\varphi(r)}\right)^2}$ от A показывают наличие локальных минимумов при $A < 0.05$, и чем меньше величина f , тем более выражен этот минимум. Таким образом, при небольших амплитудах модуляции возможно уменьшение уровня турбулентных пульсаций по сравнению со случаем $A = 0$. В том диапазоне изменения A,

где происходит переход от трехмерной турбулентности к двумерной в случае f = 0.08Hz, наблюдаются наибольшие отличия в уровне турбулентных пульсаций: для двумерной турбулентности они существенно ниже, чем для трехмерной.

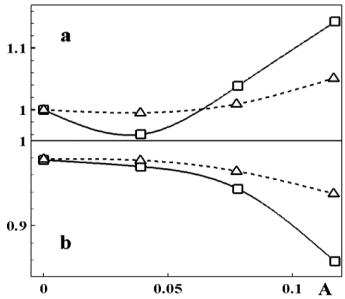


Рис. 2. Эксперимент: a − величины rms u_φ /rms u_φ (A = 0); b − величины rms(u_φ − u_{coh}) /rms u_φ

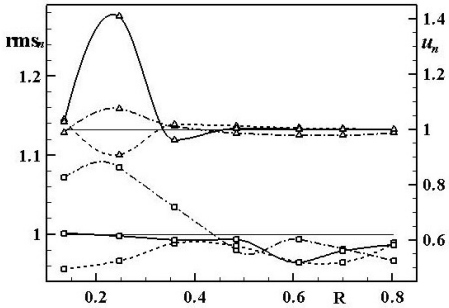


Рис. 3. Расчет: зависимости u_n, (треугольные символы) и rms$_n$, (прямоугольные символы) от нормированного расстояния между сферами R для A = 0.007 и трех значений меридионального угла. Прерывистые линии с точками — θ = 21.3°, прерывистые линии — θ = 52.9°, сплошные линии — θ = 89.8°. Горизонтальные линии соответствуют величинам, равным единице.

Величины u_φ и rms (u_φ), нормированные на эти же величины, но в отсутствие модуляции, $u_n = u_\varphi$ / u_φ (A=0) и rms$_n$ = rms (u_φ)/ rms (u_φ) (A=0), приведены на рис. 3. При малых амплитудах модуляции A = 0.007 наиболее сильное изменение величин un наблюдается в области влияния внутренней сферы, вблизи R = 0.247 (рис. 3, верхняя часть), в остальных областях течения отношение скоростей близко к единице. Величины rms$_n$ повышаются только вблизи оси вращения (θ = 21.3°) при R < 0.48, тогда как на средних широтах и вблизи экватора во всем диапазоне изменения R наблюдается небольшое снижение (до 5%) этой величины (рис. 3). Таким образом, при малых амплитудах модуляции во всем течении за исключением приосевой области возможно снижение уровня турбулентных пульсаций скорости по сравнению со случаем A = 0 [2], что согласуется с результатами экспериментов [3] (рис. 2).

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 23-29-00051.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nikitin N.* Finite-difference method for incompressible Navier–Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // J. Comp. Phys. 2006. Vol. 217. p. 759–781.
2. *Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.* Синхронизация в турбулентном сферическо течении Куэтта под действием неравномерного вращения // ЖТФ. 2019. Т. 89(7). С. 998–1003.
3. *Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.* Изменение свойств турбулентных течений в сферическом слое под действием модуляции скорости вращения // Письма в ЖТФ. 2017. Т.43(10). С.87–94.

Жиленко Дмитрий Юрьевич, jilenko@imec.msu.ru
Кривоносова Ольга Эрленовна, olga@imec.msu.ru
Сороковых Дмитрий Евгениевич, sorokovykh.de19@physics.msu.ru

—— ♦♦♦ ——

ВОЛНООБРАЗНЫЕ СТРУКТУРЫ В УСТОЙЧИВО СТРАТИФИЦИРОВАННОМ АТМОСФЕРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПО ДАННЫМ НАЗЕМНОГО ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Д.В. Зайцева, В.С. Люлюкин, Д.Д. Кузнецов, Н.В.Вазаева*
Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук, Москва
zaycevadv@gmail.com

Волнообразные движения с периодами от десятка секунд до нескольких десятков минут регулярно регистрируются в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое (УАПС). В частности, колебания расположения турбулизированных слоёв наблюдаются в поле эхо-сигналов наземных дистанционных средств зондирования атмосферы [например, 1, 2]. Такие колебания обычно интерпретируются как проявление внутренних гравитационных волн (ВГВ), захваченных в УАПС. Волнообразные движения могут оказывать значительное влияние на структуру и динамику УАПС [например, 3]. В последние два десятилетия, в связи с проблемами краткосрочного локального прогноза высокого разрешения, интерес к исследованиям взаимодействия волн и турбулентности в УАПС усилился.

В работе были использованы данные многолетних измерений, проводимых в пригородной местности на Звенигородской научной станции Института физики атмосферы РАН. Доплеровский акустический локатор (содар) серии ЛАТАН-3 [4] измерял вертикальные профили интенсивности эхо-сигнала, пропорционального структурной характеристики температуры, а также профили компонент скорости ветра. Для регистрации ВГВ проводился визуальный анализ высотно-временных развёрток содарного эхо-сигнала (эхограмм). По вертикальной структуре эпизоды волновой активности разделялись на два класса — внутрениие гравитационно-сдвиговые волны (рис. 1а) и волны плавучести (рис. 1б).

В результате анализа более 7.5 лет измерений было зарегистрировано ~1000 эпизодов волновой активности. Для обоих классов волн были рассмотрены частота их повторяемости, сезонная и суточная изменчивость. Была исследована взаимосвязь параметров вертикальных профилей ветра и температуры с параметрами волновых цугов и частотой их появления.

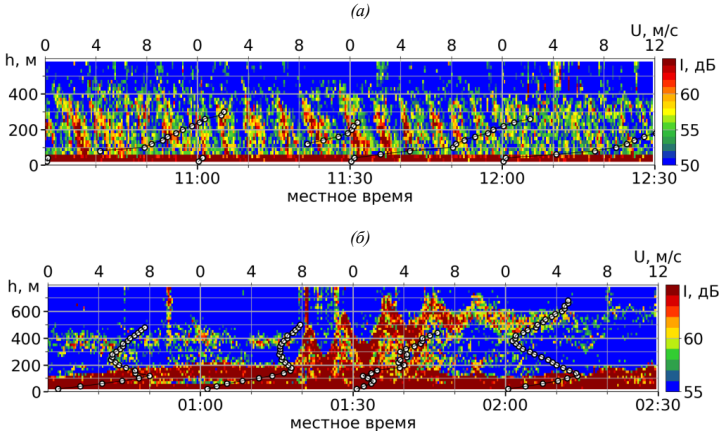


Рис. 1. Примеры регистрации на содарных эхограммах (а) цуга внутренних гравитационно-сдвиговых волн в форме наклонных полос; (б) цуга волн плавучести в форме колебания высоты расположения приподнятого инверсионного слоя.

Для 38 случаев был проведён анализ влияния цугов волн на измеряемые характеристики турбулентности. Были исследованы изменения турбулентной кинетической энергии и потоков тепла и импульса, сопутствующие наблюдению ВГВ, а также сделаны количественные оценки этих изменений.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследования выполнены при поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых учёных-кандидатов наук (проект № МК-5516.2022.1.5)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Petenko I., Mastrantonio G., Viola A. и др.* Wavy vertical motions in the ABL observed by sodar // Boundary-layer meteorology. 2012. Т. 143(1). С. 125–141.
2. *Люлюкин В.С., Каллистратова М.А., Кузнецов Р.Д. и др*. Внутренние гравитационно-сдвиговые волны в атмосферном пограничном слое по данным акустической локации // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51(2). С.218–229
3. *Sun J., Nappo C.J., Mahrt L. и др.* Review of wave-turbulence interactions in the stable atmospheric boundary layers // Journal of the atmospheric sciences. 2015. Т. 53(3). С. 956–993.
4. *Кузнецов Р.Д.* Акустический локатор ЛАТАН-3 для исследования атмосферного пограничного слоя // Оптика атмосферы и океана. 2007. Т. 20(8). С. 749–753.

Зайцева Дарья Владимировна, zaycevadv@gmail.com
Люлюкин Василий Сергеевич, lyulyukin@gmail.com
Кузнецов Дмитрий Дмитриевич, mikrer@yandex.ru
Вазаева Наталья Викторовна, ifanataly@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

О ПРИБРЕЖНЫХ АПВЕЛЛИНГАХ И ДАУНВЕЛЛИНГАХ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ВИХРЕВОЙ ДИНАМИКОЙ ВОД В СЕВЕРО-ВОСТОЧНОЙ ЧАСТИ ЧЕРНОГО МОРЯ

А.Г. Зацепин, О.И. Подымов*
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва
*zatsepin@ocean.ru

Физическую природу апвеллингов в Мировом океане обычно связывают с ветровым воздействием, экмановским переносом поверхностных вод от берега и компенсирующим восходящим движением глубинных вод [1–4]. В прибрежной зоне Черного моря ветер также считается основной причиной прибрежных апвеллингов [5]. Однако направление и интенсивность вдольбереговых геострофических течений в верхнем слое океана также играют важную роль в формировании апвеллингов и даунвеллингов, причем такие течения зачастую не имеют прямой связи с ветром [6,7].

Для Черного моря характерна циклоническая циркуляция, которая влияет на весь бассейн и вызывает подъем вод в его центральной части и их опускание на периферии. Основным структурным элементом этой циркуляции является Основное черноморское течение (ОЧТ) - кольцевое бароклинное течение с максимальной скоростью вблизи поверхности моря. Стрежень ОЧТ в среднем расположен возле подножия черноморского континентального склона, примерно в 20–30 км от берега в северо-восточной части моря, где шельф и материковый склон – узкие. Скорость ОЧТ, в среднем составляющая 0,15-0,25 м/с, но иногда превышающая 1 м/с, быстро уменьшается с глубиной, убывая в несколько раз в области перманентного пикно-халоклина (далее - пикноклин), который расположен в диапазоне глубин 50–200 м. Вертикальный турбулентный перенос в этом слое сильно подавлен. Из-за этого вертикальный поток растворенного кислорода оказывается недостаточным для того, чтобы эффективно окислить органическое вещество и, начиная с нижней части пикноклина и до дна моря, располагается бескислородная зона, зона сероводородного заражения вод. Следует отметить, что динамика вод активно влияет на процессы вертикального перемешивания и вентиляцию вод пикноклина, а также на положение границы между кислородосодержащими и бескислородными водами.

В северо-восточной части моря, где шельфово-склоновая зона – узкая, из-за меандрирования ОЧТ его стрежень, то приближается к берегу (в циклоническом меандре), то отдаляется от него (в антициклоническом меандре). Вследствие этого течение в прибрежной зоне демонстрирует преимущественно бимодальное поведение. Циклонический меандр вызывает усиление северо-западного течения. Антициклонический - создает антициклонический вихрь и изменяет направление вдольберегового течения на юго-восточное. Вследствие геострофического приспособления поля плотности к полю течения, при этом должна изменяться глубина залегания изопикн в пикноклине и изотерм в сезонном термоклине (далее – термоклин).

На основе анализа данных долговременных совместных измерений вертикальных распределений температуры, плотности и скорости течения на акватории полигона «Геленджик» показано, что квазипериодические подъемы и опускания изопикн и изотерм на шельфе и верхней части континентального склона на синоптическом временном масштабе (5-15 суток), действительно, связаны с изменениями направления и силы вдольберегового течения и геострофическим приспособлением поля плотности к полю скорости [8, 9]. Циклонические и антициклонические меандры ОЧТ (рис. 1) медленно перемещаются вдоль берега с юго-востока на северо-запад. Вследствие этого, в точке наблюдения на шельфе или, в верхней части континентального склона, возникает

квазипериодическое изменение направления вдольберегового течения с северо-западного (циклонический меандр ОЧТ) на юго-восточное (антициклонический меандр ОЧТ, или антициклонический мезомасштабный вихрь). Полный период смены знака течения в среднем составляет около 10 суток. На фазе северо-западного течения пикноклин и термоклин опускаются (фаза даунвеллинга), что приводит к увеличению их толщины и толщины верхнего квазиоднородного слоя (ВКС). На фазе юго-восточного течения пикноклин и термоклин поднимаются (фаза апвеллинга) и сжимаются по вертикали, уменьшается также толщина ВКС.

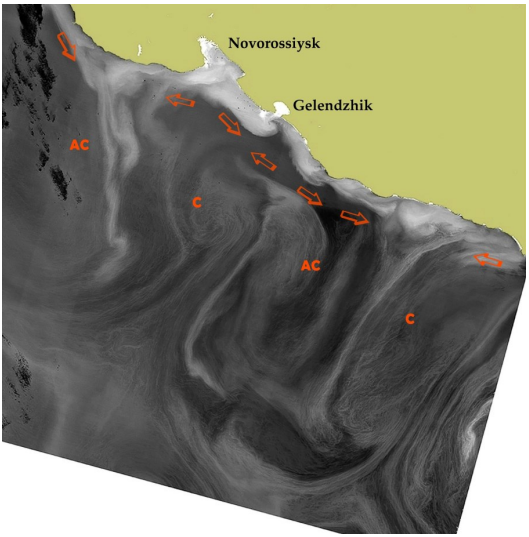


Рис.1. Череда циклонических (С) и антициклонических (АС) меандров ОЧТ и вихрей в северо-восточной части Черного моря. Красными стрелками показаны знакопеременные вдольбереговые течения на шельфе и верхнейчасти континентального склона. Спутниковый снимок, Ландсат-8, 15 апреля 2015 г. (предоставлен С.В Станичным, ФИЦ МГИ РАН).

Установлены статистически значимые линейные зависимости вертикальных смещений изопикн и изотерм от скорости вдольберегового течения, позволяющие оценивать величину «геострофического» апвеллинга или даунвеллинга по данным измерений профиля скорости течения в верхней части континентального склона, на внешнем и внутреннем шельфе. Оценены значения амплитуды колебаний изопикн в пикноклине и изотерм в термоклине, показана их квазисинфазность. При этом отмечено, что геострофический апвеллинг, как правило, бывает неполным, т.е. слой скачка температуры и термоклин не выходят на поверхность моря.

Тем не менее, важным следствием геострофического апвеллинга является приближение сезонного термоклина к поверхности моря, благодаря чему интенсивное воздействие ветра любого направления вызывает значительное турбулентное вовлечение термоклинных вод в ВКС, способствует его охлаждению и обогащению биогенными элементами. Результатом этого может быть повышенная первичная продуктивность: совпадение сильного ветра и геострофического апвеллинга должно оказывать синергетическое воздействие на первичную продуктивность вод прибрежной экосистемы.

Вертикальные колебания изопикн, вызванные геострофическими апвеллингами и даунвеллингами, приводят квазипериодическим изменениям положения нижней границы кислородной зоны и верхней границы сероводородной зоны, которые могут оказывать влияние на структуру биологических сообществ и глубину распространения бентоса на черноморском шельфе.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме госзадания FMWE-2021-0002 и при поддержке гранта РНФ №23-17-00056.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ekman V.W.* On the influence of the Earth's rotation on ocean-currents // Ark. Foer Mat. Astron. Och Fys. 1905, 2, 1-53.
2. *Gill A.E., Clarke A.J.* Wind-induced upwelling, coastal currents, and sea-level changes // Deep-Sea Res. 1974, 21, 325–345.
3. *Yentsch C.S.* The influence of geostrophy on primary production // Tethys 1974, 6, 111–118.
4. *Kampf J., Chapman P*. Upwelling Systems of the World; Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 2016; p. 433.
5. *Stanichnaya R.R., Stanichny S.V.* Black Sea upwellings // Sovrem. Probl. Distantsionnogo Zondirovaniya Zemli Iz Kosmosa 2021, 18, 195–207. (In Russian)
6. *Gawarkiewicz G., Korotaev G., Stanichny S., Repetin L., Soloviev D.* Synoptic upwelling and cross-shelf transport processes along the Crimean coast of the Black Sea // Cont. Shelf Res. 1999, 19, 977–1005.
7. *Zhurbas V., Oh I.S., Park T*. Formation and decay of a longshore baroclinic jet associated with transient coastal upwelling and downwelling: A numerical study with applications to the Baltic Sea // J. Geophys. Res. 2006, 111, C04014.
8. *Зацепин А.Г., Островский А.Г., Кременецкий В.В.* и др. О природе короткопериодных колебаний основного черноморского пикноклина, субмезомасштабных вихрях и реакции морской среды на катастрофический ливень 2012 г. // ФАО. 2013. №6. С.717–732.
9. *Podymov O.I., Ocherednik V.V., Silvestrova K.P., Zatsepin A.G.* Upwellings and Downwellings Caused by Mesoscale Water Dynamics in the Coastal Zone of Northeastern Black Sea // J. Mar. Sci. Eng. 2023, 11, 1628. https://doi.org/10.3390/jmse11081628

Зацепин Андрей Георгиевич, zatsepin@ocean.ru
Подымов Олег Игоревич, huravela@yahoo.com

—— ♦♦♦ ——

УСТОЙЧИВОСТЬ СТОЛБИКА ТЕЙЛОРА-ПРАУДМАНА, СОЗДАВАЕМОГО ДВИЖУЩЕЙСЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ СФЕРОЙ

Е.А. Звягинцева, Е.М. Кудымова, О.А. Власова, В.Г. Козлов*
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь
*zvyagintsevkat@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Движение тел во вращающейся жидкости является одной из фундаментальных задач, впервые рассмотренной теоретически Тейлором в работе [1]. Далее теоретическое и экспериментальное развитие данная тема получила в работах Мура и Саффмана [2], а также Максвози [3]. Экспериментальному изучению движения тела во вращающейся жидкости посвящена работа [4]. В данной работе всплытие легкой сферы в поле силы тяжести вдоль оси вращающегося цилиндра характеризовалось двумя безразмерными параметрами. Один из них – безразмерная скорость всплытия (отношение скорости всплытия во вращающейся жидкости к скорости свободного всплытия тела) $V = v_b \cdot \nu / (gd^2(1-\rho))$. Здесь v_b – размерная осевая скорость движения тела, ν – кинематическая вязкость жидкости, d – диаметр тела, ρ – относительная плотность тела. Вторым управляющим параметром является безразмерная частота вращения $\omega = \Omega_{rot} \cdot d^2 / \nu$, где Ω_{rot} – угловая скорость вращения полости. Найденная экспериментальная зависимость $V = 15\omega^{-1,57}$ удовлетворительно согласуется с теоретическими результатами [2], полученными в квазигеострофическом приближении, расхождение уменьшается с повышением безразмерной частоты.

Опыты показали, что тело в процессе всплытия совершает дифференциальное вращение относительно полости. Скорость дифференциального движения тела Ω_b меняется по мере всплытия тела: вблизи нижнего торца скорость положительна (тело совершает интенсивное опережающее вращение относительно полости) и по мере всплытия тела уменьшается. В средней по длине части кюветы скорость становится равной нулю (тело совершает твердотельное вращение вместе с кюветой), после чего она меняет свой знак на отрицательный; по мере приближения к верхнему торцу скорость отстающего дифференциального вращения тела нарастает по величине. Дифференциальное вращение тела определяется асимметрией переднего и заднего столбиков Тейлора-Праудмена, интенсивность вращения которых изменяется с их длиной. При относительно низких безразмерных частотах структуры столбиков Тейлора-Праудмена устойчивы, и дифференциальное движение жидкость совершает только в их пределах, за пределами столбиков жидкость вращается практически твердотельно с полостью.

Однако в области высоких безразмерных частот обнаружено пороговое возбуждение неустойчивости осесимметричного столбика Тейлора-Праудмена, проявляющейся в развитии регулярной системы двумерных вихревых структур на его границе.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование этой не изученной проблемы – устойчивости столбиков Тейлора-Праудмена, создаваемых движущимся во вращающейся жидкости телом.

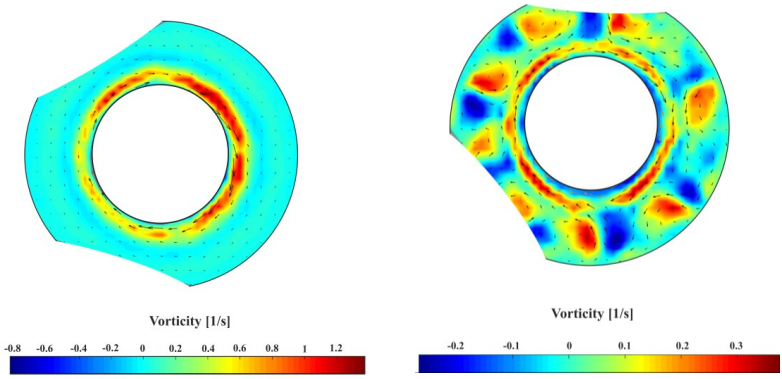
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА

Установка состоит из прозрачной цилиндрической кюветы внутренним диаметром 5.3 см и длиной 22.5 см, в которой находится легкое сферическое тело диаметром 2.40 см и плотностью $\rho = 0.90$ г/см^3. Кювета приводится во вращение шаговым двигателем, скорость вращения варьируется в диапазоне 9 – 17 об/с.

В экспериментах используются водный раствор глицерина, вязкость которого составляет $\nu = 1.66$ сСт. Изучение полей скорости в полости выполняется методом PIV (Particle Image Velocimetry) в различных по высоте поперечных сечениях, а также в вертикальном осевом сечении.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты показывают, что неустойчивость развивается позади движущегося тела по достижении некоторого порогового значения частоты вращения полости. В допороговой области за пределами столбика Тейлора-Праудмена жидкость совершает сравнительно слабое осесимметричное вращение, в то время как жидкость, находящаяся внутри столбика Тейлора-Праудмена, совершает интенсивное осесимметричное дифференциальное опережающее вращение. Обнаружено, что при вращении полости со скоростью выше некоторого порогового значения столбик теряет устойчивость, и за его пределами развиваются вытянутые вдоль оси вращения двумерные вихревые структуры, интенсивность которых возрастает по мере увеличения скорости вращения полости (рис.1).



(а) (б)

Рис.1. Характерный вид полей скорости за пределами столбика Тейлора-Праудмена позади всплывающего тела в поперечном сечении вращающегося цилиндра на расстоянии 4.9 см от дна полости: а) – при скорости вращения полости f_{rot} *= 9 об/с, б) – при* f_{rot} *= 15 об/с. Вязкость жидкости* $\nu = 1.66$ *сСт, положение тела относительно дна полости* l_z *=15.8 см.*

Если рассматривать движение жидкости внутри столбика и за его пределами в надкритической области скоростей вращения полости, то можно заметить, что интенсивность (скорость) движения жидкости внутри столбика Тейлора-Праудмена на несколько порядков выше интенсивности движения жидкости за пределами столбика (рис.2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально изучена структура течений жидкости во вращающемся вертикальном цилиндре при движении сферического тела вдоль его оси. Показано, что тело возбуждает движение в виде столбика Тейлора – Праудмена, в котором жидкость совершает интенсивное дифференциальное вращение. При умеренных скоростях вращения полости жидкость совершает осесимметричное движение в столбике и за его пределами. Обнаружено, что при повышении безразмерной скорости вращения осесимметричное движение пороговым образом теряет устойчивость, вблизи столбика Тейлора – Праудмена образуются двумерные вытянутые вдоль оси вращения вихревые структуры. Неустойчивость развивается в столбике, расположенном позади движущегося тела и совершающем опережающее дифференциальное вращение.

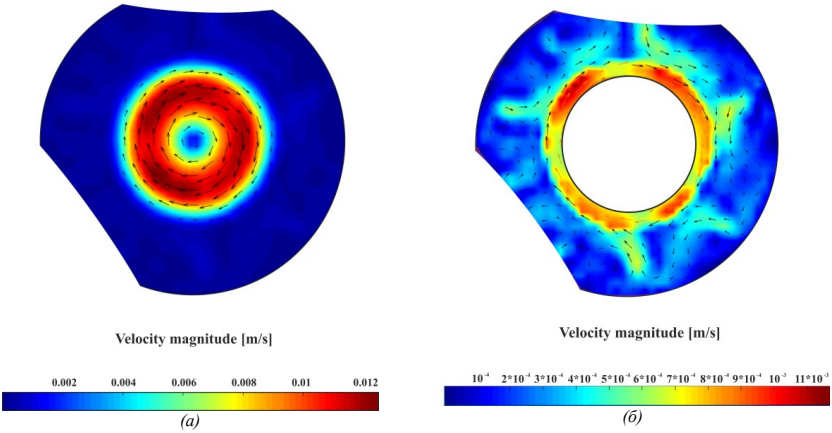


Рис. 2. Сравнение скорости движения жидкости: а) – в столбике Тейлора-Праудмена, б) – за пределами столбика. Частота вращения полости f_{rot} = 15 об/с. Вязкость жидкости $\nu = 1.66$ сСт, тело находится на расстоянии l_z =15.8 см от дна полости.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства просвещения РФ (проект KPZU-2023-0002).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Taylor G. I.* Motion of Solids in Fluids when the Flow is not Irrotational // Proceedings of the Royal Society. 1916. A92. 408–424.
2. *Moore D.W., Saffman P.G.* The rise of a body through a rotating fluid in a container of finite length // J. Fluid Mech. 1968. 31. 635–642.
3. *Maxworthy T.* The observed motion of a sphere through a short, rotating cylinder of fluid // J. Fluid Mech. 1968. 31. 643–655.
4. *Kozlov V., Zvyagintseva E., Kudymova E., Romanetz V.* Motion of a light free sphere and liquid in a rotating vertical cylinder of finite length // Fluids 2023. 8. 49.

Звягинцева Екатерина Александровна, zvyagintsevkat@gmail.com
Кудымова Екатерина Михайловна, kudymovakat@gmail.com
Власова Ольга Андреевна, vlasova_oa@pspu.ru
Козлов Виктор Геннадьевич, kozlov@pspu.ru

—— ♦♦♦ ——

ДВИЖЕНИЕ ЛЕГКОГО СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА И ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ

Е.А.Звягинцева, Е.М. Кудымова, В.Я. Романец, В.Г. Козлов*
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь
kudymovakat@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Движение жидкости во вращательной системе является интересным явлением в природе, которое широко используется в науке и технике. Движением жидкости во вращающемся цилиндре, а особенно движением твердого сферического тела, всплывающего в этой жидкости, занимался Тейлор[1]. В своем исследовании ученый показал, что движение жидкости в быстро вращающейся полости является двумерным. Течения, возбуждаемые движущимся во вращающейся жидкости твердым сферическим телом, позднее получили название столбиков Тейлора – Праудмена.

В работах [2, 3] при экспериментальном изучении и теоретическом описании движения твердого сферического тела во вращающейся жидкости показано, что сферическое тело, движущееся вдоль оси вращающегося цилиндра, толкает перед собой (тянет за собой) столбики Тейлора – Праудмена. За пределами этих столбиков в пределе высоких скоростей вращения жидкость совершает твердотельное вращение вместе с полостью. При этом жидкость обтекает тело только в тонком вязком слое (слое Экмана), который формируется вблизи поверхности тела. Все это приводит к генерации вихревого движения в самих столбиках Тейлора – Праудмена, отстающего – перед телом и опережающего – позади тела.

Ранее данная задача изучалась преимущественно теоретически, поэтому целью данного исследования является экспериментальное изучение движения свободного тела в полости конечной длины в области высоких безразмерных частот вращения полости [4].

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ

Экспериментальная установка состоит из цилиндрической кюветы, в которой находится легкое сферическое тело. Диаметр кюветы составляет 5.3 см, а длина - 22.5 см. В качестве легкого сферического тела используется резиновый шарик диаметром 2.40 см и плотностью $\rho_S = 0.90$ г/см^3. В качестве рабочей жидкости используются водные растворы глицерина, вязкость которых варьируется в интервале $\nu = 1-100$ сСт.

Скорость вращения кюветы изменяется в диапазоне 0 – 20 об/с, при помощи шагового двигателя. Положение кюветы (горизонтальное, под углом к горизонту или вертикальное) может изменяться в процессе эксперимента.

Для изучения скорости движения тела и его вращения относительно полости в процессе всплытия во вращающейся вертикальной полости применялась скоростная видеосъемка тела камерой, расположенной с боковой стороны. Изучение полей скорости в полости выполнялось методом PIV (Particle Image Velocimetry) в различных по высоте поперечных сечениях, а также в вертикальном осевом сечении.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Эксперименты показывают, что независимо от вязкости жидкости скорость подъема тела понижается при повышении скорости вращения кюветы. В то же время при заданной скорости вращения с повышением вязкости жидкости скорость движения сферического тела повышается, т.е. в вязкой жидкости тело всплывает быстрее.

Наблюдения показывают, что в ходе перемещения вдоль оси кюветы тело совершает дифференциальное вращение относительно полости. Вблизи нижнего торца кюветы тело вращается быстрее, т.е. движется с опережением. В средней по длине части полости дифференциальное вращение отсутствует: тело вращается в лабораторной системе отсчета со скоростью, равной скорости вращения кюветы. В верхней части тело совершает отстающее вращение. При этом скорость осевого движения тела v_b остается практически постоянной и слабо зависит от положения тела относительно дна полости:

лишь вблизи торцов полости скорость продольного движения незначительно понижается.

Для характеристики движения легкого сферического тела использовались безразмерная скорость всплытия $\mathrm{V} = v_b \cdot \nu / (gd^2(1-\rho))$, где ρ - относительная плотность тела и безразмерная скорость вращения $\omega \equiv \Omega_{rot} d^2 / \nu$, где Ω_{rot} - угловая скорость вращения полости.

В ходе эксперимента было выяснено, что во вращающейся полости формируются осесиметричные столбики Тейлора – Праудмена, которые расположены вдоль оси вращения. Азимутальная скорость движения жидкости внутри столбиков отличается от скорости вращения за его пределами (рис.1.). Диаметр столбиков согласуются с диаметром всплывающего тела.

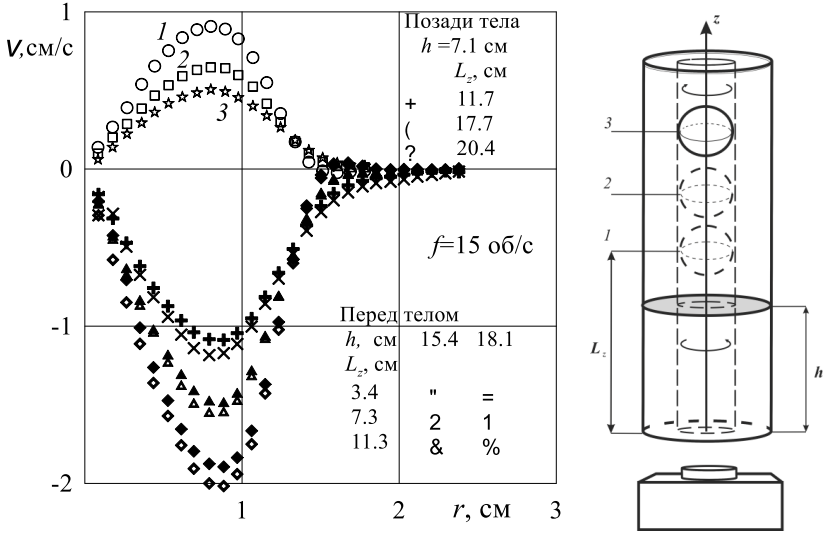


Рис.1. Азимутальная (тангенциальная) скорость дифференциального движения жидкости в зависимости от расстояния до оси вращения в разных сечениях полости при различном положении тела в полости. Схема измерения поля скорости позади движущегося тела.

Результаты экспериментов показывают, что нижний и верхний столбики Тейлора – Праудмена практически одинаковы, основное отличие заключается в том, что направления дифференциального вращения столбиков отличаются.

ВЫВОДЫ

Было проведено экспериментальное исследование движения легкого сферического тела, вплывающего вдоль оси вращающегося вертикального цилиндра, и движения жидкости, возбуждаемого эти телом. Эксперименты проводились в диапазоне высоких частот вращения полости. В процессе исследования использовались высокоскоростная видеосъемка и PIV-метод.

Во вращающейся полости всплывающее тело генерирует дифференциальное движение жидкости в виде столбиков Тейлора–Праудмена, диаметр которого соответствует диаметру тела. В верхнем столбике жидкость имеет отстающий характер

движения, а в нижнем – опережающий. За пределами столбиков дифференциальное вращение практически отсутствует. Также было обнаружено, что интенсивность отстающего азимутального движения в верхнем столбике увеличивается по мере подъема тела, в то время как интенсивность опережающего вращения в нижнем столбике уменьшается. Свободное тело одновременно с движением вдоль оси совершает дифференциальное вращение: в нижней части полости оно опережающее, в то время как в верхней части - отстающее.

Кроме этого, в некоторых экспериментах за пределами столбиков Тейлора – Праудмена были обнаружены структуры в виде валов. В зависимости от скорости вращения полости интенсивность этих валов изменялась. С увеличением частоты вращения количество валов возрастает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Taylor G.I.* Motion of Solids in Fluids when the Flow is not Irrotational // Proc. of the Royal Society of London 1916, A92, 408–424.
2. *Moore D.W., Saffman P.G.* The rise of a body through a rotating fluid in a container of finite length // J. Fluid Mech. 1968, 31, 635–642.
3. *Maxworthy T.* The observed motion of a sphere through a short, rotating cylinder of fluid // J. Fluid Mech. 1968, 31, 643–655.
4. *Kozlov V., Zvyagintseva E., Kudymova E., Romanetz V.*. Motion of a light free sphere and liquid in a rotating vertical cylinder of finite length // Fluids 2023, 8, 49.

Звягинцева Екатерина Александровна: zvyagintsevkat@gmail.com
Кудымова Екатерина Михайловна: kudymovakat@gmail.com
Романец Влада Ярославовна: v.romanetz2000@gmail.com
Козлов Виктор Геннадьевич: kozlov@pspu.ru

—— ♦♦♦ ——

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВОДЯНЫХ ВОЛН НАД НЕРОВНЫМ ДНОМ С УЧЕТОМ ОТРАЖЕНИЯ ОТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКИ

А.А. Золотухина, Д.С. Миненков[*]
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*minenkov.ds@gmail.com*

Волны на поверхности жидкости над неровным дном в поле сил тяжести Земли описываются уравнением с псевдодифференциальным оператором, который в первом приближении похож на волновой оператор. В данной работе рассматривается одномерный случай и ставится задача Коши с локализованным начальным условием и краевым условием непротекания (условие Неймана) на жесткой вертикальной стенке. В работе исследуется отражение волны от стенки и влияние дисперсии на начальное возмущение. Асимптотики задачи строятся в виде канонического оператора Маслова с использованием метода отражений. В окрестности головного фронта асимптотика выражается через функцию Эйри и ее производную. При использовании равномерных формул можно выразить через функцию Эйри и всю асимптотику, что при

использовании современных программных пакетов значительно удобнее традиционного сшивания решений в регулярных и сингулярных картах. Рассматриваемое уравнение с псевдодифференциальным оператором возникает из задачи на потенциальную модель течения жидкости в двумерном слое в поле сил тяжести Земли с аналогичными условиями на границах. Переход между такими задачами может быть осуществлен посредством операторного разделения переменных в случае отсутствия вертикальной стенки.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 21-11-00341.

Золотухина Анастасия Антоновна, a.zolotukhina19@yandex.ru
Миненков Дмитрий Сергеевич, minenkov.ds@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ТОНКИЕ СТРУКТУРЫ КАРТИНЫ БЫСТРОГО ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА КАПЛИ, СВОБОДНО ПАДАЮЩЕЙ В ГЛУБОКУЮ ЖИДКОСТЬ, В ИНТРУЗИВНОМ И ИМПАКТНОМ РЕЖИМАХ

А.Ю. Ильиных
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
ilynykh@ipmnet.ru

Методами высокоскоростной видеорегистрации экспериментально прослежена эволюция тонкой картины переноса вещества при импакте свободно падающей капли в покоящейся принимающей жидкости в итрузивном, импактном и переходном режимах, которые задаются энергетическими параметрами задачи. Проанализированы картины течения в боковой и фронтальной проекциях. Основное внимание в работе уделено тонкоструктурным механизмам переноса вещества капли. Рассматриваются макроскопические механизмы переноса энергии течением со скоростью **u** и волнами с групповой скоростью c_g, а также микроскопический атомно-молекулярный перенос (медленный диссипативно-диффузионный, и быстрый, обусловленный уничтожением свободных поверхностей контактирующих жидкостей и конверсии доступной потенциальной поверхностной энергии (ДППЭ) в другие формы [1]). Быстрые процессы преобразования ДППЭ в другие формы на кольцевой границе области слияния жидкостей способствуют формированию тонких струек и генерации капиллярных волн в принимающей жидкости [2].

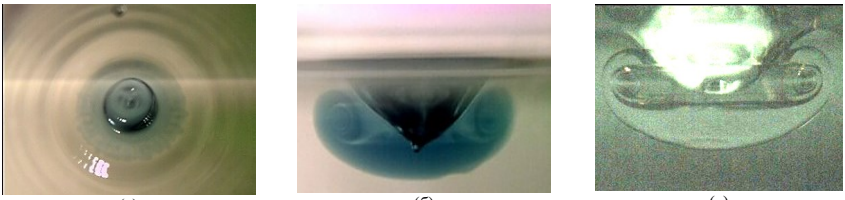
В число размерных параметров задачи входят условия эксперимента (диаметр $D=0.42$ ё 0.45 см и скорость в момент контакта $U=0.34\div4.3$ м/с (высота свободного падения $h=1\div200$ см), ускорение свободного падения **g** и физические свойства взаимодействующих сред: плотности $\rho_{d,t,e}$ кинематические $\nu_{d,t,e}$ и динамические $\eta_{d,t,e}$ вязкости, коэффициенты поверхностного натяжения σ_d^a, σ_t^a и их отношения, где индекс d соответствует капле, t – принимающей жидкости, e – среде, в которой происходит взаимодействие (воздух). В работе оценивались кинетические $E_k=MU^2/2$ и поверхностные $E_\sigma=\sigma S_d$ энергии капель. Температуры жидкостей и среды считаются

равными. Набор безразмерных параметров задачи включает числа Рейнольдса $1450 < \mathrm{Re} < 18000$, Фруда $2.8 < \mathrm{Fr} < 450$, Бонда $\mathrm{Bo} = 2.39$, Онезорге $\mathrm{Oh} = 0.0018$, Вебера $6.7 < \mathrm{We} < 1100$.

Система уравнений задачи включает уравнения переноса массы, импульса и энергии, а также потенциал Гиббса с дополнительными членами для поверхностного и приповерхностного слоев [3]. Поверхностная энергия равномерно распределена в тонком слое толщиной порядка размера молекулярного кластера δ_σ [illegible]. При слиянии контактирующих жидкостей за время $\Delta t_\sigma = \delta_\sigma / U \sim 10^{-8}$ с происходит аннигиляция приповерхностных слоев с трансформацией высвобожденной энергии (малой по значению, но большой по плотности) в другие формы – в выражении для потенциала Гиббса $dg_s = -sdT + VdP + \sigma dS_b + \mu_n dN_n$ исчезает дополнительный член σdS_b, зависящий от коэффициента поверхностного натяжения, дифференциала площади контактируемой поверхности.

Опыты выполнены на стенде ТБП, входящем в состав комплекса «УНУ ГФК ИПМех РАН». Капли чистой воды и водных растворов перманганата калия, медного купороса, железного купороса, ализариновых чернил, поваренной соли или пищевой соды падали в стеклянный бассейн, заполненный частично дегазированной водопроводной водой. На основе анализа большого числа проведенных опытов в широком диапазоне значений высот (скоростей в момент контакта, кинетических энергий) свободно падающих капель картины переноса вещества разделяются на режимы, которые определяются отношением кинетической и потенциальной энергии: интрузивный для $E_k < E_\sigma$, режим всплеска при $E_k > E_\sigma$ и переходный $E_k \approx E_\sigma$.

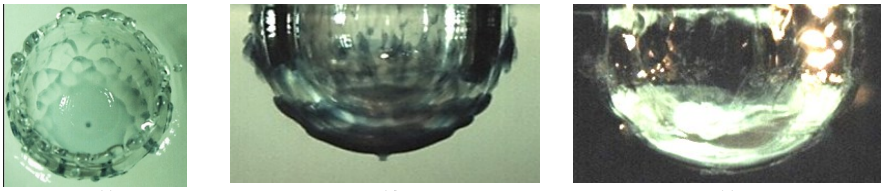
Для интрузивного режима, который наблюдается при малых контактных скоростях и, характерно плавное втекание вещества капли с образованием кольцевой тонкоструктурированной области с масштабами петлистых структур $\Delta l_\varphi = 0.5$ и 0.3 мм у поверхности принимающей жидкости (рис. 1а), а в толще жидкости – компактного объема (интрузии), опережающего формирование газовой полости (каверны) на время 10-12 мс (рис. 1б, в) [4]. Первичный контакт происходит без образования брызг и выраженной пелены. Группы кольцевых капиллярных волн наблюдаются как на поверхности остатка погружающейся капли $\lambda_d = 0.3 \div 0.5$ мм, так и на поверхности принимающей жидкости $\lambda_d = 0.5 \div 0.8$ мм (от области слияния к вершине капли и радиально). Каверна конической и полусферической формы продвигается в толщу жидкости и оттесняет интрузию от свободной поверхности. Интрузия трансформируется в сферический вихрь с примыкающими петлистыми структурами, радиально сосредоточенными в кольцевой структурированной области на поверхности принимающей жидкости.



(а) (б) (в)

Рис. 1. Картина течений в режиме интрузии ($U = 0.34$ м/с, $E_\sigma = 4$ мкДж, $E_k = 2.24$ мкДж): а) радиальные петли (вид сверху), б, в) трансформация интрузии в вихревое кольцо при импакте капли чернил и раствора соды

Для импактного режима слияния характерны большие скорости капель, каверна начинает формироваться практически с момента первичного контакта, вслед за тонкой переходной областью мелкомасштабных возмущений, включающих вещество капли, которое также распределяется по поверхности жидкости в виде вихрей, отдельных волокон, образующих линейчатые и сетчатые картины на поверхности каверны и венца и, далее, вытянутых петлистых структур. Волокнистый характер распределения пигмента сохраняется в ходе последующей эволюции течения [5]. Степень выраженности отдельных структурных компонентов течений зависит от параметров задачи, в частности – контактной скорости капли, коэффициента диффузии, относительной разности физических величин (вязкость, плотность, коэффициент поверхностного натяжения).



(а) (б) (в)

Рис. 2. Картина течений в режиме импакта ($U = 3.1$ м/с, $E_k = 200$ мкДж, $E_\sigma = 4.2$ мкДж): а) сетчатая картина распределения вещества (вид сверху), б, в) тонкий переходный слой на границе каверны

В области перехода от режима интрузии к импактному при сохранении выраженной опережающей интрузии сокращается время задержки начала формирования каверны. В форме дна интрузии выражены шероховатости размахом до $\Delta r_i \sim 0.1$ мм. Начальная скорость формирования каверны и ее максимальные размеры увеличиваются с увеличением контактной скорости капли, при этом скорость интрузии практически не меняется, что приводит к опережению фронта каверны и трансформации интрузии в тонкий переходный слой, покрывающий поверхность каверны. Заострение дна каверны покрывает собственная окрашенная оболочка толщиной ~ 1.5 мм. Положение нижней кромки интрузии изменяется монотонно со временем: при большой высоте падения на всем интервале наблюдений, а при малых высотах – до момента начала интенсивного схлопывания каверны, прилегающий к поверхности интрузии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В капельных течениях проявляется действие нескольких механизмов передачи энергии с собственными временными и пространственными масштабами, как макроскопических – с течениями и гравитационно-капиллярными, так и микроскопических – диффузионных и быстрой конверсии ДППЭ в другие формы. Наиболее заметно действие конверсии ДППЭ при слиянии существующих и формировании новых свободных поверхностей. Различие картин течений в интрузивном и импактном режимах связано с особенностями действия механизмов переноса импульса и энергии в окрестности подвижной границы пятна контакта [5].

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598-П «Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью», https://rscf.ru/project/19-19-00598/).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чашечкин Ю.Д.* Пакеты капиллярных и акустических волн импакта капли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2021. № 1(94). С. 73–92.
2. *Чашечкин Ю. Д., Ильиных А. Ю.* Формирование системы наклонных петель в течениях импакта капли // Доклады РАН. 2021. Т. 499, № 1. С. 48–57.
3. *Chashechkin Yu.D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9. No. 586.
4. *Чашечкин Ю. Д., Ильиных А. Ю.* Задержка формирования каверны в интрузивном режиме слияния свободно падающей капли с принимающей жидкостью // ДАН. 2021. Т. 496, № 1. С. 45–50.
5. *Chashechkin Yu.D., Ilinykh A. Y.* Intrusive and impact modes of a falling drop coalescence with a target fluid at rest // Axioms. 2023. V. 12, Iss.4, 374.

Ильиных Андрей Юрьевич, ilynykh@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСНОЙ СТРУИ ВОДЫ С РАСПЛАВЛЕННЫМ МЕТАЛЛОМ

А.Ю. Ильиных, В.А. Усанов[*]
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*usanov@ipmnet.ru*

Столкновение капель и струй жидкости со свободной поверхностью одной и той же или другой жидкости было предметом обширных исследований в течение последнего столетия, начиная с пионерских работ Уортингтона [1]. Взаимодействие падающей жидкости и принимающей жидкости характеризуется быстрым перераспределением импульса, энергии и массы, вызывающим разлет быстрых мелкодисперсных капель и образование центральной струи, которая поднимается выше точки столкновения [2-4]. В частности, было установлено, что такие параметры, как глубина слоя принимающей жидкости, вязкость и поверхностное натяжение, играют важную роль в развитии полости и формировании центральной струи.

Хотя существует множество работ, посвященных столкновению капель с поверхностью одной и той же жидкости (или жидкости с аналогичной плотностью), гораздо менее изучены такие взаимодействия, когда объем жидкости с меньшей плотностью ударяется о поверхность гораздо более тяжелой жидкости (скажем, взаимодействие воды с жидким металлом). Особое значение имеют такие взаимодействия, когда гидродинамические аспекты сосуществуют с тепловыми, как в случае, когда вода взаимодействует с высокотемпературным расплавом какого-либо металла или ядерного материала (кориума). Быстрое испарение охлаждающей жидкости при контакте с высокотемпературным расплавленным материалом может привести к паровым взрывам, которые рассматриваются как одна из основных опасностей тяжелых аварий [5].

Настоящая работа посвящена исследованию воздействия импульсной струи воды со свободной поверхностью слоя расплавленного металла. Эксперименты проводятся при соотношении плотности расплава и воды около 10:1, в отличие от гораздо лучше

изученных систем (вода-вода, вода-чернила, вода–глицерин, жидкий металл–жидкий металл и т.д.), где это соотношение составляет около 1:1. Это исследование значительно расширяет недавнее исследование взаимодействия воды и металла [6,7] за счет улучшения повторяемости параметров струи воды, и изучения влияния формы емкости для расплава, глубины слоя расплава и температуры воды. Его новизна также состоит в детальном изучении гидродинамики образования полости (каверны) в слое расплава и ее схлопывания. Проведенное исследование повторяемости проливает свет на неопределенность высоты всплесков расплава, возникающих при одних и тех же начальных условиях. Свободно падающие капли воды, также рассмотренные в [6,7], не рассматриваются в текущей работе, поскольку их воздействие вызывало гораздо более слабые всплески расплава из-за высокого соотношения плотности расплава и воды.

ПАРАМЕТРЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка, используемая в данном исследовании, показана на Рис.1. Ключевым элементом конструкции экспериментальной установки является система подачи водяной струи, главным требованием к которой ставилось обеспечение повторяемости скорости и формы водяной струи. Центральным элементом системы подачи является медицинский шприц (в эксперименте использовалось два типа шприца на 2 мл и 5 мл), на поршень которого воздействует пневмошток, обеспечивая подачу воды с постоянной скоростью. Управляющее давление воздуха в ресивере компрессора для привода пневмоштока варьировалось от 0,6 МПа до 0,7 МПа.

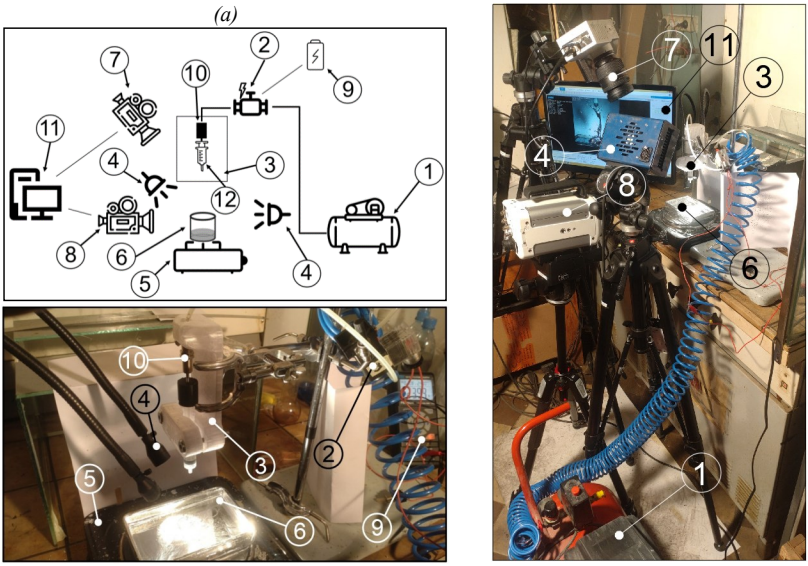
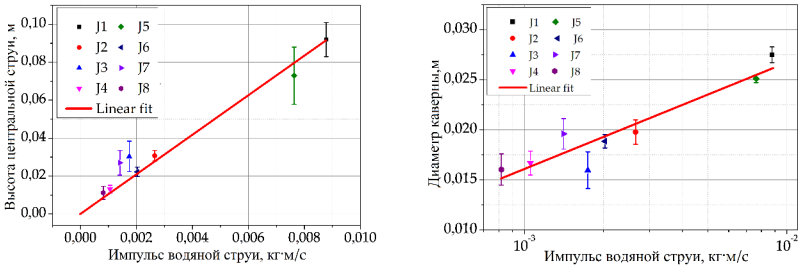


Рис. 1. Экспериментальная установка для изучения брызг расплава, вызванных воздействием импульсной струи воды: (а) вид спереди; (б) вид сбоку; (в) система подачи воды (увеличенный вид). 1—воздушный компрессор, 2—пневмоклапан, 3—держатель шприца, 4—источники света, 5—электронагреватель, 6—испытательный сосуд, 7—видеокамера Optronis CR3000×2, 8—видеокамера Photron FASTCAM Nova S9, 9—источник питания постоянного тока 24 В, 10—пневмошток, 11— компьютер, 12— шприц.

В качестве принимающей жидкости в экспериментах был выбран сплав Розе, состав которого Sn-25%, Pb-25%, Bi-50%. Этот сплав обладает низкой температурой плавления равной 94ºС и высокой плотностью 9720 кг/м^3. Сплав Розе имеет удельную теплоемкость 0,147 кДж/(кг·К), коэффициент теплопроводности 16,3 Вт/(м·К), коэффициент поверхностного натяжения 410 мН/м. Для импульсной струи бралась водопроводная вода объемом 0,4 – 1 мл с начальной температурой от 25°С до 90°С, температура расплава во всех экспериментах была равна 300°С. Всего было проведено 14 серий опытов (J1–J14) с вариацией различных параметров эксперимента, в каждой серии выполнялось по пять опытов с одинаковыми параметрами для того, чтобы оценить повторяемость результатов и соответствующую неопределенность, всего было проведено 70 опытов. Также для исследования влияния формы резервуара с расплавом брались круглая и прямоугольные кюветы с глубиной расплава 14 мм и 18 мм.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В первых сериях опытов (J1–J8) исследовалась зависимость параметров всплеска от импульса водяной струи (определяемый как произведение массы воды и скорости струи до удара). Определение величины скорости и геометрических размеров струи, а также параметров всплеска, осуществлялось оптическим методом, путем определения координат по кадрам, записанным на высокоскоростную камеру. Как уже было сказано выше, скорость водяной струи прямо зависит от давления управляющего воздуха. В проведенных сериях опытов осредненная скорость водяной струи менялась в диапазоне от 4,1 м/с до 8,8 м/с с максимальным стандартным отклонением 0,8 м/с и относительным стандартным отклонением 10,3%. Импульс струи, определяемый по формуле $I = \rho VU$, варьируется от 0,8 г·м/с до 8,8 г·м/с. Высота кумулятивной струи по мере увеличения импульса струи также увеличивается с 11,2 мм до 96,3 мм с максимальными стандартным отклонением величины 13,7 мм и относительным стандартным отклонением 26,8%. Диаметр каверны, также как и высота кумулятивной струи, увеличивается с 16 мм до 27,5 мм, с максимальными стандартным отклонением величины 1,6 мм и относительным стандартным отклонением 8,8%. Полученные зависимости, представлены на рис.2.



(а) *(б)*

Рис. 2. (а)– зависимость высоты кумулятивной струи от импульсы водяной струи, (б)– зависимость диаметра каверны от импульсы водяной струи.

Прямая линия на каждом графике соответствует линейной функции, полученной как наиболее подходящая для необработанных (неосредненных) данных, следующим образом:

$$h = k_h \cdot I,$$

где h – усредненная высота подъема центральной струи, I – суммарный импульс струи

воды и $k_h = 10{,}45$ – коэффициент пропорциональности, полученный методом наименьших квадратов

$$D = a_D log_{10} I + b_D$$

где D – диаметр каверны, $a_D = 1{,}017 \cdot 10^{-2}$, $b_D = 4{,}67 \cdot 10^{-2}$.

Переходя к сравнению случаев с круглой кюветой и прямоугольной видно, что в прямоугольном сосуде (вариант J11) результирующая центральная струя, образованная расплавом, была медленнее (1,66 м/с против 2,75 м/с) и поднималась на меньшую высоту (75,6 мм против 96,3 мм) при сопоставимом диаметре каверны (25,7 мм против 27,8 мм). Скорость удара в случае с прямоугольной кюветой была немного выше, чем в случае с круглой (9,03 м/с против 8,8 м/с). Более слабая центральная струя может быть объяснена асимметричной (нецилиндрической) формой прямоугольного сосуда, которая может проявляться разной скоростью внутренних и капиллярных волн, проходящих вдоль и поперек сосуда, и может вызвать асимметричное сжатие полости и, таким образом, более слабую центральную струю. Для цилиндрического сосуда с осевым воздействием струи, напротив, волны отражались от стенки и достигали полости примерно в одно время, усиливая центральную струю.

Сравнение случаев с меньшими импульсами водяной струи приводит к одному и тому же выводу относительно скорости центральной струи (более медленной в прямоугольном сосуде). Однако высота подъема центральной струи в прямоугольной и круглой кюветах практически совпадает.

Влияние температуры воды на параметры всплеска не были настолько однозначными. Повышение температуры воды снижало вязкость и поверхностное натяжение жидкости, тем самым снижая сопротивление в системе подачи воды и увеличивая скорость удара. Относительная разница в скорости удара в случаях с горячей водой (70–90°C) водой и водой холодной (25°C) при прочих равных условиях достигала 21%, что указывает на увеличение кинетической энергии струи воды на 48%. Также температура горячей воды обладала меньшей разностью по отношению к температуре кипения. Это способствовало вскипанию жидкой воды при взаимодействии с расплавом и горячим дном сосуда, что потенциально приводило к более быстрому испарению и образованию больших объемов пара.

Результаты, полученные в тестах с горячей водой, не позволяют сделать вывод об относительной роли испарения воды в увеличении разбрызгивания металла по сравнению с чисто гидродинамическими эффектами из-за более быстрой генерации струи при том же давлении управляющего воздуха. Поэтому для выяснения этого вопроса требуются специализированные экспериментальные и теоретические исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эксперименты, проведенные в этой работе, подтвердили, что, несмотря на большую разницу плотностей между воздействующей и принимающей жидкостями, происходит значительное разбрызгивание расплава, включая образование центральной струи, поднимающейся на высоту нескольких сантиметров. Импульс водяной струи является основным параметром, определяющим максимальный диаметр и глубину полости на поверхности расплава и высоту центральной струи, поднимающейся над бассейном расплава. Влияние размера и формы сосуда на параметры всплеска расплава является слабым по сравнению с влиянием импульса водяной струи. А температура воды и глубина слоя расплава оказывают довольно слабое влияние на характеристики всплеска расплава, по крайней мере, в диапазонах параметров, изученных в данной работе.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00289) и в рамках гос. задания ИПМех РАН (тема 123021700057-0)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Worthington A.M.* A Study of Splashes; Longmans, Green, and Company: London, UK, 1908.
2. *Fedorchenko A.I., Wang A.-B.* On some common features of drop impact on liquid surfaces // Phys. Fluids 2004, 16, 1349–1365. https://doi.org/10.1063/1.1652061.
3. *Castillo-Orozco E., Davanlou A., Choudhury P.K., Kumar R.* Droplet impact on deep liquid pools: Rayleigh jet to formation of secondary droplets // Phys. Rev. E 2015, 92, 053022. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.053022.
4. *Berberović E., van Hinsberg N.P., Jakirlić S., Roisman I.V., Tropea C.* Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution // Phys. Rev. E 2009, 79, 036306. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.036306.
5. *Berthoud G.* Vapor Explosions // Annu. Rev. Fluid Mech. 2000, 32, 573–611. https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.32.1.573.
6. *Yakush S.E., Chashechkin Y.D., Ilinykh A.Y., Usanov V.A.* The splashing of melt upon the impact of water droplets and jets // Appl. Sci. 2021, 11, 909. https://doi.org/10.3390/app11030909.
7. *Chashechkin Y.D., Yakush S.E., Ilinykh A.Y.* Groups of sprays from the impact of a water drop falling freely into a melted metal // Dokl. Phys. 2021, 66, 164–168. https://doi.org/10.1134/S1028335821060033.

Ильиных Андрей Юрьевич, ilynykh@ipmnet.ru
Усанов Владислав Александрович, usanov@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

ПЕРЕНОС ВЕЩЕСТВА СОСТАВНОЙ КАПЛИ В ИНТРУЗИВНОМ И ИМПАКТНОМ РЕЖИМАХ

А.Ю. Ильиных[*], *Ш.Х. Хайирбеков*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*ilynykh@ipmnet.ru*

Исследование переноса вещества импакта капли в глубокой жидкости продолжается более полутора сотен лет, начиная с работ [1, 2] где был рассмотрен процесс формирования многоярусной системы вихревых колец, и остается актуальным ввиду теоретической обоснованности и ряда прикладных задач: методы обеспечения противопожарной безопасности [3], химической, нефтехимической и биологической промышленности. Повышение пространственного и временного разрешения экспериментальной техники, применение коротких импульсов видимого и рентгеновского диапазона, применение химически активных веществ позволяют проследить наиболее тонкие и быстрые компоненты картин течения импакта капли [4].

В большинстве экспериментальных, численных и теоретических работ рассматривается импакт гомогенных капель (невязких [5], вязких [6], суспензий для различных значений чисел подобия). Для регистрации процесса переноса вещества капли в экспериментальных исследованиях капельная жидкость трассируется пигментами [5, 6] или мелкими частичками. В реальных технологических процессах [7]

капли могут быть образованы несмешивающимися жидкостями: составными (ядро и оболочка) или составленными, когда все компоненты имеют границу жидкость-газ.

В формировании структуры течений важная роль принадлежит процессам передачи, трансформации и диссипации энергии. В задачах импакта гомогенных капель в зависимости от энергетических параметров задачи выделяются три режима переноса вещества капли в принимающей жидкости [8]. При малых контактных скоростях, когда кинетическая энергия капли меньше доступной потенциальной поверхностной энергии (ДППЭ) $E_\sigma > E_k$, плавно втекающая капля образует компактную интрузию чечевицеобразной формы в толще жидкости и окрашенное кольцо на свободной поверхности. Формирования каверны у поверхности принимающей жидкости начинается с задержкой в 10-12 мс. В ходе дальнейшей эволюции течения интрузия трансформируется в погружающееся вихревое кольцо, порождающее каскад вторичных вихрей.

При больших контактных скоростях, когда кинетическая энергия капли много больше ДППЭ $E_k > E_\sigma$, каверна начинает формироваться с момента первичного контакта. В области контакта сред формируются тонкий опережающий каверну переходный слой, толщина которого стремительно уменьшается по мере развития каверны, и быстрые струйки, растекающиеся в тонком слое в окрестности следа уничтожаемой контактной поверхности, на дне каверны и стенках венца. Волокнистые следы струек образуют характерные линейчатые и сетчатые структуры на поверхности жидкости. Непрерывно перестраивающаяся волокнистая картина распределения вещества длительное время сохраняется в толще принимающей жидкости.

В данной работе экспериментально прослежены картины распределения вещества составных капель (состоящих из двух несмешивающихся жидкостей: ядро и оболочка) по деформированной поверхности принимающей жидкости в импактном и интрузивном режимах.

Размерные параметры задачи включают физические параметры четырех взаимодействующих сред (вместо трех в классической постановке задачи), которые характеризуются термодинамическими и кинетическими параметрами, а также условиями опытов. К физическим параметрам задачи относятся: плотности (воздуха ρ_a, внутренне и внешней капель ρ_{ed}, ρ_{id} и принимающей жидкости ρ_t), четыре кинематических $\nu_d^n, \nu_d^s, \nu_a, \nu_t$ и динамических вязкостей $\mu_d^n, \mu_d^s, \mu_a, \mu_t$; шесть полных $\sigma_{d,n}^s, \sigma_{d,n}^a, \sigma_{d,s}^a, \sigma_t^a, \sigma_t^{d,n}, \sigma_t^{d,s}$ коэффициентов поверхностного натяжения для поверхностей раздела сред, коэффициенты диффузии вещества $\kappa_t^{d,n}$, $\kappa_t^{d,s}$ в принимающей жидкости, условия опытов (эквивалентные диаметры D_n и D_s и скорость капли $\mathbf{U}$ в момент первичного контакта или высота свободного падения *H*).

В экспериментах методом коаксиальных трубок создавались капли ализариновых чернил диаметром D см, покрытые выраженной масляной пленкой подсолнечного масла, которые затем свободно падали с высоты $H = 1 \div 60$ см в глубокую чистую воду.

При взаимодействии смешивающихся жидкостей вещество капли распределяется дискретным образом по возмущенной поверхности принимающей жидкости, собирается в тонких линейчатых элементах – лигаментах [5, 9]: вертикальных линейчатых структурах в верхнем ряду короны и сетчатой структуре на поверхности каверны. Картина распределения вещества составных капель иная. В короткое время порядка $\Delta t_s \sim 10^{-10}$ с при контакте принимающей жидкости и внешней капли уничтожается поверхностный слой толщиной в несколько молекулярных кластеров $\delta_s \sim 10^{-8}$ см. За

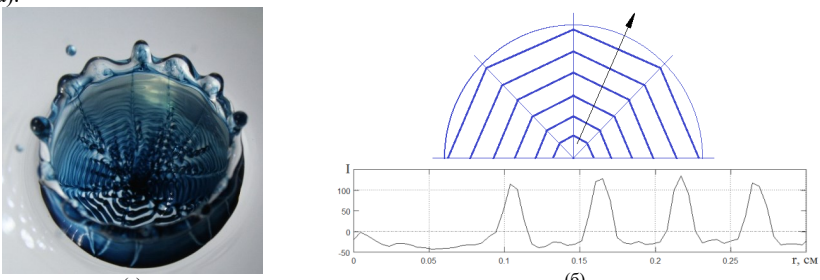
более длительное время $\Delta t_\sigma = \delta_\sigma / U \sim 10^{-8}$ с происходит уничтожение приповерхностных слоев и взаимодействие жидкостей в пятне контакта. ДППЭ трансформируется в другие формы, в частности в энергию новых компонентов течений.

В режиме интрузии составных ядерных капель короткий промежуток времени (до 4 мс) сохраняется оболочка, капля погружается как твердое тело с незначительными деформациями (рис. 1а). После разрыва оболочки (рис. 1б) вещество ядра начинает просачиваться в воду в форме интрузии с короткими кольцевыми возмущениями на ее поверхности (рис. 1в) и трансформируется в компактный погружающийся объем (рис. 1г).

а) $t = 3$ мс б) $t = 6.5$ мс в) $t = 16$ мс г) $t = 52$ мс

Рис. 1. Основные этапы эволюции картины течения при импакте составной капли с чернильным ядром и масляной оболочкой

При слиянии ядерных составных капель с водой в режиме интрузии движение ядерного вещества происходит по возмущенной поверхности каверны и венца, покрытых веществом оболочки (подсолнечного масла), распределенной тонким слоем по деформированной поверхности принимающей жидкости. Картина распределения ядерного вещества капли не гладкая, состоит из ряда секторов, образованных линиями, располагающимися от дна каверны к вершине шеврона венца, внутри секторов периодически расположены горизонтальные периодические полосы с шагом 0.5 мм (рис. 2а).



(а) (б)

Рис. 2. Картина распределения вещества составной капли (капля чернил в масляной оболочке): а) результаты эксперимента, б) модель (верхний рисунок) и оценка масштабов структур.

Изменение освещенного вдоль одного из секторов картина распределения вещества ядерной капли при слиянии с водой в режиме импакта представлено на рис. 2б.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Детали картины распределения вещества составной капли существенно отличаются от распределения капли однородной: сетчатая структура сменяется секторальной с тонкими горизонтальными периодическими структурами – лигаментами. Периодические окрашенные структуры указывают на возмущенность поверхности, по которой распределяется вещество внутренней капли.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме Государственного задания (№ госрегистрации 123021700044-0).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rogers W.B.* On the formation of rotating rings by air and liquids under certain conditions of discharge // Am. J. of Sci. and Arts. 1858. 2nd Ser. V. 5. Art. 33. P. 246-258.
2. *Thomson J.J., Newall H.F.* On the formation of vortex rings by drops falling into liquids, and some allied phenomena // Proc. R. Soc. London. 1885. V. 29. P. 417-436.
3. *Lan M., Wang X., Zhu P., Chen P.* Experimental Study on the Dynamic Process of a Water Drop with Additives Impact upon Hot Liquid Fuel Surfaces // Energy Procedia. 2015. V. 66. P. 173 – 176.
4. *Lee J.S., Park S.J., Lee J.H. Weon B.M., Fezzaa K., Je H.J.* Origin and dynamics of vortex rings in drop splashing // Nat. Commun. 2015. V. 6. 8187.
5. *Ильиных А.Ю., Чашечкин Ю.Д.* Гидродинамика погружающейся капли: линейчатые структуры на поверхности венца // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2017. № 2. С. 152 -164.
6. *Ильиных А.Ю., Чашечкин Ю.Д.* Гидродинамика погружающейся капли: несмешивающиеся жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2020. № 2. С. 19–27
7. *Hsieh W.-D., Lin S.-Y., Chen R.-H., Lin T.-H.* Burning behavior of gas-in-oil compound drops // Combust. Sci. Technol. 2010. V. 183. pp. 51.
8. *Chashechkin Yu.D., Ilinykh A. Y.* Intrusive and impact modes of a falling drop coalescence with a target fluid at rest // Axioms. 2023. V. 12, Iss.4, 374.
9. *Chashechkin Yu.D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9. No. 586

Ильиных Андрей Юрьевич, ilynykh@ipmnet.ru
Хайирбеков Шамиль Хаирбекович, msturistt09@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ЭВОЛЮЦИЯ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ КАРТИНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЩЕСТВА СОСТАВНОЙ ОБОЛОЧЕЧНОЙ КАПЛИ В ПРИНИМАЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ НА НАЧАЛЬНОМ ЭТАПЕ ПРОЦЕССА СЛИЯНИЯ

А.Ю. Ильиных, Ш.Х. Хайирбеков[*]
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*msturistt09@gmail.com*

Интерес к импакту капли обусловлен глубоким научным содержанием явления, а также широким спектром приложений в промышленности. Нынешний уровень развития вычислительной техники пока еще не позволяет провести прямое численное моделирование капельных течений на основе систем фундаментальных уравнений механики жидкостей [1]. В связи с этим исследование импакта капли в значительной

степени полагается на эксперимент. В опытах расширяется диапазон частот зондирующего излучения, включающий и радио-, и световые и рентгеновские волны, улучшается временное и пространственное разрешение регистрирующей аппаратуры, совершенствуются программы обработки информации.

Список технологий, использующих составные капли в химической, фармацевтической, пищевой, металлургической и других массовых отраслях промышленности быстро расширяется. Составные капли, образующиеся при попадании капель воды в расплавленный металл, нагретый выше температуры Лейденфроста, служат дополнительным источником возникновения пожаров при промышленных авариях [2]. Одним из перспективных направлений считается создание новых видов топлив, в которых составные капли содержат воду, добавки, воздух или горючие газы [3]. Осцилляции составных капель активно изучаются аналитическими методами.

В зависимости от соотношения $\mathrm{R}_{En_\sigma}^{En_k}$ кинетической энергии капли $En_{k,d}$ в момент контакта капли с принимающей жидкостью и доступной потенциальной поверхностной энергии (ДППЭ) $En_{\sigma,d}$ картины переноса вещества капли качественно разделяются на две группы. В интрузивном режиме слияния [4], когда кинетическая энергия капли меньше поверхностной, $\mathrm{R}_{En_\sigma}^{En_k} = En_{k,d} / En_{\sigma,d} < 1$, капля плавно втекает в толщу жидкости, а каверна образуется с задержкой в несколько миллисекунд. В импактном режиме, при $\mathrm{R}_{En_\sigma}^{En_k} >> 1$, капля растекается по поверхности каверны и венца тонкими струйками (триклами, лигаментами), следы которых образуют линейчатые и сетчатые структуры, состоящие из треугольных и многоугольных ячеек [5]. На начальном этапе слияния тонкие струйки, содержащие вещество капли, пронизывают дно каверны и поступают в толщу принимающей жидкости в виде отдельных волокон, образующих моховидный слой под дном каверны.

В зависимости от пространственной структуры многожидкостные капли традиционно именуются *составными (compound)*, в которых капли одной жидкости заключены в другой жидкости и *составленные (composed).* В составных каплях все контактные поверхности непрерывные и замкнутые. В составленных каплях на контактных поверхностях существуют замкнутые линии и отдельные точки контакта трех сред. В двукомпонентных составных каплях (компаунд, ядерных или оболочечных) с внешней средой контактирует только одно вещество, в составленных (дуальных, парных или янус-каплях в зарубежной литературе) – оба.

В отличие от классической постановки задачи слияния однородной капли, размерные параметры, участвующие в описании слияния составной капли, включают физические параметры уже не трех, а четырех контактирующих сред – принимающей жидкости, воздуха, внутреннего ядра и внешней оболочки капли. Принадлежность параметра обозначается индексами для принимающей жидкости t, воздуха a, ядра $^{n}_{d}$ и оболочки $^{s}_{d}$, капли, соответственно. В число основных размерных параметров входят плотности $\rho_d^n, \rho_d^s, \rho_a, \rho_t$, четыре кинематических $\nu_d^n, \nu_d^s, \nu_a, \nu_t$ и динамических вязкостей $\mu_d^n, \mu_d^s, \mu_a, \mu_t$; шесть полных $\sigma_{d,n}^s, \sigma_{d,n}^a, \sigma_{d,s}^a, \sigma_t^a, \sigma_t^{d,n}, \sigma_t^{d,s}$ и шесть соответствующих коэффициентов поверхностного натяжения, нормированных на плотность $\gamma_{d,n}^s, \gamma_{d,n}^a, \gamma_{d,s}^a \gamma_t^a, \gamma_t^{d,n}, \gamma_t^{d,s}$ для поверхностей раздела сред; эквивалентные диаметры D_n и D_s, площади поверхности S_d^n, и S_d^s, объемы V_d^n, и V_d^s; массы M_d^n и

M_d^s ядра и оболочки ; ДППЭ $En_{\sigma,d}^{n,s} = \sigma_d^{n,s} S_d^n$ и $En_{\sigma,d}^{s,a} = \sigma_d^{s,a} S_d^s$; коэффициенты диффузии вещества ядра и оболочки капли в принимающей жидкости $\kappa_t^{d,n}$, $\kappa_t^{d,s}$, а также контактная скорость капли U, которая движется как целое, ее полная масса $M_d = M_d^n + M_d^s$, кинетическая энергия капли $En_{k,d} = M_d U^2/2$ и ее компонентов – ядра $En_k^n = M_d^n U^2/2$ и оболочки $En_k^s = M_d^s U^2/2$.

Отношения характерных масштабов одинаковой размерности задают набор традиционных безразмерных параметров процесса, включающий числа Рейнольдса $\mathrm{Re} = UD/\nu$, Фруда $\mathrm{Fr} = U^2/gD$, Бонда $\mathrm{Bo} = gD^2/\gamma_{d,s}^a$, Онезорге $\mathrm{Oh} = \nu/\sqrt{\gamma D}$ и Вебера $\mathrm{We} = DU^2/\gamma_{d,s}^a$, которые применяются для сравнения условий проведений опытов.

В проведенных опытах ядро капли состояло из разбавленных ализариновых чернил, оболочка – подсолнечное масло. Положение ядра в каплях строго не регулировалось и менялось от опыта к опыту. Полученные составные капли имели наружный диаметр $D = 5.0$ мм, толщина масляного слоя лежала в диапазоне $0.2 < \Delta l_s < 1.1$ мм.

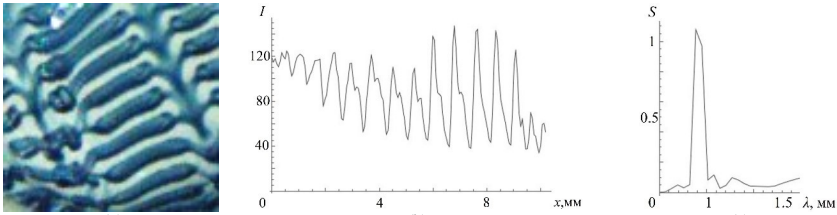
В отличие от растекания смешивающихся жидкостей в импактном режиме здесь (рис. 1, а) в первые $\Delta t = 2$ мс после контакта не наблюдается интенсивного образования лигаментов.

(a) $t = 2.05$ *мс* *(b)* $t = 4.8$ *мс* *(c)* $t = 10.0$ *мс*

Рис.1 Падение составной капли в воду. $H = 44$ см. *Маркер – 5 мм.*

По поверхности жидкости растекается масляный слой. После отрыва капельки происходит капиллярное сжатие остатка шипа и начинается стягивание масляной пленки. При этом слой окрашенной жидкости преобразуется в последовательность тонких поперечных волокон (рис.1, *b*). По мере изменения геометрии каверны происходит быстрая трансформация картины течения. Вначале становятся все более выраженными продольные полосы, в их окрестности появляются кольцевые структуры, на периферии образуются двойные петли (рис. 1, *c*). Отдельные элементы картины течения на рис 1, *c* приведены на рис. 3, *a* в увеличенном формате. Наличие вторичных пиков на рис. 2, *b* говорит о присутствии волокон и связанных с ними менее и более плотно окрашенных областей на более малых масштабах (внутри валиков), что согласуется с прямыми наблюдениями на увеличенном изображении.

Общая структура картины течения сохраняется при уменьшении контактной скорости капли. Иллюстрирующие выборки из видеофильма приведены на рис. 3 (в данном опыте капля



(a) *(b)* *(c)*

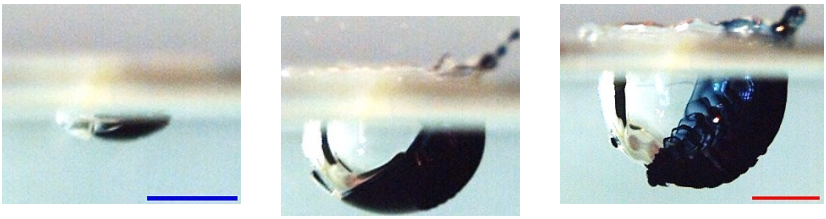
Рис. 2. a)Увеличенный вид решетки на рис.1, с с чернильными валиками; b) распределение относительной освещенности I поперек валиков; c) его спектр S

падала с высоты $H = 30\,\text{см}$). Сравнение картин течений, приведенных на рис. 1 показывает, что полосчатые структуры в следе сливающейся составной кадры в импактном режиме образуются в обоих опытах. Сохраняются характерные размеры и время развития структуры ~8-15 мс.

(a) $t = 2.1\,\text{мс}$ *(b)* $t = 14.86\,\text{мс}$

Рис. 3 Распределение вещества составной чернильно-масляной капли в воде.

Дальнейшие опыты показали, что симметрия течения существенно зависит от положения ядра относительно внешнего контура падающей капли (рис. 4).



(a) $t = 1.5$ мс *(b)* $t = 4.5$ мс *(c)* $t = 16.0\,\text{мс}$

Рис. 4 Распределение вещества составной капли в воде. Маркеры – 5 мм.

Просветление изображения выделяет сложную и регулярную внутреннюю структуру распределения пигментированной жидкости, в которой выражены яркие петли, оконтуривающие области более слабо окрашенной жидкости (рис. 4, *c*). Тонкие волокна просматриваются внутри светлых пятен во всей окрашенной области течения.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Эксперименты проведены на стенде ТБП УИУ «ГФК ИПМех РАН» при финансовой поддержке РНФ (проект 19-19-00598-П).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука. 1986. 736 с.
2. *Чашечкин Ю.Д. и др.* Группы брызг импакта капли воды, свободно падающей в расплавленный металл // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2021. Т.498. с.22–26.
3. *Hsieh W.-D., Lin S.-Y., Chen R.-H., Lin T.-H.* Burning behavior of gas-in-oil compound drops // Combust. Sci. Technol. 2010. V. 183. p. 51.
4. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Задержка формирования каверны в интрузивном режиме слияния свободно падающей капли с принимающей жидкостью // Доклады РАН. 2021. Т.496.
5. *Chashechkin Yu.D., Ilinykh A. Y.* Intrusive and impact modes of a falling drop coalescence with a target fluid at rest // Axioms. 2023. V. 12(4). p.374. https://doi.org/10.3390/axioms12040374

Ильиных Андрей Юрьевич, ilynykh@ipmnet.ru
Хайирбеков Шамиль Хаирбекович, msturistt09@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА ФАЗОВОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

И.Э. Карпунин
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь
karpunin_ie@pspu.ru

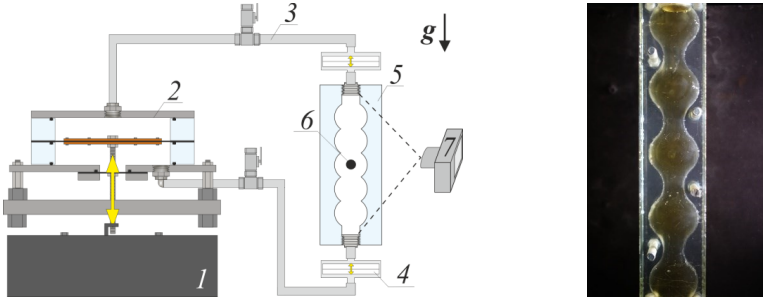
ВВЕДЕНИЕ

Развитие методов интенсификации массообменных процессов во множестве технологических процессов является одним из ключевых направлений исследований. Применение каналов с периодически меняющимся вдоль оси радиусом [1, 2] с целью генерации нестационарных течений при постоянном течении жидкости активно исследуется в связи с практическим применением подобных технологий для интенсификации процессов переноса тепла и массообмена. Исследования осцилляционной динамики фазовых включений в осциллирующем потоке жидкости зачастую носят теоретический характер и в меньшей степени рассмотрены экспериментально. В работах [3, 4] представлен обзор литературы и подробно рассмотрен метод интенсификации процессов с использованием пульсаций и вибраций при наличии постоянного ненулевого течения в канале. Экспериментальные исследования динамики фазовых включений с твердой границей в осциллирующем потоке жидкости (при нулевом среднем расходе) в геометрии осесимметричного канала переменного сечения слабо представлены в литературе. Колебания жидкости относительно неподвижных стенок [5] и эластичных [6] приводят к генерации осредненных течений в жидкости. Важным результатом проведенных ранее исследований является то, что в областях умеренных и низких частот обнаружена генерация осредненных потоков, интенсивность которых уменьшается с понижением безразмерной частоты вибраций $\omega = \Omega R^2 / \nu$. В работе [7] показано, что гармонические колебания жидкости в канале переменного сечения возбуждают осредненный поток в виде системы тороидальных вихревых течений, структура и интенсивность которых

определяются ω и пульсационным числом Рейнольдса Re. В настоящем работе представлены результаты экспериментального исследования осцилляционной динамики твердого сферического тела в вертикальном осесимметричном канале переменного сечения при колебаниях расхода жидкости.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА

Экспериментальная установка представляет собой замкнутый гидравлический контур, в который включены электродинамический вибростенд *1*, насос по типу «тяни-толкай» *2*, система шлангов с кранами и разделительными мембранами *3* (рис. 1а). Гармоническое изменение расхода прокачиваемой в контуре жидкости посредством разделительных мембран *4* сообщается кювете *5*. Насос *2*, работающий по принципу «тяни-толкай», обеспечивает гармоническое изменение объема прокачиваемой в замкнутом гидравлическом контуре жидкости по закону $Q = Q_0 \cos \Omega t$. Частота колебаний задается генератором и может изменяться в диапазоне $f \equiv \Omega / 2\pi = 2 - 12$ Гц. Экспериментальная кювета *5* (рис. 1а, б), расположенная вертикально, представляет собой оргстеклянный параллелепипед размерами $60 \times 60 \times 150$ мм^3. Кювета собирается из двух симметричных половин, в которых выфрезерованы пазы переменной глубины. В сборе получается осесимметричный канал переменного сечения. Радиусы канала в узком и широком участках составляют 6.2 мм и 15 мм, соответственно, пространственный период (расстояние между центрами сегментов канала) составляет 42 мм. Фазовое включение *6* представляет собой твердую пластиковую сферу диаметром $d = 5 - 8$ мм и плотностью $\rho = 1.38$ г/см^3.



(а) (б)

Рис. 1. Схема экспериментальной установки (а), фотография осесимметричного канала (б)

В экспериментах в качестве рабочей жидкости выступают водоглицериновые растворы различной массовой концентрации. Плотность рабочей жидкости варьируется с помощью растворения в ней соли (йодида натрия NaI или йодида калия KI) в различном процентном соотношении. Видеорегистрация положения фазового включения в кювете осуществляется камерой Fujifilm X-E4 (*7*) с частотой сьемки 60 кадров в секунду. Оптическая ось камеры перпендикулярна плоскости кюветы, а плоская внешняя боковая граница канала переменного сечения и близкие показатели преломления оргстекла и рабочих жидкостей снижают оптические искажения на искривленной границе канала. В экспериментах варьируются частота и амплитуда изменения расхода прокачиваемой через канал жидкости, относительные размеры включения, а также физические характеристики рабочей жидкости.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Исследование колебаний жидкости в осесимметричном канале переменного сечения [7] показало, что осциллирующий поток жидкости приводит к генерации интенсивных осредненных потоков в каждом из сегментов канала (рис. 2а). При малых безразмерных частотах первичные вихри занимают всю область в каждом из сегментов. Результаты предварительных экспериментов настоящего исследования показали, что в зависимости от безразмерной частоты колебаний наблюдаются различные режимы поведения для сферического твёрдого тела. Так, при малых частотах наблюдается замедление скорости движения включения в сужениях канала на фоне движения в поле силы тяжести. Тем самым, при относительно малых колебаниях жидкости наблюдается уменьшение средней скорости движения. При фиксированной частоте колебаний жидкости в канале при увеличении амплитуды наблюдается эффект удержания фазового включения (рис. 2*б*). Осциллирующее движение столба жидкости генерирует осредненную силу, действующую на тело, величина которой зависит от параметров тела и его положения в канале. По достижении критической амплитуды осцилляций тело перестает двигаться вдоль канала и занимает квазистационарное положение в одной из ячеек вертикального канала. Сферическое тело удерживается осциллирующим потоком вблизи сужения канала, совершая при этом колебания относительно своего среднего положения. Квазистационарное положение определяется относительной плотностью и размером тела, а также безразмерной частотой. Осредненные потоки (рис. 2а), генерируемые осцилляциями жидкости в области низких безразмерных частот, вносят определенный вклад в равновесное положение фазового включения относительно канала переменного сечения. При уменьшении амплитуды колебаний жидкости амплитуда колебаний тела уменьшается и по достижении порогового значения тело проходит сужение канала и начинает движение вдоль оси канала.

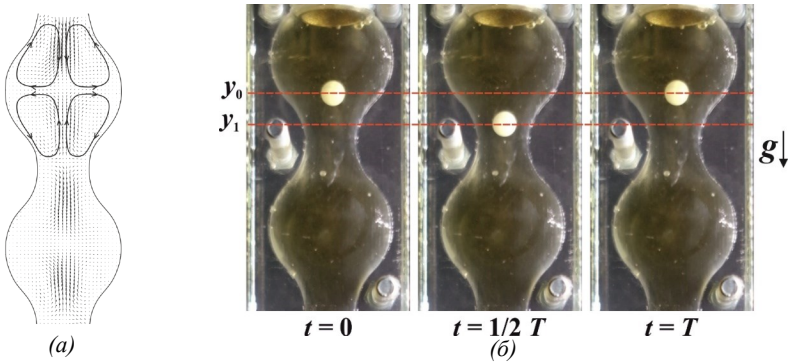


Рис. 2. Структура осредненных потоков в канале переменного сечения [7] в области малых безразмерных частот ω (а) и фотографии временной динамики фазового включения в течение одного периода колебаний при $f = 4$ Гц (б)

Предварительные экспериментальные исследования в зависимости от амплитуды и частоты колебаний жидкости, относительного размера и плотности включения показали, что колебания жидкости в подобного рода системе приводят к ряду осредненных эффектов и свидетельствуют о возможности управления положением фазового включения в канале переменного сечения посредством осцилляционного воздействия.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (Грант № 23-71-01103).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Blancher S., Creff R., Le Quere P.* Analysis of convective hydrodynamic instabilities in a symmetric wavy channel // Physics of Fluids. 2004. Vol. 16 (10). P. 3726 – 3737.
2. *Lee B.S., Kang I.S., Lim H.C.* Chaotic mixing and mass transfer enhancement by pulsatile laminar flow in an axisymmetric wavy channel // International journal of heat and mass transfer. 1999. Vol. 42 (14). P. 2571 – 2581.
3. *Chakravorty A.* Process intensification by pulsation and vibration in miscible and immiscible two-component systems // Chemical Engineering and Processing-Process Intensification. 2018. Vol. 133. P. 90 – 105.
4. *Nishimura T., Murakami S., Kawamura Y.* Mass transfer in a symmetric sinusoidal wavy-walled channel for oscillatory flow // Chemical engineering science. 1993. Vol. 48 (10). P. 1793 – 1800.
5. *Иванова А.А.*, *Козлов В.Г.* Вибрационная конвекция при непоступательных колебаниях полости (изотермический случай) // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2003. № 2. С. 25 – 32.
6. *Козлов В.Г.*, *Сабиров Р.Р.*, *Субботин С.В.* Осредненные течения в осциллирующей сфероидальной полости с эластичной стенкой // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2018. № 2. С. 16 – 26.
7. *Vlasova O.A., Karpunin I.E., Latyshev D.I., Kozlov V.G.* Steady flows of a fluid oscillating in an axisymmetric channel of variable cross-section, versus the dimensionless frequency // Microgravity Science and Technology. 2020. Vol. 32. P. 363 – 368.

Карпунин Иван Эдуардович, karpunin_ie@pspu.ru

—— ♦♦♦ ——

ОБ УЧЕТЕ ВЛИЯНИЯ СТРАТИФИКАЦИИ ЖИДКОСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО ГЛАЙДЕРА ДИСКООБРАЗНОЙ ФОРМЫ

К.А. Коваль, А.Л. Сухоруков[*]
АО «ЦКБ МТ «Рубин», Санкт-Петербург
[*]*su_andr@yahoo.com*

ВВЕДЕНИЕ

В рамках работы рассматривается движение подводного глайдера дискообразной формы в стратифицированной жидкости, состоящей из двух слоев, обладающих различной плотностью. Для учета изменения гидродинамических характеристик (ГДХ) глайдера при движении вблизи скачка плотности предложен метод совместного решения уравнений динамики вязкой жидкости и уравнений движения подводного аппарата. Применение данного подхода позволит более точно прогнозировать параметры движения глайдеров в реальных акваториях.

ПОДВОДНЫЙ ГЛАЙДЕР ДИСКООБРАЗНОЙ ФОРМЫ

В настоящее время количество и номенклатура задач, выполняемых с помощью подводных робототехнических средств, неуклонно возрастает. В некоторых ситуациях

целесообразно использование такого класса аппаратов, как подводные глайдеры, отличающиеся малошумностью и высокой энергетической эффективностью.

На рис. 1 показан один из возможных вариантов конструктивного исполнения глайдера – аппарат дискообразной формы, разработанный японскими специалистами [1]. Его преимуществом является «всенаправленность» – возможность одинаково маневрировать в любом направлении. Система управления плавучестью, благодаря которой глайдер способен осуществлять перемещения в пространстве, состоит из четырех гидроцилиндров, способных принимать или удалять забортную воду.

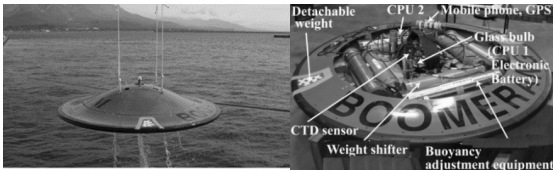


Рис. 1. Глайдер дискообразной формы

УЧЕТ СТРАТИФИКАЦИИ ЖИДКОСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ

Реальные акватории характеризуются значительной пространственной неоднородностью гидрофизических полей. Одним из наиболее простых для рассмотрения типов стратификации является резкий скачок плотности:

$$\rho_w(y) = \begin{cases} \rho_1, & y > y_{\Delta\rho}\,; \\ \rho_1 + \Delta\rho, & y \le y_{\Delta\rho}; \end{cases} \tag{1}$$

где ρ_w – плотность жидкости; ρ_1 – плотность верхнего слоя; $\Delta\rho$ – значение скачка плотности; $y_{\Delta\rho}$ – координата скачка плотности.

При изменении плотности жидкости изменяются действующие на аппарат выталкивающая и гидродинамическая силы, восстанавливающий момент, связанный с остойчивостью, а также избыточная плавучесть, создаваемая при помощи гидроцилиндров. С учетом данных поправок можно модифицировать математическую модель движения глайдера [2] для случая стратифицированной жидкости. На основе данной модели были определены параметры движения глайдера при его погружении с пересечением скачка плотности. Анализ траекторий, полученных при различных значениях $\Delta\rho$ и показанных на рис. 2, позволяет сделать вывод, что скачок плотности оказывает заметное влияние на динамику аппарата, вплоть до невозможности преодолеть пикноклин с использованием штатных средств управления плавучестью.

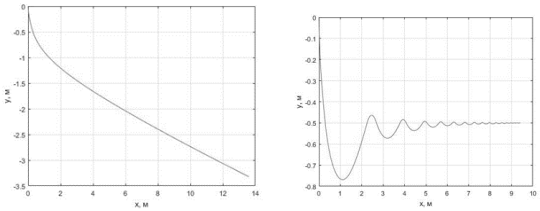


Рис. 2. Траектории при Δρ = 3 кг/м³ (слева) и Δρ = 5 кг/м³ (справа)

СОПРЯЖЕННЫЙ ПОДХОД ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ

При использовании классического подхода к моделированию движения подводного объекта предполагается, что ГДХ объекта постоянны. Однако, при взаимодействии подводного аппарата с пикноклином гидродинамические реакции сильно зависят не только от угла атаки, но и от других параметров, характеризующих положение глайдера относительно скачка плотности [3]. Одним из способов учета влияния стратификации на ГДХ может быть совместное решение уравнений динамики вязкой жидкости и уравнений движения аппарата. Суть метода заключается в том, что на каждом временном шаге в гидродинамическом решателе вычисляются силы и моменты, действующие на объект со стороны жидкости, затем на основе этих данных решаются уравнения движения глайдера и определяются перемещения для следующего временного шага. Таким образом, перемещения объекта и воздействия на него со стороны потока взаимосвязаны.

В качестве валидационной задачи для подтверждения адекватности метода рассматривалось всплытие дискообразного глайдера в однородной жидкости. На рис. 3 показано изменение положения глайдера в процессе расчета. Сопоставление параметров движения, полученных с помощью классического и предложенного метода показано на рис. 4.

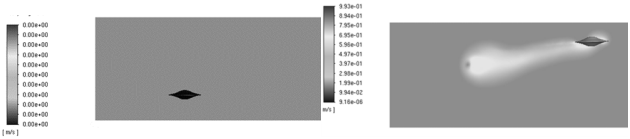


Рис. 3. Изменение положения глайдера в процессе численного расчета с применением сопряженного подхода

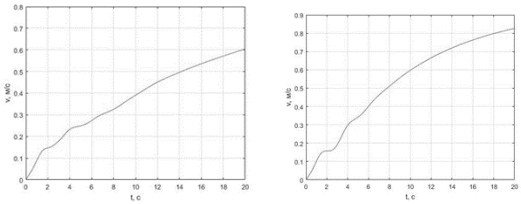


Рис. 4. Изменение положения глайдера в процессе численного расчета с применением сопряженного подхода

После подтверждения адекватности сопряженного подхода он был применен для моделирования погружения глайдера в стратифицированной среде. Задание слоев жидкости различной плотности внутри расчетной области осуществлялось при помощи метода Volume-of-Fluid (VoF). На рис. 5 показано пересечение глайдером скачка плотности. Параметры движения, полученные при моделировании на основе классического и сопряженного подходов, показаны на рисунке 6. Видно, что в процессе приближения к скачку плотности и при его пересечении проявляется различие между результатами. Это свидетельствует о влиянии изменения ГДХ при взаимодействии подводного аппарата с пикноклином.

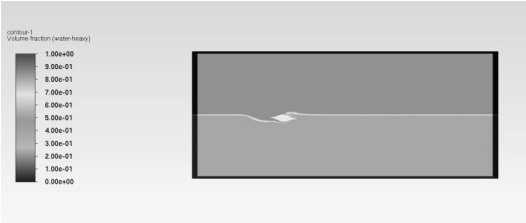


Рис. 5. Пересечение глайдером пикноклина

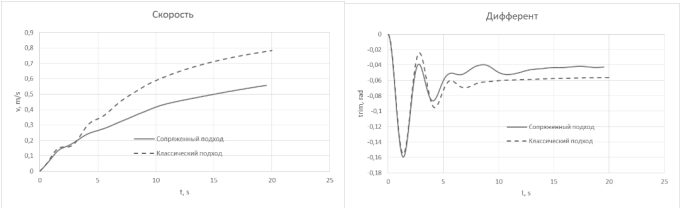


Рис. 6. Параметры движения глайдера (скорость и дифферент) при погружении с пересечением скачка плотности

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения работы была предложена модификация математической модели движения подводного аппарата, позволяющая учитывать влияние стратификации жидкости. Разработан метод совместного численного интегрирования уравнений гидродинамики и уравнений движения подводного аппарата. Использование предложенных подходов позволит значительно улучшить качество моделирования движения глайдеров с учетом реальной гидрологии, а также разработать системы управления, обеспечивающие эффективность и безопасность маневрирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Koterayama W., Nakamura M., Ito Y., Yoshimura H.* Underwater Vehicle for Practical Use in Ocean Observations. Proceedings of the Tenth (2012) ISOPE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium. Vladivostok, Russia, October 3-5, 2012, pp. 170-175.
2. *Сухоруков А.Л., Титов М.А.* Сопоставительный анализ параметров движения подводного глайдера дискообразной формы // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2022. № 4 (354). С. 38 – 47.
3. *Гурьев Ю.В., Слуцкая М.З.* Основные закономерности гидродинамического воздействия натурных морских условий на подводные объекты. Спб., Научный журнал «Морские интеллектуальные технологии» 2020, Т.1(2). с. 10–16.

Коваль Кирилл Алексеевич, koval.kir2014@yandex.ru
Сухоруков Андрей Львович, su_andr@yahoo.com

—— ♦♦♦ ——

ЛИНЕЙНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА И ДВУХ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ

П.И. Кожурина, А.М. Томашева, С.В. Горкунов, Г.В. Коломийцев*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
*polinakozhurina2020@gmail.com

Месторождения нефти с газовой шапкой составляют значительную долю газовых и нефтяных месторождений [1]. Добыча нефти из таких месторождений обладает определенными особенностями и отличается от разработки чисто нефтяных коллекторов. Снижение давления в области, насыщенной нефтью, вызывает движение поверхности газонефтяного контакта, которая может быть неустойчивой и приводить к газовому пробою к добывающей скважине. В результате в пласте образуется остаточная неизвлекаемая нефть [2] – [4]. Если между газом и нефтью находится слой воды, то газовые пальцы образуются в области, занятой водой, и формируют области с малоподвижной водой, а не нефтью. В большинстве случаев вязкость нефти больше вязкости воды, поэтому граница вода-нефть также является неустойчивой.

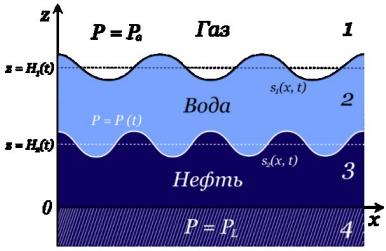


Рис. 1. Схема течения в пласте пористой среды.

Коротковолновая неустойчивость этой границы приводит к формированию пальцев воды в области, занятой нефтью. Схема рассматриваемого пласта пористой среды представлена на рис. 1. Жидкости в системе предполагаются несжимаемыми, а фильтрационное течение описывается законом Дарси с учетом силы тяжести:

$$div\,\vec{v_i} = 0, \qquad (1a)$$

$$0 = -\nabla(P_i + \rho_i g z) - \frac{\mu_i}{k}\vec{v_i}, \qquad (1b)$$

где $\vec{v_i}$ - скорость фильтрации, P_i - давление, ρ_i - плотность, g - ускорение свободного падения, μ_i - вязкость, k - проницаемость среды, где $i = 1$ для области, занятой водой, и $i = 2$ для области, насыщенной нефтью.

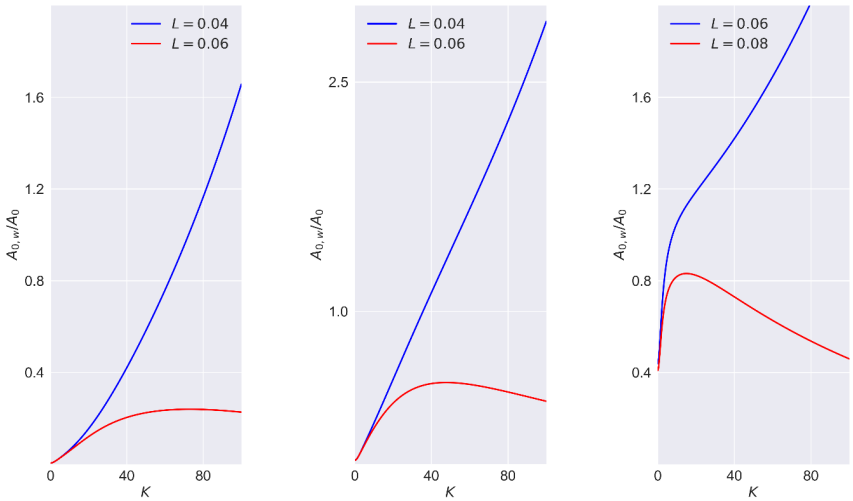
С помощью метода нормальных мод получены соотношения, описывающие рост возмущений поверхностей газ-вода и вода-нефть. Эти соотношения описывают эволюцию возмущений в линейном приближении в зависимости от длины волны возмущения и параметров основного течения.

Выполненное исследование показывает, что существует пороговое значение толщины слоя воды L_*. Если толщина слоя воды больше порогового значения, то развитие возмущений на границе вода-газ не оказывает влияния на развитие возмущений за время, сравнимое с характерным временем процесса вытеснения нефти.

Получено выражение для расчета порогового значения L_* при заданных значениях вязкости нефти, перепада давлений и толщины низкопроницаемого слоя пористой среды, содержащего нефть.

$$L > L_* = \frac{c_t - k_r + \sqrt{{c_t}^2 + {k_r}^2}}{2}, \qquad (2)$$

где c_t – отношение рассматриваемого момента времени t_* ко времени, за которое нефть была бы полностью вытеснена водой из пласта, если бы обе границы раздела оставались плоскими ($0 < c_t < 1$); k_r – отношение вязкостей жидкостей.



$a: k_r = 0.1$ $b: k_r = 2$ $c: k_r = 10$

Рис. 2. Зависимость $A_*/A_{0,g}$ от K при различной толщине слоя водонасыщенной области и $c_t = 0.1$.

Из рис. 3 видно, что в рассматриваемом в работе случае, если начальные амплитуды возмущений обеих поверхностей равны, то коротковолновые возмущения границы вода-нефть на линейной стадии развития возмущений растут значительно медленнее возмущений на границе вода-газ.

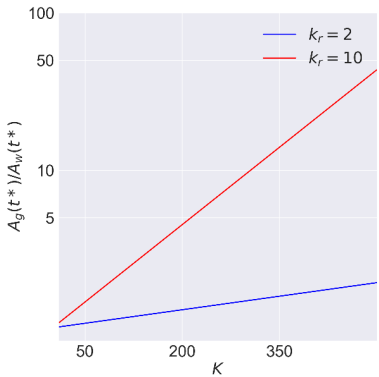


Рис. 3. Зависимость A_g/A_w от K при $t = t_*$, $c_t = 0.1, L = 0.1$.

Из полученных результатов следует, что наличие слоя воды между нефтью и газом существенно уменьшает рост коротковолновых возмущений («пальцев») в области, занятой нефтью. Таким образом, слой второй жидкости может позволить снизить количество остаточной нефти, которая является большой проблемой эффективной добычи.

Исследование выполнено для малых возмущений в предположении, что длина волны возмущения остается много больше амплитуды. Развитие возмущений на нелинейной стадии планируется исследовать в будущем с помощью континуальной и сетевой моделей, ранее описанных авторами в работе [5].

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Авторы выражают благодарность научному руководителю Шаргатову Владимиру Анатольевичу за ценные советы при планировании исследования и рекомендации по оформлению. Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 21-11-00126.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лапук Б.Б.* Теоретические основы разработки месторождений природных газов. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 296 с.
2. *Кутырев Е.Ф., Шкандратов В.В., Белоусов Ю.В.* Некоторые результаты физического моделирования процессов газообмена в пластовой системе нефть – нагнетаемая вода // Георесурсы. 2005. № 5. С. 33–36.
3. *Rostami1 B., Kharrat R., Ghotbi C., Tabatabaie S.H.* Gas-Oil relative Permeability and Residual Oil Saturation as Related to Displacement Instability and Dimensionless Numbers // Oil&Gas Science and Technology – Rev. IFP 2010. V. 65. No. 2. P. 299–313.
4. *Kim V.C., Kim S., Chung B.-J., Choi C.K.* Convective instability in a horizontal porous layer saturated with oil and a layer of gas underlying it // Int. Comm. Heat Mass Transfer. V. 30. No. 2. P. 225–234.
5. *Shargatov V., Tsypkin G.G., Gorkunov S.V., Kozhurina P.I., Bogdanova Y.A.* On the Short Wave Instability of the Liquid/Gas Contact Surface in Porous Media // Mathematics 2022, 10.

Кожурина Полина Ивановна, polinakozhurina2020@gmail.com
Томашева Анастасия Михайловна, anastasiatomasheva@gmail.com
Горкунов Сергей Владимирович, gorkunov.ser@mail.ru
Коломийцев Георгий Васильевич, kolomytsev@theor.mephi.ru

—— ♦♦♦ ——

ДИНАМИКА СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА ВНУТРЕННЕЙ ГРАНИЦЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ ПРИ МОДУЛЯЦИИ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

В.Г. Козлов, А.Р. Зимасова, Н.В. Козлов*
Пермский государственный гуманитарно– педагогический университет, Пермь
*zimalsu@gmail.com

Экспериментально исследуется поведение границы раздела жидкостей с высоким контрастом вязкости в неравномерно вращающемся длинном горизонтальном цилиндре. Более вязкая жидкость имеет большую плотность и располагается вблизи границы полости в виде тонкого слоя под действием центробежной силы. В средней части полости располагается маловязкая жидкость меньшей плотности, в отсутствие модуляции скорости вращения граница раздела имеет форму кругового цилиндра.

Изучается динамика межфазной границы в зависимости от толщины слоя вязкой жидкости, скорости вращения, амплитуды и частоты либраций.

Исследования направлены на разработку методов вибрационного управления формой межфазной границы во вращающемся длинном цилиндре. Эффективное осредненное действие либраций на границу раздела жидкостей с высоким контрастом вязкости было показано в [1] при изучении динамики двух жидкостей в круговой ячейке Хеле-Шоу, совершающей неравномерное вращение вокруг своей оси по закону $\Omega = 2\pi f_{rot}(1+\varepsilon\cos(2\pi f_{lib}t))$. В работе экспериментально и теоретически исследованы равновесная форма и устойчивость межфазной границы. Были обнаружено несколько эффектов: при определенных соотношениях частоты либраций и скорости вращения граница смещается в радиальном направлении в системе отсчета полости. Другой эффект проявляется в том, что с увеличением амплитуды модуляции скорости круговая граница раздела пороговым образом теряет устойчивость: на границе возникает азимутально периодический рельеф. Это связано с осцилляционной неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца, обусловленной тангенциальными колебаниями менее вязкой жидкости вблизи границы раздела с более вязкой.

Экспериментальная кювета представляет собой цилиндрическую полость (рис.1), выточенную в блоке из оргстекла в виде длинного параллелепипеда квадратного поперечного сечения. Длина рабочей полости L = 7.4 см, радиус рабочей полости R = 3.0 см. Кювета приводится во вращение вокруг горизонтальной оси шаговым двигателем.

Эксперименты проводятся в диапазоне частот вращения $f_{rot}=\Omega_{rot}/2\pi$= 3 – 6 об/с и частот либрации $f_{lib}=\Omega_{lib}/2\pi$= 3 – 9 Гц. Амплитуда модуляции скорости варьируется в диапазоне ε= 0÷0.7. В ходе эксперимента форма радиальной границы вязкой жидкости, которая визуализируется родаминовым красителем, регистрируются с помощью скоростной видеокамеры. Видео-регистрация выполняется со стороны переднего прозрачного торца соосно с осью вращения кюветы.

В качестве жидкостей используются масло АК – 0.65 кинематической вязкостью ν_1=1.02 сСт и плотностью ρ_1=0.76 г/см^3 и глицерин, кинематическая вязкость которого равняется ν_2=820 сСт, а плотность составляет ρ_2=1.26 г/см^3.

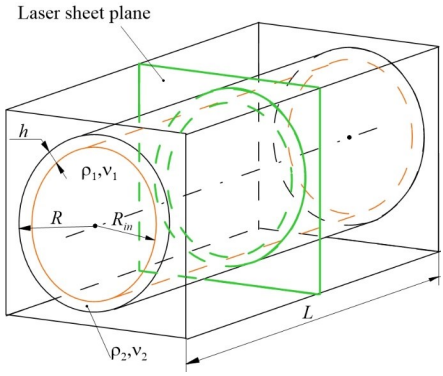
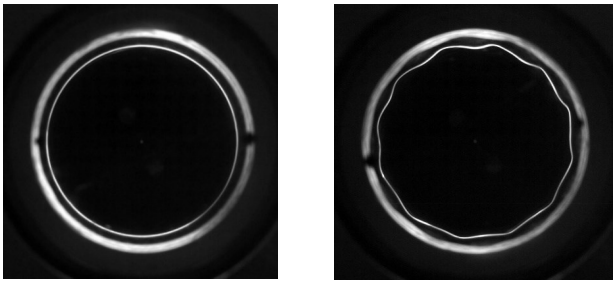


Рис. 1. Схематичное изображение экспериментальной кюветы и границы раздела в плоскости вертикального лазерного ножа

Глицерин окрашен родаминовым красителем, что позволяет с высокой точностью определить границу раздела жидкостей методом фоторегистрации с использованием красного светофильтра и освещения жидкостей лазером зеленого цвета. При съемке с торца кюветы камера фокусируется на границе раздела жидкостей в плоскости лазерного

ножа, расположенного так, что лазерный нож проходит по середине полости перпендикулярно оси вращения кюветы, освещая слой столба жидкости в центре полости.

Эксперименты проводятся на нескольких толщинах слоя вязкой жидкости h: 2.3 мм, 3.0 мм, 5.6 мм; в центрифугированном состоянии системы, при этом вязкая жидкость, расположенная у стенки полости в виде коаксиального слоя, совершает вращение вместе с кюветой. В отсутствие модуляции скорости граница раздела жидкостей имеет круговую форму (рис. 2а). Обнаружено, что с повышением амплитуды модуляции скорости вращения граница раздела пороговым образом теряет устойчивость, на ней развивается квазистационарный рельеф с азимутальной периодичностью (рис. 2б).



(а) *(б)*

Рис. 2. Граница раздела жидкостей (толщина слоя h = 3.0 мм) при модуляции скорости вращения при f_{rot} = 3 об/с, f_{lib} = 4 Гц: а) ε = 0; б) ε = 0.55

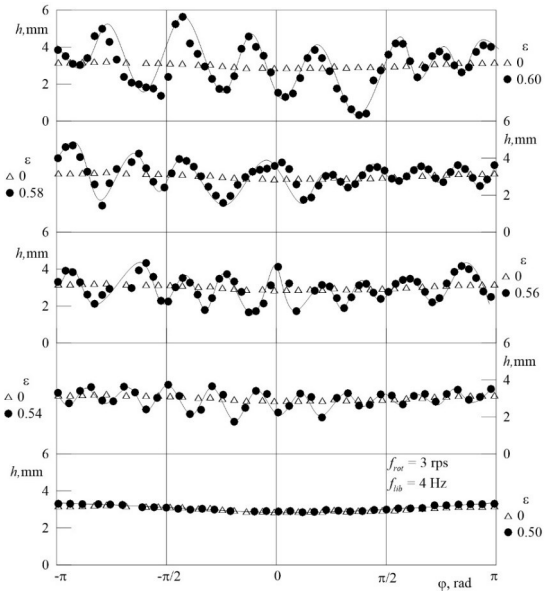


Рис. 3. Зависимость толщины слоя вязкой жидкости от угловой координаты в некоторый момент времени (в лабораторной системе, начало отсчета определяется направлением ускорения свободного падения) в отсутствие либраций и в надкритической области; f_{rot} = 3 об/с, f_{lib} = 4 Гц, толщина невозмущенного слоя h = 3.0 мм

Исследования показали, что возникновение двумерного квазистационарного рельефа на межфазной границе связано с развитием осцилляционной неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и происходит пороговым образом при увеличении амплитуды модуляции скорости вращения. Результаты исследования устойчивости границы представлены в пространстве безразмерных параметров. Обнаружено, что одним из определяющих параметром является безразмерная скорость вращения полости $\omega_{rot} \equiv \Omega_{rot} h^2/\nu$, с увеличением которого пороговое значение вибрационного параметра возрастает.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, проект 23-11-00242.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kozlov V, Petukhova M, Kozlov N.* Dynamics of liquids with high viscosity contrast in unevenly rotating Hele-Shaw cell. Phil. Trans. R. Soc. A, 2023, 20220082.

Козлов Виктор Геннадьевич, kozlov@pspu.ru
Зимасова Алсу Ринатовна, zimalsu@gmail.com
Козлов Николай Викторович, kozlov.n@icmm.ru

—— ♦♦♦ ——

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА РЕЛАКСАЦИИ ВЯЗКОСТИ НА КАПИЛЛЯРНЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ

Н.Ю. Колбнева
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль
kolbneva-nata@yandex.ru

Исследование капиллярных осцилляций и устойчивости заряженных капель при различных физико-химических характеристиках жидкости представляет значительный интерес в связи с многочисленными приложениями в геофизике, технической физики, гидрометеорологии [1, 2]. Впервые феномен радиоизлучения осциллирующей заряженной облачной капли обсуждался в работе [3], выполненной на модели идеальной проводящей жидкости. Важность сформулированной проблемы обуславливает появление новых работ [4]. Известно, что в верхней части реального конвективного облака капли переохлаждены, а при минусовых температурах переходят в стеклообразное состояние, для которого характерна вязкоупругость. В связи со сказанным представляется актуальным провести исследование влияния вязкоупругих свойств реальной жидкости на капиллярные осцилляции заряженной капли с учетом энергопотерь на излучение электромагнитных волн.

В результате кратковременных внешних силовых воздействиях (меньших или сравнимых с характерными молекулярными временами [5, стр. 222]) вязкая жидкость упруго деформируется, а возникающие сдвиговые напряжения затухают за время релаксации, существенно превышающее время внешнего воздействия [6, стр. 188].

Вязкоупругие свойства жидкости описываются введением комплексной кинематической вязкости при помощи известной формулы Максвелла[6]:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 - i\omega_n \tau}, \tag{1}$$

i – мнимая единица, ν_0 – коэффициент кинематической вязкости для нулевой частоты внешнего воздействия, τ – характерное время релаксации вязкости (время, за которое возникающие в жидкости упругие деформации возвращаются к нулевому уровню), ω_n – комплексная частота капиллярных осцилляций *n*-моды; реальная ее часть определяет собственную частоту осцилляций, а мнимая часть – декремент затухания или инкремент капиллярной электростатической неустойчивости. В (1) учтена экспоненциальная зависимость от времени амплитуд капиллярных осцилляций капли: $\sim \exp\left(-i\omega_n t\right)$.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим неподвижную сферическую каплю радиуса R вязкой несжимаемой проводящей жидкости, имеющей заряд Q. Пусть жидкость обладает плотностью ρ, коэффициентом поверхностного натяжения σ. Примем, что капля находится в вакууме.

Уравнение возмущенной поверхности капли в сферической системе координат (r, θ, φ) с началом в центре масс капли при использовании осесимметричной постановки задачи представим в виде: $r(\theta,t) = R + \xi(\theta,t)$, где возмущение равновесной сферы, вызванное капиллярным волновым движением, описывается функцией $\xi(\theta,t)$. В качестве малого параметра задачи примем безразмерную амплитуду осцилляций: $\varepsilon \equiv \left|\max \xi\right| / R << 1$.

Система уравнений электрогидродинамики с электрическим полем, создаваемым собственным зарядом Q капли, имеет вид:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\vec{V} \cdot \nabla\right)\vec{V} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \Delta \vec{V}, \qquad \operatorname{div}\vec{V} = 0, \tag{2}$$

$$\Delta \vec{E} - \frac{\partial^2 \vec{E}}{c^2 \partial t^2} = 0; \qquad \operatorname{div}\vec{E} = 0, \tag{3}$$

$$r \to \infty: \qquad \vec{E} \to 0, \qquad r \to 0: \qquad \vec{V} \to 0, \tag{4}$$

$$F(r,\theta,t) \equiv r - R - \xi(\theta,t) = 0:$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla F = 0; \quad \vec{\tau}\left(\vec{n} \cdot \nabla\right)\nu + \vec{n}\left(\vec{\tau} \cdot \nabla\right)\nu = 0; \quad P - 2\rho\nu\vec{n}\left(\vec{n} \cdot \nabla\right)\nu + P_q = P_\sigma, \tag{5}$$

$$\left(\vec{\tau} \cdot \vec{E}\right) = 0, \tag{6}$$

$$\int_V r^2 dr \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{4}{3}\pi R^3; \qquad \int_V \vec{r}\, r^2 dr \sin\theta d\theta d\varphi = 0; \tag{7}$$

$$V = [0 \le r \le R + \xi(\theta,t), 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi],$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_S \vec{n} \qquad); \qquad S = [r = R + \xi(\theta,t),\ 0 \le \theta \le \pi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi], \tag{8}$$

где $\vec{V}$ – поле скоростей движения жидкости в капле, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, P – давление внутри капли, $P_q = \vec{E}^2 / 8\pi$ – давление электрических сил, $P_\sigma = \sigma \operatorname{div} \vec{n}$ – давление капиллярных сил, $\vec{n}$, $\vec{\tau}$ – единичные векторы нормали и касательной к свободной поверхности капли.

Задача (2)-(8) решается методом прямого разложения в рамках теории возмущений в линейном приближении по малому параметру ε. Для этого искомые функции раскладываются по порядкам малости безразмерной амплитуды осцилляций ε. Задача нулевого порядка малости описывает равновесное состояние системы.

Решение задачи первого порядка малости по ε позволяет прийти к дисперсионному уравнению второго порядка для случая маловязкой жидкости. При использовании динамического коэффициента кинематической вязкости (1) получается уже уравнение третьего порядка [7]:

$$\omega_n^3 - il_1\omega_n^2 - \omega_n\left(l_{21} + il_{22}\right) + il_{31} - l_{32} = 0; \qquad \left(n \geq 2\right),$$

$$l_1 = \frac{1}{\tau}; \qquad l_{21} = \frac{2\nu_0}{R^2\tau}\left(n-1\right)\left(2n+1\right) + \left(\operatorname{Re}\omega_n\right)^2,$$

$$\left(\operatorname{Re}\omega_n\right)^2 = \frac{\sigma}{\rho R^3} n\left(n-1\right)\left(n+2\right)\left(1 - \frac{W}{\left(n+2\right)}\right); \qquad W = \frac{Q^2}{4\pi\sigma R^3},$$

$$l_{22} = W\frac{\sigma}{\rho R^3} n^2\left(n+1\right)\left(\frac{2^n\left(n-1\right)!}{\left(2n\right)!}\right)^2\left(\frac{\operatorname{Re}\omega_n}{c}R\right)^{2n+1}; \quad l_{31} = \frac{\left(\operatorname{Re}\omega_n\right)^2}{\tau}, \quad l_{32} = \frac{l_{22}}{\tau},$$

из-за усложнения спектра реализующихся движений жидкости за счет возникновения релаксационных апериодических сдвиговых движений.

В пакете аналитических вычислений MATHEMATICA для характерных облачных и дождевых капель найдены численные решения дисперсионного уравнения, порождаемого эффектом релаксации вязкости, при докритических значениях параметра Релея W:

для $R = 3$ мкм: $\omega_2^{(1)} = -99.5\cdot 10^3 i$ рад/с, $\omega_2^{(2,3)} = \left(\pm 4.7\cdot 10^6 - 0.3\cdot 10^3 i\right)$ рад/с,

для $R = 30$ мкм: $\omega_2^{(1)} = -99.5\cdot 10^3 i$ рад/с, $\omega_2^{(2,3)} = \left(\pm 0.15\cdot 10^6 - 1.7\cdot 10^3 i\right)$ рад/с,

для $R = 0.25$ мм: $\omega_2^{(1)} = -99.8\cdot 10^3 i$ рад/с, $\omega_2^{(2,3)} = \left(\pm 6.1\cdot 10^3 - 0.08\cdot 10^3 i\right)$ рад/с,

для $R = 3.5$ мм: $\omega_2^{(1)} = -100\cdot 10^3 i$ рад/с, $\omega_2^{(2,3)} = \left(\pm 117 - 0.4i\right)$ рад/с.

Из анализа выше приведенных численных оценок ясно, что первый корень показывает чисто релаксационное апериодическое затухание упругих движений вязкой жидкости. Второй и третий корни соответствуют слабо затухающим вязкоупругим осцилляциям облачных и дождевых капель. Учет эффекта релаксации вязкости приводит к снижению декремента вязкоупругого затухания и незначительному увеличению частоты собственных осцилляций по сравнению с характеристиками, рассчитанными в пренебрежении вязкоупругих свойств жидкости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что эффект релаксации вязкости сказывается на снижении гасящего влияния на спектр капиллярных осцилляций капли на высоких частотах. Выявлено, что наличие эффекта релаксации вязкости приводит к существенной зависимости декремента вязкоупругого затухания от характерного времени релаксации. Учет вязкоупругих свойств жидкости приводит к снижению декремента затухания, определяемого энергопотерями на излучение электромагнитных волн, и интенсивности электромагнитного излучения осциллирующей заряженной капли на высоких частотах. Обнаружено, что вязкоупругость, как и вязкость жидкости, не оказывают влияния на

критические условия реализации электростатической неустойчивости капли по отношению к собственному заряду.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аджиев А.Х., Богаченко Е.М.* Грозы Северного Кавказа. Нальчик: Полиграфсервис и Т., 2011. 152 с.
2. *Стерлядкин В.В.* Натурные измерения колебаний капель осадков // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1988. Т.24, №6. С. 613–621.
3. *Калечиц В.И., Нахутин И.Е., Полуэктов П.П.* О возможном механизме радиоизлучения конвективных облаков // ДАН СССР. 1982. Т. 262. № 6. С. 1344–1347.
4. *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Колбнева Н.Ю.* Электромагнитное излучение капли, осциллирующей в грозовом облаке. Москва-Берлин: Директ-Медиа, 2021. 200 с.
5. *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975. 592 с.
6. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 733 с.
7. *Григорьев А.И., Колбнева Н.Ю., Ширяева С.О.* О влиянии эффекта релаксации вязкости жидкости на интенсивность электромагнитного излучения осциллирующей заряженной капли // Коллоидный журнал. 2023. Т. 85. № 4. С. 483–501.

Колбнева Наталья Юрьевна, kolbneva-nata@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ БЕГУЩИХ ВОЛН В ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКАХ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ МЕТОДОМ ФУНКЦИИ ЭВАНСА

Г.В. Коломийцев[*], *С.В. Горкунов, П.И. Кожурина, А.М. Томашева*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*kolomiytsev@theor.mephi.ru*

Рассматривается двухфазный одномерный поток жидкости в пористой среде в рамках модели, основанной на использовании закона Дарси в среде, проницаемость которой описывается квадратичными функциями насыщенности. В работе получены уравнения для исследования устойчивости решений в виде бегущих волн методом функции Эванса и обоснована возможность применения этого метода.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема математического описания процесса распространения жидкости в двухфазной среде в одномерном приближении возникает в задачах извлечения нефти из пластов пористой породы под действием давления накачиваемой в пласт воды [1, 2]. В приближении исчезающей вязкости (уравнения Бакли-Леверетта) существуют решения в виде бегущих волн [3,4], линейная устойчивость которых в данной работе поисследуется методом функции Эванса. Этот подход применяется, например, при анализе устойчивости бегущих волн в средах с диссипацией и дисперсией [5, 6].

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассматривается пористая среда с проницаемостью
и, одна из которых несмачивающая (нефть),

характеризуемая скоростью $\boldsymbol{v}_W$ и давлением p_W, а вторая – смачивающая (вода) с соответствующими параметрами $\boldsymbol{v}_N, p_N$. Закон Дарси предполагает связь между скоростью жидкости и градиентом давления в ней:

$$v_i = -\lambda_i \nabla p_i, i = \{W, N\}.$$

Коэффициенты подвижности $\lambda_W = \lambda_W(u)$ и $\lambda_N = \lambda_N(1-u)$ зависят от насыщенности среды смачивающей фазой u, ее проницаемости K, вязкости жидкостей $\mu_{W,N}$ и некоторых модельных функций $\kappa_{W,N}$:

$$\lambda_i = \frac{Ka_i}{\mu_i}\kappa_i(u),$$

где $a_{W,N}$ – некоторые постоянные, а модельные функции имеют квадратичную зависимость от насыщенности:

$$\kappa_W(u) = u^2, \kappa_N(u) = (1-u)^2.$$

Дополнительной величиной, выбираемой из модельных соображений, является капиллярное давление

$$p_c(u) = p_N(u) - p_W(u).$$

В одномерной постановке закон сохранения массы и уравнение несжимаемости приводятся к виду

$$\partial_{t'}u + \partial_{x'}F(u) = \partial_{x'}G(u)\partial_{x'}u,$$

$$\partial_{x'}p = -\frac{M}{u^2 + M(1-u)^2}\,(1 + (1-u)^2 p_c'(u)\partial_{x'}u),$$

где введены обозначения:

$$t' = t\Big/\left(\frac{Ka_N}{U\mu_N}\right), x' = x\Big/\left(\frac{Ka_N}{\mu_N}\right), U = \big(\lambda_N(u_+) + \lambda_W(u_+)\big)(\partial_x p)_+, p \equiv p_W;$$

$$M = \frac{\mu_W a_N}{\mu_N a_W}.$$

Функция потока Бакли-Леверетта $F(u)$ и эффективный коэффициент диссипации $G(u)$ определяются как

$$F(u) = \frac{u^2}{u^2 + M(1-u)^2}, G(u) = -p_c'(u)\frac{u^2(1-u)^2}{u^2 + M(1-u)^2}.$$

Граничные условия задаются постоянными значениями насыщенности и градиента давления при $x \to \infty$:

$$\lim_{x\to\infty} u = u_+, \lim_{x\to\infty} \partial_x p = (\partial_x p)_+.$$

В координатах бегущей волны $z = x' - Dt'$ уравнение для насыщенности приводится к виду

$$\partial_{t'}u + \partial_z(F(u) - Du) = \partial_z G(u)\partial_z u,$$

и его стационарные решения $u = u(z) > 0$ отвечают волнам, бегущим со скоростью D.

Известно, что слабая зависимость капиллярного давления от насыщенности приводит к исчезновению эффективного коэффициента диссипации, так что уравнение для насыщенности становится гиперболическим и дает соотношение на разрыве

$$D = \frac{F(u_-) - F(u_+)}{u_- - u_+}.$$

В работах [4, 7] исследование устойчивости разрывных решений сводится к анализу устойчивости решений уравнения с малой постоянной диссипацией $G(u) \to \varepsilon = \mathrm{const}$. Такой подход позволяет установить ряд общих утверждений, относящихся к устойчивости решений, однако связан с использованием решений, не являющихся собственно решениями задачи с исходным коэффициентом диссипации.

Альтернативный подход к анализу устойчивости профилей бегущих волн сводится к построению функции Эванса линеаризованного уравнения для малых возмущений «основного» решения

$$u(z,t) = e^{\lambda t} y(z) + u_0(z).$$

В описанной выше модели уравнение для $y(z)$ имеет вид

$$\frac{d^2}{dz^2}\Big(G\big(u_0(z)\big)y(z)\Big) - \frac{d}{dz}\Big(\big(F_u'\big(u_0(z)\big) - D\big)y(z)\Big) = \lambda y(z),$$

при этом анализ устойчивости сводится к поиску собственных значений получившегося линейного дифференциального оператора в пространстве дважды интегрируемых функций. Наличие собственных значений с $\mathrm{Re}\,\lambda > 0$ отвечает наличию неустойчивости.

Функция Эванса $E(\lambda)$ для дифференциальных операторов второго порядка определяется через скалярное произведение решений соответствующих этому дифференциальному уравнению системам

$$Y'(z) = J(z,\lambda)Y(z);\ -\tilde{Y}'(z) = J^T(z,\lambda)\tilde{Y}(z),$$

$$J(z,\lambda) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{\lambda + \Big(F_u'\big(u_0(z)\big) - G_z'\big(u_0(z)\big)\Big)}{G\big(u_0(z)\big)} & -\dfrac{2G_z''\big(u_0(z)\big) - F_u'\big(u_0(z)\big) + D}{G\big(u_0(z)\big)} \end{bmatrix};$$

$$E(\lambda) = \tilde{Y}^T(z) \cdot Y(z).$$

Решения этих систем выбираются так, чтобы $Y(z)$ исчезало при $z \to \infty$, а $\tilde{Y}(z)$ – напротив, исчезало при $z \to -\infty$. Изолированные нули функции $E(\lambda)$ в комплексной плоскости спектрального параметра λ отвечают собственным значениям оператора.

Анализ асимптотического поведения функции Эванса при больших параметрах λ показывает ее ограниченность в бесконечно удаленной точке. При этом вычисление функции Эванса для задачи определения устойчивости фильтрационных течений в виде бегущих волн может быть сведено к вычислению определителя Вронского двух линейно независимых решений уравнения с некоторым редуцированным оператором, обладающим спектром, совпадающим со спектром исходного оператора:

$$G\big(u_0(z)\big)\frac{d^2}{dz^2}f(z) + R\big(u_0(z)\big)f(z) = \lambda f(z),$$

$$R\big(u_0(z)\big) = \frac{1}{2G\big(u_0(z)\big)}\Big(G_z'\big(u_0(z)\big)\big(F_u'\big(u_0(z)\big) - D\big) - \frac{1}{2}\big(F_u'\big(u_0(z)\big) - D\big)^2 - G\big(u_0(z)\big)\Big(F_u'\big(u_0(z)\big)\Big)_z'\Big).$$

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 21-11-00126.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. 208 с.
2. *J. Bear*. Dynamics of fluids in porous media. American Elsevier, New York, London, Amsterdam. 1972.
3. *C.J. van Duijn, L.A. Peletier, I.S. Pop* A new class of entropy solutions of the Buckley-Leverett equation // SIAM Journal on Mathematical Analysis. 2007. Т. 39. №2. С. 507–536.
4. *Spayd K., Shearer M., Hu Z.* Stability of plane waves in two-phase porous media flow //Applicable Analysis. 2012. Т. 91. №. 2. С. 295–308.
5. *Evans J. W., Feroe J.* Local stability of the nerve impulse //Mathematical Biosciences. – 1977. Т. 37. №. 1-2. С. 23–50.
6. *Chugainova A. P., Kolomiytsev G. V., Shargatov V. A.* On the Instability of Monotone Traveling-Wave Solutions for a Generalized Korteweg–de Vries–Burgers Equation // Russian Journal of Mathematical Physics. 2022. Т. 29. №. 3. С. 342–357.

7. *Bakharev F., Enin A., Petrova Y., Rastegae, N.* Impact of dissipation ratio on vanishing viscosity solutions of the Riemann problem for chemical flooding model // Journal of Hyperbolic Differential Equations. 2023.Т. 20. №. 02. С. 407–432.

Кожурина Полина Ивановна, polinakozhurina2020@gmail.com
Томашева Анастасия Михайловна, anastasiatomasheva@gmail.com
Горкунов Сергей Владимирович, gorkunov.ser@mail.ru
Коломийцев Георгий Васильевич, kolomytsev@theor.mephi.ru

—— ♦♦♦ ——

ТЕПЛОВИЗИОННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ, ВЫЗВАННОЙ ВНУТРЕННИМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ «ВОЗДУХ – ПОРИСТАЯ СРЕДА»

Н.В. Колчанов, А.С. Сидоров*
Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь
*kolchanovn@gmail.com

В работе представлены результаты экспериментов по конвекции воздуха в системе, состоящей из горизонтального пористого тепловыделяющего слоя и воздушной прослойки над ним. Свойства самой пористой среды определялись в отдельных экспериментах и подробно описаны в работе [1]. Определен порог возникновения конвективного течения для разных толщин воздушной прослойки через относительный тепловой поток и объемную мощность тепловыделения. Уменьшение толщины воздушной прослойки приводит к существенному повышению устойчивости механического равновесия и увеличению порогового значения числа Рэлея-Дарси. С помощью тепловизионных измерений показано, что конвективные течения в двухслойной системе, вызванные внутренним тепловыделением в нижнем волокнистом пористом слое, имеют форму двумерных валов, ось которых ориентирована поперёк тепловыделяющих волокон.

ЭКСПЕРИМЕНТ

На рис. 1 представлена схема экспериментальной установки, которая состоит из конвективной камеры с рабочей полостью (выделена контуром зеленого цвета) и системы термостатирования. Пористая среда *1* располагается на медной квадратной пластине *2*, являющейся нижней границей полости и частью теплообменника. Толщина и сторона пластины соответственно равны 10.0 мм и 160 мм. К ней по периметру прикреплены монолитные боковые границы *3* с помощью стальных болтов. Над образцом *1* расположена воздушная прослойка *4*, толщина которой устанавливается дополнительной вставкой из органического стекла *5*. Сверху двухслойная система накрывается дюралюминиевой пластиной *6*, которая имеет толщину 5.0 мм и крепится к боковым границам *3*. В центральной части пластины *6* сделано круглое отверстие, в которое вмонтировано и закреплено стекло из селенида цинка (ZnSe) *7* с диаметром 104 мм. Толщины стекла *7* и пластины *6* совпадают. Стекло *7* прозрачно для электромагнитного излучения в диапазоне длин волн 0.5-20 мкм, поэтому инфракрасное излучение, испускаемое поверхностью пористой среды, почти без поглощения выходит из рабочей полости и регистрируется тепловизором Testo 890. В верхней части

устройства термостатирования предусмотрено отверстие для объектива *8* тепловизора. Для точечного измерения температуры использовались медь-константановые дифференциальные термопары *9* совместно с приборами Термодат-38С1 и Термодат-38В1. Две термопары измеряют температуры на нижней и верхней границах двухслойной системы относительно температуры в лаборатории T_0. Красными точками отмечены места расположения спаев ещё трех термопар в центральной части образца пористой среды, которые измеряют температуру в этих точках относительно температуры T_0. Температура T_0 измерялась ртутным термометром с точностью 0.1 °С.

Система термостатирования используется для контроля температуры верхней границы полости. В верхней части устройства вмонтированы восемь вентиляторов, которые создают вынужденное циркулирующее внутри течение воздуха. Центральная часть устройства термостатирования направляет воздух на верхнюю границу рабочей полости (черные стрелки на рис. 1). Нижняя часть устройства плотно прилегает к верхней границе рабочей полости, поэтому набегающий на границу воздух растекается через рассекатели и попадает в периферийное пространство устройства термостатирования. На периферии устройства находится радиатор из медной трубки, который позволяет менять температуру циркулирующего внутри воздуха. Оболочка устройства термостатирования выполнена из теплоизоляционного материала.

Тепловыделение в пористом слое возникает, когда по волокнам подводится электрический ток от двух согласованно соединённых источников электропитания GPR-11H30D.

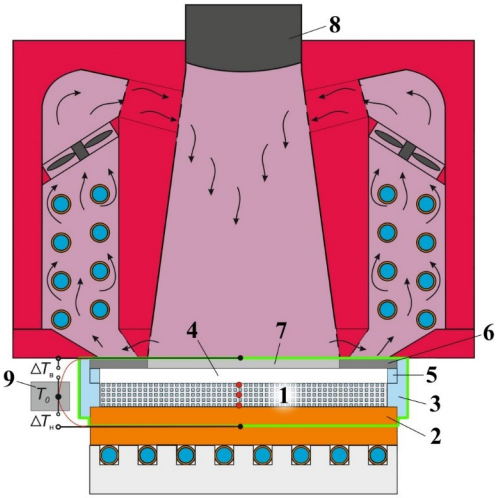


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – слой волокнистой тепловыделяющей пористой среды; 2 – медная квадратная пластина нижнего теплообменника; 3 – монолитные боковые границы из органического стекла; 4 – прослойка воздуха; 5 – вставка из органического стекла, с помощью которой устанавливается толщина воздушной прослойки 4; 6 – дюралюминиевая пластина, являющаяся верхней границей полости; 7 – круглое стекло из селенида цинка (ZnSe); 8 – объектив тепловизора; 9 – совокупность дифференциальных медь-константановых термопар для измерения температуры в различных точках внутри экспериментальной установки. Зелёный контур выделяет рабочую полость с двухслойной системой.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Интенсивность конвекции определялась внутренним безразмерным числом Рэлея-Дарси [2]

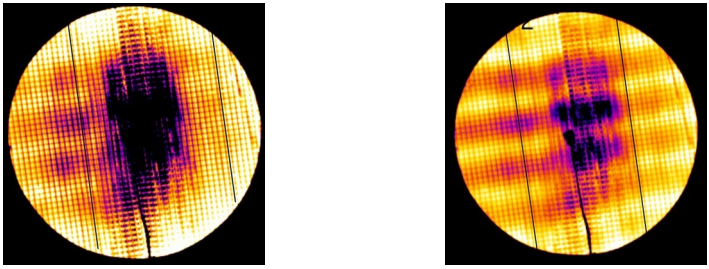
$$Ra = g\left(\frac{\beta\,\rho_0\,c_p}{\nu}\right)_{air}\frac{Q\,K\,h_{pm}^3}{2\,\kappa_{eff}^2},$$

где Q – объемная мощность тепловыделения, K – проницаемость, κ_{eff} – эффективная теплопроводность, h_{pm} – толщина пористого слоя, g – ускорение свободного падения, β, ρ_0, c_p, ν – это коэффициент объёмного расширения, плотность, теплоёмкость и кинематическая вязкость воздуха соответственно при температуре, поддерживаемой на границах двухслойной системы ($\beta = 1/273$ °C^{-1}; $\rho_0 = 1.21$ кг/м^3; $c_p = 1.01$ кДж/(кг·°C); $\nu = 15.1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с).

На рис. 2 представлены фотографии поля температуры, полученные тепловизором, для разных чисел *Ra*. Тепловизор регистрирует течение, когда оно проникает вглубь пористой среды и имеет интенсивность, достаточную для образования конвективных возмущений температуры. Когда температурные возмущения, вызванные конвективным течением, становятся больше цены наименьшего деления тепловизора (0.1 °C), на картине появляются вытянутые поперёк тепловыделяющих волокон среды чередующиеся темные (холодные) и светлые (горячие) полосы. Каждой полосе соответствует течение от двух соседних валов с разной закруткой. Темное пятно в центре картин обусловлено высокой пористостью среды, благодаря чему тепловое излучение от нижней холодной стенки регистрируется тепловизором.

В экспериментах показано, что увеличение объёмной мощности тепловыделения и числа *Ra* приводит к увеличению размеров конвективных валов. Такое поведение мы связываем с тем, что при увеличении интенсивности конвекции область, занятая конвективными валами, увеличивается за счет проникновения валов вглубь пористого слоя.

Согласно экспериментальным данным критическое число Рэлея-Дарси и критическое волновое число увеличиваются с уменьшением толщины воздушной прослойки. Этот результат согласуется с численными расчетами в подобных средах.



(а) (б)

Рис. 2. Эволюция поля температуры на поверхности волокнистого тепловыделяющего пористого слоя в надкритической области при толщине воздушной прослойки: h_{air} =7.6 мм, полученные для образца с пористостью 0.82: а) Ra = 0.88; б) Ra = 1.07.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, https://rscf.ru/project/21-71-10045/.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kolchanova E., Kolchanov N., Sidorov A.* Permeability measurements in experiments on convective heat transfer in a complex fibrous porous medium structured by a 3D photopolymer framework // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2023. Vol. 11. № 1. pp. 65-74. DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2023047663
2. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

Колчанов Николай Викторович, kolchanovn@gmail.com
Сидоров Александр Сергеевич, sidorovaliksandr@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

МОДЕЛИ ВИХРЕЙ: ИСТОРИЯ И РАЗВИТИЕ

П.А. Куйбин
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск
pak0659@mail.ru

Вихревые течения широко распространены как в природе, так и при решении технических задач. На основе закрутки потока работают различного типа сепараторы и очистные устройства, горелки и топки, охладители и нагреватели, осушители и т.п. Для исследования закрученных течений используются методы экспериментального моделирования и вычислительной гидродинамики. Самый продуктивный подход в описании вихревых течений удается реализовать, когда появляется возможность аналитического описания характеристик потока. Примеры аналитических моделей вихрей можно найти в монографии [1]. В данной работе представлен обзор аналитических моделей вихрей и предложено развитие моделей винтовых вихрей.

Простейшей моделью вихря является прямолинейная вихревая нить, в которой завихренность сосредоточена на прямой линии. Такая нить генерирует (индуцирует) единственную компоненту (окружную в цилиндрической системе координат с осью z, совпадающей с нитью) скорости, величина которой пропорциональна интенсивности вихревой нити и обратно пропорциональна расстоянию от нее:

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi r}. \tag{1}$$

В реальных жидкостях завихренность может распределяться локализованно, но в конечных по размерам областях. Более реалистичная модель вихря была предложена Рэнкиным (William John Macquorn Rankine) в 19 веке. В модели завихренность распределена равномерно в цилиндрической области. В этом случае окружная скорость внутри цилиндра линейно растет, а вне его убывает по гиперболе:

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi r}\begin{pmatrix} r^2/\varepsilon^2, & r < \varepsilon \\ 1, & r \geq \varepsilon \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Обобщение модели Рэнкина на случай винтовых течений, когда линии тока совпадают с вихревыми линиями, было сделано Васильевым [2]. Получена зависимость от радиальной координаты не только для окружной компоненты скорости, но и для осевой:

$$V = \alpha r, \quad W = \sqrt{V_0^2 - 2\alpha r}. \tag{3}$$

Более сложные модели колоннообразных вихрей учитывают неравномерное распределение завихренности в вихревом ядре. В качестве примера можно привести

вихрь Ламба-Озеена [3, 4], для которого завихренность имеет не ступенчатое, а гауссово распределение завихренности:

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi\varepsilon^2}\exp\left(\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right), \quad V = \frac{\Gamma}{2\pi r}\left[1-\exp\left(\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right)\right]. \tag{4}$$

Формулы (3) соответствует решению задачи о диффузии завихренности для прямолинейной вихревой нити, где эффективный размер вихревого ядра растет со временим:

$\varepsilon^2 = 4\nu t$, t – время, а ν – кинематическая вязкость.

Еще одна удобная для использования модель была предложена Кауфманном [5] (более известна, как модель Скалли [6]):

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi\varepsilon^2}\left(1+\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right)^{-2}, \quad V = \frac{\Gamma}{2\pi}\frac{r}{r^2+\varepsilon^2}. \tag{5}$$

Ватистас [7] развил модель Скалли, предложив семейство вихрей с распределением скорости следующего вида:

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi}\frac{r}{\left(r^{2n}+\varepsilon^{2n}\right)^{1/n}}. \tag{6}$$

Обобщение моделей вихрей (2, 4, 5) на случай осесимметричных течений с винтовыми вихревыми линиями было предложено в работе [8]. При этом осевая компонента скорости связана с окружной соотношением:

$$W = W_0 - \frac{r}{l}V. \tag{7}$$

Здесь W_0 – значение осевой скорости на оси потока, $h = 2\pi l$ – шаг винтовых вихревых линий. Преимущество обобщения заключается в возможности описания закрученных течений типа струй и типа следов с неоднородным распределением осевой скорости.

Другой класс моделей вихрей связан с пространственно локализованными вихрями. В первую очередь к этому классу относятся вихревые кольца. Поле скорости, индуцированное бесконечно тонкой вихревой нитью радиуса r_0, выражается через полные эллиптические интегралы первого и второго рода, K и E [4]:

$$u_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial z}, \quad u_z = -\frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial r}, \quad \Psi = -\frac{\Gamma}{2\pi}\sqrt{rr_0}\left[\left(\frac{2}{k}-k\right)K(k)-\frac{2}{k}E(k)\right], \quad k = \frac{4rr_0}{z^2+(r+r_0)^2}. \tag{8}$$

Кольцевая вихревая нить движется в направлении бинормали с бесконечной скоростью. Для вихревого кольца с радиусом ядра $\varepsilon \ll r_0$ и с равномерным распределением завихренности формула для скорости движения кольца была получена Кельвином [9]:

$$U = \frac{\Gamma}{4\pi r_0}\left(\ln\frac{8r_0}{\varepsilon}-\frac{1}{4}\right). \tag{9}$$

Хикс [10] получил аналогичную формулу для случая полого вихря, где в скобках вместо 1/4 стояла 1/2. В настоящее время и экспериментальное и теоретическое описание вихревых колец получили значительное развитие (см., например, [11, 12]).

Третья группа моделей вихрей касается винтовых вихрей, первые исследования которых проводились в начале XX века [13, 14], где были получены приближенные формулы для самоиндуцированной скорости винтовых вихрей. Поле скорости, индуцированное вихревой нитью произвольной формы можно найти через интеграл Био-Савара. В случае винтовой вихревой нити требуется вести интегрирование вдоль бесконечной нити. Хардин [15] преобразовал интегралы к рядам с коэффициентами, представленными через модифицированные функции Бесселя (ряды Каптейна). Для моделирования реальных винтовых вихрей необходимо переходить к вихрям с конечным

размером ядра. Мур и Сэффмэн [16] предложили оценивать самоиндуцированную скорость с помощью добавления и вычитания соприкасающегося вихревого кольца. Рикка [17] реализовал этот подход при численных расчетах на основе представления поля скорости из [15]. Из общей теории вихревых нитей [18] известно, что локально вихрь движется в направлении бинормали, а сама бинормальная компонента скорости в окрестности вихревой нити может быть представлена в виде разложения, содержащего полюс, логарифмическую особенность, константу и малые величины. Рикка отметил, что константа отличается примерно на 0,25 от аналогичной константы в формуле для самоиндуцированной скорости [16]. Значительный прогресс в описании винтовых вихрей был достигнут после работы [19], где авторы применили технику прямого выделения особенностей в рядах типа Каптейна. Это позволило проводить расчеты поля скорости с высокой точностью; найти поле скорости для винтовой нити, расположенной соосно в цилиндре; было доказано, что в пределах малых и больших шагов винта константы отличаются точно на 1/4. Следом, в работе [20] была доказана справедливость этого отличия при произвольном шаге винта.

В монографии [1] представлена модель для описания поля осредненных по окружной координате скоростей для винтового вихря с ядром конечного размера. Сопоставив их с экспериментально измеренными скоростями, можно найти параметры винтового вихря и по формулам из [19], оценить частоту прецессии вихря. В недавней экспериментальной работе [22] найдены режимы закрученного потока, сопровождающиеся образованием пары винтообразных прецессирующих вихрей. Для описания такой картины предложено обобщение упомянутой модели на случай композиции колоннообразного осесимметричного вихря и пары винтовых вихрей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л.* Введение в теорию концентрированных вихрей. – Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2003. 504 с.
2. *Васильев О.Ф.* Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1958. 144 с.
3. *Oseen C.W.* Uber die Wirbelbewegung in einer reibenden Flussigkeit // Ark. Mat. Astro. Fys. 1912. Vol. 7. P. 14 – 26.
4. *Lamb H.* Hydrodynamics. 3rd ed. Cambridge: Cambridge Univ Press, 1906. 650 p.
5. *Kaufmann W.* Über die Ausbreitung kreiszylindrischer Wirbel in zähen Flüssigkeiten // Ingenieur-Archiv. 1962. Vol. 31, No. 1. P. 1 – 9.
6. *Scully M.P., Sullivan J.P.* Helicopter rotor wake geometry and airloads and development of laser doppler velocimeter for use in helicopter rotor wakes // Massachusetts Institute of Technology Aerophysics Laboratory Technical Report 183, MIT DSR No. 73032, 1972.
7. *Vatistas G.H., Kozel V., Mih W.C.* A Simpler Model for Concentrated Vortices // Experiments in Fluids. 1991. Vol. 11. P. 73 – 76.
8. *Куйбин П.А., Окулов В.Л.* Одномерные решения для течений с винтовой симметрией // Теплофизика и аэромеханика. 1996. № 4. С. 311 – 315.
9. *Kelvin, Lord.* The translatory velocity of a circular vortex ring // Philos. Mag. 1867. Vol. 33. P. 511 – 512.
10. *Hicks W.M.* Researches on the theory of vortex rings. Part II // Philos. Trans. R. Soc. London. 1885. A176. P. 725 – 780.
11. *Ахметов Д.Г.* Вихревые кольца. – Новосибирск : Гео, 2007. 151 с.
12. *Fukumoto Y.* Global time evolution of viscous vortex rings // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2010. Vol. 24. P. 335 – 347.
13. *Жуковский Н.Е.* Вихревая теория гребного винта // Труды Отделения Физических наук Общества Любителей Естествознания. 1913. Т. 16, № 1.

14. *Da Rios L.S.* On the motion of an unbounded fluid with a vortex filament of any shape (in Italian) // Rend. Circ. Mat. Palermo. 1906. V. 22. P. 117 – 135.
15. *Hardin J.C.* The velocity field induced by a helical vortex filament // Phys. Fluids. 1982. Vol. 25. P. 1949 – 1952.
16. *Moore D.W., Saffman P.G.* The motion of a vortex filament with axial flow // Philos. Trans. R. Soc. London. 1972. Vol. A272. P. 403 – 429.
17. *Ricca R. L.* The effect of torsion on the motion of a helical vortex filament // J. Fluid Mech. 1994. Vol. 273. P. 241 – 259.
18. *Бэтчелор Дж.* Введение в динамику жидкости. – М.: Мир, 1973. 758 с.
19. *Kuibin P.A., Okulov V.L.* Self-induced motion and asymptotic expansion of the velocity field in the vicinity of helical vortex filament // Phys. Fluids. 1998. Vol. 10. P. 607 – 614.
20. *Boersma J., Wood D.H.* On the self-induced motion of a helical vortex // J. Fluid Mech. 1999. Vol. 384. P. 263 – 280.

Куйбин Павел Анатольевич, pak0659@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

О ФОРМЕ ПЛОТНОСТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРИПОВЕРХНОСТНОЙ КОНВЕКЦИИ

А.Е. Куприянова[1,2], В.А. Гриценко[2]*
[1] Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград
[2] Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва
[*]kupriyanova_ae@mail.ru

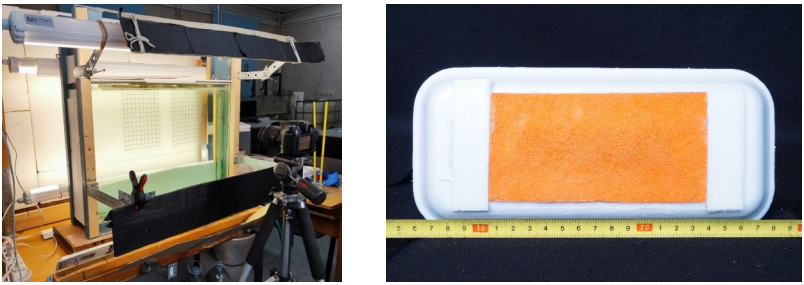
ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1], возникающий при охлаждении воды с поверхности термический пограничный слой (до 5-8 мм при свободной конвекции), определяется молекулярными механизмами перемешивания. Возникновение гидростатически неустойчивого распределения плотности в этом слое является предпосылкой к развитию конвекции [2]. На нижней границе этого пограничного слоя случайным образом (по времени и пространству) происходит зарождение ансамбля отдельных конвективных элементов (термиков), осуществляющих транспорт более холодных вод с поверхности в глубину.

Целью данной работы стало исследование процесса возникновения и погружения плотностного фронта совокупности термиков в однородной среде на основе данных лабораторных экспериментов и модельных расчетов.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Лабораторные эксперименты были проведены в гидролотке ЛФМ (АО ИО РАН, г. Калининград) (см. рис. 1 *а*). Перед началом эксперимента рабочее пространство лотка (800×590×125 мм) заполнялось пресной водой (~14 С°), на поверхности которой размещалось входное устройство типа «окно» (рис. 1 *б*).



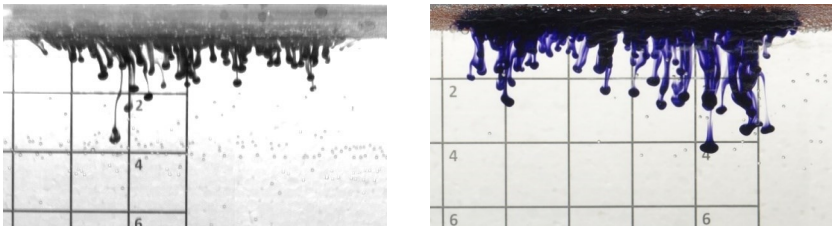
(а) (б)

Рис. 1. Общий вид гидролотка ЛФМ (а), заполненного пресной водой и снабженного системой светодиодных ламп. Конструкция входного устройства типа «окно»: вид снизу (б).

Конструкция устройства включала в себя пенополистирольный лоток, в дне которого прорезалась отверстие (900×20 мм), закрывавшееся снизу абразивной губкой (толщина 4-5 мм). Нижняя поверхность губки располагалась под поверхностью воды на 7-8 мм. На поверхность губки капельным образом сверху подавался малый объем (5 мл) подготовленного солевого раствора (18 C°, NaCl, 10^{-4} г/см^3). Видеозапись погружения термиков в пресной воде выполнялась при помощи видеокамеры Baumer (10 Гц), а также камеры Sony-58Alpha (~2 Гц). Более детально входное устройство и методика проведения эксперимента описана в статье авторов [3].

ЛАБОРАТОРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В описываемом исследовании возникновения и погружения термиков было выполнено 13 экспериментов (7 серий от 1 до 3 запусков) с перепадами плотности между пресной водой и солевым раствором $\Delta\rho = 10^{-4}$ г/см^3. В ходе выполнения экспериментов (рис. 2) наблюдались различные формы возникновения и типичные трансформации объемов отрицательной плавучести [4], погружающихся в окружении пресной воды.



(а) (б)

Рис. 2. Примеры наблюдаемых в лотке движений: отрыв ансамбля объемов от нижней границы входного устройства на фотографии камеры Baumer (а), на фотографии – Sony (б). Отчетливо заметна грибовидная форма погружающихся объемов отрицательной плавучести ($\Delta\rho = 10^{-4}$ г/см^3).

Наблюдаемая картина динамики ансамбля термиков позволила выделить несколько этапов их погружения. На начальном этапе запуска солевого раствора в устройство под поверхностью губки, из-за перепада температуры между раствором и окружающей водой, формировалось «облако» на всем протяжении отверстия «окна». Благодаря начальной разности температуры, «облако» на некоторое время (до 5 секунд)

«зависало» под поверхностью устройства. Как только раствор в слое остывал, на нижней границе «облака» формировались малые выпуклости («капли»), возникающие из-за плотностной неустойчивости в этом слое.

Получение оценок вертикальной скорости погружения для плотностного фронта ансамбля термиков проводилось с помощью пакета обработки изображений ImageJ. Прямые эмпирические оценки показали: средняя скорость погружения плотностного фронта составляет около 0.3 мм/с, минимальная и максимальная скорости были 0.1 мм/с и 0.5 мм/с, соответственно. Предварительный анализ количественных характеристик скорости погружения фронта для наблюдаемого течения показал, что изменение вертикальной скорости погружения плотностного фронта изменяется по линейному закону.

МОДЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ

Численные эксперименты проводились на нелинейной 2d-модели динамики неоднородной по плотности жидкости, включавшей в себя традиционные уравнения переноса завихренности и массы, а также трассеров для идентификации объемов воды [3]. Расчеты проводились на сетках 601×801, $\Delta x = \Delta z = 0.05$. Малые скорости заглубления термиков позволили предполагать ламинарный характер течений. Характерные масштабы течений были выбраны исходя из экспериментально полученных оценок толщины термического пограничного слоя ($h = 0.5$ см) и скорости погружения отдельных термиков ($u = 0.7$ см/с). Процесс выхолаживания воды с поверхности имитировался случайными аддитивными добавками плотности в 5-6 знаке текущего значения плотности для каждого из узлов верхних пяти слоев расчетной сетки.

На рисунке 3 приведены две фазы развития приповерхностной конвекции, на которых хорошо видна динамика погружения отдельных термиков и их фронта.

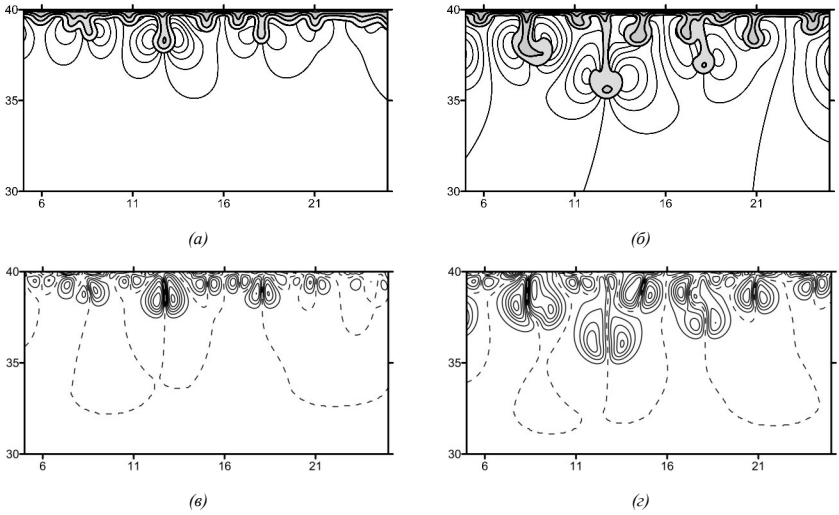


Рис. 3. Распределения плотности, функции тока (а, б) и завихренности (в, г) для двух последовательных фаз эволюции ансамбля термиков. Характерные масштабы расчетного течения: h_0=0.5 см, $\Delta\rho_0$=0.0001 г/см^3, u_0 ~ 0.6 см/с. Изолинии плотности проведены в диапазоне $\sum = \sigma / \Delta\rho_0 =$ [0.1, 0.85, 0.25], функции тока $\psi \in$ [-0.1, 0.1, 0.02], и изолиний завихренности ω = [-0.4, 0.4, 0.15].

Сравнение с лабораторными экспериментами (рис. 2 и 3) показало, что модель качественно верно воспроизводит случайный характер процесса зарождения термиков. Распределения расчетных полей плотности, функции тока и завихренности свидетельствуют о вихревом характере неоднородного по плотности течения.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Анализ полученных снимков экспериментов, а также проведенные модельные расчеты показали, что скорость погружения плотностного фронта ансамбля термиков при избыточной плотности 10^{-4} г/см^3 может составлять: средняя скорость около 0.3 мм/с, максимальная скорость до 0.5 мм/с. Выполненные эксперименты показали вихревой характер движения термиков с самого их зарождения.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00150 (https://rscf.ru/project/23-27-00150/).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гинзбург А.И., Дикарев С.Н., Зацепин А.Г., Федоров К.Н.* Феноменологические особенности конвекции в жидкости со свободной поверхностью // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1981. Т. 17. № 4. С. 400–407.
2. *Гинзбург А. И., Федоров К. Н.* Охлаждение воды с поверхности при свободной и вынужденной конвекции // Известия АН СССР. Сер. ФАО. 1978. Т. 14. № 1. С. 79–87.
3. *Куприянова А.Е., Гриценко В.А.* Падение пятен солёной воды на наклонное дно в окружении пресной: динамика и структурные особенности распространения плотностного фронта вверх по склону. // Океанологические исследования. 2022. Т. 50. № 2. С. 106-124. doi: 10.29006/1564-2291.JOR-2022.50(2).5.
4. *Тернер Дж.* Эффекты плавучести в жидкости. М.: Мир, 1977. 431 с.

Куприянова Анастасия Евгеньевна, kupriyanova_ae@mail.ru
Гриценко Владимир Алексеевич, gritsenko-vl-al@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ДИНАМИКА ВОЗДУШНОГО ПУЗЫРЬКА НА ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УЛЬТРАЗВУКА

М.О. Кучинский[1], Т.П. Любимова[2], К.А. Рыбкин[1], А.Д. Садовникова[1], В.А. Галишевский[1]*
[1]Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь
[2]Институт механики сплошных сред Уральского отделения РАН, Пермь
[*]kat6chinsky@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Поведение пузырька в жидкости под действием ультразвука (УЗ) активно изучается на протяжении последних десятилетий ввиду большого количества эффектов, возникающих как на поверхности пузырька, так и в объеме жидкости или вблизи твердой поверхности [1]. В акустическом поле ультразвуковой волны на воздушные пузырьки действуют силы Бьеркнеса, которые приводят к пульсациям поверхности пузырька (первичная сила) и его поступательному движению в пространстве (вторичная сила), что,

в частности, приводит к коалесценции пузырьков и ультразвуковой дегазации жидкости [2].

Если пузырёк, который подвергается воздействию УЗ, находится вблизи твердой поверхности, то он может закрепиться на ней, в этом случае контактный угол будет зависеть как от характеристик колебаний пузырька, так и от степени шероховатости поверхности и ее структуры [3,4].

В настоящей работе экспериментально исследуется динамика уединенного воздушного пузырька в дистиллированной воде вблизи и на твердых поверхностях различной степени смачиваемости, с возможным его закреплением и удержанием на твердой поверхности под действием УЗ.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ

В экспериментах использовалась оргстеклянная кювета, имеющая форму параллелепипеда, с размерами 103×103×195 мм^3 (Рис. 1 – слева). В центральной части кюветы строго горизонтально закреплялись исследуемые пластины (5) из материалов с различной степенью гидрофильности (кварцевое стекло, акрил, тефлон). В нижней части кюветы располагался 28 кГц источник УЗ (2). Эксперименты проводились в дистиллированной воде при нормальных условиях. Пузырек размером около 1 мм создавался при помощи калиброванного стеклянного капилляра и шприцевого насоса.

Для регистрации изменения краевого угла смачивания поверхности использовались SSD камера Basler acA1920-155um (4) и коллимированный источник контрового света Telecentric HP illuminator (3), оснащенный телецентрическими макрообъективами. С использованием высокоскоростной камеры Basler A504kc была проведена серия коротких экспериментов для изучения характеристик колебаний пузырька и для их сравнения с теоретическими данными. Полученные в экспериментах фотографии обрабатывались с помощью алгоритма на Python, разработанного на основе тангенциального метода измерения краевого угла (Рис. 1 - справа). На первом этапе производилась бинаризация изображения, чтобы на изображении остался только контур пузырька на поверхности пластины, затем черному цвету присваивалось значение 0, белому - 1. Далее на картинке определялась линия пластинки (l) и максимальное отклонение от нее, соответствующее верхней точке пузырька (p3), после чего производился поиск крайней (p1) и промежуточной (p2) точек на границе пузырька. Далее по трем точкам записывались уравнения окружности, касательной в крайней точке пузырька. Затем из уравнения прямой, идущей вдоль пластины, и уравнения касательной (k) вычислялся краевой угол θ, °.

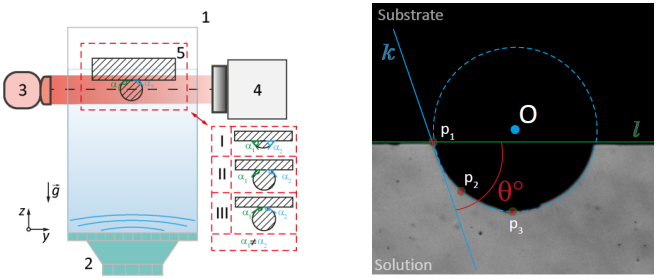


Рис. 1. слева – Схема экспериментальной установки; справа – изображение в процессе программной обработки.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Как показали эксперименты, проведенные с пластинами из кварцевого стекла (угол смачивания 130° ÷ 145°, гидрофильная поверхность), после формирования пузырек не закрепляется на твердой поверхности. Ультразвуковое воздействие приводит к колебаниям поверхности пузырька, его периодическому отскоку от твердой поверхности и дрейфу вдоль пластинки в область низкого акустического давления, образовавшегося в результате изменения акустического импеданса на границе раздела сред и интерференции звуковых волн (Рис. 2).

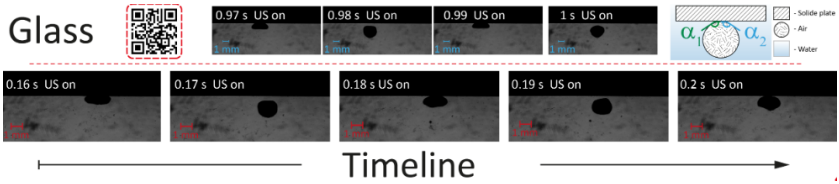


Рис. 2. Колебания пузырька на поверхности кварца под воздействием ультразвука с дальнейшим отрывом от пластины и деформацией поверхности пузырька в направлении распространения волны

При проведении экспериментов с пластинами из оргстекла (поверхность со средней степенью гидрофобности – краевой угол лежит в диапазоне 92° ÷ 102°) и тефлона (гидрофобная поверхность с краевым углом 65° ÷ 75°) зафиксировано, что пузырек также смещается в область низкого акустического давления, однако в этом случае отрыва от пластины (как в случае с гидрофильной поверхностью) не происходит, пузырек закрепляется и может дрейфовать по ней лишь на небольшие расстояния от места первоначального закрепления. Далее с использованием высокоскоростной камеры производилась регистрация параметров пузырька (контактный угол и высота). На рис. 3 показаны колебания контактного угла на поверхности оргстекла при воздействии ультразвука. Результаты экспериментов по определению частоты собственных колебаний пузырька (рис. 4) совпадают с теоретическим значением [5].

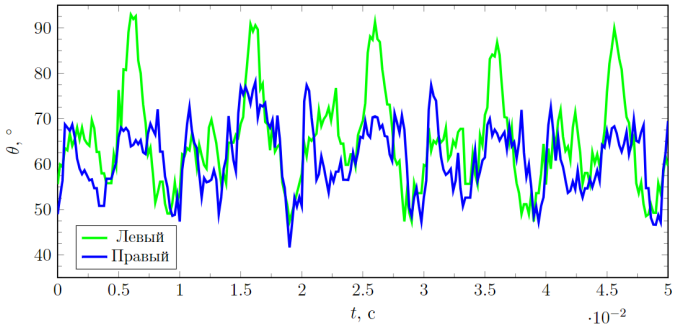


Рис. 3. Колебания контактного угла на оргстекле под воздействием ультразвука. Синяя кривая – правый краевой угол, зеленая – левый краевой угол

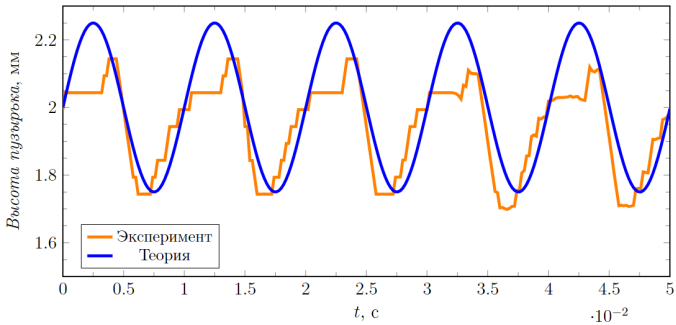


Рис. 4. Колебания высоты пузырька на тефлоне под воздействием УЗ, сопоставление экспериментальных (оранжевая кривая) и теоретических (синяя кривая) данных

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ding D., Bostwick J. B.* Oscillations of a partially wetting bubble // Journal of Fluid Mechanics. 2022. Т. 945. С. A24.
2. *Yoshida K., Fujikawa T., Watanabe Y.* Experimental investigation on reversal of secondary Bjerknes force between two bubbles in ultrasonic standing wave // The Journal of the Acoustical Society of America. 2011. Т. 130. №. 1. С. 135–144.
3. *Wang T. et al.* Droplet Wetting Propagation on a Hybrid-Wettability Surface // Langmuir. 2021. Т. 37. №. 39. С. 11646–11656.
4. *Brutin D. et al.* Sessile drop in microgravity: creation, contact angle and interface // Microgravity Science and Technology. 2009. Т. 21. С. 67–76.
5. *Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Cherepanov A.A.* Resonance oscillations of a drop (bubble) in a vibrating fluid // Journal of Fluid Mechanics. 2021. Т. 909. С. A18.

Кучинский Михаил Олегович, kat6chinsky@gmail.com
Любимова Татьяна Петровна, lubimova@psu.ru
Рыбкин Константин Анатольевич, k.rybkin@gmail.com
Садовникова Анастасия Денисовна, anastasiiia3006@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

РАСЧЕТ ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА И ЭНЕРГИИ В НЕВЯЗКОМ СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ОКЕАНЕ И АТМОСФЕРЕ

К.Ю. Лапшина
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
krislapshina03@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Исследование волнового массопереноса в сплошных средах имеет большое количество прикладных и академических приложений. Однако, до сих пор исследователи не обращали внимание на перенос вещества связанный с распространением периодического возмущения границы раздела двух стратифицированных жидкостей. Дисперсионные характеристики периодического волнового движения на границе раздела в двухслойной системе невязких

стратифицированных жидкостей были определены в [1]. Методика расчета и выражения для скорости массопереноса и траекторий движения материальных частиц в однородных средах получены в работе [2]. В настоящей работе ставится задача о расчете переноса вещества и энергии, связанного с возмущением поверхности на границе раздела двух стратифицированных невязких жидкостей.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим две идеальные стратифицированные жидкости в декартовой системе координат Oxz, в которой ось Oz направлена вертикально вверх против направления действия сил тяжести $\mathbf{g}.$, а ось Ox совпадает с равновесным положением границы раздела $z=0$ вдоль которой распространяется периодическое возмущение $z=\zeta(x,t)$. Движение считается независимым от горизонтальной координаты y. Капиллярные силы на поверхности раздела характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения σ. Будем считать, что нижнее полупростаранство $z<0$ заполняет более плотная жидкость с плотностью ρ_w, а верхнее полупространство занимает жидкость с плотностью $\rho_a<\rho_w$. Будем считать, что жидкости равномерно стратифицированы по экспоненциальному закону. Здесь и далее индексами a,w обозначены верхняя и нижняя среды соответственно. Математическая формулировка задачи состоит из уравнений Эйлера и неразрывности для обеих сред, также их следует дополнить граничными условиями на поверхности раздела:

$$z>\zeta:\begin{cases}\rho_a=\rho_{00a}\exp\left(-z/\Lambda_a\right)\left(1+\rho_a\left(x,z,t\right)\right)\\ \rho_a\partial_t\mathbf{u}_a+\rho_a\left(\mathbf{u}_a\cdot\nabla\right)\mathbf{u}_a=-\nabla P_a+\rho_a\mathbf{g}\\ \partial_t\rho_a+\operatorname{div}\left(\rho_a\mathbf{u}_a\right)=0\end{cases}\tag{1}$$

$$z<\zeta:\begin{cases}\rho_w=\rho_{00w}\exp\left(-z/\Lambda_w\right)\left(1+\rho_w\left(x,z,t\right)\right)\\ \rho_w\partial_t\mathbf{u}_w+\rho_w\left(\mathbf{u}_w\cdot\nabla\right)\mathbf{u}_w=-\nabla P_w+\rho_w\mathbf{g}\\ \partial_t\rho_w+\operatorname{div}\left(\rho_w\mathbf{u}_w\right)=0\end{cases}\tag{2}$$

$$z=\zeta:\begin{cases}\partial_t\left(z-\zeta\right)+\mathbf{u}_a\cdot\nabla\left(z-\zeta\right)=0\\ \partial_t\left(z-\zeta\right)+\mathbf{u}_w\cdot\nabla\left(z-\zeta\right)=0,\\ P_w-P_a-\sigma\operatorname{div}\left(\mathbf{n}\right)=0\end{cases}\qquad \mathbf{n}=\frac{\nabla\left(z-\zeta\right)}{\left|\nabla\left(z-\zeta\right)\right|}=\frac{-\partial_x\zeta\,\mathbf{e}_x+\mathbf{e}_z}{\sqrt{1+\left(\partial_x\zeta\right)^2}},\tag{3}$$

Здесь $\rho_{00a,w}$ - равновесное значение плотности сред, $\Lambda_{a,w}=\left|d\ln\rho_{a,w}/dz\right|^{-1}$ - масштаб стратификации, $\rho_{a,w}$ - описывает возмущение плотности, связанное с волновым движением, $\mathbf{u}=u_x\mathbf{e}_x+u_z\mathbf{e}_z$ - поле скоростей, $P_{a,w}$ - давление жидкостей, $\mathbf{n}$ - вектор нормали к границе раздела, направленный из нижней среды в сторону верхней. В естественных условиях возмущение плотности мало по сравнению со средним значением $\rho_{a,w}$. Решение задачи ищется в виде бегущей волны методом разложения по малому параметру, пропорциональному амплитуде волнового движения в приближении Буссинеска.

РАСЧЕТ СКОРОСТИ МАССОПЕРЕНОСА

Решение линеаризованной задачи (1)-(3) позволяет записать поле скоростей с точностью до первого порядка в эйлеровом представлении $\mathbf{V}_E = \mathbf{V}_E(\mathbf{r},t)$ для верхней и нижней сред соответственно:

$$u_{x_a} = -Ak_{za}\exp(-k_{za}z)\cos(k_x x - t\omega), \quad u_{z_a} = Ak_x\exp(-k_{za}z)\sin(k_x x - t\omega) \tag{4}$$

$$u_{x_w} = Bk_{zw}\exp(k_{z_w}z)\cos(k_x x - t\omega), \quad u_{z_w} = Bk_x\exp(k_{zw}z)\sin(k_x x - t\omega) \tag{5}$$

Здесь A,B - амплитуды, $k_{za,w}, k_x$ - компоненты волнового числа, .ω. - частота волнового движения.

Переход к переменным Лагранжа, для определения дрейфовой скорости и описания движения частиц среды, осуществляется посредством подстановки выражений (4) – (5) в следующую формулу [3]:

$$\mathbf{V}_L(\mathbf{r}_0,t) = \mathbf{V}_E(\mathbf{r}_0,t) + \left(\left(\int_0^t \mathbf{V}_E(\mathbf{r}_0,\tau)\right)\nabla_0\right)\mathbf{V}_E(\mathbf{r},t), \tag{6}$$

где $\mathbf{V}_E(\mathbf{r},t)$ необходимо взять в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ и индекс “0” означает – что действие совершается в начальном положении отслеживаемой материальной точки. При переходе в лагранжево представление поле скоростей координаты эйлеровых скоростей изменяют свой статус – это позволяет получить скорость жидкой частички, которая в нулевой момент времени $t = 0$ находилась в точке пространства $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$.

При этом для корректного применения формулы (6) необходимо перейти в другую систему координат $O*x*z*$, которая движется вместе со средой. Также частота волнового движения изменяется из-за необходимости учета эффекта Доплера:

$$\begin{pmatrix} x* \\ y* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - U_{drift}t \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow k_x x - \omega t = k_x(x* + U_d t) - \Omega t \Rightarrow \Omega = \omega - k_x U_{drift}, \tag{7}$$

где U_{drift} - дрейфовая компонента скорости, которая смещает частицу жидкости с течением времени.

В формуле (6) горизонтальной скорости с точностью до второго порядка малости определены как дрейфовые, так и циклические слагаемы скорости. При подстановке (4)-(5) в (6) слагаемые, имеющие периодический характер, являются циклическими. Дрейфовые компоненты скорости появляются в результате вычисления интегральных слагаемых, путем усреднения их за период мы можем определить дрейфовую компоненту скорости у обеих сред:

$$\mathbf{U}a_{drift} = \left\{A^2 k_x k_{za}{}^2 \frac{\exp(-2k_{za}z)}{\omega}; 0\right\}, \quad \mathbf{U}w_{drift} = \left\{B^2 k_x k_{zw}{}^2 \frac{\exp(2k_{zw}z)}{\omega}, 0\right\} \tag{8}$$

При расчетах траекторий движения индивидуальных жидких частиц необходимо выполнить еще одно действие. В этом случае формулу пересчета (6) корректно применять в системе координат, движущейся со скоростью среднего лагранжевого течения $V_L = V_E + U_{drift}$, которая вычисляется, как сумма скорости среднего эйлерова течения и скорости среднего массопереноса, вычисленной на предыдущем этапе.

Важными характеристиками потока жидкости, помимо дрейфового течения, являются плотность потока энергии и поток импульса:

$$\rho_{a,w}\mathbf{u}_{a,w}\left(\frac{\mathbf{u}_{a,w}^2}{2} + \frac{P_{a,w}}{\rho_{a,w}}\right); \quad P_{a,w}\mathbf{k} + \rho_{a,w}\mathbf{u}_{a,w}(\mathbf{u}_{a,w}\cdot\mathbf{k}) \tag{9}$$

Здесь $\mathbf{k}$ - волновой вектор, определяемый в ходе решения дисперсионного соотношения через положительно определенную частоту волнового движения ω.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Был проведен анализ влияние стратификации на перенос вещества в жидкости, исследована скорость дрейфа контактирующих сред, построены траектории движения материальных частиц жидкости. Расчеты показывают, что учет стратификации наиболее сильное влияние оказывает в области гравитационных волн. Особый интерес вызывает переход в область капиллярных волн, где значение скорости дрейфа Стокса при отдалении от границы раздела в стратифицированной жидкости значительно больше, чем в однородной жидкости, в отличии от области гравитационных волн, где стратифицированная жидкость характеризуется меньшей скоростью дрейфа, чем однородная. Также были визуализированы потоки энергии и импульса, возникающие при волновом движении.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 19-19-00598-П, «Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью», https://rscf.ru/project/19-19-00598/)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чашечкин Ю. Д., Очиров А. А., Лапшина К. Ю.* Поверхностные волны вдоль границы раздела устойчиво стратифицированных жидких сред // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2022. Т.23, вып. 6
2. *Белоножко, Д. Ф., Очиров А.А.* О массопереносе, порожденном волновым возмущением поверхности тангенциального разрыва поля скоростей // Журнал технической физики. 2018. Т. 88, № 5. С. 675–683.

Лапшина Кристина Юрьевна, krislapshina03@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ФОРМИРОВАНИЕ И ЭВОЛЮЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В АККРЕЦИОННЫХ ДИСКАХ ВОКРУГ НЕЙТРОННЫХ ЗВЁЗД

З.Д. Ливенец[1], А.Ю. Луговский[1,2]*
[1]Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва
[2]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва
[*]zaxarus@inbox.ru

Целью работы является исследование свойств аккреционных звездных дисков при моделировании нестационарных процессов в них. Подобные газовые диски формируются вокруг компактных небесных тел большой массы. Таким объектом может быть нейтронная звезда или черная дыра. В результате захвата гравитационным полем звезды межзвездного газа с большим угловым моментом возникает аккреционный диск. Для того, чтобы вещество аккрецировало (падало) на звезду, необходим отвод углового

момента от вещества диска. Известно много механизмов отвода углового момента от вещества аккреционного диска, но все они имеют те или иные недостатки.

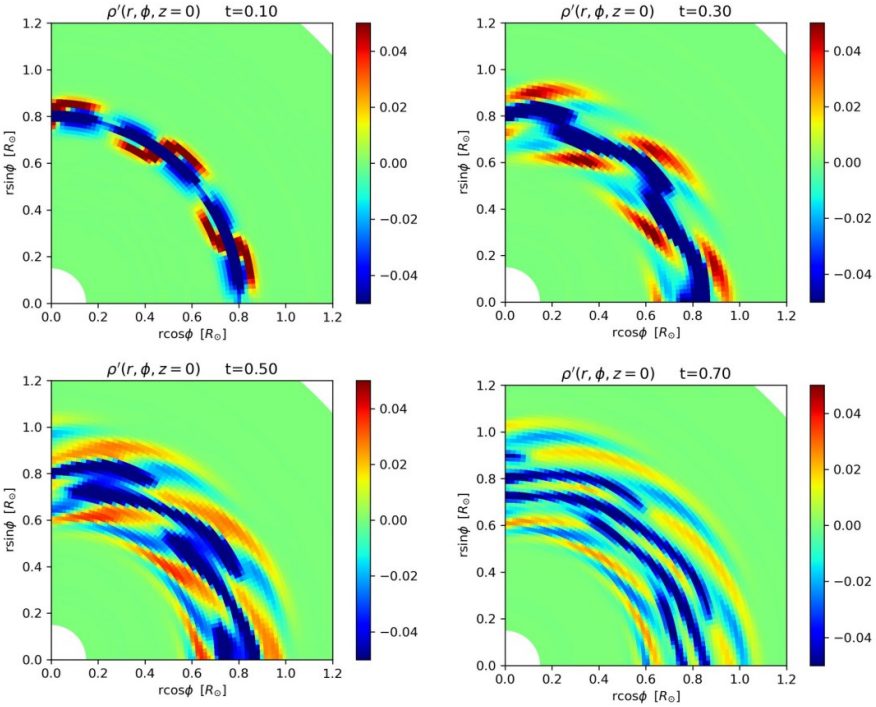


Рис. 1. Эволюция вихревых струткру в аккреционном диске. Их движение сопровождается переносом вещества в объеме газового облака.

Особый интерес представляет развитие крупномасштабной турбулентности в сдвиговом течении аккреционного диска, для изучения которого используется компьютерное моделирование данного процесса. Интересно проверить некоторые гипотезы. Возможно ли появление крупномасштабных вихрей в сдвиговом течении аккреционного диска? Способны ли подобные структуры привести к перераспределению углового момента и обеспечить необходимый темп аккреции (массовая скорость падения вещества на центральное тело)? Правомерен ли двумерный подход для изучения аккреционных дисков?

В работе исследуется новый механизм переноса углового момента крупными вихревыми структурами, возникающими в сдвиговом течении вещества аккреционного диска.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 20-11-20165).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ливенец З.Д., Луговский А.Ю.* // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2022. № 5. С. 1–19.

2. *Велихов Е.П., Луговский А.Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Чечеткин В.М.* // Астрономический журнал. 2007. Т. 84. №2. С. 177–184.
3. *Луговский А. Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Чечеткин В.М.* // Астрономический журнал. 2008. Т. 85. №10. С. 901–905.
4. *Луговский А.Ю., Чечеткин В.М.* // Астрономический журнал. 2012. Т. 89. №2. С. 120–127.

Ливенец Захар Дмитриевич, *zaxarus@inbox.ru*
Луговский Алексей Юрьевич, alex_lugovsky@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

СДВИГОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЫ С НЕСКОЛЬКИМИ ВРЕМЕНАМИ РЕЛАКСАЦИИ

В.Ю. Ляпидевский, В.В. Неверов, С.Р. Кармушин*
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский Государственный университет(НГУ), Новосибирск
**neverovvladim@gmail.com*

В работе рассматривается общая модель несжимаемой вязкоупругой жидкости с несколькими временами релаксации, частными случаями которой являются модели Джонсона-Сигалмана-Олдройда (JSO), Гизекуса и модель Роли-Поли. Показана гиперболичность рассматриваемой модели в одномерном случае. Предложен численный метод для расчета нестационарных одномерных разрывных решений. Численно решена нестационарная задача о течении Куэтта с переменной скоростью одной из границ. Исследован процесс образования высокоградиентных прослоек в течении вязкоупругой жидкости. В рамках рассматриваемой задачи проведено сравнение моделей JSO, Гизекуса и Роли-Поли между собой, а также сравнение расчетов с экспериментальными данными.

ВВЕДЕНИЕ

Многие жидкости, которые встречаются в природе или используются в технологических процессах не являются Ньютоновскими и имеют сложную реологию. Примерами являются полимерные растворы, гели, пасты, биологические жидкости и т.д. Одним из важнейших свойств таких сред является вязкоупругость. Известно [1], что даже в простых сдвиговых течениях вязкоупругих сред могут образовываться разрывы и высокоградиентные прослойки. Экспериментальное подтверждение возникновения внутренних разрывов приведено, например, в работах [2, 3].

В работе рассматривается общая модель вязкоупругой жидкости. Показано, что в случае сдвиговых течений модель является гиперболической. Численно исследовано возникновение сдвиговых расслоений в течении Куэтта вязкоупругой жидкости. Проведено сравнение расчетов с экспериментальными данными.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В работе рассматривается многомодовая модель несжимаемой вязкоупругой жидкости

$$\rho(\boldsymbol{v}_t + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}) = -\nabla p + div\,\boldsymbol{\sigma} + \rho\boldsymbol{f},\ \ div\,\boldsymbol{v} = 0, \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} \boldsymbol{\tau_i}, \quad \lambda_i D\boldsymbol{\tau_i} + \boldsymbol{\tau_i} + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\tau_i}) = 2\,\mu_i \boldsymbol{D}, \tag{2}$$

где ρ – плотность, $\boldsymbol{v}$ – скорость, p – давление, $\boldsymbol{f}$ – вектор массовых сил, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, λ_i – время релаксации, соответствующее i-й моде, μ_i – динамическая вязкость i-й моды, $\boldsymbol{D}$ – тензор скоростей деформации, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\tau_i})$ – функция от тензора $\boldsymbol{\tau_i}$. Символом $D\boldsymbol{\tau_i}$ обозначается объективная производная тензора $\boldsymbol{\tau_i}$,

$$D\boldsymbol{\tau_i} = \frac{\partial \boldsymbol{\tau_i}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\tau_i} + \frac{1+\alpha_i}{2}(-\nabla \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\tau_i} - \boldsymbol{\tau_i} \cdot (\nabla \boldsymbol{v})^T) + \frac{1-\alpha_i}{2}((\nabla \boldsymbol{v})^T \cdot \boldsymbol{\tau_i} + \boldsymbol{\tau_i} \cdot \nabla \boldsymbol{v}) \tag{3}$$

это может быть верхняя конвективная производная ($\alpha_i = 1$), нижняя конвективная производная ($\alpha_i = -1$) или производная Яуманна ($\alpha_i = 0$).

СДВИГОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Рассматривается класс сдвиговых течений, для которых скорость и тензор напряжений имеют вид

$$\boldsymbol{v} = (u(y), 0), \ \boldsymbol{\tau_i} = \begin{pmatrix} \xi_i & \pi_i \\ \pi_i & \varsigma_i \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Для сдвиговых течений выделяется два класса подмоделей:

1. Обобщенная модель JSO, т.е. $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\tau_i}) = 0, \forall i$ и $\alpha_n = 1, \ |\alpha_i| \neq 1, i = 1, \dots, n-1$;
2. Обобщенная модель Giesekus-Rolie-Poly, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\tau_i}) \neq 0, \ \alpha_i = 1, \ \forall i$.

Рассматривается одномерное нестационарное течение Куэтта вязкоупругой жидкости, в котором скорость одной из стенок зависит от времени. В настоящей работе показано, что система уравнений будет гиперболической для обоих классов подмоделей и может быть записана в дивергентном виде. В случае обобщенной модели JSO уравнения имеют вид:

$$\rho u_t = \sigma_y, \quad \sigma = \sum_{i=1}^{i=n} \pi_i, \quad Z_i = \frac{1-\alpha_i}{2}\xi_i - \frac{1+\alpha_i}{2}\varsigma_i \tag{5}$$

$$\lambda_i \left(\frac{\partial \pi_i}{\partial t} + Z_i u_y\right) + \pi_i = \mu_i u_y, \tag{6}$$

$$\lambda_i \left(\frac{\partial Z_i}{\partial t} + (1-\alpha_i)^2 \pi_i u_y\right) + Z_i = 0, \ i = 1, \dots, n \tag{7}$$

$$\pi_i(0,y) = \pi_i^0(y), \quad Z_i(0,y) = Z_i^0(y), \quad u(0,y) = u^0(y), \tag{8}$$

$$u(t,0) = 0, \qquad u(t,H) = u^H(t). \tag{9}$$

Случаи $n = 1$ и $n = 2$ для модели JSO ранее рассматривались, например, в работах [6-8]. В частности, в [8] было показано, что для случая $n = 2, \ \alpha_1 = 1, \ \alpha_2 = 0$ в модели JSO можно сделать замену

$$\varphi = arctg\,\frac{\pi_1}{Z_1+1}, \quad P = \frac{1}{Re}(\pi_1 + \pi_2), \quad q = \sqrt{\pi_1^2 + (Z_1^2+1)^2}, \quad S = \pi_2 - \beta\varphi, \tag{10}$$

и записать уравнения (5)-(7) в дивергентном виде

$$Re \cdot u_t + P_y = 0, \quad \varphi_t - u_y = -\frac{sin\varphi}{q}, \quad q_t = cos\varphi - q, \quad S_t = \frac{\beta}{\kappa}\pi_2 + \frac{sin\varphi}{q}, \tag{11}$$

где

$$Re = \frac{\rho H^2}{\mu_1 \lambda_1}, \quad \beta = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \kappa = \frac{\mu_2 \lambda_2}{\mu_1 \lambda_1}. \tag{12}$$

Предложен численный алгоритм расчета нестационарных сдвиговых течений для обоих классов подмоделей. Основным отличием предложенного подхода является то, что в уравнения системы не добавляются члены с искусственной вязкостью, что позволяет с большей точностью выделять положение высокоградиентных прослоек и разрывов.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве тестовой задачи рассматривалась задача о нестационарном течении Куэтта, в котором скорость одной из границ зависит от времени. Эта задача часто возникает при интерпретации реологических осцилляционных тестов. Построены

численные решения рассматриваемой нестационарной задачи для различных наборов параметров модели. В рамках задачи проведено сравнение частных случаев модели между собой, а также сравнение расчетов и экспериментальных данных.

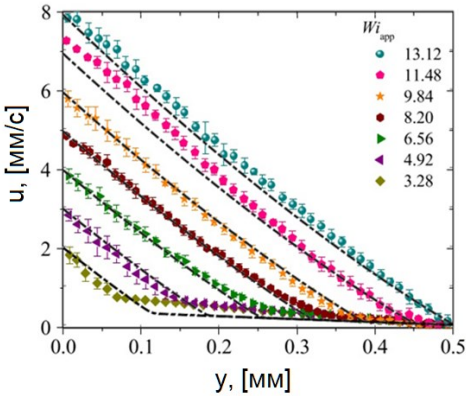


Рис. 1. Профиль скорости для разных скоростей движения левой границы. Сплошные линии – расчет по модели Giesekus (Re = 0.001, β = 0.009, κ = 0.94), точки – экспериментальные данные из работы [4]

Показано, что расчеты по предложенному методу дают хорошее совпадение с экспериментальными данными. В частности, численные результаты корректно воспроизводят не только средние характеристики, но и внутреннюю структуру течения (Рис. 1). Было показано, что реологическая зависимость напряжений от скоростей деформации, полученная из расчетов по нестационарной обощенной модели JSO сильно отличается от зависимости, полученной по стационарной модели. На Рис. 2 показано, что учет нестационарности позволяет получить лучшее совпадение с расчета с экспериментом.

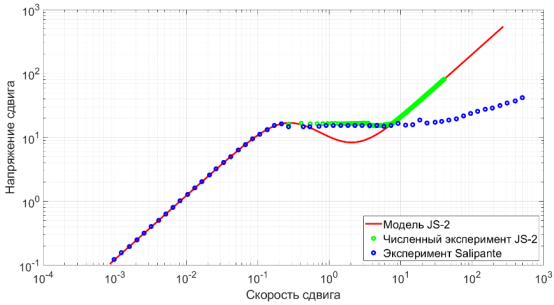


Рис. 2. Сравнение экспериментальных данных из работы [5] (синие точки), расчета по стационарной модели (красная кривая) и расчета по нестационарной модели [6] (зеленая кривая)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брутян М.А., Куликовский А.Г.* Неустойчивость и неединственность квазистационарных течений вязкоупругой жидкости. // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. №6 С. 29–39

2. *Catheline S., Gennisson J.-L., Tanter M., Fink M.* Observation of shock waves in elastic media // Phys. Rev. Lett. 2003. T.91. № 16 C. 164301D
3. *Divoux T., Fardin M.A., Manneville S., Lerouge S.* Shear banding of complex fluids // Annu. Rev. Fluid Mech. 2016. T.48. C. 81–103
4. *Cheng P., Burroughs M.C., Leal L.G., Helgeson M.E.* Distinguishing shear banding from shear thinning in flows with shear stress gradient // Rheol. Acta. 2017. T.56. C.1007–1032
5. *Salipante P.F., Little C.A.E., Hudson S.D.* Jetting of a shear banding fluid in rectangular ducts // Phys. Rev. Fluids. 2017. №2 C. 033302
6. *Malkus D.S., Nohel J.A., Plohr B.J.* Analysis of new phenomena in shear flow of Non-Newtonian fluids // J. Appl. Math. 1991. T.51. №4 C. 899–929
7. *Ляпидевский В.Ю., Пухначев В.В.* Гиперболические подмодели несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла // Тр. МИАН. 2013. Т. 281. С. 84–97
8. *Ляпидевский В.Ю.* Течение Куэтта вязкоупругой среды максвелловского типа с двумя временами релаксации // Тр. МИАН. 2018. Т. 300. С. 146–157

Ляпидевский Валерий Юрьевич, vliapid@mail.ru
Неверов Владимир Валерьевич, neverovvladim@gmail.com
Кармушин Степан Романович, s.karmushin@g.nsu.ru

—— ♦♦♦ ——

РАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ СЛОЯ СМЕШЕНИЯ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ: ПРИЛОЖЕНИЯ К ГЛУБОКОВОДНЫМ ТЕЧЕНИЯМ

В.Ю. Ляпидевский, А.А. Чесноков[*]
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
[*]*chesnokov@hydro.nsc.ru*

Сдвиговые течения стратифицированной жидкости, обусловленные неровностью дна и перепадом плотности, широко распространены в природе. В таких течения могут формироваться разнообразные волновые структуры и слои смешения вследствие развития сдвиговой неустойчивости. Результаты натурных наблюдений глубоководных течений в Атлантическом океане (канал Вима, разломы Романш и Чейн) [1, 2] показывают, что можно выделить активный придонный слой, состоящий из однородного «ядра потока» и промежуточную прослойку, в которой течение сопрягается с верхним «пассивным» слоем. Такая слоистая схема течения и идеальная геометрия канала, обеспечивающая двухмерность потока, предполагаются при построении математической модели. В работах [3, 4] в приближении Буссинеска выведена модель, описывающая внутренние гидравлические прыжки и перемешивание между однородными сонаправленными потоками. Расчеты эволюции слоя смешения и различных режимов обтекания препятствия показали хорошее соответствие известным экспериментальным данным.

В данной работе рассматривается плоское трехслойное стратифицированное течение с учетом вовлечения жидкости из внешних слов в промежуточную вихревую прослойку. Уравнения движения представляются в виде системы неоднородных законов сохранения. При этом скорость вовлечения задается условием равновесия в рамках более общей модели [4]. Это предположение позволяет получить сравнительно простую эволюционную систему четырех уравнений. Определены скорости распространения возмущений и сформулированы понятия докритического (сверхкритического) течения.

Построены решения, соответствующие обтеканию препятствия с образованием внутреннего гидравлического скачка и области интенсивного перемешивания. Результаты численного моделирования подтверждены сопоставлением с экспериментальными данными [5]. Показано, что модель применима для описания характерных особенностей перемешивания и расщепления потока в глубоководных течениях [1, 2].

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 21-71-20039).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Morozov E.G., Tarakanov R.Y., Frey D.I.* Bottom gravity currents and overflows in deep channels of the Atlantic, in Observations, Analysis and Modeling. Springer Nature, Berlin, 2021. 504 p.
2. *Morozov E.G., Frey D.I., Zuev O.A., Makarenko N.I., Seliverstova A.M., Mekhova O.S., Krechik V.A.* Antarctic bottom water in the Vema fracture zone // J. Geophys. Res. Oceans. 2023. T. 128. e2023JC019967. P. 1–15.
3. *Chesnokov A.A., Gavrilyuk S.L., Liapidevskii V.Yu.* Mixing and nonlinear internal waves in a shallow flow of a three-layer stratified fluid // Phys. Fluids. 2022. V. 34. 075104. P. 1–16.
4. *Ляпидевский В.Ю., Чесноков А.А.* Слой смешения в двухслойных спутных течениях стратифицированной жидкости // ПМТФ. 2022. Т. 63, № 6. С. 122–134.
5. *Lawrence G.A., Armi L.* Stationary internal hydraulic jumps // J. Fluid Mech. 2022. V. 936. A25. P. 1–31.

Ляпидевский Валерий Юрьевич, vliapid@mail.ru
Чесноков Александр Александрович, chesnokov@hydro.nsc.ru

—— ♦♦♦ ——

ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ С НЕПРЕРЫВНОЙ СТРАТИФИКАЦИЕЙ В СЛОЯХ

Н.И. Макаренко, Ж.Л. Мальцева, А.А. Черевко*
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия
*maltseva@hydro.nsc.ru

Рассматривается нелинейная задача о внутренних волнах в двухслойной стратифицированной жидкости с плотностью, экспоненциально зависящей от глубины внутри слоев и имеющей скачок на поверхности раздела. Выведено уравнение второго длинноволнового приближения, описывающее бегущие уединенные волны, и охарактеризованы их дисперсионные свойства и предельные режимы распространения.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Исследуемая гидродинамическая постановка является обобщением модели движения двухслойной жидкости с постоянными плотностями в слоях [1,2]. Различные версии нелинейных асимптотических приближений, одновременно учитывающих и скачок плотности на границе раздела, и непрерывную стратификацию внутри слоев, предложены в [3-7]. В статье [3] такая гибридная схема названа 2.5− слойной моделью.

Общий вид сдвигового течения под крышкой с кусочно-экспоненциальным профилем плотности, имеющим постоянную частоту плавучести N в слоях, показан на рис. 1.

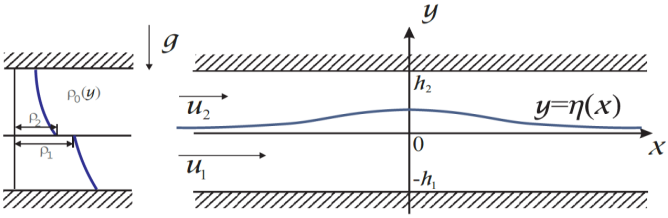


Рис. 1. Схема течения.

Исходной при построении длинноволнового приближения является система нелинейных уравнений Эйлера неоднородной жидкости для поля скоростей $\boldsymbol{u}$ и давления p. Математическая формулировка задачи о бегущих волнах сводится в результате исключения давления к решению квазилинейного эллиптического уравнения Дюбрей-Жакотэн − Лонга для функции тока, дополненного кинематическим и динамическим граничными условиями на поверхности раздела.

Задача о двухслойных стратифицированных течениях даже без учета вязких и диффузионных свойств неоднородной жидкости является существенно многопараметрической [8]. Основными безразмерными константами в ней являются следующие параметры: а) плотностные (денсиметрические) числа Фруда F_j ($j=1,2$), представляющие фазовую скорость внутренней волны относительно каждого из слоев; б) параметры Буссинеска σ_j ($j=1,2$), характеризующие вертикальный градиент плотности жидкости внутри слоев; в) параметр μ, задающий перепад плотности на границе раздела,

$$F_j^2 = \frac{\rho_j u_j^2}{g(\rho_1 - \rho_2)h_j}, \qquad \sigma_j = \frac{N_j{}^2 h_j}{g}, \qquad \mu = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2}.$$

Нелинейная дисперсионная модель второго длинноволнового приближения строится путем частичного разложения решения, использующего асимптотическое представление поля скоростей внутри области течения через неизвестную форму волновой поверхности η. Методом возмущений по параметрам слабой стратификации в итоге выводится нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение для функции η, описывающие уединенные волны конечной амплитуды:

$$\left(\frac{d\eta}{dx}\right)^2 = \eta^2 \frac{P(\eta; F_1, F_2)}{Q(\eta; F_1, F_2)} \tag{1}$$

Функции P и Q здесь являются квазиполиномами, соответственно, второй и четвертой степени по η с коэффициентами, которые зависят сложным тригонометрическим образом от η. При этом знаменатель Q оказывается положительным в области физически допустимых значений η, а знакопеременная функция P наследует информацию о дисперсионных свойствах исходных уравнений Эйлера. Решения типа уединенных волн главной моды ответвляются от основного течения на границе непрерывного спектра линеаризованной задачи, причем ветвление происходит в сверхкритическую область, где P положительна. На рис. 2 показана структура спектра нормальных мод в сингулярном пределе исчезающе малой непрерывной стратификации внутри слоев.

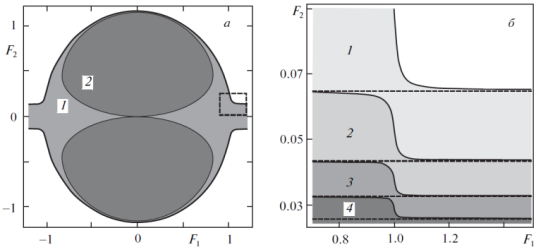


Рис. 2. Спектр главной моды (слева) и фрагмент спектра старших мод (справа); области 1 соответствуют тригонометрические собственные функции.

Неравномерность предельного перехода по параметрам Буссинеска проявляется в возникновении спектральных пограничных слоев в плоскости чисел Фруда, которые содержат спектры старших мод. В то же время используемая асимптотическая процедура свободна от условий малости волновой амплитуды и охватывает такие режимы внутренних волн, как уединенные волны типа плато и плавные боры. Рис. 3 демонстрирует пример решения уравнения (1) в виде симметричной уединенной волны большой амплитуды, значительно превосходящей глубину невозмущенного верхнего слоя.

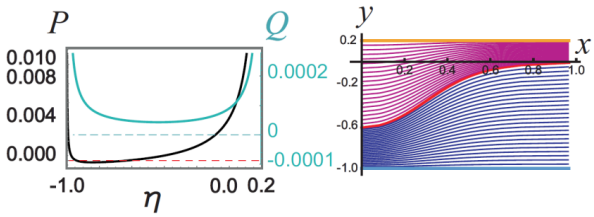


Рис. 3. Уединенная волна понижения (справа). Слева – соответствующие графики функций P и Q уравнения (1).

Если скачок плотности на поверхности раздела сравним с суммарными перепадами плотности по всей глубине прилегающих слоев, малый параметр μ имеет одинаковый порядок с параметрами Буссинеска σ_j. В этой ситуации, которая оказывается довольно типичной для придонных течений в океане с экстремально слабой глубоководной стратификацией, параметрическая область уединенных волн частично пересекается с областью сдвиговой неустойчивости Кельвина - Гельмгольца [5]. Указанная маргинальная устойчивость нелинейных волновых структур проявляется в часто наблюдаемом обрушении уединенных внутренних волн в окрестности их вершин, которое происходит в результате индуцированного волной местного усиления сдвига скорости потока.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 21-71-20039).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Овсянников Л.В.* Лагранжевы приближения в теории волн. В кн.: Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука. 1985. С. 10–77.
2. *Miyata M.* An internal solitary wave of large amplitude // La Mer. 1985. V. 23. №2. P. 43–48.
3. *Voronovich A.G.* Strong solitary internal waves in a 2.5-layer model // J. Fluid Mech. 2003. V. 474. P.85–94.
4. *Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л.* О спектре фазовых скоростей внутренних волн в двухслойной слабостратифицированной жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 2. С.125–145.
5. *Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л., Морозов Е.Г., Тараканов Р.Ю., Иванова К.А.* Внутренние стационарные волны в глубоководных стратифицированных течениях // ПМТФ. 2019. Т.60. №2. С. 74–83.
6. *Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л.*, *Черевко А.А.* Внутренние волны в двухслойных стратифицированных течениях // ПМТФ. 2022. Т. 63. № 6. С. 135–144.
7. *Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л.*, *Черевко А.А.* Уединенные волны в двухслойной жидкости с кусочно-экспоненциальной стратификацией // ПММ. 2023. Т. 87. № 2. С. 186–198.
8. *Gavrilyuk S.L., Makarenko N.I., Sukhinin S.V.* Waves in Continuous Media. Cham, Switzerland: Birkhäuser, 2017. 151 p.

Макаренко Николай Иванович, makarenko@hydro.nsc.ru
Мальцева Жанна Львовна, maltseva@hydro.nsc.ru
Черевко Александр Александрович, cherevko@hydro.nsc.ru

—— ♦♦♦ ——

ИЗГИБНО-ГРАВИТАЦИОННЫН ВОЛНЫ В ЛЕДЯНОГМ ПОКРОВЕ ОТ ДВИЖУЩИХСЯ ПЕРИОДИЧЕСКИ МЕНЯЮЩИХСЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Ж.В. Маленко[1,2], А.А. Ярошенко[1,2]*
[1]Морской институт имени вице-адмирала В.А. Корнилова - филиал ФГБОУ ВО «ГМУ имени адмирала Ф.Ф. Ушакова», Севастополь
[2]Севастопольский государственный университет, Севастополь
[*]yaroshenko.575@yandex.ru

ВВЕДЕНИЕ

В зимний период для продления навигации на реках и озерах, покрытых ледяным покровом, возникает необходимость его разрушения. Для этих целей часто используются суда на воздушной подушке (СВП), так как их можно применять на мелководье, где невозможно применение других ледокольных средств. Одним из способов разрушения ледяного покрова СВП является резонансный метод. Эффективность применения СВП может быть увеличена, если при прямолинейном равномерном движении периодически изменять давление в воздушной подушке судна [1,2].

В работах [3-6] проводится исследование колебаний ледяного покрова, которые вызваны движущимися периодически меняющимися возмущениями. В [3] рассматривается плоская задача. В [4] изучаются трехмерные неустановившиеся

изгибно-гравитационные волны. В статье [5] исследуется волновое движение в плавающем морском льду, возбуждаемое перемещением вибрирующего груза. В работе [6] приводятся фазовые портреты образующихся волн в зависимости от скорости движения источника и частоты его колебаний. Настоящая работа посвящена исследованию колебаний с учетом сжимающих усилий.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

На поверхности однородной идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины H плавает сплошной ледяной покров, по поверхности которого перемещается нагрузка вида:

$$p = p_0 f(x_1, y)\exp(i\sigma t),\ x_1 = x + vt,\ v = \text{const}. \tag{1}$$

Ледяной покров моделируется тонкой упругой изотропной пластинкой толщины h, плавающей на поверхности жидкости. Полагаем, что до начала действия возмущений, жидкость не возмущена и граница поверхности пластина–жидкость горизонтальна.

Исследуем развитие трехмерных изгибно-гравитационных волн, генерируемых движущимся источником возмущений (1). Считая движение жидкости потенциальным, в рамках линейной теории в системе координат x_1, y, связанной с движущейся со скоростью v областью давлений, задача сводится к решению уравнения Лапласа

$$\Delta\varphi = 0,\ -H < z < 0,\ -\infty < x, y < \infty \tag{2}$$

со следующими граничными, начальными и кинематическим условиями:

$$\begin{gathered} D_1\nabla^4\zeta + Q_1\Delta_l\zeta + \chi_1 F\zeta + \zeta + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + v\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\frac{1}{g} = \frac{p}{\rho g} \text{ при } z = 0, \\ \partial\varphi/\partial z = 0 \text{ при } z = -H,\ \varphi(x, y, z, 0) = \zeta(x, y, 0) = 0, \\ \partial\zeta/\partial t = \partial\varphi/\partial z - v\partial\zeta/\partial x \text{ при } z = 0, \end{gathered} \tag{3}$$

где $D_1 = D/\rho g$, $Q_1 = Q/\rho g$, $\chi_1 = \rho_1 h/\rho g$, $D = Eh^3/(12(1-\mu^2))$, $\nabla^4 = \Delta_l^2$, $\Delta_l = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $F = \partial^2/\partial t^2 + 2v\partial^2/\partial t\partial x + v^2\partial^2/\partial x^2$, ρ – плотность жидкости, E, h, ρ_1, μ – модуль нормальной упругости, толщина, плотность и коэффициент Пуассона пластинки, Q – сжимающее усилие, ζ – возвышение поверхности пластина-жидкость. Здесь и далее у x_1 опущен индекс 1.

Применяя для решения задачи (1)-(3) метод интегральных преобразований Фурье по горизонтальным координатам x, y и Лапласа по времени t, а затем переходя к полярным координатам в случае осесимметричного распределения давлений (1), выражение для ζ примет вид:

$$\zeta = -\frac{p_0}{8\pi^2\rho g}\operatorname{Im}(e^{i\sigma t}(J_1 - J_2)),\ J_j = \int_0^\infty\int_0^t\int_{-\pi/2}^{3\pi/2}\frac{rf^*(r)}{\tau(r)}M(r)e^{-i(rR\cos(\theta-\gamma)-\Delta_j\xi}d\theta d\xi dr, \tag{4}$$

$R = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $r = (m^2 + n^2)^{1/2}$, $x = R\cos\gamma$, $y = R\sin\gamma$, $m = r\cos\theta$, $n = r\sin\theta$,

$\tau(r) = (l(r)M(r))^{1/2}$, $l(r) = 1 + Q_1 r^2 + D_1 r^4$, $M(r) = rg(1 + \chi_1 rgthrH)^{-1}thrH$,

$f^*(m, n)$ – трансформанта Фурье функции $f(x, y)$.

РЕЗУЛЬТАТЫ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Асимптотическое исследование выражения (4) для возвышения поверхности пластина-жидкость ζ при больших значениях R и t выполним методом стационарной фазы для многомерных интегралов. Из анализа стационарных точек получим, что в зависимости от скорости перемещения и частоты колебаний источника, генерируется от одной до семи систем волн с амплитудой затухания $R^{-1/2}$:

$$
\zeta = \begin{cases}
\zeta_{14}, \text{ при}: \ 0 < \sigma < \sigma_0, 0 < v < v_{01}; \sigma_0 < \sigma < \sigma_6, 0 < v < v_{11}; \\
\sigma > \sigma_6, 0 < v < v_{03} \\
\zeta_{14} + \zeta_{13}, \text{ при}: 0 < \sigma < \sigma_3, v_{01} < v < v_{03}; \sigma_3 < \sigma < \sigma_0, v_{01} < v < v_{11} \\
\zeta_{14} + \zeta_{21}, \text{ при}: \sigma > \sigma_6, v_{03} < v < v_{11} \\
\zeta_{14} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \text{ при}: 0 < \sigma < \sigma_3, v_{03} < v < v_{11} \\
\zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13}, \text{ при}: \sigma_4 < \sigma < \sigma_0, v_{02} < v < v_{03}; \\
\sigma_0 < \sigma < \sigma_6, v_{11} < v < v_{03} \\
\zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13}, \text{ при}: \sigma_3 < \sigma < \sigma_4, v_{11} < v < v_{03}; \\
\sigma_4 < \sigma < \sigma_0, v_{11} < v < v_{03} \\
\zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \text{ при}: \sigma_1 < \sigma < \sigma_4, v_{02} < v < v_{12}; \\
\sigma_4 < \sigma < \sigma_6, v_{03} < v < v_{12}; \sigma > \sigma_6, v_{11} < v < v_{12} \\
\zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \text{при}: 0 < \sigma < \sigma_1, v_{11} < v < v_{12}; \\
\sigma_1 < \sigma < \sigma_3, v_{11} < v < v_{02}; \sigma_3 < \sigma < \sigma_4, v_{03} < v < v_{02} \\
\zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21} + \zeta_{22} + \zeta_{23}, \text{ при}: 0 < \sigma < \sigma_1, v > v_{02}; \sigma > \sigma_1, v > v_{11} \\
\zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21} + \zeta_{22} + \zeta_{23} \text{ при}: 0 < \sigma < \sigma_1, v_{12} < v < v_{02}
\end{cases}
$$

Эти волны формируют колебания пластинки и волновое движение жидкости, как перед областью давлений, так и за ней.

Критические скорости v_{03} и v_{12} растут при увеличении σ, а скорости v_{01}, v_{02} и v_{10} убывают. Критическая скорость v_{11} имеет минимум. В окрестности этих скоростей меняется характер волнового возмущения. При σ=0, $v_{01}=v_{03}=v_0$, $v_{11}=v_{12}=v_1$, $v_{10}=v_{02}=(gH)^{1/2}$ [6, 7].

Волны ζ_{14}, ζ_{21}, ζ_{22} обусловлены периодическими изменениями давлений. Волны ζ_{14} имеют вид кольцевых волн. В зависимости от скорости v и частоты σ волны ζ_{14} распространяются как вокруг области давлений, так и за ней в угловой зоне. При $0<v<v_{02}$, $0<\sigma<\sigma_0$ и $0<v<v_{11}$, $\sigma>\sigma_0$ волны распространяются вокруг области давлений. При $v>v_{02}$, $0<\sigma<\sigma_0$, и $v>v_{11}$, $\sigma>\sigma_0$ волны распространяются за областью давлений. Волны ζ_{21} имеют характер поперечных, а ζ_{22} продольных корабельных волн.

Волны ζ_{11} и ζ_{12} носят характер продольных и поперечных корабельных волн, распространяющихся за источником возмущений. Они образуются и при σ=0 [7].

Волны ζ_{13} и ζ_{23} – изгибно-гравитационные волны. Они обусловлены наличием упругой пластины. Из них ζ_{13} образуются как при σ>0, так и при σ=0 [7]. Волны ζ_{23} генерируются только при перемещении периодических возмущений. Волны ζ_{13} образуются при $v>v_{01}$, $0<\sigma<\sigma_0$, и $v>v_{11}$, $\sigma>\sigma_0$, а ζ_{23} при $v>v_{03}$, σ>0. Волны ζ_{13} при $v_{01}<v<v_{11}$, $0<\sigma<\sigma_0$, как и волны ζ_{23} при $v_{03}<v<v_{12}$, σ>0, распространяются как впереди области возмущений, так и за ней.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При перемещении по ледяному покрову возмущений переменной интенсивности, в зависимости от частоты колебаний источника и скорости его перемещения, существует шесть значений критических скоростей, если $0<\sigma<\sigma_0$, и три, если $\sigma>\sigma_0$. При движении по упругой пластине возмущений постоянной интенсивности существует три значения критических скоростей – v_0, v_1 и $(gH)^{1/2}$.

Движущимися возмущениями переменной интенсивности, в зависимости от скорости перемещения и частоты колебаний источника, может генерироваться от одной до семи систем волн, а движущимися возмущениями постоянной интенсивности (σ=0) генерируется от одной до трех систем волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Козин В.М., Скрипачев В.В.* Колебания ледяного покрова под действием периодически изменяющейся нагрузки // ПМТФ. 1992. № 5. С. 141–146.

2. *Кожаев А.В., Козин В.М.* Повышение эффективности резонансного метода интерференцией изгибно-гравитационных волн от периодического изменения давления в подушке СВП // IV Всероссийская конференция с международным участием «Полярная механика-2017», 14-15 сентября 2017 г., Санкт-Петербург, Россия: сборник докладов. С. 265–271.
3. *Букатов А.Е., Черкесов Л.В.* Неустановившиеся колебания ледяного покрова, вызываемые периодически перемещающимися давлениями // Морские гидрофизические исследования. Севастополь: МГИ АН УССР, 1969. № 2(44). С. 94–105.
4. *Букатов А.Е., Ярошенко А.А.* Развитие трехмерных изгибно-гравитационных волн при движении области давлений переменной интенсивности // ПМТФ. 1986. № 5. С. 54–60.
5. *Duffy D.G.* The response of floating ice to a moving, vibrating load // Cold Regions Science and Technology. 1991. V. 20(1). P. 51–64. https://doi.org/10.1016/0165-232X(91)90056-M
6. *Ярошенко А.А.*, *Маленко Ж.В.* Неустановившиеся трехмерные изгибно-гравитационные волны, вызванные движущимися возмущениями переменной интенсивности // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2023. Т. 20(1). С. 41–51 DOI: 10.31429/vestnik-20-1-41-51
7. *Маленко Ж.В.*, *Ярошенко А.А* Трехмерные изгибно-гравитационные волны в плавающем ледяном покрове от движущегося источника возмущений // Волны и вихри в сложных средах: 13-ая международная конференция – школа молодых ученых; 30 ноября – 02 декабря 2022 г., Москва: Сборник материалов школы. – М.: ООО «ИСПО-принт», 2022. С. 157–160.

Маленко Жанна Владимировна, zhvla17@mail.ru
Ярошенко Александр Александрович, yaroshenko.575@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

КОНВЕКТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ ВБЛИЗИ НАГРЕТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Е.А.Малиновская, О.Г.Чхетиани, Г.В.Азизян*
Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва
elen_am@inbox.ru

Под влиянием конвекции усиливаются вертикальные пульсационные составляющих скорости с высотой [1], отмечается рост корреляций пульсации температуры и скорости воздушного потока [2], обеспечивается эмиссия субмикронного аэрозоля в условиях слабых ветров [3], что обуславливает установление универсальных профилей концентрации [4]. Структуры наблюдаются на высоте нескольких метров в поверхностном слое и имеют асимметрию поперечного сечения [2]. В момент прохождения структур в данных ряда пульсационных составляющих обнаруживаются несимметричные треугольные всплески, называемые «рампами» (ramps) [5, 6], что особенно отчетливо выражается на небольших высотах [7]. Самоподобные характеристики таких структур отражаются в устойчивых зависимостях для линейного наклона спектральной мощности и структурных функций [8,9].

В большинстве случаев экспериментальных исследований конвекции в атмосферном пограничном слое измерения проводились на высотах, от 1 м и выше в условиях нежаркой погоды (весна – начало лета). Особый интерес представляют условия возникновения и развития конвективных структур в летнее время над нагретой до 30-50ºС поверхностью в аридных условиях на малых высотах до 2 м.

Для регистрации пульсаций температуры и скорости в ИФА им. А.М, Обухова РАН разработаны автономные измерительные комплексы, включающие в себя термометры переменного тока и термоанемометры постоянной температуры, с использованием позолоченной 10 мкм вольфрамовой нити (рис.1).

При комплексных полевых измерениях в Калмыкии в 2022 г. полевые измерения проводились на разных высотах в слое до 1 м над поверхностью. Конкретно, эксперимент с измерениями пульсационных составляющих с частотой записи 1000 Гц на высотах 20, 40 и 80 см проводился 28 и 29 июля 2022 г. Температура у поверхности достигала около 12:00 37 ºС 28 июля и 45 ºС 29 июля.

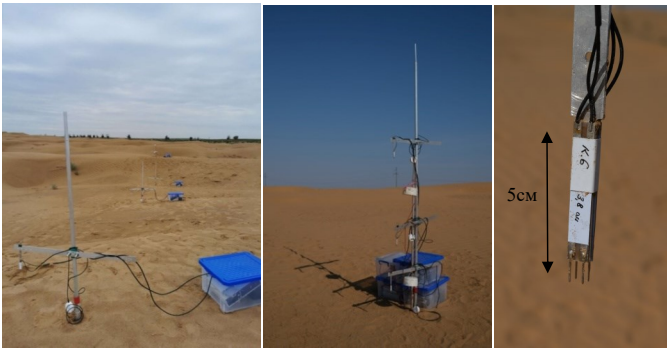


Рис.1. Измерительный беспроводной комплекс и иллюстрация реализации эксперимента с датчиками на разной высоте, собственно датчик

Как отмечается в подобной задаче [10], что большие и малые масштабы непосредственно связаны, возникшие большие флуктуации на малых масштабах, доминируют над высокими моментами скалярной структурной функции. Если наложен статический крупномасштабный градиент, возникает нарушение мелкомасштабной изотропии. В связи с этим проведен визуальный анализ возникновения «рампов» при различных осреднениях.

При переходе от 10-сек. к 100-сек. осреднениям происходит укрупнение исчезновение мелких «рампов» (рис.2). На разных масштабах (осреднение 1, 10, 200 сек.) возникают «рамповые» структуры, отражающие конвективные движения.

Сравнение функций плотности вероятности для пульсационных составляющих температуры и скорости при различных интервалах осреднения говорит о близком совпадении тепловых и динамических процессов на масштабах осреднения 1 и 10 с. В это же время для осреднения 100 с расхождения существенны.

Соответственно, для спектров пульсаций и структурных функций, построенных для одного интервала осреднения, выделяются соответствующие локальной изотропии степени «5/3» и «2/3» интервалы частот.

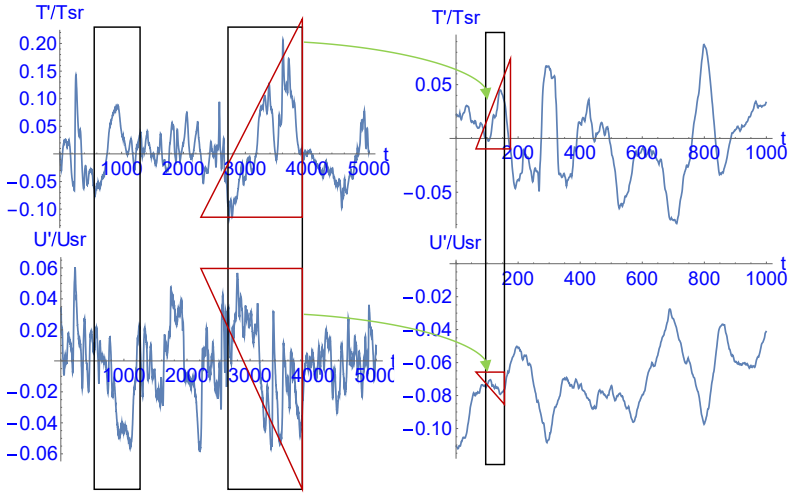


Рис.2. Примеры возникновения самоподобия структур при изменении масштабов визуализации и осреднения с масштабом 1 мс и осреднением 1 с (слева) и масштабом 20 мс с осреднением 100 с (справа).

Характерные масштабы структур можно определить по положению области левой (низкочастотной) и правой границ температурного спектра для наклона -5\3 – «точки перегиба». Они варьируется от 0.2 до 5 м в течение дня для частот от 1 до 20 Гц (0.05-1 с) для левой и 0.01-0.1 м для 50 - 150 Гц (0.007-0.02 с) для правой. Участок с меньшими частотами со степенью -1, вероятно, отражает наличие тепловых "струй" (аналогично, как в [10]) и других структур, в которых варьируются высокие и низкие значения температуры и скорости.

Наклоны спектров температуры и скорости в солнечный день отличны, обе точки перегиба смещены в сторону высоких значений частот.

Структурные функции построены для разностей значений температурных и скоростных пульсаций во временных рядах, подобно тому, как это делалось в [9,6]. Для значений сдвига по времени от 0.02 до 0.2 с соблюдается локальная изотропия со степенью близкой к -2/3.

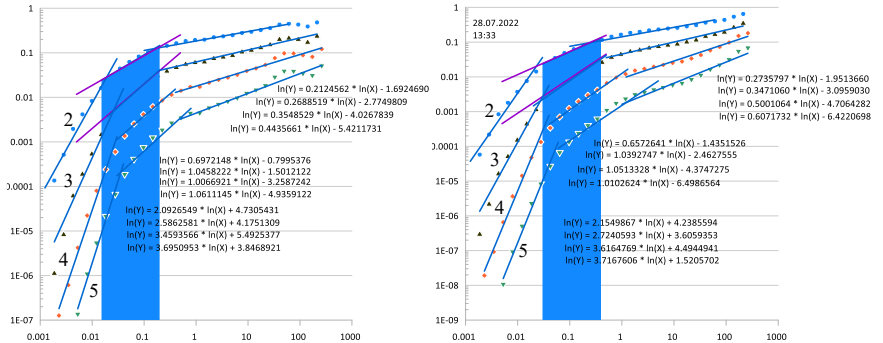


Рис. 3. Вид структурных функций от 2-го до 5-го порядка для 29.07 и 29.08 в 13:00 (цифрами 2-5 отмечены порядки структурных функций)

Отмечаемые также асимметрии для распределений разностных характеристик особо выражены в 11:00 и в 15:00 (противоположные эффекты), что, вероятно, связано с качественным различием в формировании восходящих нисходящих токов в это время.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Авторы выражают признательность Л.О.Максименкову, Е.А.Шишову, А.А. Хапаеву за помощь в организации и проведении натурных измерений. Особую признательность хотим высказать Г.С. Голицыну и Е.Б. Гледзеру за постоянный интерес к работе и ценные замечания. Исследования выполнены при поддержке Российского научного фонда (проект 20-17-00214).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Frisch A. S., Businger J. A.* A study of convective elements in the atmospheric surface layer // Boundary-Layer Meteorology. 1973, V. 3(3), p. 301–328.
2. *Koprov B. M. et al.* Statistics of air temperature spatial variability in the atmospheric surface layer // Boundary-layer meteorology. 1998, V. 88(3), pp. 399–423.
3. *Chkhetiani, O. G., Gledzer, E. B., Artamonova, M. S., & Iordanskii, M. A.* Dust Resuspension under Weak Wind Conditions: Direct Observations and Model // Atmospheric Chemistry and Physics, 2012, V. 12(11), P. 5147–5162.
4. *Малиновская Е. А., Чхетиани О. Г., Голицын Г. С., Лебедев В. А*. О вертикальном распределении пылевого аэрозоля в условиях слабых и умеренных ветров //Доклады Российской академии наук. Науки о Земле, 2023, Т. 509 (2), с. 109–117.
5. *Taylor R. J.* Thermal structures in the lowest layers of the atmosphere // Australian Journal of Physics. 1958, V. 11(2), p. 168–176.
6. *Antonia R. A., Chambers A. J.* Note on the temperature ramp structure in the marine surface layer // Boundary-Layer Meteorology. 1978, V. 15(3), p. 347–355.
7. *Chen W. et al.* Coherent eddies and temperature structure functions for three contrasting surfaces. Part I: Ramp model with finite microfront time // Boundary-Layer Meteorology. 1997, V. 84, p. 99–124.
8. *Zong-Peng S. et al.* Self-Similar Characteristic for the Ramp Structures of Wind Speed // Atmospheric and Oceanic Science Letters. 2014, V. 7(4), p. 320–323.
9. *Перепелкина А.В.* Некоторые результаты исследования турбулентных пульсаций температуры и вертикальной составляющей скорости ветра // Известия АН СССР. Серия геофизическая. 1957, Т. 6, с. 765–778.
10. *Shraiman B. I., Siggia E. D.* Scalar turbulence // Nature. 2000, V. 405, p. 639–646.

Малиновская Елена Александровна, elen_am@inbox.ru
Чхетиани Отто Гурамович, ochkheti@gmail.com
Азизян Генрих Вачаганович, kv68@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ПРОЦЕССЫ ОБРАЗОВАНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН ЗА ТЕЛОМ, ДВИЖУЩИМСЯ В ДВУМЕРНОЙ И ТРЕХМЕРНОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

П.В. Матюшин
Институт Автоматизации Проектирования РАН, Москва
pmatyushin@mail.ru

Проведено математическое моделирование равномерного движения квадрата и диска со скоростью U в покоящейся линейно стратифицированной по плотности несжимаемой вязкой жидкости вдоль горизонтальной оси Z симметрии тела справа налево [1]. Показано, как на пустом месте ***в силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей*** формируются полуволны –1 и 1 (рис. 1, 3), первая из которых со временем формирует след за телом, а вторая начинает череду внутренних полуволн над следом (рис. 1–3). Пусть T_b – период плавучести жидкости, тогда **первая часть механизма формирования внутренних волн (МФВВ1)** будет одинаковой для двухмерного (**2D**) и трехмерного (**3D**) случаев: «*Каждые* $T_b/2$ ***новые полуволны k и –k*** *рождаются над местом Q старта тела*, где $k = 1, 2, 3, \ldots$; точка Q находится на пересечении черной вертикальной прямой и оси Z, совпадающей с нижней границей рисунков. Нечётные и чётные полуволны k со временем становятся впадинами и гребнями, соответственно.

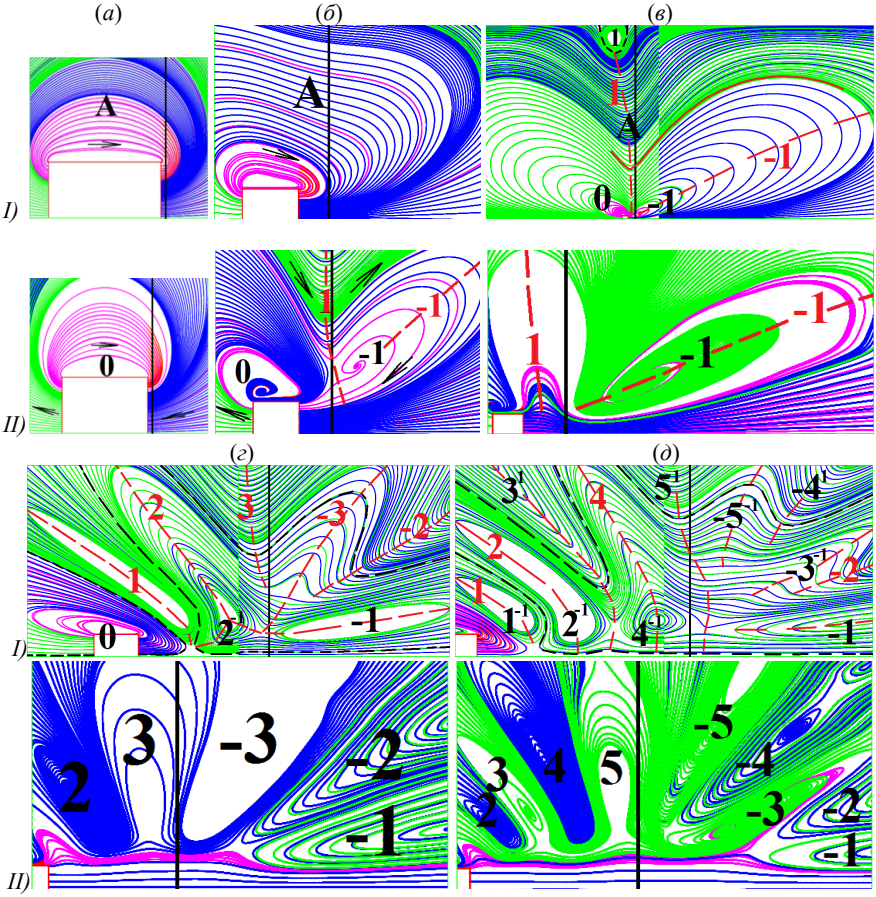


Рис. 1. Мгновенные линии тока в системе координат, связанной с жидкостью, при Fr = 0.3, Re = 50, $T_b = 2\pi$ с около квадрата со стороной d (I) и диска толщиной 0.76·d (II) (в вертикальной плоскости X-Z): а–д – T = 0.02, 0.28, 0.55, 1.55, 2.55.

МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для математического моделирования решалась система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска [2], записанная как в декартовой (Z, X), так и в цилиндрической ($Z = Z$, $X = R\cdot\cos\varphi$, $Y = R\cdot\sin\varphi$) системах координат. Решение системы находилось при помощи численного метода МЕРАНЖ [3] на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН). Длина стороны квадрата и диаметр диска равны d. Толщина диска $h = 0.76\cdot d$. Эта задача характеризуется четырьмя параметрами: T_b, $Fr = U\cdot T_b/(2\pi\cdot d)$ – внутреннее число Фруда, $Re = U\cdot d/\nu$ – число Рейнольдса, $Sc = \nu/\kappa = 709.2$ – число Шмидта, где ν и κ – коэффициенты кинематической вязкости жидкости и диффузии соли. Пусть $T = \tau/T_b$, где τ – реальное время, прошедшее с начала старта тела.

МФВВ2 ДЛЯ КВАДРАТА

«*Каждые* T_b *из левой части* ***осевой полуволны –1*** *формируется новый вихрь* $\boldsymbol{k^{-1} \equiv -1(k)}$ (*осевая часть гребня* k), где k – чётное число (рис. 1,I).» Сердцевины полуволн на рис. 1*в-д*,I показаны красными штриховыми линиями с красными номерами.

Черными номерами на рис. 1*в-д*,I обозначаются вихревые ячейки, появившиеся в общем поле течения А около квадрата. Со временем картина течения становится похожей на шахматную доску (рис. 2). Так на рис. 1*д*,I и 2 виден пятилистник следа, состоящий из вихревых ячеек 2^{-1}, 4^{-1} и –1 и полуячеек -5^{-1} и -3^{-1}, которые выделены на рис. 1*д*,I чёрной штриховой линией. Над этим пятилистником виден первый ряд вихревых ячеек: 1, 3^1, 5^1, -4^1, -2^1. Выше первого ряда расположился второй ряд вихревых ячеек: 2, 4^2, -3^2, и т.д. В отличие от *2D-случая* в *3D-случае* в картинах линий тока в плоскости X-Z на рис. 1,II такого шахматного расположения вихрей не наблюдается, отличается время формирования полуволн и отсутствуют осевые части гребней.

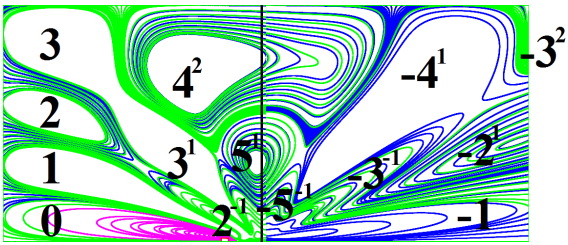


Рис. 2. Линии тока около квадрата при Fr = 0.3, Re = 50, $T_b = 2\pi$ с, T = 2.55.

Для визуализации 3d вихревых структур течения используются изоповерхности функции β (мнимая часть двух комплексно сопряженных собственных значений тензора градиента скорости [4]). В двухцветной «β+»–визуализации [1] полуволны окрашиваются двумя разными цветами при помощи знака фитой компоненты завихренности $(\mathrm{rot}\,\mathbf{v})_\varphi$ (рис. 3*а,в*,III), где $\mathbf{v}$ – вектор скорости жидкости. Для «β–»–визуализации [1] выводятся на экран только полуволны, для которых $(\mathrm{rot}\,\mathbf{v})_\varphi < 0$ (рис. 3*б*,III). В *2D-случае* «β+»–визуализация кроме полуволн показывает еще и зону блокировки перед квадратом и рециркуляционную зону сразу за квадратом (рис. 3*б–в*,I), а также усложняет **МФВВ2(2D, β+)**: «*Каждые* T_b *около точки* Q рядом друг с другом зарождаются два вихря –3(k) и –1(k) (осевые части гребня k), где k – чётное число.»

МФВВ2(3D, β+) ДЛЯ ДИСКА

В 3D-случае сердцевины полуволн $\boldsymbol{k}$ *и* $\boldsymbol{-k}$ за диском похожи на деформированные ***полукольца, которые падают на точку Q*** [1]. «*Каждые* T_b для каждого нечётного k у

оси Z формируется вихревая петля $-k$, состоящая из нитей f_k и полукольца $-k$, на которое потом садится чётное полукольцо $(k + 1)$. При этом нечетное полукольцо $-k$ сначала превращается в полукруг (рис. 3*б*,III), а потом в кольцо (рис. 3*в*,III).» Таким образом, при $X > 0$ и $T > 0$ в течение каждого $\Delta T = 1$ формируется новая внутренняя волна, состоящая из впадины k и гребня $(k + 1)$, где k – нечётное число. Полукольцо $-k$ становится осевой частью гребня $(k + 1)$. Осевые части гребней оказываются связанными друг с другом в цепочку нечетными нитями.

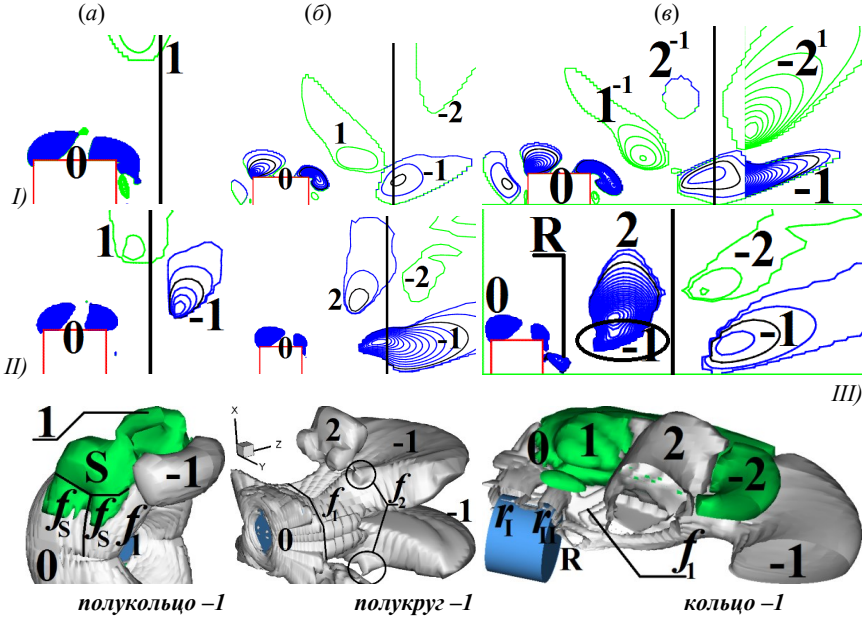


Рис. 3. Вихревая структура течения жидкости при Fr = 0.3, Re = 50, $T_b = 2\pi$ с около квадрата (I) и диска (II-III): а-в – изолинии β+ с шагами 0.01, 0.2, 0.1 и 0.01 при T = 0.28, 0.8, 1.05 (I) и 0.005, 0.01, 0.01 (в вертикальной плоскости X-Z) (II) и изоповерхности β+ = ±0.0052, β– = 0.005, β+ = ±0.005 (III) при T = 0.28, 0.8, 1. **S** *– боковая полуволна,* ***f*** *– нить,* ***r*** *–кольцевой вихрь вихревой оболочки следа* **0**, **R** *– рециркуляционная область следа* [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Матюшин П.В.* Формирование пространственных внутренних волн за телом, двигающимся в стратифицированной вязкой жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2023. № 4. С. 117–130.
2. *Boussinesq J.* Essai sur la théorie des eaux courantes // Comptes rendus de l'Académie des Sciences. 1877. V. 23. P. 1–680.
3. *Белоцерковский О.М., Гущин В.А., Коньшин В.Н.* Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью // Ж. вычислительной математики и математ. физики. 1987. Т. 27. № 4. С. 594–609.
4. *Jeong J., Hussain F.* On the identification of a vortex // J. Fluid Mech. 1995. V. 285. P. 69–94.

Матюшин Павел Владимирович, pmatyushin@mail.ru

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАМЕНИ

С.С. Минаев, Е.П. Дац*
Дальневосточный федеральный университет (ДВФУ), Аякс 10, Русский остров, Владивосток
*minaevss@yahoo.com

В работе описаны подходы, позволяющие получить эволюционные уравнения для возмущенного фронта пламени в условиях неустойчивости Дарье-Ландау. Нелинейные уравнения для фронта пламени получены в предельных случаях малого и очень большого коэффициента расширения газа. В обоих случаях, полученные уравнения имеют вид нелинейного интегро-дифференциального уравнения Сивашинского.

ВВЕДЕНИЕ

Динамика распространения предварительно перемешанного пламени в большом объеме горючей смеси — одна из интересных фундаментальных проблем теории горения, с которой связано множество важных приложений — от сжигания газов в двигателях внутреннего сгорания до крупномасштабных взрывов газовых смесей. Расширение газа в зоне химической реакции приводит к развитию гидродинамической неустойчивости, которая проявляется в образовании ячеек на фронте пламени. Рост общей поверхности пламени увеличивает скорость его распространения и определяет динамику энерговыделения, изменения давления и других характеристик в системе с горением газа. Поэтому моделирование динамического поведения фронта пламени является актуальной задачей для практических приложений. Численное моделирование динамики ячеистого пламени и, связанного с ним возмущенного потока газа, требует значительных вычислительных затрат, которые зависят от размера расчетной области. Например, моделирование расходящегося цилиндрического пламени [1] показывает, что количество ячеек на фронте пламени увеличивается пропорционально радиусу пламени, и в этом случае количество узлов сетки, необходимых для расчета поля течения газа, пропорционально квадрат радиуса пламени.

Один из возможных способов уменьшить объем вычислений — использовать приближенные эволюционные уравнения для переменных, заданных на фронте пламени, что позволяет избежать вычислений в пространстве, окружающем пламя. Такой подход позволяет существенно сократить объем вычислений за счет уменьшения размерности системы. Решение этой задачи для произвольных значений коэффициента расширения газа $E = \rho_1/\rho_2$, (где ρ_1 и ρ_2 — плотности горючего газа и продуктов сгорания) сталкивается со значительными трудностями, связанными с описанием вихревого течения продуктов сгорания. В данной работе рассмотрен случай больших значений коэффициента расширения газа, что позволяет использовать асимптотическое разложение, рассматривая величину $1/E \ll 1$ как малый параметр.

ЭВОЛЮЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ФРОНТА ПЛАМЕНИ ПРИ БОЛЬШИХ КОЭФФИЦИЕНТАХ РАСШИРЕНИЯ ГАЗА

Предполагая, что коэффициент расширения газа большая величина $E \gg 1$, будем считать $\varepsilon = E^{-1/2}$ малым параметром задачи. Фронт пламени, заданный уравнением $z=f(x,t)$ разделяет свежую смесь ($z>f$) и продукты горения ($z<f$). Движение газа описывается уравнениями Эйлера и на границе областей выполняются условия сохранения массы, импульса газа и условие распространения фронта пламени по свежему газу с заданной нормальной скоростью [2]. Предполагается, что нормальная скорость распространения

пламени зависит от локальной кривизны фронта пламени и описывается зависимостью Маркштейна [3].

В этом случае можно использовать следующие переменные для возмущения фронта пламени $F=f/\sigma$, пространственные координаты, $\eta=x/\sigma$, $\zeta=y/\sigma$ и время $\tau=tS_0/\varepsilon\sigma$. Компоненты скорости в горючей смеси измеряются в единицах S_0/ε, скорости сгоревшего газа измеряются в единицах S_0/ε^2, а давление выражается в единицах $\rho_1 S_0^2/\varepsilon^2$. Здесь S_0 — скорость распространения плоского ламинарного пламени, σ — длина Маркштейна [3] и ρ_1 — плотность свежей смеси.

Записав основное уравнение Эйлера для скоростей, давления и граничных условий в безразмерных переменных, можно получить систему уравнений для возмущений фронта пламени $F(\zeta, \tau)$ и потенциала потока горючей смеси $\psi(\zeta, \tau)$ на фронте пламени [4].

$$F_\tau = -\widehat{K}\{\psi\} - \widehat{K}\left\{F\widehat{K}\{\psi\}\right\} - \psi_{\zeta\zeta}\, F - \psi_\zeta F_\zeta \tag{1}$$

$$\psi_\tau = -\widehat{K}\{F\} - 2F_{\zeta\zeta} - \frac{1}{2}\left(\widehat{K}\{F\}\right)^2 - \frac{1}{2}F_\zeta^2 + \widehat{K}\left\{F\widehat{K}\{F\}\right\} + F_{\zeta\zeta}\, F - \widehat{K}\{\psi\}F_\tau - \frac{1}{2}\left((\widehat{K}\{\psi\})^2 + \psi_\zeta^2\right) \tag{2}$$

Здесь $\widehat{K}\{f\} = \frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{+\infty}|k|\exp\big(ik(y-y_1)\big)f(y_1)\,dy_1dk$— нелокальный линейный оператор. В фурье-представлении действие этого оператора сводится к умножению коэффициентов Фурье функции на модуль волнового вектора |k|. Уравнение (1) следует из уравнения распространения фронта пламени по свежей смеси с заданной нормальной скоростью. Как было показано в работе [4], при больших коэффициентах расширения газа безразмерные уравнения для продуктов сгорания не зависят от времени, что позволяет получить уравнение (2) для фронта пламени F и функции ψ. Система уравнений (1) и (2), допускает дальнейшее упрощение. Записывая уравнения (1), (2) в переменных $X=F-\psi$ и $Y=F+\psi$ можно показать, что переменная X экспоненциально возрастает, тогда как Y экспоненциально убывает. В ходе эволюции переменная $Y=F+\psi$ будет экспоненциально стремиться к нулю откуда следует, что $\psi \to -F$ и $X \to 2F$. В результате, можно получить уравнение для фронта пламени вида:

$$F_\tau = \widehat{K}\{F\} + F_{\zeta\zeta} + F_\zeta^2 \tag{3}$$

Полученное уравнение имеет вид уравнения Сивашинского [5], полученного ранее для случая малого коэффициента расширения газа E-1 << 1. Несмотря на идентичную математическую формулировку эволюционных уравнений, физическая интерпретация решений, полученных в предельных случаях E-1 << 1 и E >> 1, различна. В случае малых коэффициентов расширения газа нелинейное уравнение описывает только эволюцию возмущений фронта пламени F. В случае больших коэффициентов расширения нелинейное уравнение описывает возмущения как фронта пламени F, так и потенциала поля скорости горючей смеси на фронте пламени ψ. В случае больших коэффициентов расширения газа в продуктах сгорания возникает вихревое течение и картина течения принципиально отличается от случая малых коэффициентов расширения. Завихренность потока сохраняется вдоль линий тока и остается отличной от нуля всюду в области продуктов сгорания. В общем случае эволюция пламени описывается системой уравнений (1) и (2) для F и функции ψ. Необходимость использования полной системы уравнений возникает, например, при описании перехода от первоначально плоского пламени к тюльпанообразному пламени, распространяющемуся в канале [6]. Исследование решений этой системы будет проводиться в дальнейшем.

На Рис. 1 показаны линии тока, построенные для точного частного решения уравнения (3), имеющего вид:

$$F(\zeta,\tau) = \ln(1 + a^2 + 2a\cos(\zeta\tau)) + w\tau,\ w = k - k^{\,2} \qquad (4)$$

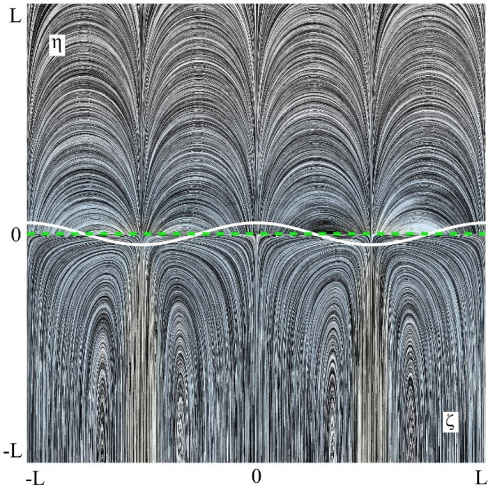


Рис. 1. Линии тока, соответствующие стационарному решению (4), построены для случая L=10, k=2π/L и and a^2 =(1-k)/(1+k). Сплошная белая линия — фронт пламени. Зелёный пунктир — невозмущённое пламя.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект FZNS-2023-0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *L.Filyand, G.I.Sivashinsky and M.L.Frankel*, On self-acceleration of outward propagating wrinkled flames// Physica D, 1994, V.72, p.110–118.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука. ГРФМЛ. 2000. С. 733.
3. *G.H.Markstein,* Nonsteady Flame Propagation, Pergamon Press, Oxford, 1964.
4. *Minaev S., Gubernov V.,* Nonlinear Analysis of Flame Hydrodynamic Instability at Large Gas Expansion Ratio, Combustion Theory Modeling, 2022, V. 26(4), p. 654–668.
5. *G.I. Sivashinsky*, Some developments in premixed combustion, Proceedings of the Combustion Institute, 2002, V. 29, p. 1737–1761.
6. *G. Joulin, Hazem El-Rabii an K.A.Kazakov*, Description of Non-Stationary Flames, J. Fluid Mech., 2008, V. 608, p. 217–242.

Минаев Сергей Сергеевич, minaevss@yahoo.com
Дац Евгений Павлович, Dats.EP@vvsu.ru

—— ♦♦♦ ——

АСИМПТОТИКИ ДЛИННЫХ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВОЛН В ОДНОМЕРНОМ БАССЕЙНЕ С ПОЛОГИМИ БЕРЕГАМИ

Д.С. Миненков, М.М. Вотякова*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
*minenkov.ds@gmail.com

Рассматривается задача Коши для одномерной системы нелинейных уравнений мелкой воды с переменным дном D(x) в протяженном бассейне, ограниченном с двух сторон берегами (где дно вырождается D(a)=0), или берегом и стенкой.

Построены коротковолновые асимптотики линеаризованной системы в виде бегущей локализованной волны. После применения к построенным функциям простой параметрической или явной замены, предложенной в недавних статьях (Доброхотов, Миненков, Назайкинский, 2022 и Доброхотов, Калиниченко, Миненков, Назайкинский, 2023) получаются асимптотики исходной нелинейной задачи. На построенных семействах функций исследуется соотношение амплитуды и длины волны, при котором не происходит обрушения волны при накате на берег.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ
Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 21-11-00341.

Миненков Дмитрий Сергеевич, minenkov.ds@gmail.com
Вотякова Мария Михайловна, votiakova.mm@phystech.edu

—— ♦♦♦ ——

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ЭЛЕКТРОВИХРЕВОМ ТЕЧЕНИИ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Е.А. Михайлов[1,2,], А.А. Таранюк[1]*
[1]Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия
[2]Физический институт имени П.Н.Лебедева РАН, Москва, Россия
*ea.mikhajlov@physics.msu.ru

Электровихревые течения играют важную роль в прикладных задачах, связанных с течениями жидких металлов, электролитов и т.д. Они возникают во время прохождения электрического тока меняющейся плотности через хорошо проводящую среду. В таком случае, электрический ток порождает магнитное поле и возникает электромагнитная сила, являющаяся причиной закрученных течений.

Первые исследования, связанные с электровихревыми течениями, относятся к 1970-м годам. Большой вклад в изучение внесли специалисты латвийского Института физики, которым принадлежат как экспериментальные результаты, так и теоретические модели [1]. В настоящее время электровихревые течения активно исследуются в Институте механики сплошной среды УрО РАН (г. Пермь) [2], Объединенном институте высоких температур РАН (г. Москва) [3], Магнитогорском государственном техническом университете им. Г.И. Носова [4] и других научных центрах в России и за рубежом.

В настоящий момент большая часть теоретических исследований ведётся с помощью вычислительных методов. В то же время, даже с учетом использования современных суперкомпьютеров, задачи о генерации электровихревых течений могут требовать достаточно больших ресурсов. По этой причине до сих пор удобно использовать модели промежуточного характера, которые бы сочетали высокую точность и возможность как аналитического решения, так и численного моделирования с использованием ограниченных вычислительных мощностей.

Ситуация заметно упрощается в тех случаях, когда задача обладает осевой симметрией. Это позволяет решать её, пользуясь переменными «скалярная функция тока – завихренность». В таком случае удается избежать необходимости решения задачи для давления, а для медленных течений нередко можно получить точное решение путём интегрирования. Между тем, в том случае, если решение невозможно найти аналитически, возникает необходимость найти решение редуцированной задачи для скалярной функции тока численно.

Если мы ставим граничные условия, следующие из физической постановки задачи, то мы приходим к необходимости решения эволюционных уравнений четвертого порядка. Подобные задачи являются исключительно трудоемкими с вычислительной точки зрения. По этой причине достаточно часто используют приближенные граничные условия, дающие возможность решать вместо исходной задачи пару уравнений второго порядка, для которых численные методы оказываются несоизмеримо проще. Между тем, встает резонный вопрос об обоснованности подобных приближений и соответствии полученного решения в реальности.

Рассмотрим пример ЭВТ между двумя протяженными плоскостями, находящимися на малом расстоянии друг от друга (рис. 1), которые являются электродами одноименной полярности (противоположный электрод находится на большом расстоянии). В таком случае можно представить скалярную функцию тока в автомодельном виде [5]:

$$\psi(r,z) = r^2 \cdot F(z)$$

Тогда в безразмерном виде (длины измеряются в расстояниях между электродами) для установившегося течения уравнение для функции $F(z)$ выглядит следующим образом:

$$F\frac{d^3F}{dz^3} = \frac{d^4F}{dz^4} + S\left(z - \frac{1}{2}\right),$$

где S – так называемый параметр электровихревого течения.

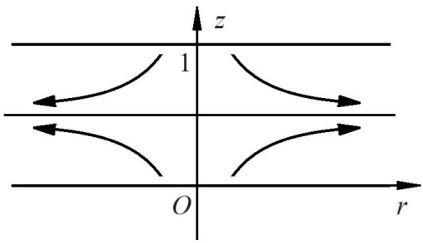


Рис. 1. Схема распространения электрического тока в среде

Граничные условия, следующие из физических свойств задач, будут представимы в следующем виде:

$$F\big|_{z=0} = F\big|_{z=1} = 0$$

$$\left.\frac{dF}{dz}\right|_{z=0} = \left.\frac{dF}{dz}\right|_{z=1} = 0$$

Вместо этого для упрощения расчетов часто используют более простую систему уравнений второго порядка. В таком случае вводят функцию, имеющую смысл завихренности $W = -F''$,. Тогда система уравнений может быть представлена в форме:

$$F\frac{dW}{dz} = \frac{d^2W}{dz^2} + S\left(\frac{1}{2} - z\right);$$

$$W = -\frac{d^2F}{dz^2}$$

В качестве граничных условий используют приближенные условия Тома [6]:

$$F\big|_{z=0} = F\big|_{z=1} = 0;$$

$$W\big|_{z=0} = -\frac{1}{\Delta z^2}F\big|_{z=\Delta z};\ W\big|_{z=1} = -\frac{1}{\Delta z^2}F\big|_{z=1-\Delta z};$$

где Δz - шаг сетки.

Мы сравнили результаты расчетов для точной постановки задачи и для приближенных граничных условий. На рис. 2 показан результат вычислений, которые сделаны с точными и приближенными граничными условиями. Можно видеть, что разница составляет около одной сотой. Между тем, данной точности может быть достаточной, и существенно меньшая вычислительная трудоемкость решения (для точных граничных условий потребовалось использование суперкомпьютера, в то время как приближенные допускают решение на ПК) компенсирует имеющую место погрешность.

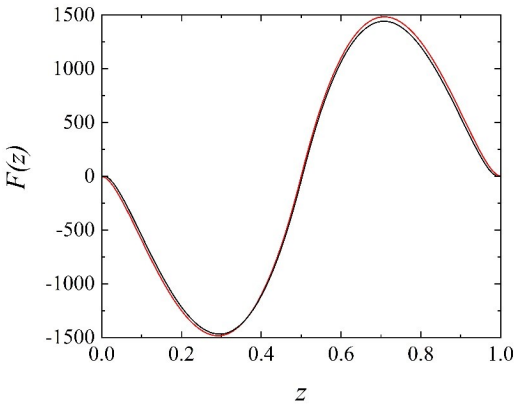


Рис. 2. Решение для точных и приближенных граничных условий для $S = 10^9$. Черная линия – график зависимости функции от координаты для при решении уравнения четвертого порядка. Красная линия – с использованием условий Тома.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхпроизводительными вычислительными ресурсами МГУ им. М. В. Ломоносова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.В.* Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985. 315 с.
2. *Хрипченко С.Ю.* Электровихревые течения в тонких слоях проводящей жидкости // Магнитная гидродинамика, 1991. №1. С.126–129.
3. *Жилин В.Г., Ивочкин Ю.П., Тепляков И.О.* К вопросу о закрутке осесимметричных электровихревых течений // Теплофизика высоких температур, 2011. Т. 47, №6. С. 957.
4. *Ячиков И.М., Портнова И.В., Ларина Т.П.* Исследование на физической модели поведения токонесущей жидкости в ванне ДППТ под действием внешнего вертикального магнитного поля // Известия ВУЗов. Черная металлургия, 2018. №1. С. 28.
5. *Михайлов Е.А., Степанова А.П., Таранюк А.А.* Электровихревые течения между двумя плоскостями при больших токах // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2022. №1. С. 32–42.
6. *Weinan E., Liu J.G.* Vorticity Boundary Condition and Related Issues for Finite Difference Schemes // Journal of Computational Physics, 1996. V.124. P.368–382.

Михайлов Евгений Александрович, ea.mikhajlov@physics.msu.ru
Таранюк Антон Александрович, taranyuk.anton@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛООБМЕНА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ АНОМАЛЬНО ТЕРМОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ

А.А. Мухутдинова
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Казань
mukhutdinova23@yandex.ru

В данной работе исследуется течение аномально термовязкой несжимаемой жидкости в кольцевых каналах с различным соотношением ширины канала к внутреннему радиусу h/r_0. Граничные условия на внутренней и внешней поверхностях канала различны: на первой половине канала задано граничное условие первого рода, а на второй половине канала – конвективный теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона-Рихмана (граничное условие третьего рода). Течение жидкости происходит под действием постоянного перепада давления Δp.

Введем цилиндрическую систему координат, ось z которой направлена вдоль оси цилиндров. Пусть жидкость течет в кольцевом канале длиной L, радиусы внутреннего цилиндра – r_0, внешнего – $R > r_0$ (рис. 1). Будем считать канал сильно удлиненным $(L >> h)$.

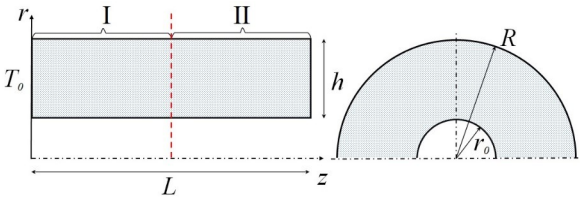


Рис. 1. Схема канала

Математическая модель, состоящая из уравнения неразрывности, уравнений Навье – Стокса и уравнения для температуры [1], записана в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии в безразмерном виде, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{\partial v_z}{\partial z}+\frac{v_r}{r}=0,$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu(T)\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu(T)\frac{\partial v_r}{\partial z}\right)+\frac{\mu(T)}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r}-\frac{\mu(T)}{r^2}v_r\right),$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu(T)\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu(T)\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)+\frac{\mu(T)}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}\right),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+v_r\frac{\partial T}{\partial r}+v_z\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{1}{Pe}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right),$$

где v_r и v_z – радиальная и осевая компоненты вектора скорости, p – давление, T – температура, Re и Pe – безразмерные числа Рейнольдса и Пекле.

Входящая в уравнения Навье – Стокса функция $\mu=\mu(T)$ представляет собой температурную зависимость вязкости жидкости. В настоящей работе рассмотрена аномальная зависимость вязкости от температуры (т.е. вязкость жидкости зависит от температуры немонотонным образом) [2,3] следующего вида (рис. 2):

$$\mu(T)=\exp\left[-B\left(T-0.5\right)^2\right],$$

где $B > 0$ – параметр описывающий характер изменения вязкости.

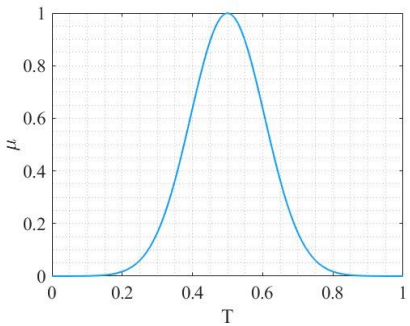


Рис. 2. Зависимость вязкости жидкости от температуры, B = 45

Граничные условия на стенках канала для скоростей задаются условиями прилипания, а для температуры:

при $0 \le z < \frac{1}{2}L$

$$T(r_0/R, z, t) = T(1, z, t) = 0,$$

при $\frac{1}{2}L \le z \le L$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0/R} = \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=1} = -Nu \cdot T,$$

где Nu – безразмерное число Нуссельта.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение уравнений математической модели осуществлялось с использованием метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) [3], который был модифицирован для учета переменного коэффициента вязкости. Исходный компьютерный код был написан на языке программирования C++ в среде разработки Qt Creator.

Динамика установления расхода аномально термовязкой жидкости в зависимости от геометрического параметра представлена на рис. 3. Из рисунка видно, что увеличение параметра h/r_0 приводит к увеличению установившегося значения расхода. При значениях h/r_0 равных 0.7 – 1.2 наблюдаются колебания расхода. Это объясняется скачкообразным изменением теплообмена. Во второй половине канала происходит охлаждение жидкости до температуры, соответствующей максимальной вязкости, что приводит к уменьшению расхода. Дальнейшее охлаждение жидкости приводит к уменьшению вязкости (рис.2) и увеличению расхода. Затем процесс повторяется с уменьшающейся интенсивностью, что и вызывает уменьшение амплитуды колебаний расхода. Однако, при увеличении параметра h/r_0 за пределы этого диапазона, такие колебания перестают наблюдаться.

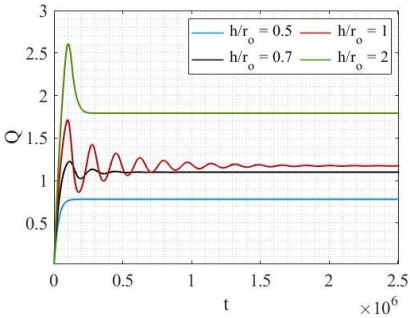


Рис. 3. Динамика установления расхода аномально термовязкой жидкости

Фазовый портрет (рис. 4) представленных на рис.3 затухающих колебаний описывается логарифмической спиралью, которая сходится к точке, называемой «устойчивый фокус».

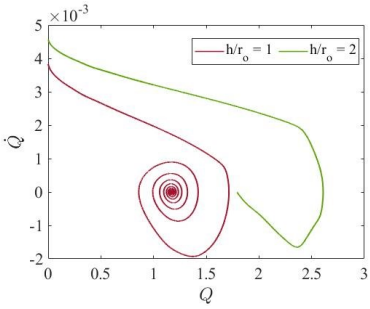


Рис. 4. Фазовый портрет затухающих колебаний изменения расхода жидкости

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-21-00915.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кочин Н. Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Часть 2 // М.: Физматлит. 1963. С. 728.
2. *Урманчеев С. Ф., Киреев В. Н.* Установившееся течение жидкости с температурной аномалией // Доклады Академии наук. 2004. Т. 396. № 2. С. 204–207.
3. *Патанкар С. В.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости // М.: МЭИ, 1984. 145 с.

Мухутдинова Айгуль Айратовна, mukhutdinova23@ya.ru

—— ♦♦♦ ——

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В КРУГОВОМ ЦИЛИНДРЕ С ВОЗВЫШЕНИЕМ НА ДНЕ

С.В. Нестеров, В.А. Калиниченко[*]
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*kalin@ipmnet.ru*

В приближении теории длинных волн в [1] рассмотрена задача о стоячих волнах (сейшах) в круговом цилиндре при убывании глубины жидкости от оси сосуда к стенкам по параболическому закону. В настоящей работе рассмотрено влияние возвышения на дне кругового цилиндра на собственные частоты низших волновых мод на свободной поверхности жидкости. Все количественные оценки получены методом ускоренной сходимости в приближении мелкой воды. Проводится сравнение результатов теоретической модели и лабораторного эксперимента. Отметим, что метод ускоренной сходимости [2] был успешно апробирован авторами в работах [3–5] для сейш в прямоугольных сосудах с переменной глубиной и шириной.

В случае жесткого кругового цилиндра радиуса R_0 с горизонтальном дном собственная частота гравитационных волн на свободной поверхности идеальной несжимаемой жидкости глубины h равна [1, 6]

$$\omega_{nm} = \sqrt{g k_{nm} \operatorname{th}(k_{nm} h)} \tag{1}$$

где для (n,m) волновых мод величина k_{nm} определяется из уравнения $J_n'(k_{nm}R_0)=0$. Соответствующие профили волн максимального развития для осесимметричных (0, 1), (0, 2) и асимметричных мод (1, 1) и (1, 2) приведены на рис. 1.

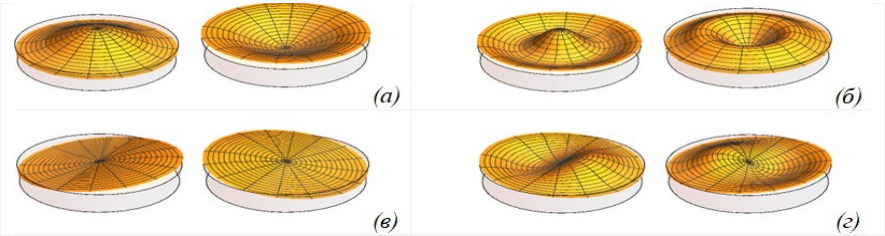


Рис. 1. Профили волн максимального развития для осесимметричных и асимметричных мод (R_0 = 9.8 см; h = 4 см): (а–г) – (01), (0, 2), (1, 1) и (1, 2).

Когда глубина бассейна $H = H_0\, f(r/R_0)$ зависит от расстояния, измеряемого от центра бассейна, в приближении теории длинных волн смещение свободной поверхности удовлетворяет дифференциальному уравнению [1]

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} = g\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)\right]$$

Учитывая периодичность волн во времени, переходя к полярным координатам (r,φ) и вводя безразмерную переменную $z = r/R_0$, приходим к следующей задаче Штурма-Лиувилля

$$\frac{d}{dz}\left(z\, f(z)\frac{dU_m}{dz}\right)+(\lambda z-\frac{n^2}{z}f(z))U_m = 0\,,\ u = U_m(r)\begin{cases}\cos n\varphi\\ \sin n\varphi\end{cases}$$

где $n = 0,1,2,...,\ \lambda_{n,m} = \dfrac{\omega^2 R_0{}^2}{gH_0}$.

Требуется найти такие значения $\lambda_{n,m}$ (собственные числа), при которых существуют нетривиальные решения данного уравнения, удовлетворяющие краевым условиям

$$|U_m(0)| \le M;\ \ U_m'(1) = 0$$

После ввода регуляризирующего параметра a краевая задача принимает вид

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d}{dz}\left[(z+a)\,f(z)\frac{dU_m}{dz}\right]+(\lambda z-\frac{n^2}{z+a}f(z))U_m = 0\\ &|U_m(0)| \le M;\ \ U_m' = 0\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Для решения (2) с целью нахождения собственных чисел применяется метод ускоренной сходимости, подробно описанный в [2]. Отметим, что с помощью этого метода при $a = 10^{-7}$ удается получить собственные числа с точностью до 10^{-6}.

Все вычисления проводятся в предположении, что глубина бассейна задается формулами $f(z) = \begin{cases}1+b\,z^2\\ 1+b\,z\end{cases}$. Отметим, что указанные формы дна бассейна достаточно

просто реализовать в экспериментальных условиях. На рис. 2 приведены зависимости безразмерной собственной частоты низших волновых мод от параметра b.

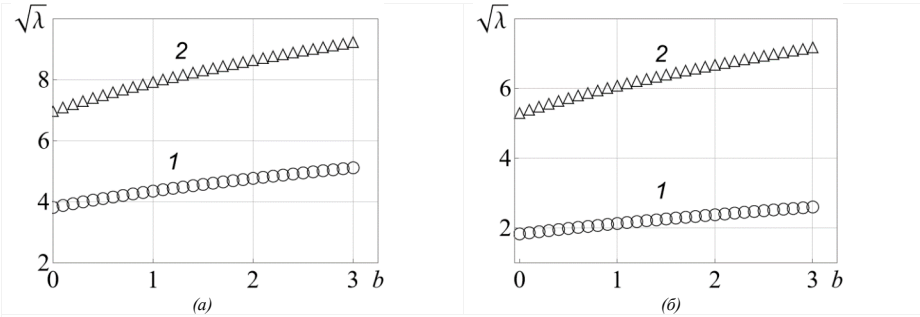


Рис. 2. Зависимости безразмерных собственных частот от параметра b : (а) – осесимметричные волновые моды $\sqrt{\lambda_{0,1}}$ (1) и $\sqrt{\lambda_{0,2}}$ (2); (б) – асимметричные волновые моды $\sqrt{\lambda_{1,1}}$ (1) и $\sqrt{\lambda_{1,2}}$ (2).

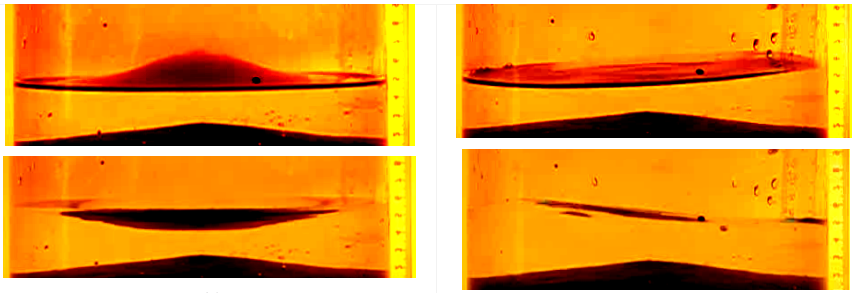
Из рис. 2 следует, что с увеличением параметра b, характеризующего возвышение на дне сосуда, безразмерные собственные частоты $\sqrt{\lambda_{n,m}}$ симметричных и асимметричных волновых мод монотонно растут.

Для верификации численно-аналитической модели проведена серия экспериментов. Волновые движения исследовались в режиме основного и гармонического резонансов Фарадея. При фиксированной амплитуде сосуда s = 0.7 см вариации Ω обеспечивали возбуждение соответствующей волновой моды (n,m). В качестве рабочей жидкости использовалась вода. Волновая картина регистрировалась цифровой камерой Canon PowerShot SX50HS (скорость видеосъемки 30 и 120 кадров в секунду). Разрешение видеоизображения составляло 0,15 мм / пиксель. Последующая обработка видеокадров производилась при использовании программы ImageJ.

В экспериментах использовались два сосуда с радиусами R_0= 7 и 9.8 см при глубине воды h= 3.7 и 4 см соответственно. По материалам видеосъемки затухающих волн оценивалась собственная частота низших волновых мод в сосудах с горизонтальным и профилированным дном, изготовленным из технического пластилина.

Фотографии волновых мод (0, 1) и (1, 1) представлены на рис. 3. Измерения показали, что собственные частоты этих мод существенно ниже значений, отвечающих сосуду с горизонтальным дном – уменьшение частоты порядка 15%.

Приведенная выше численно-аналитическая модель неплохо описывает экспериментальные результаты по измерению собственных частот стоячих поверхностных гравитационных волн в том случае, когда возбуждается волна с одной узловой линией, проходящей через центр сосуда – волновая мода (1, 1) – рисунки 1 *в* и 3 *б*. Отметим, что для волновой моды (1, 1) достаточно хорошо выполняется требование теории длинных волн. В проведенных экспериментах волны с частотами $\sqrt{\lambda_{0,1}}$, $\sqrt{\lambda_{0,2}}$, $\sqrt{\lambda_{1,2}}$ и т.д. уже не удовлетворяют длинноволновому приближению ($k_{nm}h < 1$). Поэтому измеренные и рассчитанные собственные частоты волн (0, 1) совпадают гораздо хуже по сравнению со случаем моды (1, 1).



(а) *(б)*

Рис. 3. Профили волн максимального развития в круговом цилиндре радиуса R_0 = 9.8 см с коническим возвышением на дне при максимальной глубине жидкости $h =$ 4 см: (а, б) – осесимметричная (0, 1) и асимметричная (1, 1) волновые моды.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по темам государственных заданий № 123021700050-1 и 123021700044-1. Эксперименты проводились на стенде ДСО (уникальная научная установка Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.-Л.: Гостехиздат, 1947. 928 с.
2. *Akulenko L.D., Nesterov S.V.* High-precision methods in eigenvalue problems and their applications. Boca Raton: CRC Press, 2005. 255 p.
3. *Акуленко Л.Д., Калиниченко В.А., Нестеров С.В.* Сейши в канале с резким изменением рельефа дна // Изв. РАН. МЖГ. 2012. №3. С. 103–111.
4. *Калиниченко В.А., Нестеров С.В., Со А.Н.* Стоячие поверхностные волны в прямоугольном сосуде с локальными нерегулярностями стенок и дна // Изв. РАН. МЖГ. 2017. №2. С. 65–74.
5. *Нестеров С.В.* Собственные частоты и формы сейш в канале переменной глубины // ПММ. 2022. Т. 86. № 3. С. 365–369.
6. *Ravleigh L.* On waves // Lond. Edinb. Dublin Philos. Mag. J. Sci. 1876. V. 1. No. 4. P. 257–279.

Нестеров Сергей Владимирович, pmmedit@ipmnet.ru
Калиниченко Владимир Анатольевич, vakalin@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ ТЕРМОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ НА ИЗМЕНЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА

А.Д. Низамова, В.Н. Киреев, С.Ф. Урманчеев*
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова
Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа
**adeshka@yandex.ru*

В исследовании устойчивости течений жидкостей в плоских каналах накоплен достаточный задел в настоящее время, однако, при изучении этой задачи часто пренебрегают воздействием температурного фактора на смену режима течений [1-2]. Течения жидкостей возникают в различных отраслях промышленности при эксплуатации технических устройств. В данных случаях важной проблемой является выявление особенностей течения при различных режимах. Относительно энергетической эффективности важен ламинарный режим, однако, при учете эффективности тепломассопереноса – турбулентный.

Рассмотрим задачу об устойчивости ламинарного течения термовязкой жидкости в кольцевом канале с заданным профилем температуры.

Задача гидродинамической устойчивости течения термовязкой жидкости в плоскопараллельном канале с неоднородным температурным полем сводится к обобщенному уравнению Орра–Зоммерфельда [3–5].

Аналогично плоскому случаю рассмотрим течение несжимаемой термовязкой жидкости в кольцевом канале (Рис. 1) под действием перепада давления, с фиксированными внешним и внутренним радиусами канала и нагреваемым внутренним стержнем.

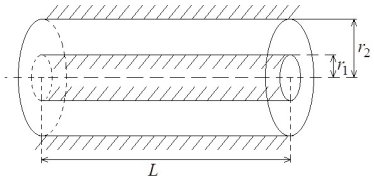


Рис. 1. Схема течения жидкости в кольцевом канале

После выполнения алгебраических преобразований получим уравнение гидродинамической устойчивости термовязкой жидкости в линейном приближении в кольцевом канале:

$$\mu_0\left[\varphi^{IV}+\frac{2}{r}\varphi'''-\frac{3}{r^2}\left(\varphi''-\frac{1}{r}\varphi'\right)-2k^2\left(\varphi''+\frac{1}{r}\varphi'\right)\right]-$$

$$-ik\,\mathrm{Re}\left[(u_0-c)\left(\varphi''+\frac{1}{r}\varphi'-\left(k^2+\frac{1}{r^2}\right)\varphi\right)\right]+\left\{k^4+2\frac{k^2}{r^2}-\frac{3}{r^4}+ik\,\mathrm{Re}\left[u_0''-\frac{u_0'}{r}\right]\right\}\varphi+$$

$$+\mu_0'\left(2\varphi'''+\frac{3}{r}\varphi''-\frac{3}{r^2}\varphi'+\frac{1}{r}\left(\frac{3}{r^2}-k^2\right)\varphi\right)-ik\left[\mu_0'\theta u_0''+\left(2\mu_0''\theta+2\mu_0'\theta'+\frac{\mu_0'\theta}{r}\right)u_0''+\right.$$

$$\left.+\left(\mu_0'''\theta+2\mu_0''\theta'+\mu_0'\theta''+\frac{\mu_0''\theta}{r}+\frac{\mu_0'\theta'}{r}-\frac{\mu_0'\theta}{r^2}\right)u_0'\right]=0$$

со следующими граничными условиями:

$$\varphi(r_1)=\varphi(r_2)=0,\quad \varphi'(r_1)=\varphi'(r_2)=0,$$

где r_2 и r_1 – внешний и внутренний радиусы канала, i – мнимая единица, $\mu=\exp(-\alpha T)$ – вязкость жидкости, k – волновое число, Re – число Рейнольдса, φ – амплитуда возмущения радиальной компоненты скорости (собственная функция), u_0 – невозмущенная скорость, c – собственное значение.

Задача решалась численно с помощью спектрального метода разложения по полиномам Чебышева первого рода.

На рис. 2 изображена зависимость критического числа Рейнольдса от параметра $\xi = r_2 / r_1 - 1$ для $\alpha = 0{,}001$ и $\alpha = 1$. Первая точка линии, соответствующей $\alpha = 0{,}001$, имеет координаты (0,001; 5810). При столь малом значении параметра термовязкости α течение жидкости можно считать практически изотермическим. Кроме того, при столь же малом значении $\xi = 0.001$ можно считать канал приближённо плоским. Очевидно, полученное значение критического числа Рейнольдса Re = 5810 достаточно близко к значению Re = 5772, соответствующему классическому уравнению Орра-Зоммерфельда для плоского канала. При параметре $\alpha = 1$, течение термовязкой жидкости в неоднородном температурном поле проявляет свои особенности. В отличие от первого случая, в диапазоне $0{,}001 \leq \xi \leq 3{,}0$ кривая изменения критического значения числа Рейнольдса имеет немонотонный характер. Вначале происходит его уменьшение, а затем, с увеличением разности радиусов кривизны стенок тенденция к росту критического числа Рейнольдса, что соответствует квазиизотермическому случаю. Таким образом, при течении термовязких жидкостей в кольцевом канале наблюдается зона снижения порога перехода к турбулентному течению.

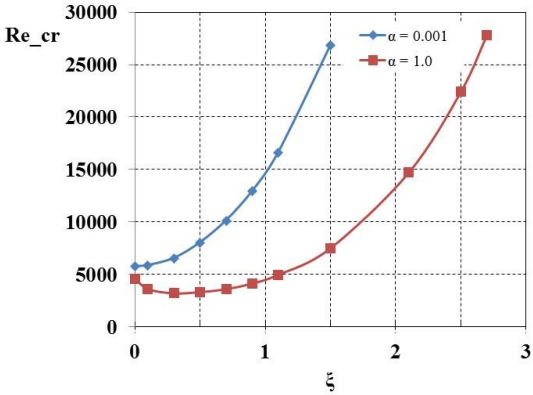


Рис. 2. Зависимость критического числа Рейнольдса от ξ для α = 0,001 и α = 1

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-21-00915.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Drazin P.G.* Introduction to Hydrodynamic Stability. Cambridge University Press. 2002. 278 p.
2. *Orszag S.A.* Accurate solution of the Orr–Sommerfeld equation // Journal of Fluid Mechanics. 1971. V. 50(4). P. 689–703.
3. *Potter M.C., Graber E.* Stability of plane Poiseuille flow with heat transfer // Physics of Fluids. 1972. V. 15(3). P. 387–391.
4. *Kireev V.N., Nizamova A.D., Urmancheev S.F.* Some Features of Hydrodynamic Instability of a Plane Channel Flow of a Thermoviscous Fluid // Fluid Dynamics. 2019. V. 54(7). P. 978–982.
5. *Nizamova A.D., Murtazina R.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F.* Features of Laminar-Turbulent Transition for the Coolant Flow in a Plane Heat-Exchanger Channel // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. V. 42(9). P. 2211–2215.

6. *Nizamova A.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F.* Influence of Temperature Dependence of Viscosity on the Stability // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2023, V. 44, No. 5, p. 1778–1784. DOI: 10.1134/S1995080223050463

Низамова Аделина Димовна, adeshka@yandex.ru
Киреев Виктор Николаевич, kireevvn@uust.ru
Урманчеев Саид Федоррович, said52@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА ПЛОЩАДИ МЕЖФАЗНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА

А.С. Никулин[*], *В.И. Мелихов*
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва
[*]*iskander0215@gmail.com*

ВВЕДЕНИЕ

На кафедре АЭС НИУ «МЭИ» разработан расчетный код STEG, предназначенный для моделирования движения пароводяной среды в объеме горизонтального парогенератора (ПГ) на основе подхода, использующего балансовые уравнения массы, импульса и энергии для воды и пара, дополненные полуэмпирическими корреляциями для описания силового и теплового взаимодействия фаз между собой и с окружающими конструкциями (трубные пучки, погружной дырчатый лист и т.п.). В целом код STEG качественно и количественно воспроизводит все основные процессы, характерные для горизонтального ПГ [1].

МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА И РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

В коде STEG для определения площади межфазной поверхности, которая необходима для расчета силового и теплового взаимодействия между фазами, использовался упрощенный подход, основанный на введении карты режимов течения (пузырьковый, снарядный, эмульсионный, дисперсный). Целью данной работы было внедрение специального уравнения переноса площади межфазной поверхности в код STEG и выяснение преимуществ/недостатков его использования. Общий вид этого уравнения приведен ниже.

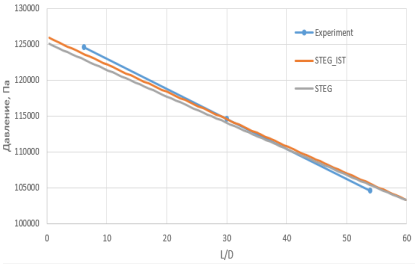
$$\frac{\partial a_i}{\partial t} + div(a_i u_i) = \frac{2}{3}\frac{a_i}{\alpha}\left[\frac{\partial \alpha}{\partial t} + div(\alpha u_g) - \eta_{ph}\right] + (\sum_j \phi_j + \phi_{ph}) \quad (1)$$

где a_i – концентрация площади межфазной поверхности, 1/м; u_i – скорость движения межфазной поверхности, м/с; α – объемная доля пара; u_g – скорость движения газовой фазы, м/с; η_{ph} – скорость генерации парового объема в единичном объеме пароводяной смеси при образовании зародышей пузырьков пара в перегретой воде или зародышей капелек воды в переохлажденном паре; ϕ_j – изменение межфазной поверхности вследствие j-го процесса взаимодействия; ϕ_{ph} – изменение межфазной поверхности вследствие фазового перехода. Рассматривалось три механизма взаимодействия: 1) слияние пузырьков из-за случайных соударений, 2) слияние из-за ускорение пузырька в следе другого пузырька, 3) дробление пузырька турбулентными вихрями.

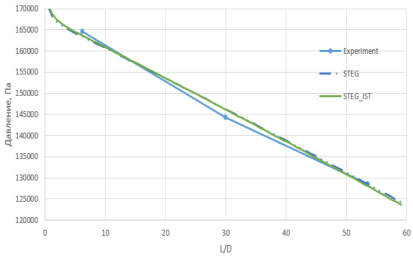
В [2] были выполнены экспериментальные исследования характеристик двухфазных водо-воздушных потоков при атмосферном давлении. Использовалась вертикальная труба диаметром 50,8 мм и длиной 3 метра. Для тестирования модели переноса площади межфазной поверхности был выбраны два режима со следующими параметрами расчета:

- скорость жидкости 0,491 м/с, скорость газа 0,190 м/с, давление на входе 0,127 МПа, объёмная доля газа 0,220
- скорость жидкости 5,0 м/с, скорость газа 3,90 м/с, давление на входе 0,170 МПа, объёмная доля газа 0,357

На рис.1 и 2 представлены результаты сравнения переда давления и изменение объемной доли по длине канала, полученные при использовании двух подходов с экспериментальным данными.

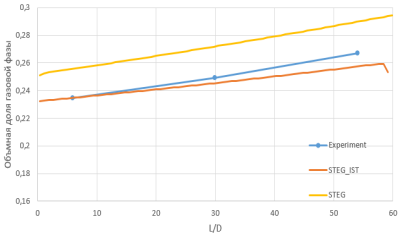


а)

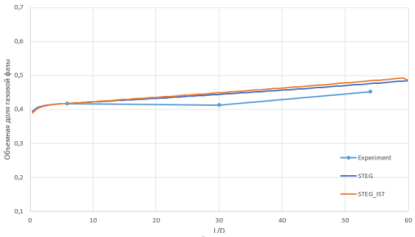


б)

Рис 1. Распределение давления по длине канала а) скорость жидкости 0,491 м/с, скорость газа 0,19 м/с б) скорость жидкости 5 м/с, скорость газа 3,9 м/с



а)



б)

Рис 2. Распределение объёмной доля газа по длине канала а) скорость жидкости 0,491 м/с, скорость газа 0,19 м/с б) скорость жидкости 5 м/с, скорость газа 3,9 м/с

Как видно из результатов, приведенных на рис 1(а) и 2(а) STEG с модулем расчета площади межфазной (STEG-IST) поверхности ближе к эксперименту, чем STEG с картой режимов потока. Максимальное отклонение от экспериментальных значений объемной доли для го кода STEG-IST составило 3,4%, для давления 0,8%, в то время как для STEG с картой режимов потока данное значение 9,2% и 1,5% соответственно. При рассмотрении графиков на рис 1(б) и 2(б) видно, что STEG-IST несколько уступает в точности расчета распределения объемной доли газовой фазы STEG с картой режимов потока, однако максимальное отклонение от эксперимента составило 7,3%, против 5,4%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, полученные с помощью кода STEG-IST значительно ближе к экспериментальным значениям при низких скоростях движения фаз, чем результаты

кода STEG с картой режимов потока и незначительно уступают в точности при высоких скоростях. Стоит отметить, что данная модернизация позволяет расширить диапазон параметров, в котором код STEG способен качественно и количественно воспроизводить моделирование движения двухфазного потока.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00793, https://rscf.ru/project/22-19-00793/

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мелихов В.И., Мелихов О.И., Ле Т.Т.* Экспериментально-расчетные исследования гидродинамических процессов в горизонтальном парогенераторе, М.: Наука, 2022. 213 с.
2. *Hibiki T., Ishii M.* One-group interfacial area transport of bubbly flows in vertical round tubes // Int. J. Heat Mass Transfer, 2000. V. 43, p. 2711–2726.

Никулин Александр Сергеевич, iskander0215@gmail.com
Мелихов Владимир Игоревич, volodymyr.mel@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

КВАДРАТИЧНЫЙ ИНВАРИАНТ ТЕНЗОРА СКОРОСТЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ КОНТРОЛИРУЕТ НЕРАСКРЫТИЕ ШАССИ САМОЛЕТА

В.М.Овсянников
Российский университет транспорта, Москва
OvsyannikovVM@yandex.ru

ВВЕДЕНИЕ

Открытие или неоткрытие шасси самолета при посадке контролирует величина квадратичного (второго) инварианта тензора скоростей деформаций, который исключен [1] из рассмотрения современной гидрогазодинамики. Приводится оценочный расчет нагрева конструкции в узкой щели при обтекании ее потоком воздуха с использованием квадратичного инварианта. Неравномерный нагрев внутренней поверхности щели может привести к заклиниванию механизма шасси.

Полное уравнение неразрывности со всеми тремя инвариантами для несжимаемой жидкости, выведенное Эйлером в 1752 г. [2], [3], имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}+(t-t_0)I_2+(t-t_0)^2I_3=0$$

Здесь I_2, I_3 - квадратичный и кубичный инварианты тензора скоростей деформаций. Уравнение неразрывности было переписано В.М.Овсянниковым [4] в 2006 г. для сжимаемой жидкости в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}+(t-t_0)\rho I_2+(t-t_0)^2\rho I_3=0$$

Произведя вывод волнового уравнения методом Лайтхилла акустической аналогии, получим волновое уравнение второго порядка по времени

$$\partial^2 p/\partial x^2+\partial^2 p/\partial y^2+\partial^2 p/\partial z^2 - c_0^{-2}\,\partial^2 p/\partial t^2 = \rho_0 I_2+(\Delta t)\,\rho_0\, 2I_3$$

Здесь c_0 - скорость звука, p – звуковое давление. Штрих в обозначении звукового давления опущен для упрощения обозначений. Чтобы провести оценки интенсивности генерации периодических колебаний, отбросим член с якобианом третьего порядка, чтобы получить стандартную форму неоднородного волнового уравнения второго порядка

$$c_0^{-2}\,\partial^2 p/\partial t^2-(\partial^2 p/\partial x^2+\partial^2 p/\partial y^2+\partial^2 p/\partial z^2) = -\rho_0 I_2$$

$$I_2=\partial(u,v)/\partial(x,y)+\partial(v,w)/\partial(y,z)+\partial(w,u)/\partial(z,x),$$

имеющего для давления решение типа запаздывающих потенциалов

$$p(\mathbf{r},t)=[\rho_0/(4\pi))]\int I_2\,\big|_{t-R/c}\,\mathbf{R}^{-1}\,\mathrm{d}\,W,$$

где $\mathbf{R}=|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|$, $\mathbf{r}$ - радиус-вектор точки наблюдения, $\mathbf{r}_1$ - радиус-вектор бегущей точки в области интегрирования. Проинтегрированное выражение берется в запаздывающий момент времени $t-R/c$. Цель статьи – показать, что квадратичный (второй) инвариант I_2 поля скорости описывает интенсивность нагрева воздуха в щели. Полная интенсивность генерации периодических колебаний может быть оценена по формуле

$$I\,[\text{Вт/м}^2]=p^2/(c_0\rho_0)=\rho_0 I_2^2\,W^2/(16\,\pi^2\,c_0\,\mathbf{r}^2) \qquad (1)$$

Здесь W - объем, в котором поле скорости имеет постоянное значение инварианта I_2, ρ_0 - термодинамическая плотность воздуха, c_0 - скорость звука, r - расстояние, с которого фиксируется интенсивность звуковых колебаний. Величины в правой части формулы берутся в единицах системы СИ.

Сложилась ситуация, при которой полет самолета описывается хорошо изученным первым, линейным инвариантом I_1, а открытие шасси для посадки самолета описывается вторым – квадратичным I_2, не изученным в нужной мере инвариантом.

ЭКСПЕРИМЕНТ ПО НАГРЕВУ ВОЗДУХА В ЩЕЛЯХ ПРИ ОБТЕКАНИИ ВНЕШНИМ ПОТОКОМ

В журнале МЖГ [5] описан эксперимент Елисеева Ю.Б. и Черкез А.Я., поставленный в аэродинамической трубе с потоком воздуха с температурой торможения 20 °С, в котором произошло обугливание древесины внутри полости в деревянной модели, в которую затекал воздух. В теоретической части этой статьи нагрев правильно связывался с генерацией в щели волн давления, энергия которых переходит в тепло. Образец представлял собой деревянную дощечку, в которой была просверлена полость диаметром 1,6 см длиной 25 см. В результате обдува потоком воздуха с температурой торможения, не превышающей комнатную, наблюдался эффект обугливания дна полости и боковых поверхностей на расстоянии 1,6 см ото дна, возникающего при сравнительно небольшом времени испытания порядка 10 минут. Температура возгорания дерева составляет около 300°С. Можно согласиться с точкой зрения авторов статьи [5], что внутри полости воздух разогревается до таких высоких температур за счет перехода энергии волновых колебаний в тепловую энергию.

РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА НАГРЕВА ВОЗДУХА В ЩЕЛИ

Были проведены расчеты полей скорости жидкости, втекающей и вытекающей из плоских узких углов различной степени раскрытия, полученные методом ТФКП.

Общеизвестен расчет течения внутри прямого угла с $\alpha = 90°$. Он получается с использованием комплексного потенциала вида $w = z^2$. Аналогично вычислен инвариант I_2 и совпадающий с ним якобиан для плоского угла между двумя плоскостями для угла $\alpha = 36°$ с использованием комплексного потенциала $w = z^5$. Формула для якобиана получила такое выражение

$$J = -400\frac{r^6U^2}{a^8} \qquad \text{для} \quad \alpha = 36°$$

Здесь U - скорость набегающего потока на расстоянии $a = 1$ от вершины угла вдоль оси x , расположенной вдоль одной из плоскостей плоского угла, r - текущее расстояние от вершины плоского угла.

Рассмотрим течение в полости, похожей на полость, исследованную в опыте работы [5]. Заменим ее полостью в форме пирамиды с углом между противоположными гранями $\alpha = 36°$. В качестве значения якобиана поля скорости возвратного течения, образующегося внутри пирамиды, возьмем приведенное выше значение якобиана для двухмерного течения между плоскостями, составляющими друг с другом $36°$. Для расчета интенсивности звуковых колебаний, возникающих в потоке, используем формулу (1). Высота пирамиды равна a. Скорость втекания в нее набегающего потока воздуха равна U . Величину якобиана поля скорости будем оценивать по формуле

$$J = -400\frac{r^6U^2}{a^8}$$

Для оценочного расчета положим в дальнейшем $r = a$. Это означает некоторое завышение средней величины инварианта I_2 . Расчет объема пирамиды высотой a и углом раскрытия α дает такой результат для $\alpha = 36°$

$$W = \frac{a}{3}(2a\,tg\frac{\alpha}{2})^2 = a^3\frac{4}{3}\,(tg\frac{\alpha}{2})^2 = 0{,}142a^3$$

Площадь поверхности конуса для $\alpha = 36°$

$$S = (2a\,tg\tfrac{\alpha}{2})^2 + 2a\,tg\tfrac{\alpha}{2}[a^2 + a^2\left(tg\tfrac{\alpha}{2}\right)^2\ ]^{0,5} \approx 1{,}108\,a^2$$

Мощность волновой энергии, выделяющаяся в полости при $\alpha = 36°$, равна

$$N[\text{Вт}] = S[\text{ м}^2]\ I\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right] = S\frac{\rho_0 400^2 r^{12}U^4W^2}{a^{16}16\pi^2c_0r^2}$$

Вычислим выделяющуюся мощность для полости высотой $a = 0{,}1$ м при плотности воздуха $\rho_0 = 1{,}25\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ и скорости звука $c_0 = 300\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$N[\text{Вт}] = \frac{1{,}108\,a^2 1{,}25(400^2)U^4r^{12}a^6 0{,}142^2}{a^{16}16\ \cdot\ 9{,}9\ \cdot\ 300\ r^2} \approx \frac{a^2U^4}{10}$$

По этой формуле мощность выделяющейся в полости волновой энергии, превращающейся в тепловую, получится в Вт, если высоту пирамиды или глубину полости и скорость подставить в единицах системы СИ: м и м/с. Для скорости в аэродинамической трубе 20 м/с и глубине полости 0,1 м выделяющаяся тепловая мощность будет составлять 160 Вт. Это мощность сильной бытовой лампы накаливания. Если выделяющееся от нее тепло сосредоточить в тесной щели с деревянными стенками, то за 10-15 минут возможно обугливание и возгорание древесины.

МОДЕЛЬ ЗАКЛИНИВАНИЯ ШАССИ САМОЛЕТА ПЕРЕД ПОСАДКОЙ

Выполненный Ю.Б.Елисеевым и А.Я.Черкез эксперимент в аэродинамической трубе [5] и приведенный выше оценочный расчет, использующий формулу

интенсивности волнообразования, основанной на учете второго, квадратичного инварианта, показывает опасность наличия открывающихся створок на обшивке летательного аппарата со щелями, обдуваемыми воздухом. Повышение температуры за счет затекания в щели воздуха и местного расширения деталей конструкции может приводить к отказам механизмов или требованию повышенных усилий для срабатывания. Зазоры петель очень малы. И даже небольшое повышение температуры при различных коэффициентах температурного расширения соприкасающихся деталей может затруднить подвижность. Произойдет заклинивание или не произойдет – зависит от предшествующего режима обдува щели воздухом. Учет квадратичного инварианта может уберечь от аварии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т.1, М.: Наука. 1973. С. 536.
2. *Euler L.* Principia motus fluidorum. Pars prior // Novi commentarii Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae, 1761. T. 6 (1756-1757). P. 271-311 - Opera omnia, ser. II. V. 13. P. 1-369.
3. *Эйлер Л.* Принципы движения жидкостей. Перевод начальных разделов доклада 1752 г. в Берлинской АН / Пер. с латинского Е.В.Ивановой и В.М.Овсянникова.- 4-е изд., доп. М.: Спутник +. 2020. С. 203.
4. *Овсянников В.М.* Уравнение неразрывности Эйлера с членами высокого порядка малости по времени течения // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. Мат. и ее прил. Темат. обз., 2020. Т. 182. С. 95–100.
5. *Елисеев Ю.Б., Черкез А.Я.* Об эффекте повышения температуры торможения при обтекании газом глубоких полостей // МЖГ, 1971, № 3. С. 8–18.

Овсянников Владислав Михайлович, OvsyannikovVM@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПАРЫ ВИХРЕЙ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Р.Е.Остапец
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва
ostapetc1@yandex.ru

Динамика завихренности играет ключевую роль в формировании турбулентных потоков. В связи с этим подробное изучение динамического поведения отдельных структурных элементов вихревых течений представляет значительный фундаментальный интерес. В данной работе проводится численное моделирование задачи о взаимодействии и слиянии двух плоских вихрей в вязкой несжимаемой жидкости. Эта задача, помимо фундаментального интереса, важна также для ряда гео- и астрофизических приложений.

В работе проведено сравнение численного решения задачи о слиянии двух плоских вихрей с экспериментами [3]. Выделены четыре качественно различных этапа взаимодействия вихрей и проведен их анализ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваются два плоских вихря, описываемых решением Ламба-Озеена и находящихся на расстоянии b_0 друг от друга в вязкой жидкости. Вихри имеют одинаковую циркуляцию Г и одинаковый размер ядра a_0. Под размером ядра понимается расстояние от центра вихря (максимума ω) до локального минимума азимутальной скорости. На рис.1 показана начальная геометрия потока и система координат.

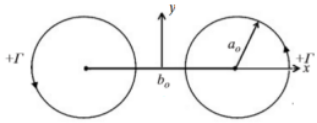


Рис. 1. Начальная геометрия потока.

Движение несжимаемой вязкой однородной жидкости описывается системой уравнений Навье-Стокса:

$$\nabla \cdot \mathrm{v} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 v. \tag{2}$$

Здесь **v** — вектор скорости, P — давление, ρ — плотность жидкости, которая постоянна в несжимаемой жидкости, ν — кинематическая вязкость жидкости.

Применив оператором ротора к левой и правой частям уравнения (2), в случае двумерного течения получим уравнение переноса завихренности:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v \cdot \nabla \omega = \nu \nabla^2 \omega. \tag{3}$$

Уравнение (3) не содержит давления, это одно из основных преимуществ такого перехода. Вследствие уравнения неразрывности (1) можно ввести функцию тока ψ, такую, что

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Теперь мы можем записать завихренность в терминах функции тока: $\omega = -\nabla^2 \psi$. Итоговая система уравнений примет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega,$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v_x \frac{\partial \omega}{\partial x} + v_y \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)$$

Полученная система содержит параболическое уравнения переноса завихренности и эллиптическое уравнение Пуассона для определения функции тока ψ.

НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

В начальный момент времени задаются поля скорости и завихренности, соответствующие суперпозиции соответствующих полей для двух вихрей Ламба-Озеена. Точным решением для такого вихря в начальный момент времени является такое распределение завихренности:

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi a^2} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2} \right),$$

где r — координата, отсчитываемая от центра ядра вихря в начальный момент времени. Считалось, что в начальный момент вихри Ламба-Озеена удалены друг от друга на расстояние b_0 и имеют одинаковую циркуляцию Г и одинаковый размер ядра a_0.

На внешней, достаточно удаленной, границе расчетной области ставились мягкие граничные условия:

$$\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0, \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

Были проведены численные расчеты поставленной задачи конечно-разностным методом. Результаты численного решения задачи о слияния двух вихрей сравнивались с экспериментальными данными [3].

На основании анализа численного решения получены следующие качественные результаты. Движение вихрей можно разбить на четыре стадии. На первой стадии, пока вихри удалены друг от друг, происходит их вращение друг относительно друга с постоянной угловой скоростью $\Omega = \Gamma/\pi b_0^2$. При этом их ядра увеличиваются, но расстояние b_0 остается постоянным. Переход ко второй стадии определяет критическое соотношение $(a/b)_c$ при достижении которого происходит быстрое уменьшение b. Вихри выбрасывают сгустки завихренности и начинают сливаться в один вихрь.В конце второй стадии слияние вихрей никогда не происходит полностью. Расстояние b не обращается в ноль и остается на значении, близком к 0,25. Это и определяет начало третьей стадии, на которой два вихря все еще имеют два отдельных максимума завихренности.

На заключительной четвертой стадии происходит окончательное слияние двух пиков завихренности в единый пик за счет диффузии завихренности.

На рис. 2 и 3 представлены экспериментальная и рассчитанная картины взаимодействия пары вихрей. Видно, как два вихря приближаются друг к другу за счет конвекции, затем два мощных сгустка завихренности выбрасываются и сворачиваются вокруг общей точки вращения, а затем вихри сливаются в единое целое.

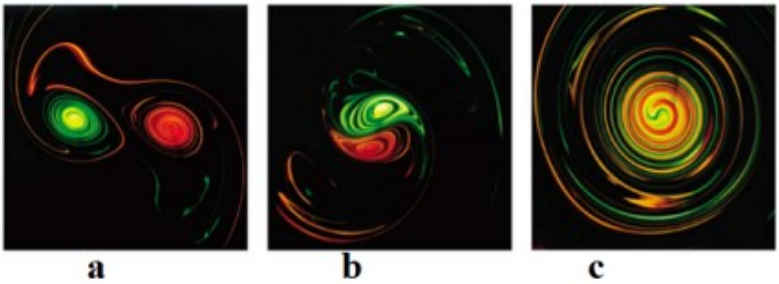


Рис. 2. Экспериментальная визуализация слияния двух вихрей при $Re = 2000$, $t(a) = 0.13, t(b) = 0.53, t(c) = 1.43$. *Рисунок взят из статьи [3]*

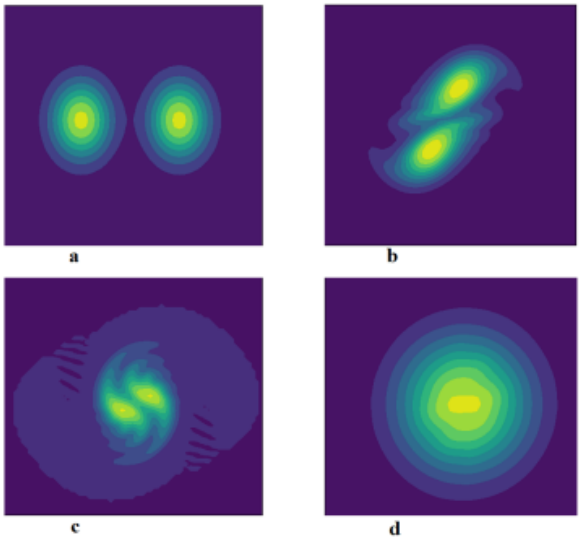


Рис. 3. Поля завихренности, полученные в настоящей работе путем численного решения при $a_0/b_0 = 0.15, Re = 2000,$
$t(a) = 0, t(b) = 0.53, t(c) = 1.23, t(d) = 1.43$

Число Рейнольдса вычислено по циркуляции скорости и кинематической вязкости. Динамика расстояния b/b_0, показанная на рис.4 позволяет увидеть четыре стадии слияния вихрей, описанные выше.

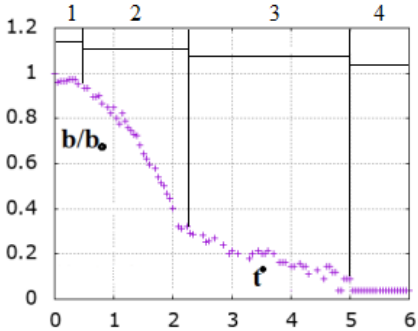


Рис. 4. Зависимость отношения b/b_0 *от безразмерного времени.*

В работе проанализированы этапы взаимодействия двух совместно вращающихся вихревых областей в вязкой жидкости. Анализ проведен в рамках модели двумерного течения, справедливой при не очень больших числах Рейнольдса. С увеличением числа Рейнольдса поток может стать трехмерным и картина взаимодействия вихрей может значительно усложниться.

БЛАГОДАРГОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по открытому плану Института механики МГУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *P. Meunier, S. Le Dizes, T. Leweke.* Physics of vortex merging. 2005. CR Physique.
2. *T. Leweke, S. Le Dizes, C. Williamson.* Dynamics and Instabilities of Vortex Pairs.
3. *P. Meunier.* Etude expérimentale de deux tourbillons corotatifs. Dynamique des Fluides. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2001. Français.
4. *Ch. Josserand, M. Rossi.*The merging of two co-rotating vortices: a numerical study // European Journal of Mechanics B/Fluids, 2007, V.26, p.779–794.
5. *Калиткин Н.Н., Альшина Е.А., Корякин П.В.* Численные методы, М.: Наука, 1978.

Остапец Руслан Евгеньевич, ostapetc1@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ В КОНЦЕНТРАЦИОННО-СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

А.А.Очиров
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
otchirov@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

Изучение поверхностных периодических течений актуально с точки зрения академических и технологических приложений. Современные экспериментальные исследования обнаруживают тонкую сложную структуру течения, сопровождающую капиллярные и капиллярно-гравитационные волны. В работе [1] исследовано волновое течение в идеальной стратифицированной среде. В исследовании [2] исследованы особенности волновых движений, возникающих на границе раздела невязких стратифицированных сред. Работы [3, 4] посвящены периодическим движениям в вязких жидкостях. В модели вязкой среды в дисперсионных соотношениях помимо волнового движения можно выделить компоненты, отвечающие тонкой структуре течения – лигаментам, описывающим тонкие струи, сопровождающие волны на всех этапах существования. В настоящем исследовании рассматриваются вязкие стратифицированные жидкости, стратификация которых связана с неоднородным распределением солености.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим неограниченную вязкую жидкость с кинематической вязкостью ν, занимающую нижнее полупространство $z < 0$ в декартовой системе координат $Oxyz$, в которой ось Oz направлена вертикально вверх против направления поля силы тяжести $\vec{g}$, а плоскость Oxy совпадает с равновесным положением свободной поверхности жидкости. В общем случае плотность жидкости связана с многочисленными физическими факторами, в настоящей работе рассматривается модель, учитывающая стратификацию, связанную с неравномерным распределением концентрации примеси. При этом считается, что периодические возмущения вызывают малые отклонения значения солености от равновесного уровня. Плотность жидкости ρ в сделанных предположениях записывается следующим образом:

$$\rho = \rho_0(z)\left(1+\alpha_S\left(S(x,z,t)-S_0\right)\right) \tag{1}$$

Здесь $\rho_0(z)=\rho_{00}\exp(-z/\Lambda)$ – функция, задающая исходную стратификацию, $\Lambda=\left|\mathrm{d}\ln\rho/\mathrm{d}z\right|^{-1}$ – масштаб стратификации, ρ_{00} – значение плотности на равновесном уровне $z=0$, α_S – коэффициент солевого уплотнения, $S(x,z,t)=S_0+\tilde{S}(x,z,t)$ – функция, определяющая соленость, S_0 – равновесное значение, а $\tilde{S}$ – периодическое возмущение солености. Рассмотрим плоские периодические возмущения свободной поверхности жидкости $z=\zeta(x,t)$. Будем считать, что движение не зависит от горизонтальной координаты y. Давление жидкости P определяется суммой атмосферного P_0, гидростатического и периодического $\tilde{P}$ давления:

$$P = P_0 + \int_z^{\zeta}\rho(x,\xi,t)\,g\,d\xi + \tilde{P}(x,z,t) \tag{2}$$

В предельно редуцированной постановке с учетом описанных приближений и допущений математическая формулировка задачи по определению поля скоростей $\vec{u}=u\vec{e}_x+w\vec{e}_z$, давления P, плотности ρ и солености S записывается следующим образом:

$$z<\zeta: \quad \begin{cases} \rho\left(\partial_t\vec{u}+(\vec{u}\cdot\nabla)\vec{u}\right)=\rho\nu\Delta\vec{u}-\nabla P+\rho\vec{g} \\ \partial_t\rho+\vec{u}\cdot\nabla\rho+\rho\,\mathrm{div}\,\vec{u}=0 \\ \partial_t S++\vec{u}\cdot\nabla S-\kappa_S\Delta S-Q_S=0 \end{cases} \tag{3}$$

$$z=\zeta: \quad \begin{gathered} \partial_t(z-\zeta)+\vec{u}\cdot\nabla(z-\zeta)=0,\ \vec{\tau}\cdot(\vec{n}\cdot\nabla\vec{u})+\vec{n}(\vec{\tau}\cdot\nabla\vec{u})=0 \\ P-P_0-\sigma\nabla\cdot\vec{n}-2\rho\nu\vec{n}\cdot(\vec{n}\cdot\nabla\vec{u})=0 \\ \vec{n}=\frac{\nabla(z-\zeta)}{\left|\nabla(z-\zeta)\right|}=\frac{-\partial_x\zeta\vec{e}_x+\vec{e}_z}{\sqrt{1+(\partial_x\zeta)^2}},\ \vec{\tau}=\frac{\vec{e}_x+\partial_x\zeta\vec{e}_z}{\sqrt{1+(\partial_x\zeta)^2}} \end{gathered} \tag{4}$$

Здесь Q_S – функция источников, κ_S – коэффициент диффузии, σ – коэффициент поверхностного натяжения, а векторы $\vec{n},\vec{\tau}$ – вектор нормали и касательной к поверхности соответственно. Система уравнений (3) решается с учетом граничных условий на свободной поверхности жидкости (4) и представлений плотности (1) и давления (2) для инфинитезимальных периодических возмущений методом разложения по малому параметру, пропорциональному амплитуде периодического движения в приближении Буссинеска в отсутствии источников $Q_S=0$. В этом случае жидкость считается несжимаемой, а плотность считается переменной только у слагаемых с ускорением свободного падения.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Решение линеаризованной задачи ищется в виде периодических функций, пропорциональных $\propto\exp(ik_x x-i\omega t)$. Связь между положительно определенной частотой волнового движения $\omega>0$ и компонентами волнового вектора $k_{x,z}$ определяется при помощи дисперсионных соотношений. Подстановка вида решения в основные уравнения и обезразмеривание на собственные параметры среды: обратную

частоту плавучести $\tau_N = N^{-1} = \sqrt{\Lambda/g}$ и вязкий волновой масштаб $\delta_N^{g\nu} = \left(g\nu\right)^{1/3} N^{-1}$ приводит к дисперсионным соотношениям:

$$\omega_*\left(k_{*x}^2 - k_{*z}^2\right)\left(i\varepsilon\left(k_{*x}^2 - k_{*z}^2\right) + \omega_*\right) - \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right)k_{*x}^2 = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\varepsilon}{Sc}\left(k_{*x}^2 - k_{*zS}^2\right) - i\omega_* = 0 \tag{6}$$

И решениям:

$$\begin{gathered} k_{*z} = \pm\sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} + \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp\left(-z/\Lambda\right) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}} \approx \pm k_{*x}\frac{\sqrt{\omega_*^2 - \exp\left(-z/\Lambda\right)}}{\omega_*} \\ k_{*l} = \pm\sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp\left(-z/\Lambda\right) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}} \approx \pm\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}}\sqrt{\omega_*} \\ k_{*lS} = \pm\sqrt{k_{*x}^2 - i\frac{Sc}{\varepsilon}\omega_*} \approx \pm\frac{1-i}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{Sc}{\varepsilon}\omega_*} \end{gathered} \tag{7}$$

При выбранных параметрах обезразмеривания естественным образом возникает малый параметр $\varepsilon = \delta_g^{\nu}/\delta_N^{g\nu} = N\nu^{1/3}/g^{2/3}$, который определяет отношение вязкого масштаба к вязкому волновому и число Шмидта $Sc = \nu/\kappa_S$. Решения (5) – (6) записываются следующим образом:

Регулярные решения уравнения (5) в (7) обозначены k_{*z} и определяют волновой компонент периодического течения. Сингулярные решения (5) – (6) в (7) обозначены k_{*l}, k_{*lS} и определяют лигаментные компоненты скорости и солености соответственно. Подстановка вида решения с учетом лигаментных компонентов в граничные условия позволяет получить дисперсионное соотношение, связывающее компонент волнового вектора k_{*x} с частотой ω:

$$\begin{gathered} \left(k_{*l}^2 + k_{*x}^2\right)\left(\delta^2\varepsilon k_{*x}^4 + i\varepsilon^2\omega_* k_{*z}\left(k_{*z}^2 - 3k_{*x}^2\right) + k_{*x}^2 - \varepsilon k_{*z}\omega_*^2\right) - \\ -\left(k_{*z}^2 + k_{*x}^2\right)\left(\delta^2\varepsilon k_{*x}^4 + i\varepsilon^2\omega_* k_{*l}\left(k_{*l}^2 - 3k_{*x}^2\right) + k_{*x}^2 - \varepsilon k_{*l}\omega_*^2\right) = 0 \end{gathered} \tag{8}$$

С учетом приближенных решений (7) можно получить решения уравнения (8), которые не приводятся здесь в силу громоздкости. Условие отбора физически реализуемых корней связано с затуханием движения с глубиной. Решения должны удовлетворять соотношению:

$$\mathrm{Re}\left(k_{z,l}\right) > 0 \tag{9}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы дисперсионные соотношения, определяющие все компоненты периодического движения вдоль свободной поверхности жидкости – волны и присоединенные лигаменты, задающие структуру течения. Показано, что при периодическом поверхностном течении поведение солености определяется только лигаментными компонентами. Поведение поля скоростей описывается и волновыми и лигаментными компонентами периодического течения. Характерные собственные

масштабы жидкости диктуют требования, предъявляемые к постановке эксперимента по наблюдению всех компонентов течения.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700044-0)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Очиров А. А., Чашечкин Ю. Д.* Двумерные периодические волны в невязкой непрерывно стратифицированной жидкости // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58, № 5. С. 524–533.
2. *Чашечкин Ю. Д., Очиров А. А., Лапшина К. Ю.* Поверхностные волны вдоль границы раздела устойчиво стратифицированных жидких сред // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2022. Т. 23, № 6.
3. *Chashechkin Y. D., Ochirov A. A.* Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axioms. 2022. V. 11, No. 8. P. 402.
4. *Очиров А. А., Чашечкин Ю. Д.* Волновое движение в вязкой однородной жидкости с поверхностным электрическим зарядом // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87, № 3. С. 379–391.

Очиров Артем Александрович, otchirov@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ОСОБЕННОСТИ МАССОПЕРЕНОСА СВЯЗАННОГО РАСПРОСТРАНЕНИЕМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ В ВЯЗКОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

А.А. Очиров[*], *К.Ю. Лапшина*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*otchirov@mail.ru*

ВВЕДЕНИЕ

Явление переноса вещества периодическими волнами, распространяющимися вдоль поверхности жидкости известно очень давно. Теоретические исследования начались с основополагающей работы Дж.Г. Стокса [1]. Исследование массопереноса периодическими течениями жидкости привлекает внимание и современных исследователей в связи с большим количеством научных и практических приложений. Описание волнового движения в вязкой несжимаемой стратифицированной жидкости с учетом компонентов течения, характеризующих тонкую структуру – лигаментов, предложено в [2]. В работе [3] подробно исследованы свойства дрейфа в вязкой однородной жидкости, связанные с волновым компонентом периодического течения. В настоящей работе ставится задача о выявлении особенностей расчета дрейфа Стокса в вязкой среде с учетом полных решений: волновых и лигаментных компонентов течения.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Задача рассматривается в плоской постановке в декартовой системе координат Oxz, в которой ось Oz направлена вертикально вверх против направления действия сил

тяжести $\mathbf{g}$. Рассмотрим вязкую жидкость с кинематической вязкостью ν плотностью ρ. Стратификацию жидкости по плотности будем считать равномерной и экспоненциальной. В этом случае функция плотности записывается в виде:

$$\rho = \rho_{00} \exp\left(-z/\Lambda\right)\left(1+\rho\left(x,z,t\right)\right) \tag{1}$$

Здесь ρ_{00} - равновесное значение плотности на уровне невозмущенной свободной поверхности $z=0$, $\Lambda = \left|d\ln\rho/dz\right|^{-1}$ - масштаб стратификации, а $\tilde{\rho}$ - возмущение плотности от равновесного значения. В природе часто при распространении периодических течений возмущения плотности мало по сравнению с равновесным значением и часто задачи решаются в приближении однородной жидкости. Поверхностное натяжение характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения σ или нормированным на равновесное значение плотности коэффициентом $\gamma = \sigma/\rho_{00}$. Математическая формулировка задачи состоит из уравнений Навье-Стокса, неразрывности, условия затухания движения с глубиной и стандартных гидродинамических граничных условий на свободной поверхности:

$$z<\zeta: \begin{cases} \rho\partial_t\mathbf{u} + \rho\left(\mathbf{u}\cdot\nabla\right)\mathbf{u} - \rho\nu\Delta\mathbf{u} = -\nabla P + \rho\mathbf{g} \\ \partial_t\rho + \mathrm{div}\left(\rho\cdot\mathbf{u}\right) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

$$z=\zeta: \begin{cases} \partial_t\left(z-\zeta\right) + \mathbf{u}\cdot\nabla\left(z-\zeta\right) = 0,\ \boldsymbol{\tau}\cdot\left(\mathbf{n}\cdot\nabla\mathbf{u}\right) + \mathbf{n}\cdot\left(\boldsymbol{\tau}\cdot\nabla\mathbf{u}\right) = 0, \\ P - P_0 - \sigma\mathrm{div}\left(\mathbf{n}\right) - 2\rho\mathbf{n}\left(\mathbf{n}\cdot\nabla\mathbf{u}\right) = 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla\left(z-\zeta\right)}{\left|\nabla\left(z-\zeta\right)\right|} = \frac{-\partial_x\zeta\,\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z}{\sqrt{1+\left(\partial_x\zeta\right)^2}}, \qquad \boldsymbol{\tau} = \frac{\mathbf{e}_x + \partial_x\zeta\,\mathbf{e}_z}{\sqrt{1+\left(\partial_x\zeta\right)^2}},$$

Здесь $\zeta = \zeta\left(x,t\right)$ - функция, описывающая отклонение свободной поверхности от равновесного положения, $\mathbf{u} = u_x\mathbf{e}_x + u_z\mathbf{e}_z$ - поле скоростей, которое в приближении Буссинеска (при наложении дополнительного условия несжимаемости жидкости) можно записать в виде частных производных функций тока:

$$u_x = \partial_z\psi, \qquad u_z = -\partial_x\psi \tag{4}$$

Давление жидкости P представляется в виде суммы атмосферного P_0, гидростатического и периодического $\tilde{P}$ давления:

$$P = P_0 + \int_z^{\zeta} \rho\left(x,\xi,t\right) g d\xi + \tilde{P}\left(x,z,t\right) \tag{5}$$

Решение задачи ищется методом сингулярных возмущений с разложением задачи на порядки малости по параметру пропорциональному амплитуде периодического возмущения свободной поверхности в виде периодических функций.

РАСЧЕТ СКОРОСТИ ДРЕЙФА СТОКСА

Следуя стандартной процедуре снесения граничных условий на равновесную поверхность, получим решение задачи в линейном приближении и дисперсионные соотношения, определяющие связь между компонентами волнового вектора и частотой периодического течения в вязкой стратифицированной жидкости:

$$\omega\left(k_x^2 - k_z^2\right)\left(i\nu k_x^2 - i\nu k_z^2 + \omega\right) - N^2 k_x^2 \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) = 0 \tag{6}$$

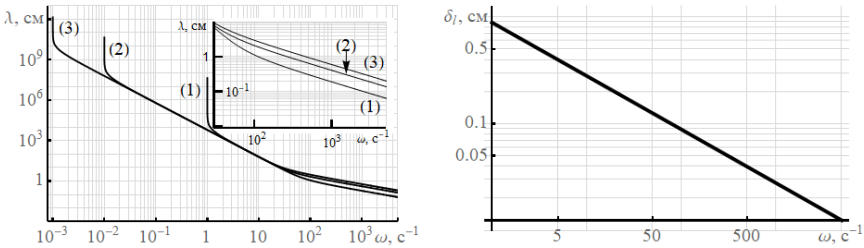
В приближении малой вязкости согласно теории сингулярных возмущений уравнение (6) допускает два типа решений: регулярные и сингулярные:

$$k_z = \pm\sqrt{kx^2 - i\omega(2\nu)^{-1} + (1-i)\left(2\sqrt{2}\nu\omega\right)^{-1}\sqrt{4\exp(-z/\Lambda)kx^2N^2\nu\omega - \mathrm{i}\omega^4}}$$
$$k_l = \pm\sqrt{kx^2 - i\omega(2\nu)^{-1} - (1-i)\left(2\sqrt{2}\nu\omega\right)^{-1}\sqrt{4\exp(-z/\Lambda)kx^2N^2\nu\omega - \mathrm{i}\omega^4}} \quad (7)$$

Регулярные решения k_z определяют волновой компонент течения и в предельном переходе идеальной жидкости сводятся к решениям, описывающим волновой компонент в идеальной среде. Сингулярные решения переобозначены k_l и определяют лигаментный компонент периодического течения, вырождающийся в предельном переходе невязкой среды. Регулярные решения математически определяются выражением $\left|\mathrm{Re}(k_z)\right| \gg \left|\mathrm{Im}(k_z)\right|$. Сингулярные решения математически определяются соотношением $\left|\mathrm{Re}(k_l)\right| \ll \left|\mathrm{Im}(k_l)\right|$. При подстановке дисперсионных соотношений, описывающих полное решение в искомые функции и в граничные условия, получается дисперсионное соотношение, приближенные решения которого громоздки и здесь не приводятся:

$$\left(k_x^2 + k_z^2\right)\left(k_l\omega^2 - gk_x^2 - \gamma k_x^4 + i\omega\nu k_l\left(3k_x^2 - k_l^2\right)\right) -$$
$$-\left(k_x^2 + k_l^2\right)\left(k_z\omega^2 - gk_x^2 - \gamma k_x^4 + i\omega\nu k_z\left(3k_x^2 - k_z^2\right)\right) = 0 \quad (8)$$

Пример построения дисперсионных соотношений для воды и лигаментов для жидкости с параметрами воды и разной частотой плавучести приведен на рис. 1



а) *б)*

Рис. 1. Зависимость масштабов компонентов течения от частоты для воды: (а) – длины волны, линии (1 – 3) построены для $N = 1;\ 0.01$ и $0.001\left(\mathrm{c}^{-1}\right)$*; (б) – толщины лигамента в сильно стратифицированной жидкости* $N = 1\,\mathrm{c}^{-1}$.

Дрейф Стокса – явление второго порядка малости и определяется непериодическими компонентами скорости. В вязкой жидкости такие компоненты появляются при решении задачи второго порядка малости. Также компоненты скорости дрейфа Стокса возникают в результате перехода от описания скорости в переменных Эйлера $\mathbf{u}_E$ к переменным Лагранжа $\mathbf{u}_L$ по известной формуле:

$$\mathbf{u}_L(\mathbf{r}_0,t)=\mathbf{u}_E(\mathbf{r}_0,t)+\left(\left(\int_0^t \mathbf{u}_E(\mathbf{r}_0,\tau)\right)\nabla_0\right)\mathbf{u}_E(\mathbf{r},t), \tag{9}$$

Из решения задачи второго порядка малости выделяются нециклические компоненты скорости и складывая их с нециклическими слагаемыми лагранжевой скорости (9) получим скорость дрейфа Стокса, определяемую всеми компонентами течения: волнами и лигаментами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализирована методика расчета скорости дрейфа Стокса в вязких несжимаемых равномерно стратифицированных жидкостях. Показаны особенности расчета скорости массопереноса с учетом влияния волновых и лигаментных компонентов периодического течения.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700044-0)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stokes G. G.* On the theory of oscillatory waves // Trans. Cam. Philos. Soc. 1847. V 8. P. 441–455.
2. *Chashechkin Y. D., Ochirov A. A.* Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axioms. 2022. V. 11, no. 8. P. 402
3. *Белоножко Д. Ф., Козин А.В.* О расчете скорости переноса вещества периодическими волнами, распространяющимися по поверхности вязкой жидкости // Журнал технической физики. 2010. Т. 80, № 4. С. 32–40.

Очиров Артем Александрович, otchirov@mail.ru
Лапшина Кристина Юрьевна, krislapshina03@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ВОЛНОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ И СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ В ВЯЗКИХ СЖИМАЕМЫХ СРЕДАХ

А.А.Очиров, Ю.Д. Чашечкин[*]
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
[*]*yulidch@gmail.com*

ВВЕДЕНИЕ

Периодические движения жидкости очень разнообразны и многогранны. Эксперименты с высокой разрешающей способностью демонстрируют существование тонкой структуры на всех этапах периодических движений, возникающих в импакте капли [1]. Теоретические исследования показывают существование тонкой структуры в поверхностных течениях несжимаемых [2, 3] вязких сред. Настоящая работа посвящена исследованию периодических движений, возникающих в вязких слабосжимаемых средах.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается двухслойная система вязких слабосжимаемых жидкостей в поле сил тяжести $\mathbf{g}$, верхняя из которых имеет меньшее значение равновесной плотности чем нижняя $\rho_{00}^{a} < \rho_{00}^{o}$. Здесь и далее верхним индексом «о» обозначены величины, относящиеся к нижней жидкости, а индексом «а» - к верхней. Рассмотрение проводится в декартовой системе координат Oxz, в которой ось Oz направлена вертикально вверх, а ось Ox направлена вдоль поверхности раздела. Движение считается независящим от горизонтальной координаты y. Математическая формулировка задачи, определяющая поле скоростей $\mathbf{u}^{o,a}$, давление $P^{o,a}$, плотность $\rho^{o,a}$ записывается следующим образом:

$$z < \zeta : \partial_t \mathbf{u}^o - \nu^o \Delta \mathbf{u}^o + \frac{1}{\rho_{00}^{o}} \nabla P^o - \rho^o \mathbf{g} = 0, \partial_t \rho^o + \mathbf{u}^o \cdot \nabla \rho^o + \rho^o \operatorname{div} \mathbf{u}^o = 0 \qquad (1)$$

$$\rho^o = \rho_0^o(z)\left(1 - \alpha_P^o\left(P^o - P_0^o\right)\right), \alpha_P^o = \frac{1}{\rho^o}\left(\frac{\partial \rho^o}{\partial P^0}\right)_S \qquad (2)$$

$$z > \zeta : \partial_t \mathbf{u}^a - \nu^a \Delta \mathbf{u}^a + \frac{1}{\rho_{00}^{a}} \nabla P^a - \rho^a \mathbf{g} = 0, \partial_t \rho^a + \mathbf{u}^a \cdot \nabla \rho^a + \rho^a \operatorname{div} \mathbf{u}^a = 0 \qquad (3)$$

$$\rho^a = \rho_0^a(z)\left(1 - \alpha_P^a\left(P^a - P_0^a\right)\right), \alpha_P^a = \frac{1}{\rho^a}\left(\frac{\partial \rho^a}{\partial P^a}\right)_S \qquad (4)$$

Здесь $\nu^{o,a}$ – кинематическая вязкость, а уравнения состояния (2), (4) записаны в предположении малых девиаций давления и плотности независящей от колебаний температуры и концентрации растворенных в жидкости солей. Обе среды предполагаются равномерно стратифицированными: $\rho_0^{o,a} = \rho_{00}^{o,a} \exp\left(-z/\Lambda^{o,a}\right)$ с масштабами стратификации $\Lambda^{o,a}$. Основные уравнения гидродинамики (1) – (4) дополняются граничными условиями на границе раздела сред:

$$z = \zeta : \partial_t \zeta + u^o \partial_x \zeta = w^o, \partial_t \zeta + u^a \partial_x \zeta = w^a, \mathbf{u}^o \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{u}^a \cdot \boldsymbol{\tau} \qquad (5)$$

$$P^o - 2\rho^o \nu^o \mathbf{n} \cdot \left((\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{u}^o\right) = P^a - 2\rho^a \nu^a \mathbf{n} \cdot \left((\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{u}^a\right) - \sigma \operatorname{div} \mathbf{n} \qquad (6)$$

$$\rho^o \nu^o \left(\boldsymbol{\tau} \cdot \left((\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{u}^o\right) + \mathbf{n} \cdot \left((\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla)\mathbf{u}^o\right)\right) = \rho^a \nu^a \left(\boldsymbol{\tau} \cdot \left((\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{u}^a\right) + \mathbf{n} \cdot \left((\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla)\mathbf{u}^a\right)\right) \qquad (7)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{\left|\nabla(z - \zeta)\right|} = \left(\frac{-\partial_x \zeta}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}, \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}\right), \boldsymbol{\tau} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}, \frac{\partial_x \zeta}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}\right)$$

Задача (1) – (7) решается методом разложения по малому параметру для малых колебаний. Линеаризованная задача позволяет получить дисперсионные соотношения, связывающие частоту периодических возмущений с волновым числом и другими параметрами задачи.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Решение линеаризованной задачи (1) – (11) находится в виде периодических функций вида

$$\begin{pmatrix} u^{o,a} \\ w^{o,a} \\ \tilde{\imath} \\ \tilde{\imath} \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_m^{o,a}\left(\exp\left(ik_z^{o,a}z\right)+\Theta\exp\left(ik_l^{o,a}z\right)\right) \\ W_m^{o,a}\left(\exp\left(ik_z^{o,a}z\right)+\Theta\exp\left(ik_l^{o,a}z\right)\right) \\ -\ {}_m^{o,a}\left(\exp\left(ik_z^{o,a}z\right)+\Theta\exp\left(ik_l^{o,a}z\right)\right) \\ \mathbf{1}\ {}_m^{o,a}\left(\exp\left(ik_z^{o,a}z\right)+\Theta\exp\left(ik_l^{o,a}z\right)\right) \\ A_m \end{pmatrix} \exp\left(ik_x x - i\omega t\right) \tag{8}$$

В решении (8) отражено, что периодическое движение состоит из волновых и лигаментных компонентов. Волновые компоненты $k_z^{o,a}$ определяются регулярными решениями дисперсионного соотношения, а лигаментные компоненты $k_l^{o,a}$ определяются сингулярными решениями дисперсионных соотношений:

$$\begin{aligned} &\frac{\omega}{c^{o,a2}\Lambda^{o,a2}}\Big[\omega\left(\nu^{o,a}\left(k_x^2+k_z^{o,a2}\right)-i\omega\right)\left(-gk_x^2\Lambda^{o,a}+\omega\left(i+k_z^{o,a}\Lambda^{o,a}\right)\left(\nu^{o,a}\left(k_x^2+k_z^{o,a2}\right)-i\omega\right)\right)+ \\ &+\mathrm{e}^{\frac{z}{\Lambda^{o,a}}}k_z^{o,a}\left(\left(g+ic^{o,a2}k_z^{o,a2}\right)\left(-gk_x^2\Lambda^{o,a}+\omega\left(i+k_z^{o,a}\Lambda^{o,a}\right)\left(\nu^{o,a}\left(k_x^2+k_z^{o,a2}\right)-i\omega\right)\right)+\right. \\ &\left.+c^{o,a2}k_x^2\Lambda^{o,a}\left(N^{o,a2}\left(ik_z^{o,a}\Lambda^{o,a}-1\right)+\omega\left(i\nu\left(k_x^2+k_z^{o,a2}\right)+\omega\right)\right)\right)\Big]=0 \end{aligned} \tag{9}$$

Подстановка выражений (8) в линеаризованные граничные условия приводит к дисперсионным соотношениям, связывающим компонент волнового вектора k_x с частотой периодических возмущений. Выражение довольно громоздко и с учетом решений выражения (9) можно получить численные решения, определяющие дисперсионные характеристики полных решений в двухслойной системе вязких слабосжимаемых жидкостей.

Дополнительно были проанализированы дисперсионные соотношения периодических течений, возникающих в толще вязкой слабосжимаемой жидкости в трехмерной модели:

$$\begin{gathered} D_\nu\left(k\right)\left(\omega^2 D_\nu^2\left(k\right)-\omega N^2 D_\nu\left(k\right)+c^2k_\perp^2N_c^2-c^2\omega k^2 D_\nu\left(k\right)\right)=0, \\ D_\nu\left(k\right)=\omega+i\nu k^2,\ k^2=k_x^2+k_y^2+k_z^2,\ k_\perp^2=k_x^2+k_y^2,\ N^2=\frac{g}{\Lambda},\ N_c^2=N^2-\frac{g^2}{c^2} \end{gathered} \tag{10}$$

Выражение (10) имеет решения:

$$k_z=\pm\sqrt{-k_\perp^2+\frac{i\omega}{\nu}} \tag{11}$$

$$k_{*_z} = \pm\left(\frac{-\left(i\nu N^2 + 2\nu\omega\left(\nu k_\perp^2 - i\omega\right) + c^2\left(2i\nu k_\perp^2 + \omega\right)\right)}{2\nu\left(ic^2 + \nu\omega\right)} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sqrt{-\nu^2 N^4 + 2\nu c^2\left(2\nu k_\perp^2 N_c^2 - i\omega N^2\right) + c^4\left(\omega^2 + \frac{4i\nu N_c^2 k_\perp^2}{\omega}\right)}}{2\nu\left(ic^2 + \nu\omega\right)}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{12}$$

$$k_{*_z} = \pm\left(\frac{-\left(i\nu N^2 + 2\nu\omega\left(\nu k_\perp^2 - i\omega\right) + c^2\left(2i\nu k_\perp^2 + \omega\right)\right)}{2\nu\left(ic^2 + \nu\omega\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt{-\nu^2 N^4 + 2\nu c^2\left(2\nu k_\perp^2 N_c^2 - i\omega N^2\right) + c^4\left(\omega^2 + \frac{4i\nu N_c^2 k_\perp^2}{\omega}\right)}}{2\nu\left(ic^2 + \nu\omega\right)}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{13}$$

Решение (13) описывает регулярный волновой компонент, а решения (11) – (12) описывают сингулярные лигаментные компоненты течения. Анализ показывает, что в модели двумерной жидкости решение (11) вырождается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы дисперсионные соотношения, определяющие все компоненты периодического движения вязкой сжимаемой жидкости. Показано, что лигаменты, характеризующие тонкие компоненты течения сопровождают волновое движение во всех частотных диапазонах – от инфранизкочастотных гравитационных до высокочастотных звуковых волн. Предложена модель, позволяющая производить расчеты дисперсионных характеристик движения в системе вязкий слабосжимаемый океан – вязкая слабосжимаемая атмосфера. В трехмерной модели возникает дополнительный лигамент, который вырождается в модели двумерной жидкости. Таким образом для полноты описания особенностей движения стоит использовать трехмерную модель.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 19-19-00598-П, «Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью», https://rscf.ru/project/19-19-00598/)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chashechkin Y. D., Ilinykh A. Y.* Intrusive and impact modes of a falling drop coalescence with a target fluid at rest // Axioms. 2023. V. 12(4). P. 374.
2. *Chashechkin Y. D., Ochirov A. A.* Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axioms. 2022. V. 11(8). P. 402
3. *Очиров А. А., Чашечкин Ю. Д.* Волновое движение в вязкой однородной жидкости с поверхностным электрическим зарядом // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87, № 3. С. 379–391

Очиров Артем Александрович, otchirov@mail.ru
Чашечкин Юлий Дмитриевич, yulidch@gmail.com

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФИЛЬТРАТА ТВЕРДЫХ КОММУНАЛЬНЫХ ОТХОДОВ ЧЕРЕЗ ЗАЩИТНУЮ ДАМБУ

Я.Н. Паршакова[1], М.В. Висков[1,2], Р.И. Катаев[1,3]*
[1]Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь
[2]Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь
[3]Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь
[*]parshakova@icmm.ru

Представлены результаты исследования процессов миграции загрязнений от свалки твердых коммунальных отходов (ТКО). Для изучения особенностей распространения загрязняющих веществ и определения миграционных параметров использованы архивные данные комплекса полевых и лабораторных исследований в районе расположения свалки. Построена численная модель, описывающая гидродинамику миграции веществ в почвогрунтовой толще. Процесс движения загрязняющих веществ описывается в терминах сухого остатка, растворенного в воде. Учитываются факторами, оказывающими существенное влияние на миграцию ингредиентов ТБО, основными из которых являются: конвективный перенос, диффузия и разница в геологическом сложении основания полигона, которые учтены в математической постановке задачи.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из факторов жизни полигонов ТКО, негативно влияющих на экологию, является образование свалочного фильтрата, который определяется как высокотоксичная жидкость, включающая в себя тяжелые металлы, органические загрязнители и аммиачный азот. Он образуется при взаимодействии отходов с просачивающимися в тело полигона атмосферными осадками. Фильтрат, проникая в почву, может попадать в подземные и поверхностные воды, тем самым оказывая негативное влияние на окружающую среду и здоровье человека [1]. Поэтому весьма актуальными являются различные способы сбора и обработки фильтрата перед его сбрасыванием в водоем или канализационную систему. Выяснение путей миграции свалочного фильтрата представляется очень важным. Создание и применение математических моделей является одним из инструментов решения этой проблемы. Моделирование таких систем, как полигоны ТКО, представляет собой довольно сложную задачу. Трудности обусловлены рядом неопределенностей, связанных с оценкой параметров модели, которая должна адекватно описывать сложные биологические, химические и физические процессы, происходящие на свалках. Для проверки предложенных моделей требуется большое количества полевых данных. В [2] представлен обзор математических моделей, предназначенных для имитации образования и распространения фильтрата на полигонах ТКО. В работе также описываются будущие потребности и потенциальные улучшения существующих моделей.

Имеющиеся численные и математические модели распространения фильтрата, как правило строятся в рамках двумерного подхода, учитывая динамику загрязнения по горизонтальным направлениям. Движение фильтрата в толщу грунтовых пород по трем направлениям проводится в рамках модельных, либо лабораторных ситуаций. В настоящей работе проведено исследование фильтрата через защитные сооружения

старой свалки, функционирующей более трех десятков лет. Проводится сравнение с данными натурных измерений, полученных в 2017 году.

ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССМАТРИВАЕМОГО ПОЛИГОНА ТКО

Исследуемый полигон захоронения бытовых отходов эксплуатируется более сорока лет. Полигон располагается на клоне малой реки, рельеф неровный с общим уклоном в северо-восточном направлении к пойме этой реки, протекающей в 300 м к северо-востоку от площадки. Прилегающая территория представляет собой холмистую поверхность водораздела, поросшей луговой растительностью, кустарником, мелколиственными породами деревьев. Фильтрат с полигона растекается по пологому склону и скапливается в понижениях, прудах-отстойниках. По периметру полигон обвалован дамбой, местами со следами временных водотоков, высотой до 6 метров, шириной до 12 метров и осушительная траншея глубиной до 2 м. В нижней части склона на высоте 1,5 метра от подошвы дамбы находится промоина, по которой происходит высачивание фильтратам из пруда. В южной части за дамбой наблюдаются переувлажненные участки. Изыскания показали, что появление этих участков связано, как с обильными осадками, так и за счет появления воды с полигона, как по основанию дамбы, так и под основанием дамбы. В связи с этим возник вопрос о распространении фильтрата из пруда-отстойника через дамбу. В рамках настоящей работы рассматривается участок, размеры которого представлены на рисунке 1. Координаты основных представлены в системе, где крайняя точка расположена на въезде в полигон.

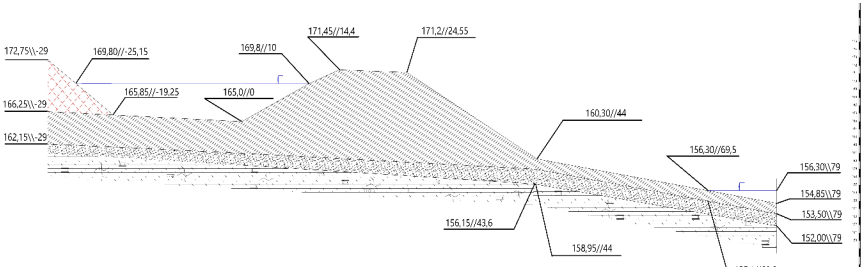


Рис. 1. Исследуемая часть полигона, вертикальное сечение посередине пруда-отстойника.

Как видно из Рис.1, геологическая площадка полигона ТКО до первого водоупорного горизонта, представляет сложением из трех слоев горных пород. На поверхности расположен слой техногенных отложений, представленный насыпными неоднородными, неслежавшимися и слежавшимися, неуплотненными и рыхлыми грунтами. По составу грунты сложены бытовыми отходами и отходами производственной и хозяйственной деятельности. За верхним слоем располагается слой, представляеющий собой собой элювиально-делювиальные пылевато-глинистые отложения четвертичной системы, представленные суглинками мягко-, тугопластичными, с включениями строительного мусора, щебня, песка, в подошве слоя со щебнем и дресвой песчаников, алевролитов в количестве от единичных включений до 25%. Мощность суглинков лежит в пределах 4,3 м. Из суглинка сложена защитная дамба. Следующий слой, ниже суглинка, представлен алевролитами гинистыми, максимальной мощностью (толщиной) 1,5 м. Вниз за слоем алевролита находится слой аргиллита сильновыветрелывого (рухлякового), толщина которого до водоупорного горизонта варьируется в пределах 4 метров.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФИЛЬТРАТА

Трёхмерное численное моделирование распространения фильтрата из пруда-отстойника проводилось с использованием ламинарной модели течения в пористой среде. Задача решалась в рамках нестационарного изотермического подхода. Для решения задачи генерировалась пространственная сетка, состоящая из четырехсторонних элементов.

Трёхмерное численное моделирование распространения фильтрата проводилось на основе геометрии вычислительной области, показанной на Рисунке 1. Полагается, что тело полигона (техногенный слой) является водонасыщенным за счет осадков. Рассматривалось распространение фильтрат концентрацией C_0 = 4700 мг/л. Фоновая концентрация примеси составляет 200 мг/л. Динамика распространения фильтрата от пруда-отстойника показана на рис. 2.

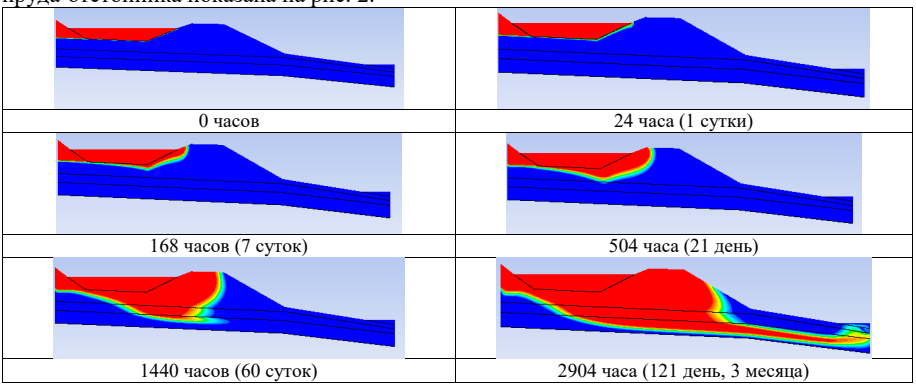


Рис. 2. Временная динамика распространения фильтрата от пруда-отстойника.

Основное направление распространения фильтрата наблюдается в горизонтальном направлении, при этом слои пористой среды имеют характеризуются проницаемостью и пористостью равнозначной по вертикальному и горизонтальному направлению. Фильтрат распространяется в толщу дамбы, двигаясь по естественному уклону основания полигона. В течении трех месяцев происходит заполнение тела дамбы практически полностью. При этом в озеро за дамбой фильтрат попадает через дно озера. Просачиваясь в водоносный горизонт с грунтовыми водами, фильтрат начинает мигрировать за пределы полигона. В озере за дамбой концентрация растет, после чего выходит на насыщение.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00214.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Parvin F., Tareq S. M.* Impact of landfill leachate contamination on surface and groundwater of Bangladesh: a systematic review and possible public health risks assessment. Applied water science, 2021, Vol. 11(6), 100.
2. *El-Fadel M., Findikakis A.N., Leckie J.O.* Modeling leachate generation and transport in solid waste landfills. Environmental technology, 1997, V. 18(7), p. 669–686.

Паршакова Янина Николаевна, parshakova@icmm.ru
Висков Михаил Владимирович, eco@pstu.ru

—— ♦ ♦ ♦ ——

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВУХФАЗНЫХ СРЕД С ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКЦИЯМИ И ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Е.Е. Пескова
Национальный исследовательский Мордовский государственный университет, Саранск
e.e.peskova@math.mrsu.ru

Разработка малотоннажных установок для конверсии природного газа в непредельные углеводороды является актуальной проблемой современных химических технологий. Одним из основных этапов разработки является математическое моделирование физико-химического процессов в среде, позволяющее достаточно точно изучить основные характеристики и динамические эффекты в реакторе. Настоящий доклад посвящен разработке вычислительных алгоритмов для исследования процессов конверсии природного газа с лазерным излучением и каталитическими наночастицами в трубчатом реакторе.

Математическая модель представляет собой уравнения переноса массы газовых компонент смеси, уравнения переноса каждой фракции частиц, уравнение переноса импульса, уравнение для энтальпии газа и частиц, уравнение для переноса лазерного излучения, эллиптическое уравнение для давления [1]. Система уравнений записана в цилиндрической системе координат и представляет собой трехмерную задачу, сведенную к осесимметричной форме. Модель содержит некоторые особенности: числа Маха достаточно малы (порядка 0.001), при этом газ не может быть признан несжимаемым, поскольку активно протекающие в некоторых областях реактора химические реакции приводят к резким изменениям объема и температуры, что влечет отличие дивергенции вектора скорости от нуля. К особенностям течения также можно отнести сочетание разномасштабных процессов: быстрых химических реакций и диссипативных процессов.

Разработка эффективных вычислительных алгоритмов для моделирования подобных процессов является нетривиальной задачей. Явные схемы, отвечающие потребностям высокопроизводительных вычислений, требуют крайне малого шага по времени, а неявные схемы теряют свою эффективность за счет существенной нелинейности правой части системы. В настоящей работе используется алгоритм расщепления по физическим процессам [2] как эффективное средство решения задач, учитывающих процессы разной природы. Интегрирование уравнений химической кинетики, уравнения для интенсивности излучения, уравнения для температуры частиц проведено с использованием неявного трехстадийного метода семейства Рунге-Кутты пятого порядка точности [3]. Расчет конвективных потоков проведен с использованием потоков Русанова [4] и WENO-схем [5]. Расчет диссипативных потоков проведен по схеме с центральными разностями. Давление в области рассчитывается итерационным методом Якоби.

Поскольку решаемая система уравнений представляет собой смешанную задачу из уравнений параболического и эллиптического типа, шаг интегрирования по времени определяется диффузионными членами, что зачастую определяет большие значения времени расчетов практических задач. Для обхода этой сложности для интегрирования диссипативных членов нами был исследован метод локальных итераций, итерационные параметры для которого вычисляются через упорядочение корней полиномов Чебышева [6]. Таким образом, нам удалось избавиться от ограничения на шаг интегрирования по времени, связанного с диссипативными процессами. Вычислительные эксперименты

показали сходимость построенного алгоритма. При проведении сравнительного анализа с алгоритмом, в котором диффузионные потоки рассчитываются по схеме с центральными разностями, получено увеличение шага интегрирования по времени и уменьшение времени счета более чем в двадцать раз.

На основе разработанного алгоритма проведено исследование осесимметричного течения газа и наночастиц в нагретой трубе с химическими реакциями и лазерным излучением. Получены картины распределения основных компонент смеси и газодинамические характеристики.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00202, https://rscf.ru/project/23-21-00202/

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Snytnikov V.N., Peskova E.E., Stoyanovskaya O.P.* Mathematical Model of a Two-Temperature Medium of Gas–Solid Nanoparticles with Laser Methane Pyrolysis // Mathematical Models and Computer Simulations. 2023. V. 15. № 5. P. 877 – 893.
2. *Марчук Г.И.* Методы расщепления. М.: Наука, 1988.
3. *Hairer E., Wanner G.* Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
4. *Русанов В.В.* Расчет взаимодействия нестационарных ударных волн с препятствиями // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1961. Т. 1. № 2. С. 267–279.
5. *Shu C.W.* Essentially non-oscillatory and weighted essentially non-oscillatory schemes for hyperbolic conservation laws // ICASE Report. 1997. № 97-65. P. 79.
6. *Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б.* Об одном подходе к интегрированию по времени системы уравнений Навье–Стокса // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2020. Т. 60. № 2. С. 267–280.

Пескова Елизавета Евгеньевна, e.e.peskova@math.mrsu.ru

—— ♦♦♦ ——

О ЛУЧЕВОЙ ТЕОРИИ ВОЛНОВЫХ АТТРАКТОРОВ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

А.Г.Петров
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
petrovipmech@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Несжимаемая жидкость находится в устойчивом статическом равновесии с плотностью, линейно растущей в направлении силы тяжести. Регулярные возмущения этого статического равновесия с некоторой частотой ω приводят к внутренним гравитационным волнам, энергия которых распространяется по прямым линиям — лучам, образующим фиксированный угол с вертикалью $\theta = \arccos(\omega / N)$, где N – частота Брента-Вяйсяля. При отражении от стенки направление луча меняется так, что его угол с вертикалью θ меняет знак, а абсолютная величина угла θ сохраняется. Таким образом, для простейшего исследования внутренних волн можно использовать лучевую модель.

Существуют лабораторные и численные эксперименты, в которых волновой луч отражается от стенок бассейна, имеющего форму трапеции [1,2]. В таком бассейне луч, последовательно отражаясь от стенок, принимает предельную устойчивую форму параллелограмма -- волновой аттрактор [1-5]. Данное исследование посвящено аналитическому выводу координат вершин аттрактора при заданных сторонах трапеции и угла θ, условиям сходимости, а также вывода необходимых и достаточных условий, которым должны удовлетворять длины сторон трапеции, в которой образуются волновые аттракторы с одним отражением от каждой стороны.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Рассмотрим бассейн в форме трапеции ABCD. Сторона AD направлена по вертикали, стороны AB и DC по горизонтали, их длины $AD = a,\ AB = b_1,\ DC = b,\ b_1 < b_2$. В декартовых осях X,Y вершины трапеции задаются координатами $A(0,a),\quad B(b_1,a),\quad C(b_2,0),\quad D(0,0)$ (рис. 1 а).

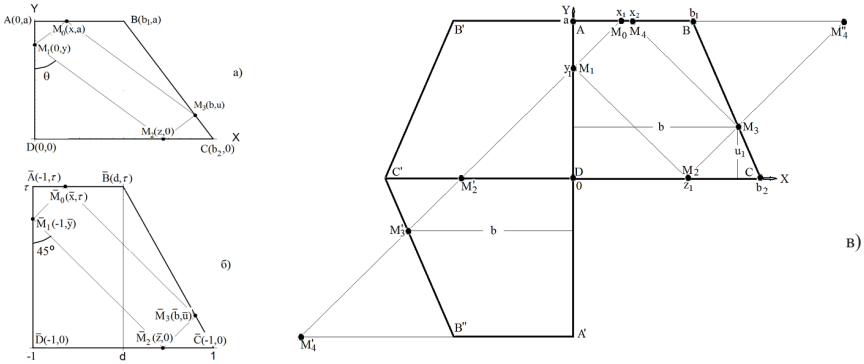


Рис. 1. К схеме лучевой теории волновых аттракторов.

Исследование аттракторов удобно провести на (d,τ) плоскости, введенной в [1] (см. рис. 1б). Равенство углов луча относительно вертикали сохраняется при растяжении плоскости относительно горизонтальной оси или относительно вертикальной оси. Поэтому преобразование $\bar{x} = 2x / b_2 - 1,\quad \bar{y} = y\tau / a$, переводящее вершины трапеции $A(0,a), B(b_1,a), C(b_2,0), D(0,0a)$ на плоскости x, y в вершины трапеции $\bar{A}(-1,\tau), \bar{B}(1,\tau), \bar{C}(d,0), \bar{D}(-1,0)$ на плоскости $\bar{x}, \bar{y}$. Координаты вершин аттрактора $M_0(x,a), M_1(0,y), M_2(z,0), M_3(b,u)$ в исходной трапеции $ABCD$ преобразуются в вершины $\bar{M}_0(\bar{x},\tau), \bar{M}_1(-1,\bar{y}), \bar{M}_2(\bar{z},0), \bar{M}_3(\bar{b},\bar{u})$ на преобразованной трапеции $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$. Фор-мулам координат аттрактора соответствуют координаты преобразованного аттрактора

$$\bar{x} = \frac{(-2+\tau)\tau}{-1+d} - 1,\quad \bar{y} = \frac{(1+d-\tau)\tau}{-1+d},\quad \bar{z} = \frac{(1+d-\tau)\tau}{-1+d} - 1,\quad \bar{u} = \frac{(-2+\tau)\tau}{-1+d},\quad \bar{b} = \tau.$$

При этом преобразовании угол θ переходит в угол 45°, а параметры d и τ выражаются через стороны исходной трапеции и угол θ следующим образом: $d = 2b_1 / b_2 - 1,$

$\tau = 2a\,\mathrm{tg}\theta / b_2$. Поскольку $0 < b_1 < b_2$, то параметр d меняется на интервале $d \in (-1,1)$.

Предлагается метод отражений [7]. Траектория луча с вершинами M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, лежащих на сторонах трапеции (рис. 1 в), состоит из четырех отрезков. Каждый отрезок траектории наклонен к вертикали под одним и тем же углом θ. Поэтому лучу соответствует прямая линия $M_0, M_1, M_2', M_3', M_4'$ на отраженных трапециях. Координаты начальной точки луча заданы $M_0(x_1, a)$. Решаются следующие задачи:

1) Определить координаты точек траектории луча M_1, M_2, M_3, M_4.

2) Определить координаты аттрактора: траектории луча у которого начальная точка M_0 совпадает с конечной M_4 (рис.1 а).

3) Исследовать устойчивость аттрактора, то есть найти такие длины сторон трапеции ABCD, при которых при небольшом отклонении начальной точки от точки M_0 аттрактора, после каждых последующих отражениях от стенок трапеции луч приближался к предельной траектории аттрактора.

Методом отражений доказываются следующие теоремы [6].

Теорема 1. *Координаты вершин аттрактора* $M_0(x,a), M_1(0,y), M_2(z,0), M_3(b,u)$ *в трапециевидном бассейне со сторонами* a, b_1, b_2, $b_1 < b_2$ *определяются формулами*

$$x = \frac{a\,\mathrm{tg}\,\theta(b_2 - a\,\mathrm{tg}\,\theta)}{b_2 - b_1}, \quad y = a\frac{b_1 - a\mathrm{tg}\,\theta}{b_1 - b_2}, \quad z = a\mathrm{tg}\,\theta\frac{b_1 - a\mathrm{tg}\,\theta}{b_1 - b_2},$$

$$u = a\frac{-b_2 + a\mathrm{tg}\,\theta}{b_1 - b_2}, \quad b = a\,\mathrm{tg}\,\theta.$$

Теорема 2. *Для того чтобы существовал аттрактор в трапеции ABCD, изображенной на рис. 1 а), луч которого отражается от каждой стороны трапеции по одному разу, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось следующее соотношение*

$$1 + |d| < \tau < 2, \quad d = 2b_1 / b_2 - 1, \quad \tau = 2a(\mathrm{tg}\,\theta) / b_2.$$

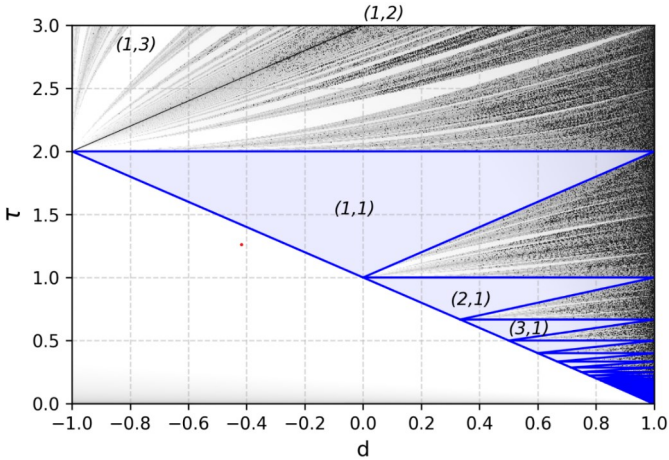


Рис. 2. Области существования волновых аттракторов, полученные методом трассировки лучей.

Более общий результат для областей существования аттракторов (1,n), луч которых отражается от горизонтальных сторон трапеции по n раз, тем же методом получен в [7] $\tau > \frac{d+1}{n}$, $\tau < \frac{2}{n}$, $\tau > 1 - d$. Результат проверен методом трассировки лучей (рис. 2).

Теорема 3. *При последовательном отражении луча от стенок бассейна на верхней стороне образуется последовательность точек* $M_0(x_1,a), M_4(x_2,a), M_8(x_3,a),\ldots$, где x_n – *геометрическая прогрессия:*

$$x_n = x + (x_1 - x)q^{n-1}, \qquad q = \frac{\mathrm{tg}\theta - \mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\theta + \mathrm{tg}\alpha},\ \mathrm{tg}\alpha = \frac{b_2 - b_1}{a}.$$

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ
Работа выполнена в рамках госзадания (АААА-А20-120011690138-6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maas L.R.M., Lam F.P.A.* Geometric focusing of internal waves // J. Fl. M.1995, V. 300, p. 1–41.
2. *Maas L.R.M., Benielli D., Sommeria J., Lam F.P.A.* Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid // Nature 1997, V. 388, p. 557–561.
3. *Brouzet C., Sibgatullin, I., Scolan H., Ermanyuk E., Dauxois T.* Internal wave attractors examined using laboratory experiments and3D numerical simulations // J.Fl.M. 2016, V. 3, p. 109–131.
4. *Brouzet C., Ermanyuk E., Joubaud S., Sibgatullin I., Dauxois T.* Energy cascade in internal-wave attractors // EPL Europhys. Lett. 2016, V. 113.
5. *Boury S., Sibgatullin I., Ermanyuk E., Shmakova, N., Odier P., Joubaud S., Maas L.R., Dauxois T.* Vortex cluster arising from an axisymmetric inertial wave attractor // J. Fluid Mech. 2021, V. 926, p. A12.
6. *Петров А.Г.* Координаты волнового аттрактора в трапециевидном водном бассейне со стратификацией // Доклады РАН. Физика Технические науки. 2022. Т. 503. С. 18–23.
7. *Sibgatullin I.,Petrov A.G., Xu X., Maas L.* On Wave Attractors: Coordinates and Saturation Time // Symmetry 2022, V. 14, p. 319. https://doi.org/10.3390/sym14020319

Петров Александр Георгиевич, petrovipmech@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ДИНАМИКА ОТРЫВА ОТ СОПЛА ЗАРЯЖЕННЫХ КАПЕЛЬ

В.Е. Прохоров
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва
prohorov@ipmnet.ru

Процесс отрыва капли изучается в рамках многих направлений фундаментальной науки и, в то же время, является ключевым процессом многих технологий. Потребности промышленности, сельского хозяйства, медицины и других отраслей в сочетании с огромным научным интересом стимулировали развитие теории, методики и техники экспериментальных исследований. Солидная часть работ посвящена каплям, обладающим электрическим зарядом.В настоящей работе по данным высокоскоростной

визуализации гравитационного отрыва капли исследуется динамика геометрических параметров структурных элементов, образующихся при распаде капли, которая перед отрывом приобретает электрический заряд с помощью внешнего источника высокого напряжения

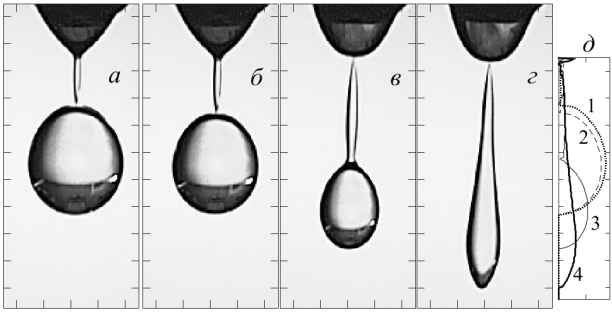


Рис. 1.Гравитационный отрыв капли воды от сопла под действием высокого напряжения. а-г: $U = 0, 8, 14, 16$ *кВ. д: 1-4 правые половины контуров "перемычка-капля" (а-г) в прямоугольных координатах. Деление по осям X,Y– 2 мм.*

Опыты выполнены на установке "Моделирования динамики капельных течений в электрическом поле" [1] из состава комплекса "ГФК ИПМех РАН" [2]. Капля отрывалась от сопла и свободно падала в кювету с водой высоты 50 см. На дне кюветы располагался алюминиевый лист, к которому подведен отрицательный полюс высоковольтного источника; положительный полюс соединен с металлическим наконечником сопла.

На рис. 1*а-г* капли показаны в момент первичного отрыва от перемычки При нулевом напряжении ($U = 0$) вытекающая из сопла жидкость постепенно формируется в виде собственно маточной жидкости (примыкающей к соплу), перемычки и капли (рис. 1*а*). Нижний конец перемычки быстро истончается, после чего происходит отрыв капли. Сходный сценарий повторяется ($U = 8$ кВ, рис. 1*б*) и при подаче напряжения, при условии, что оно не превышает определенной величины – в данных опытах 14 кВ. В последнем случае отрыв происходил у верхнего конца перемычки вместе с формирующейся каплей (рис. 1*в*), которая в дальнейшем отделялась от истончающегося нижнего конца перемычки [1]. С ростом напряжения ($U = 16$) капля в момент отрыва становится булавообразной (рис. 1*г*), а далее в ее средней части возникает быстро сужающаяся перетяжка, котрая разрывается, разделяя каплю на остаток перемычки и собственно каплю [1].

В предположении, что отрывающиеся комплексы "перемычка-капля" представляют собой тела вращения, построены их контуры (рис. 1*д*) и вычислены объемы по методике [3]. Из рис. 1*д* видно, что с ростом напряжения в растет размер перемычки и одновременно уменьшается размер капли. При этом суммарный объем комплекса "перемычка-капля" уменьшается с увеличением напряжения от 0 до 16 кВ (рис. 2). Экспериментальные точки хорошо описываются квадратичной апппроксимацией, в данных опытах $V = p_1U^2 + p_2U + p_3$, где $p_1 =$-0.56, $p_2 =$-2.17, $p_3 = 209.3$.

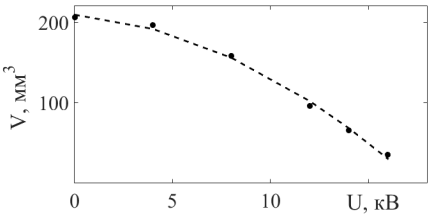


Рис. 2. Объем жидкости, отрывающейся от сопла в диапазоне напряжений $U =$ 0–16 кВ. Точки – эксперимент, кривая – апппроксимация.

Динамику движения структурных элементов заряженной капли – перемычки и собственно капли после их разделения иллюстрирует рис. 3.

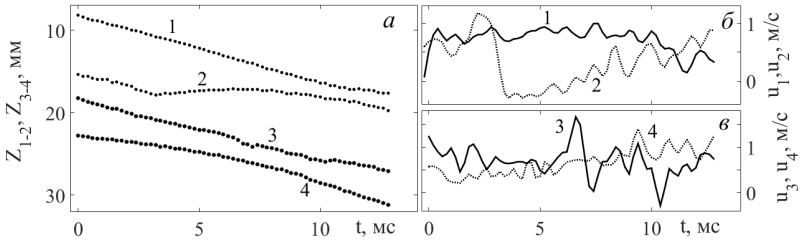


Рис. 3. Отрыв заряженной капли. а –Положение верхнего и нижнего концов перемычки (1 и 2) и капли (3 и 4). б и в – вертикальные скорости верхних (1 и 3) и нижних (2 и 4) концов перемычки. Время – от момента отрыва нижнего конца перемычки.

Верхний конец перемычки перемещается относительно равномерно, его координата во времени аппроксимируется полиномом $Z_1 = 0.7t + 8.5$ (рис. 3*а*, кривая 1). Его скорость на участке 0-10 мс флуктуирует вблизи среднего значения 0.7 м/с (рис. 3*б*, кривая 1).

Движение нижнего конца – неравномерное (рис. 3*а*, кривая 2) и аппроксимируется двумя временными зависимостями –линейной $Z_b = 0.75t + 15.3$ ($t \le 3.2$ мс) и квадратичной $Z_b = 0.04t^2 + 0.52t + 18.8$ ($t > 3.2$ мс). График мгновенной скорости движения (рис. 3*б*, кривая 2) свидетельствует о чередовании быстрых и медленных флуктуаций положения нижнего конца, отражающих сложную динамику тонких процессов в остатке перемычки. В диапазоне 4.5-10.5 мс заметны осцилляции скоростей обоих концов, пики и впадин которых совпадают по времени (рис. 3б, кривые 1 и 2).

Перемещение верхней и нижней кромок капли (рис. 3*а*) после ее отделения от перемычки: аппроксимируется слабонелинейными полиномами, соответственно, $-0.013t^2 + 0.86t + 18.26$ (рис. 3а, кривая 3) и $0.04t^2 + 0.18t + 23.0$ (рис.3а, кривая 4). Вследствие различия в знаках ускорений (квадратичные члены) кромки сначала сближаются до момента $t_c = 7.0$ мс, а затем расходятся.

Скорости опускания нижней и верхней кромок капли на этом временном отрезке сильно различаются по величине и по характеру осцилляций (рис. 3в). В основном обе кромки движутся вниз, хотя и крайне неравномерно, но при этом верхняя на отдельных временных интервалах (вблизи 7.0 и 10.0 мс) меняет направление на противоположное. В обеих кривых на интервале 8-13 мс выделяются почти синхронные флуктуации скорости на основной частоте 600 Гц (по данным спектрального анализа).

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 19-19-00598-П "Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью").

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чашечкин Ю.Д., Прохоров В.Е.* Визуализация картины течения импакта свободно падающей капли при генерации звуковых пакетов. Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 2022, Т. 23, № 5. http://doi.org/10.33257/PhChGD.23.5.1011
2. УИУ «ГФК ИПМех РАН: Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере: site http://www.ipmnet.ru/uniqequip/gfk/#equip.
3. *Prokhorov V.E.* Acoustics of oscillating bubbles when a drop hits the water surface. Phys. Fluids, 2021, V. 33, p. 083314. https://doi.org/10.1063/5.0058582

Прохоров Виктор Евгеньевич, prohorov@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

СОБСТВЕННЫЕ ФОРМЫ И СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА ПЕРИОДИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ

*Ко Ко Пью, В.Г. Байдулов**
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
**bayd@ipmnet.ru*

В рамках длинноволнового приближения исследованы частоты и формы собственных колебаний газа в резонаторе Гельмгольца, имеющего форму трубы периодического сечения. Задачи сводится к задаче Штурма − Лиувилля с краевыми условиями первого рода, решение которой проводится методом ускоренной сходимости. Проведен детальный анализ зависимостей собственных чисел и собственных функций от параметров трубы. Выявлен «автомодельный» тип зависимости собственной частоты для различных мод. Определены значения параметров периодичности трубы, при которых происходит резкое изменение собственной частоты.

При относительно небольших значениях параметра волнового числа трубы результаты работы согласуются с ранее выполненными исследованиями [1,2], в рамках которых изучались собственные частоты и формы резонатора с единичным дефектом. Наличие дефекта большой амплитуды, когда размеры отверстия становятся малыми, приводит к локализации колебаний в одной из двух частей резонатора в зависимости от номера моды. Спектр колебаний при этом можно разделить на две части, соответствующие спектрам двух взятых по отдельности частей резонатора. При этом напряжения, вызванные звуком в корпусе резонатора, оказываются сосредоточены практически исключительно в месте расположения дефекта, где производные звукового потенциала, а соответственно и скорость потока, будут стремиться к бесконечности при стремлении радиуса отверстия к нулю.

Рассмотренная в данной работе периодическая система дефектов приводит к тому,

что при больших значениях волнового числа трубы звуковые колебания распространяются по всей ее длине даже в случаях, когда величина дефекта становится критически большой. Максимум их интенсивности будет сосредоточен в окрестности минимумов радиуса сечения трубы. Таким образом, в случае резонатора переменного сечения можно возникновение значительных звуковых нагрузок на корпус даже на больших расстояниях от узкого входного отверстия.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700055-6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нестеров С.В., Акуленко Л.Д., Байдулов В.Г.* Собственные колебания акустического резонатора с локальной перегородкой // Докл. РАН. 2016. Т. 470. № 3. С. 279–282. pp. 467–470. DOI: 10.1134/S1028335816090093
2. *Акуленко Л.Д., Байдулов В.Г., Нестеров С.В.* Зависимость собственных частот и форм колебаний идеального газа от параметров акустического резонатора // Изв. РАН. МТТ. 2017. № 1. С. 52–64. DOI: 10.3103/S002565441701006X

Байдулов Василий Геннадьевич, bayd@ipmnet.ru

—— ♦ ♦ ♦ ——

ФРАГМЕНТАЦИЯ КАПЛИ ВОДЫ ПРИ УДАРЕ О ДИСК

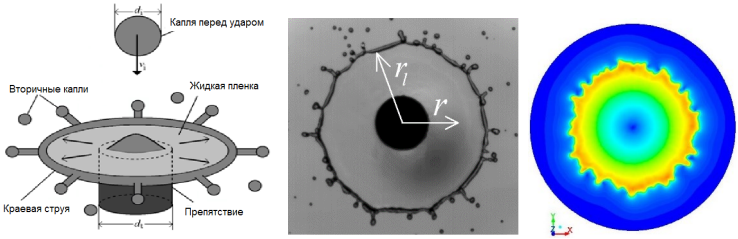
А.Н.Рожков, А.И.Федюшкин*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
rozhkov@ipmnet.ru

Работа посвящена исследованию деформации и фрагментации капель жидкости при их столкновении с масками и фильтрами, защищающими от зараженных капель воздуха. Кашель и чихание вызывают выброс капель слюны и бронхиальной слизи. Многие вирусы, в том числе COVID-19, живут только в жидкой среде, поэтому актуально исследование динамики и фрагментации капель. В данной работе экспериментально и численно локальное столкновение капли с маской или фильтром моделируется ударом капли о небольшое препятствие. Исследования позволяют качественно проследить фрагментацию ротовой и бронхиальной жидкостей и их превращение в количество мельчайших капель, распространяющих инфекцию в воздухе. В реальности примерно такие же значения числа Вебера возникают, когда зараженные капли попадают на маски и фильтры.

СТОЛКНОВЕНИЕ КАПЛИ С ДИСКОМ

Фрагментация капли и образование мелких вторичных капель прослежено на примере столкновения капли воды с препятствием в виде диска [1, 2]. При столкновении капли с дискообразным препятствием формируется всплеск, образованный тонкой круглой жидкой ламеллой, ограниченной круглой краевой струёй (рис. 1, 2). Всплеск сначала расширяется (диаметр краевой струи d увеличивается), а затем схлопывается, как показано на рис. 2. При увеличении скорости удара v_i краевая струя начинает

распадаться на вторичные капли, которые являются потенциальными переносчиками инфекции. Образование капель (разбрызгивание) происходит, как при расширении всплеска, так и при его сжатии, и вторичные капли могут двигаться в противоположных направлениях.



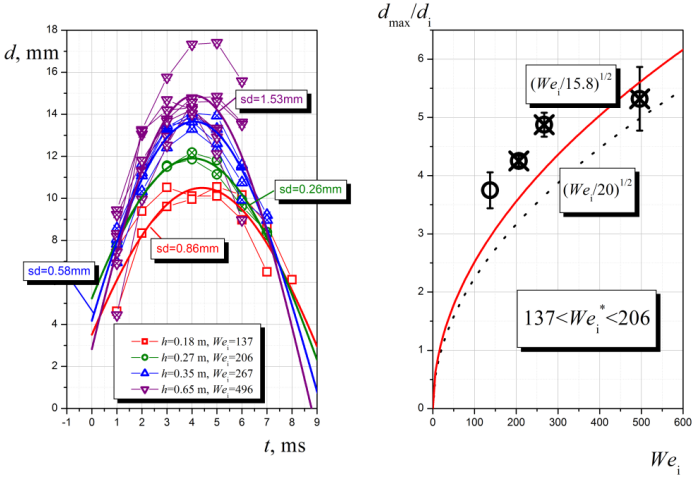
(а) (б) (в)

Рис. 1. (а) - схема движения капли,(б, в) - растекание капли воды (v_i=3.87 м/сек), (б) – эксперимент, (в) - 3D моделирование (изолинии модуля скорости)).

На рис. 3 показаны экспериментальные траектории краевых струй $d(t)$ для различных высот падения капель h. Здесь же представлены зависимости максимального диаметра всплеска d_{max} от ударного числа Вебера $We_i=\rho v_i^2 d_i/\gamma$ (использованы стандартные обозначения). Данные экспериментов свидетельствуют, что переход к разрушению всплеска происходит в интервале чисел Вебера $We_i \subset (137, 206)$.

Время	h=0.18 м (v_i=1.88 м/с, We_i=137)	h=0.27 м (v_i=2.30 м/с, We_i=206)	h=0.35 м (v_i=2.62 м/с, We_i=267)	h=0.65 м (v_i=3.57 м/с, We_i=496)
2 мс				
4 мс				
6 мс				

Рис. 2. Вид сверху на столкновение капли воды диаметром d_i=2.8 мм с дискообразной мишенью диаметром d_t=4 мм (черный круг) для различных высот падения капель h. Капли имеют скорость удара v_i=1.88, 2.30, 2.62 и 3.57 м/с (We_i=137, 206, 267 и 496).



(а) *(б)*

Рис. 3. (а) Диаметр всплеска d как функция времени t. Всплеск образуется в результате падения капли диаметром 2.8 мм с разной высоты h на дискообразную мишень. sd – стандартное отклонение экспериментальных точек от соответствующих аппроксимирующих кривых (утолщённые линии). (б) Отношение максимального диаметра всплеска d_{max} и начального диаметра капли d_i=2.8 мм, как функция числа Вебера We_i [1, 2]. *На рис. (а) и (б) крестиками отмечены точки, соответствующие разрушению всплеска с образованием вторичных капель.*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Характер растекания капли определяется соотношением и взаимодействием сил инерции и поверхностного натяжения [1]. Задача характеризуется безразмерными числами Рейнольдса $Re_i=\rho v_i d_i/\mu$ и числом Вебера $We_i=\rho v_i^2 d_i/\gamma$, где ρ - плотность, v_i – скорость падения капли, d_i – диаметр капли, μ – вязкость, и γ – коэффициент поверхностного натяжения. Для капель воды задавались следующие свойства: ρ=1000 кг/м^3 – плотность, μ=1 мПа·с и γ=0.072 Н/м. Математическая модель основана на решении 2D и 3D уравнений Навье-Стокса методом контрольных объемов для двухфазных жидкостных систем «воздух-жидкость» с использованием VOF метода. Подробнее математическая модель описана в работах авторов [3]. На рис. 4 представлены результаты 3D моделирования растекания капли воды. Для реальных ротовых и бронхиальных капель на водной основе типичного диаметра d_i =100 мкм и скорости удара порядка v_i=10 м/с число Вебера удара порядка We_i=139. Следовательно, оценки свидетельствуют We_i >>1 и Re_i >>1. Поэтому столкновение контролируется исключительно инерцией и капиллярностью, в то время как влияние всех других факторов несущественно [1]. Численные результаты предсказывают разбрызгивание в диапазоне чисел Вебера $We_i \subset (137, 206)$ в соответствии с результатами экспериментов и оценками натурных условий [4].

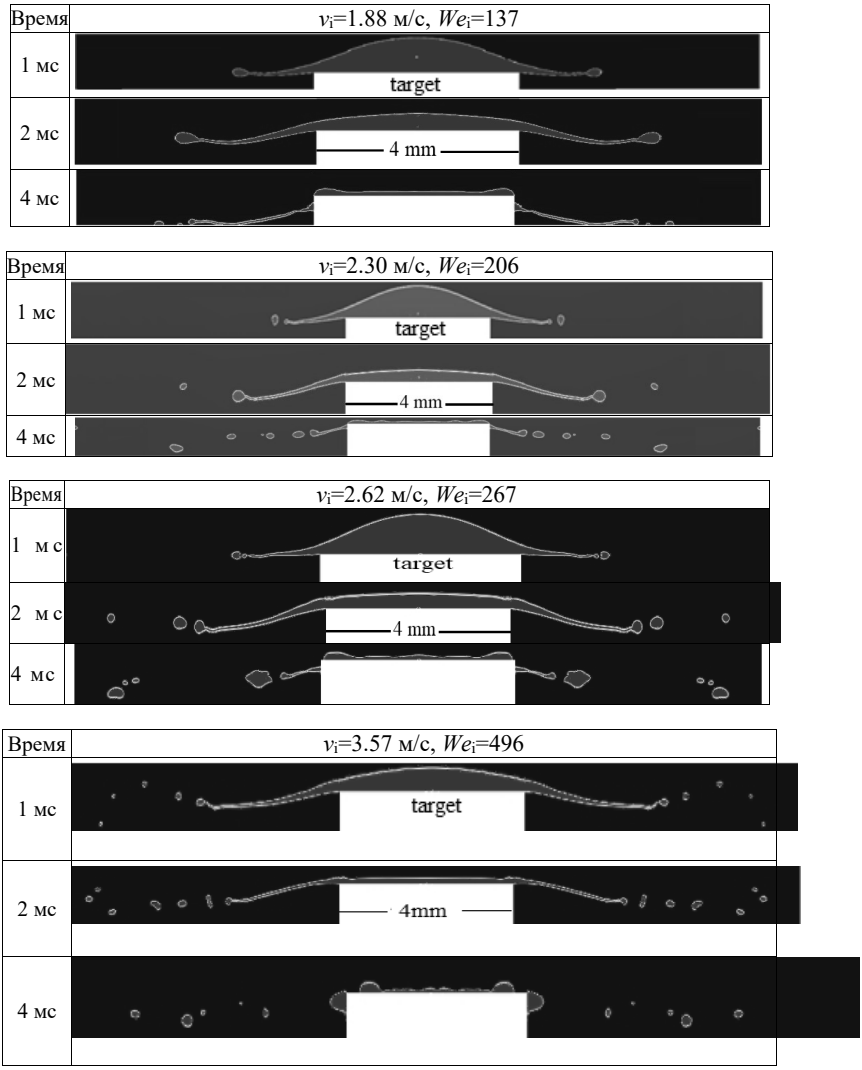


Рис. 4. Распределение фракции воды при столкновении капли d_i=2.8 мм с диском d_t=4 мм для разных скоростей удара v_i и моментов времени.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследований показали, что распространение инфекции может происходить из-за распада капель при ударе о твердые препятствия в реальных природных условиях (in-situ). Переход к разбрызгиванию капли жидкости на вторичные капли происходит при числах Вебера $We_i > We_i^*$, где $We_i^* \subset (137, 206)$. Капли биологических жидкостей сталкиваются с материалом масок и фильтров примерно с одинаковыми числами Вебера $We_i \approx 100$. Таким образом, исследуемые процессы фрагментации капель в лабораторном эксперименте, и происходящие в реальности,

имеют одни и те же механизмы. Данные исследования позволяют проследить фрагментацию ротовой и бронхиальной жидкостей и их превращение в количество мельчайших капель, распространяющих инфекцию в воздухе.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена в рамках государственного задания № 123021700044-0 и гранта РНФ 23-19-00451.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rozhkov A., Prunet-Foch B., Vignes-Adler M.* Dynamics of a liquid lamella resulting from the impact of a water drop on a small target // Proc. R. Soc. Lond. 2004. V. A 460. P. 2681–2704.
2. *Федюшкин А.И., Рожков А.Н.* Критерий растекания/разбрызгивания капли при ударе о твердую мишень // 7-ая Международная научная конференция-школа молодых ученых "Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах", Москва, 20 – 22 октября 2021 года, ИПМех РАН Москва, с. 230-233.
3. *Федюшкин А.И., Рожков А.Н.* Моделирование коалесценции капель // Математическое моделирование и численные методы. 2020. Т. 26. № 2. С. 46–58.
4. *Rozhkov A., Prunet-Foch B., Fedyushkin A., Vignes-Adler M.* Fragmentation of water drops in collision with a small obstacle // Atomization and Sprays. 2023. V. 33. No 10. P. 1-15.

Рожков Алексей Николаевич, rozhkov@ipmnet.ru,
Федюшкин Алексей Иванович, fai@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ДЛЯ ПРОФИЛЯ СТАЦИОНАРНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

А.И. Руденко
«Калининградский государственный технический университет»
ФГБОУ ВО «КГТУ», Калининград
alex-rudenko@bk.ru

Предположим, что на свободной поверхности идеальной однородной несжимаемой жидкости конечной глубины h сформировалась система стационарных нелинейных волн, которые движутся с постоянной скоростью [1,2]. Рассмотрим двумерную постановку задачи. Систему отсчета совместим с движущейся волной, тогда течение, которое обусловлено волнами, будет установившимся, а, следовательно, свободную поверхность и дно можно принять за линии тока. Введем некоторые обозначения: $u = u(x)$, $v = v(x)$ -горизонтальная и вертикальная компоненты скорости; $\eta = \eta(x)$ и c - профиль волны и среднее значение скорости течения; $u - iv = c\,w'(z)$, $z = x + iy$, $w = \varphi + i\psi$ - комплексный потенциал скорости, (φ, ψ -относительный потенциал и функция тока). Тогда кинематические условия на дне и на свободной поверхности примут вид: $\psi_{y=-h} = 0$, $\psi_{y=\eta(x)} = d$, d - динамическая глубина.

Динамическое условие получим с помощью интеграла Бернулли-Коши: $2^{-1}(u^2+v^2)+g\eta(x)=P,\ y=\eta(x)$. Необходимо отметить что $P=const$, которая требует определения. Область течения с помощью относительного комплексного потенциала скорости конформно отображается на полосу: $\psi\in(0,d)$. Тогда требуется определить функции $\eta(\varphi)$, $y=\eta(\varphi,\psi)$, которые удовлетворяют следующим граничным условиям (следствия из кинематического и динамического условий на свободной поверхности):

$$y(\varphi,0)=-h, y(\varphi,d)=\eta(\varphi), \tag{1}$$

$$(P-2c^2g^{-1}\eta(\varphi))(y_\varphi^2(\varphi,d)+y_\psi^2(\varphi,d))=1, \tag{2}$$

а также условиям нулевого среднего:

$$\langle\eta(\varphi)\rangle=0, \langle y(\varphi,\psi)-\psi\rangle=0.$$

Для этого выразим обе частные производные в динамическом граничном условии (2) через $\eta(\varphi)$. Первое выражается из (1) и имеет следующий вид:

$$y_\varphi(\varphi,d)=\eta'(\varphi). \tag{3}$$

Для нахождения $y_\psi(\varphi,d)$ следует отметить, что соответствие $V: y(\varphi,0)\to y_\psi(\varphi,0)$ является линейным интегро-дифференциальным оператором типа свертки. Для достижения цели достаточно определить его действие на косинусы. Далее найдем гармоническую функцию $y=\eta(\varphi,\psi)$, которая удовлетворяет граничным условиям: $y(\varphi,0)=0, y(\varphi,d)=\eta(\varphi)=A\,sh(kh)\cos(k\varphi)$, где A - амплитуда основной гармоники, k - волновое число. Функция $y(\varphi,\psi)$ будет иметь следующий вид:

$$y(\varphi,\psi)=A\,sh(kh)\,sh(k\psi)\cos(k\varphi)sh^{-1}(kd).$$

Тогда получаем, что: $y_\psi(\varphi,0)=V(A\,sh(kh)\cos(k\varphi))=kA\,sh(kh)\,cth(kd)\cos(k\varphi)$.

Поскольку $y(\varphi,\psi)=\psi^+$ периодическая функция, то из свойств оператора V следует равенство: $y_\psi(\varphi,0)=1+V\eta(\varphi)$. Подставим последнее равенство и (3) в (2), получаем нужное уравнение для профиля волны:

$$(P-2\eta(\varphi))((1+V\eta(\varphi))^2+(\eta'(\varphi))^2)=c^2g^{-1}. \tag{4}$$

К (4) следует присоединить уравнение, определяющее зависимость x от φ, которое получается из соотношения для сопряженных гармонических функций: $x(\varphi,\psi)$, $y(\varphi,\psi)$,где $(x_\varphi(\varphi,\psi)=y_\psi(\varphi,\psi))$, и имеет вид:

$$x'(\varphi)=1+V\eta(\varphi). \tag{5}$$

Уравнения (4), (5)представляют собой самостоятельный интерес, например, в связи с возможностью сопоставить их с стационарным уравнением КдФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зайцев А.А., Руденко А.И.* К теории стационарных волн на горизонтальном течении с линейным профилем скорости// ПМТФ. Т. 47. № 3. Новосибирск. 2006. С. 43–49.
2. *Зайцев А.А., Руденко А.И., Алексеева С.М.* Первый метод Стокса в задаче о волнах на поверхности жидкости конечной глубины. // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта, раздел Физико-математические и технические науки, №1 Калининград. 2020. С. 64–75.

Руденко Алексей Иванович, alex-rudenko@bk.ru

—— ♦♦♦ ——

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Л.Б. Рулева, С.И.Солодовников*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
*ruleva@ipmnet.ru

ВВЕДЕНИЕ

Сферические модели для экспериментальных исследований являются прототипами моделей простых форм, на которых проверяются новые компьютерные коды математического моделирования. Интерес к сферическим моделям обусловлен также тем, что они, в какой-то мере, отражают физические процессы, например, обтекания марсианских зондов [1,2]. При этом возникает нагрев сжатого слоя газа у сферической поверхности. Известны фундаментальные работы [3] исследования физико-химических процессов в нагретом слое у сферических тел.

Лабораторная установка (ГУАТ) ИПМех РА позволяет создать среду для испытания моделей при давлении до 1 Па и воздушном напоре в широком диапазоне скоростей. Для последующей валидации математического моделирования на установке ГУАТ получены экспериментальные данные по тепловому потоку изготовленной сферической модели.

МОДЕЛЬ И ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА

Модель для исследования представляет собой полусферу во фронтальной части и усеченный конус на задней поверхности, как показано на рис.1 и 2.

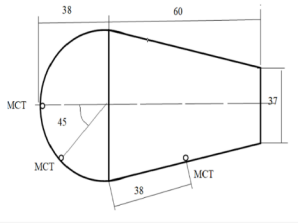


Рис.1. Схема сферической модели.

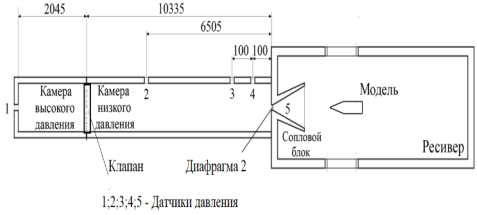


Рис.2. Схема ГУАТ.

Сертифицированные датчики теплового потока расположены: в центральной лобовой части модели МСТ1, со смещением под углом 45^0 (МСТ2) и на середине конической части модели (МСТ3). Дистанция модели от сопла в исходном положении составила 10 мм. Сигналы сертифицированных быстродействующих датчиков тепловых потоков, связаны с АЦП, с частотой 10 МГц, и программой «powergraph» отображения информации с шагом 0.4 мкс. Среда размещения модели была вакуумирована до давлений: 1Па, 10Па и 100Па.

На втором этапе модель была размещена под наклоном 20^0. Наклон модели выполнен вверх для исключения провисания проводов датчиков теплового потока. Фото модель во фронтальном положении и под углом атаки к набегающему потоку у сопла ГУАТ приведено на рис.3.

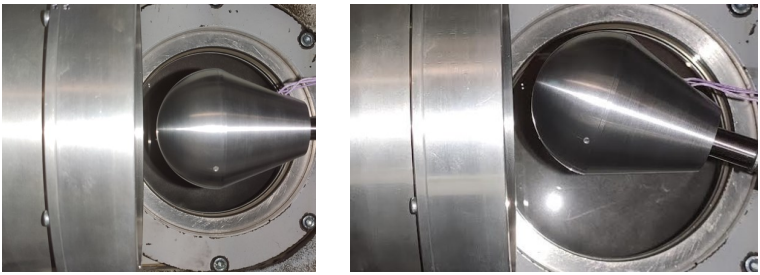


Рис.3. Сферическая модель перед соплом: а) – по оси сопла; б) – под углом 20^0.

Экспериментальные исследования проведены в соответствии с реестром тестовых задач для ГУАТ [4]. Измерены конвективные тепловые потоки на поверхности обтекаемой сферической модели.

РЕЗЛЬТАТЫ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Графики тепловых потоков, при давлении в камере высокого давления 36 атм и камере низкого давления 0,1 атм, приведены на рис. 4.

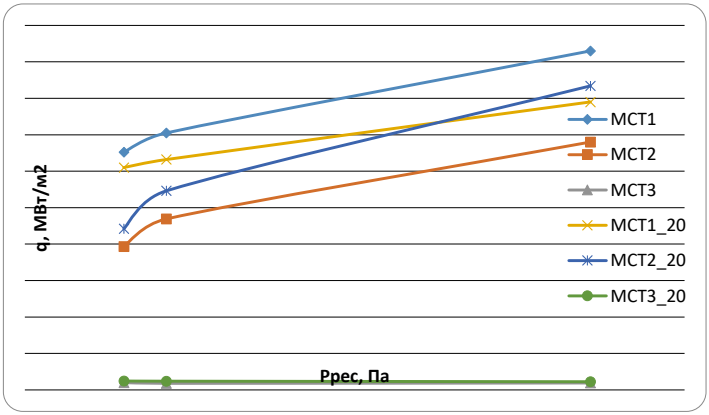


Рис.4. Тепловые потоки в двух положениях модели.

Тепловой поток датчика МСТ1 больше в центральном положении к потоку. При повороте модели на 20^0 против часовой стрелки нагрев модели в области датчика МСТ2 превосходит нагрев датчика МСТ1 и своего значения в исходном положении. Тепловой поток в области конусной части модели, измеряемый датчиком МСТ3, при угле атаки 20^0 увеличился незначительно.

ВЫВОДЫ

Получены экспериментальные данные по конвективному нагреву поверхности сферической модели в положении центрального набегающего потока и под углом атаки 20^0 к потоку.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ
Работа выполнена по теме госзадания № АААА20-12001169 0135-5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Суржиков С.Т.* Радиационная газовая динамика спускаемых космических аппаратов. Многотемпературные модели. М.: ИПМех РАН. 2013. 701 с.
2. *Суржиков С.Т.* Неравновесная аэрофизика гиперзвукового обтекания сферы углекислым газом //Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2011. Т. 11. с. 7 http://chemphys.edu.ru/issues/2011-11/articles/187/.
3. *Суржиков С. Т.* Радиационно-конвективный нагрев марсианского аппарата EDL MSL под углом атаки//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2015. Т.16, вып. 2. http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-2/articles/604/
4. *Суржиков С. Т.* Расчетные исходные данные для решения тестовых задач в измерительной секции гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы ГУАТ лаборатории РадГД ИПМех РАН//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. М. 2021.Т.22. вып. 1. http://chemphys.edu.ru/issues/2021–22-1/articles/931.

Рулева Лариса Борисовна, ruleva@ipmnet.ru
Солодовников Сергей Иванович, Sis63@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ВОЗДУШНЫЕ ПУЗЫРЬКИ В ЖИДКОСТИ

А.Д. Садовникова[1], Т.П. Любимова[2], К.А. Рыбкин[1], М.О. Кучинский[1], В.А. Галишевский[1]*
[1]Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь
[2]Институт механики сплошных сред Уральского отделения РАН, Пермь
[*]anastasiiia3006@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

При движении пузырька в акустическом поле на него действуют силы Бьеркнеса, которые приводят к пульсациям его поверхности и поступательному движению, что может привести к процессу коалесценции [1]. Действие сил Бьеркнеса также может привести к процессу кластеризации пузырьков – образованию агломератов в узлах и пучностях стоячей волны. Добавление в раствор таких химических веществ как sodium dodecyl sulfate (SDS) и NaCl ингибирует процесс коалесценции: совместное воздействие ультразвука и поверхностно-активных веществ увеличивает электростатическое отталкивание и воздействует на оболочку пузырька, делая ее более плотной, что затрудняет процесс коалесценции и способствует образованию пузырьковых кластеров [2].

Цель работы состоит в исследовании влияния УЗ и химических веществ на процесс генерации пузырьков и в изучении эффектов, возникающих в такой системе при импульсном воздействии УЗ в присутствии растворенных реагентов.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Экспериментальная установка включала в себя кювету сложной геометрической формы, которая была изготовлена из акрила толщиной 3 мм (Рис. 1 - слева). Для генерации пузырьков применялись асимметрично смачиваемая мембрана, водяной насос, воздушный компрессор. Насос создавал сдвиговый поток жидкости, срывающий воздушные пузырьки с поверхности мембраны, таким образом происходила их генерация в правой части кюветы, после этого пузырьки попадали под действие УЗ (28 кГц) в центральной части и снова вместе с жидкостью - в магистраль насоса.

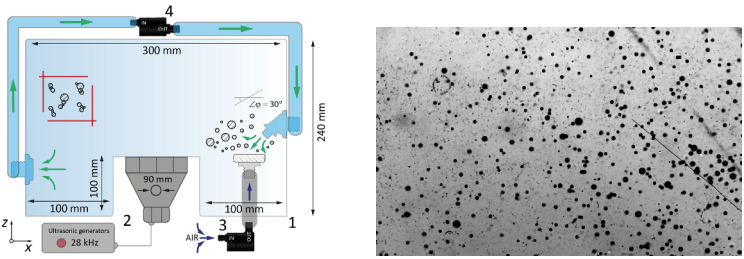


Рис. 1. Слева – схема экспериментальной установки; справа – изображение, полученное в процессе программной обработки.

Пузырьки регистрировались с помощью двух камер: SSD камеры Basler acA1920-155um и высокоскоростной камеры Basler A504kc. С использованием высокоскоростной камеры Basler A504kc была проведена серия коротких экспериментов для более детального изучения эффектов, происходящих с пузырьками под действием УЗ в растворе. На основе данных, полученных в ходе экспериментов, производилась компьютерная обработка изображений, по результатам которой строились гистограммы распределения пузырьков (Рис. 2.).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Для регистрации размеров и количества генерируемых пузырьков с помощью SSD камеры были проведены эксперименты при различных концентрациях SDS без использования УЗ. На построенных в результате программной обработки гистограммах видно, что при увеличении концентрации от 0 до 3.5 ммоль/л наблюдается уменьшение среднего диаметра пузырьков при одновременном увеличении их количества (Рис. 2 - слева).

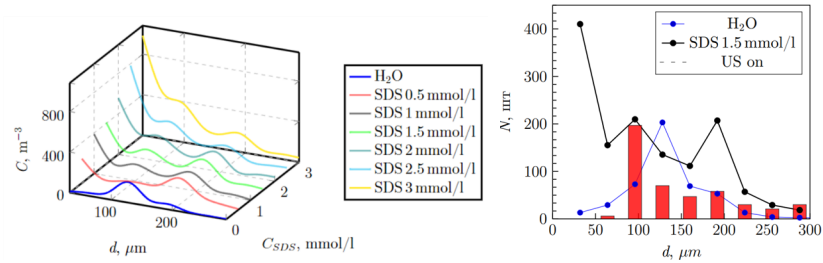


Рис. 2. Слева – распределение воздушных пузырьков по диаметру в растворах с различными концентрациями SDS [3]; справа – распределение воздушных пузырьков по диаметру при концентрации SDS 1.5 ммоль/л и включенном источнике УЗ

Затем была проведена серия экспериментов в растворе с фиксированной концентрацией SDS (1.5 ммоль/л) с использованием УЗ источника частотой 28 кГц (Рис. 2 - справа). После включения УЗ пузырьки объединяются, осаждаются на стенках кюветы и совершают поступательное движение в направлении распространения УЗ волны. В момент отключения источника ультразвука происходит разрушение сформировавшихся структур (Рис. 3 - слева) с образованием большого количества микропузырьков. Если произвести повторное включение источника ультразвука, пузырьки заново группируются и движутся вверх под действием подъемной силы.

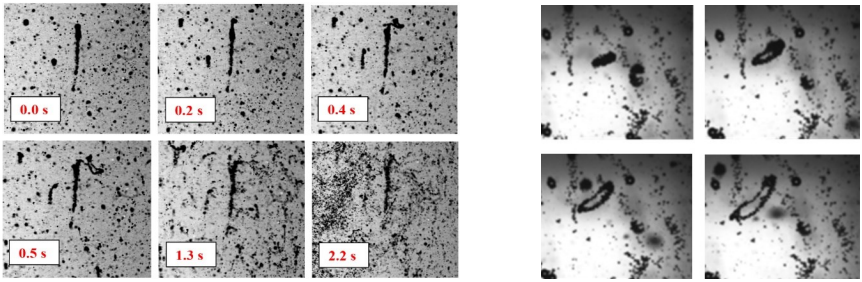


Рис. 3. Разрушение образовавшихся под действием УЗ кластеров при концентрации SDS 1.5 ммоль/л в момент отключения источника: слева – на стенке кюветы; справа – в объеме жидкости

В результате эксперимента с использованием высокоскоростной камеры было выявлено, что под действием УЗ пузырьки в растворе образуют кластеры, которые движутся в направлении распространения волны. В момент отключения источника происходит радиальное разрушение образовавшихся агломератов вследствие прекращения действия сил Бьеркнеса; разрушившийся кластер приобретает форму кольца, соосного с направлением распространения УЗ волны, и продолжает движение (Рис. 3 - справа).

В дальнейшем предполагается проведение экспериментов при импульсном воздействии УЗ с различными концентрациями SDS и NaCl, а также регистрация зон кавитационной активности и распределения акустического давления в рассматриваемой установке с использованием метода foil test.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yoshida K., Fujikawa T., Watanabe Y.* Experimental investigation on reversal of secondary Bjerknes force between two bubbles in ultrasonic standing wave // The Journal of the Acoustical Society of America. 2011. V. 130(1), p. 135–144.
2. *Lee J. et al.* Influence of surface-active solutes on the coalescence, clustering, and fragmentation of acoustic bubbles confined in a microspace // The Journal of Physical Chemistry C. 2007. V. 111(51), p. 19015–19023.
3. *Lyubimova T. et al*. Investigation of Generation and Dynamics of Microbubbles in the Solutions of Anionic Surfactant (SDS) // Microgravity Science and Technology. 2022. V. 34(4), p. 74.

Садовникова Анастасия Денисовна, anastasiiia3006@mail.ru
Любимова Татьяна Петровна, lubimova@psu.ru
Рыбкин Константин Анатольевич, k.rybkin@gmail.com
Кучинский Михаил Олегович, kat6chinsky@gmail.com

—— ♦ ♦ ♦ ——

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ САМОИДУЦИРОВАННОГО КАПИЛЛЯРНОГО РАСПАДА ВЯЗКОЙ СТРУИ, ЕЕ САМОПРОИЗВОЛЬНОГО ИЗГИБА, А ТАКЖЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КАПЕЛЬНОГО ПОТОКА С ЖИДКОЙ ПЛЕНКОЙ

А.А. Сафронов
АО ГНЦ «Центр Келдыша», Москва
a.a.safr@yandex.ru

Решение ряда задач, связанных с использованием космического пространства, требует качественного повышения мощности энергетических установок космических аппаратов. При создании таких систем возникает задача отведения низкопотенциального тепла. Как правило, в космосе она решается с помощью панельных холодильников – излучателей. Однако при повышении отводимой мощности быстро растет площадь, а с ней - и метеоритная уязвимость таких систем. Бронирование поверхности излучателя неприемлемо повышает массу конструкции. Выходом представляется использование капельного холодильника – излучателя (КХИ), идея которого заключается в радиационном остывании распространяющегося дисперсного потока. Создание капельной пелены осуществляется с помощью генератора капель, сбор остывшего потока – уловителем капель.

Капельный поток создается методом капиллярного распада струй, истекающих из капиллярных форсунок генератора капель. Для лучшего остывания рабочего тела, необходима минимизация скорости капельного потока. При ее снижении до уровня, сравнимого с капиллярным пределом, возникает ряд новых физических эффектов, не типичных для классических задач диспергирования вещества.

Качественно меняются закономерности капиллярного распада струи. Образование капель становится самоиндуцированным процессом. При отделении зародыша капли, в струе формируется коротковолновые бегущие волны. При отражении от капиллярной форсунки, за счет эффекта Доплера меняется их длина волны, и часть спектра преобразуется в длинноволновые растущие, но не распространяющиеся (относительно струи) возмущения. Для качественного описания этого явления вместо моделей абсолютной и конвективной неустойчивостей приходится использовать модели глобальной [1] и граничной [2] неустойчивостей струи. Экспериментальное изучение развития данных неустойчивостей затруднено влиянием силы тяжести, «искажающим» закономерности явления [2]. Количественное теоретическое описание закономерностей самоиндуцированного распада струи из-за сильной нелинейности волновых явлений становится возможным лишь путем численного моделирования. В данной работе для численного моделирования капиллярного распада использовалась методика, основанная на методах механики Лагранжа, разработанная в работе [3]. Метод численного моделирования верифицирован путем сравнения с результатами космического эксперимента по самоиндуцированному распаду не вязкой струи [2]. Применительно к задаче создания КХИ, интерес представляют закономерности распада вязких струй (все жидкости – потенциальные рабочие тела с низкой испаряемостью, обладают высокой вязкостью). Рассчитана зависимость длины нераспавшейся части струи от ее скорости и вязкости жидкости.

При снижении скорости истечения струи интенсифицируется явление ее самопроизвольного изгиба. Его экспериментальное изучение показывает, что изгиб происходит в результате развития коротковолновых возмущений с длиной волны,

соизмеримых с диаметром струи. В то же время, в большинстве работ, посвященных изучению закономерностей изгиба струи (например [4]) обсуждаются закономерности развития длинноволновых возмущений. Задача изгиба струи в математической формулировке оказывается аналогичной задаче потери устойчивости сжатой балки [5]; в этом смысле как правило задача исследуется в постановке, аналогичной теории балок Эйлера–Бернулли. В данной работе задача изгиба струи исследована в постановке, аналогичной теории изгиба балок Тимошенко. Дополнительно предложен метод расчета максимального углового отклонения струи, основанный на учете нелинейных эффектов в окрестности капиллярной форсунки. Проводится сравнение теоретически полученных результатов с экспериментами.

В КХИ ряд ограничений на параметры капельного потока определяются закономерностями взаимодействия капельного потока с уловителем капель. Разработано несколько различных концепций уловителей капель. Но в уловителе любого типа капельный поток взаимодействует с поверхностью движущейся пленки. В уловителе капель КХИ недопустимо возникновение вторичных капель при сборе дисперсного потока. В данной работе методами механики Лагранжа исследуются развитие неустойчивостей на поверхности жидкой пленки, взаимодействующей с капельным потоком.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yakubenko P.A.* Capillary instability of an ideal jet of large but finite length // European journal of mechanics. B, Fluids. 1997. V. 16. N. 1. p. 39–48.
2. *Umemura A., Osaka J., Shinjo J. et al.* Coherent capillary wave structure revealed by ISS experiments for spontaneous nozzle jet disintegration // Microgravity Sci. Technol. 2020. V.32. p. 369–397.
3. *Fuchikami N., Ishioka S., Kiyono K.* Simulation of a Dripping Faucet // J. Phys. 1999. Soc. Jpn. 68. p. 1185-1196.
4. *Ентов В.М., Ярин А.Л.* Динамика струй капельной жидкости. Институт проблем механики АН СССР. Препринт № 127. 1979. 58 с.
5. *Bejan A.* On the buckling property of inviscid jets and the origin of turbulence // Letters in Heat and Mass Transfer. 1981. V. 8(3), p. 187–194.

Сафронов Андрей Александрович, a.a.safr@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТРУИ ВОДЫ С РАСПЛАВОМ СВИНЕЦ-ВИСМУТ

Н.С. Сиваков[1], С.Е. Якуш[1], В.И. Мелихов[2,3], О.И. Мелихов[2,3]*

[1]*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва*

[2]*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва*

[3]*Электрогорский научно-исследовательский центр по безопасности АЭС, Электрогорск*

[*]*sivakov@ipmnet.ru*

ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие высокотемпературных расплавов с водой может приводить к явлению парового взрыва, встречающемуся в различных областях (тяжелые аварии на АЭС, подводные извержения вулканов, металлургия). Опасность парового взрыва в

ядерной энергетике связана с возникновением ударных волн вследствие быстрого вскипания теплоносителя (вода, жидкий натрий) при контакте с расплавом активной зоны, имеющим температуру порядка 3000 К. Резкое выделение пара в процессе взаимодействия и связанное с этим расширение среды приводят к распространению по двухфазной смеси взрывных волн, которые могут нарушить целостность корпуса реактора, повредить окружающие конструкции, нарушить герметичность оболочки [1]. В конечном итоге столь серьезные воздействия, не предусмотренные при проектировании энергетических реакторов, потенциально могут повлечь за собой непоправимые последствия, такие как выход радиоактивности в окружающую среду.

Перспективным направлением развития атомной энергетики является создание реакторов с тяжелометаллическим теплоносителем (ТЖМТ). Так, в 2021 году в России началось строительство атомного энергоблока мощностью 300 МВт с инновационным реактором на быстрых нейтронах БРЕСТ-ОД-300 со свинцовым теплоносителем. Другим типом ТЖМТ является свинцово-висмутовый теплоноситель (реакторы СВБР). Опасность возникновения парового взрыва при авариях на реакторах с ТЖМТ связана с возможным разрывом теплообменной трубки парогенератора, при котором происходит истечение воды в пространство, заполненное расплавом. Фрагментация воды и расплава, вскипание истекающей воды приводят к возникновению трехфазной смеси из расплава, пара и воды, в которой возможно возникновение паровых взрывов. Поэтому весьма актуально изучение процессов взаимодействия при проникновении струи воды в расплав тяжелого металла, включая экспериментальные и численные исследования.

В работе [2] экспериментально исследовалось динамическое поведение струи недогретой воды при проникновении в плоский сосуд с цилиндрическим днищем, заполненный расплавом свинец-висмут. Динамика проникновения струи и образования каверны в расплаве визуализировались с помощью нейтронной радиографии с высокой частотой кадров, при этом измерялась глубина проникновения, форма каверны, соотношение ее длины к ширине. Был проведен ряд экспериментов, различающихся скоростью водяной струи и температурой расплава, что позволило рассмотреть гидродинамический и тепловой аспекты взаимодействия.

Данная работа посвящена трехмерному численному моделированию взаимодействия струи расплава свинец-висмут с водой. Основной целью работы являлось сравнение полученных результатов с работой [2], поэтому все параметры задачи (геометрия сосуда, температура воды и расплава, скорость струи) в расчетах принимались в соответствии с экспериментальными данными. Свойства воды и водяного пара, а также свойства расплава свинец-висмут задавались в соответствии с литературными данными.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Численные расчеты проводились при помощи авторского расчетного модуля *fciFoam*, разработанного в рамках программного пакета с открытым кодом OpenFOAM. В этом модуле в рамках подхода Volume-of-Fluid (VOF) реализована модель сжимаемой среды с фазовыми переходами, не имеющая аналогов в стандартном наборе расчетных модулей. Созданная модель валидирована путем качественного и количественного сравнения с аналитическими и экспериментальными данными. Более подробная реализация модели и результаты ее применения для расчета гидродинамических и тепловых явлений при взаимодействии воды с расплавами представлены в работе [3].

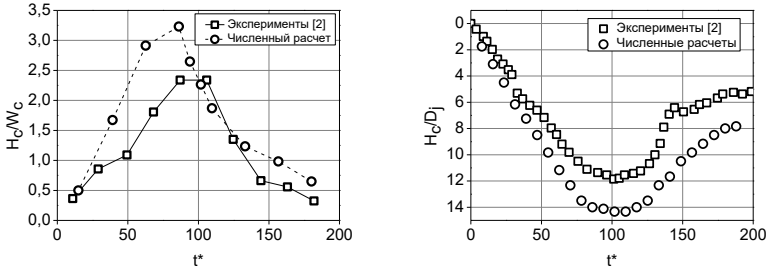
РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе исследовано проникновение струи воды диаметром $D_j = 6$ мм со скоростью V_j= 4.7 м/с в плоский сосуд с расплавом свинец-висмут при температуре $T_m =$

778 К, температура воды составляла 20°С. Как и в экспериментах [2], расчеты проводились при атмосферном давлении, выделяющийся при вскипании воды пар свободно вытекал из резервуара через открытую верхнюю границу.

Основной экспериментальной характеристикой, полученной в работе [2] и описывающей конфигурацию каверны, возникающей при ударе струи воды по расплаву, является отношение ее глубины к ширине H_c/W_c. На рис. 1а) произведено сравнение экспериментальной [2] и численной оценок этого отношения. Видно, что численные расчеты дают правильную качественную картину развития каверны, хотя максимальное значение исследуемого отношения оказывается на 30% выше, чем в эксперименте. При этом время достижения максимума достаточно хорошо совпадает с экспериментом. К моменту достижения максимальной глубины проникновения каверна в расчетах уже интенсивно расширяется, тогда как в экспериментах наблюдается примерно постоянное значение отношения в течение некоторого времени после начала затормаживания струи.

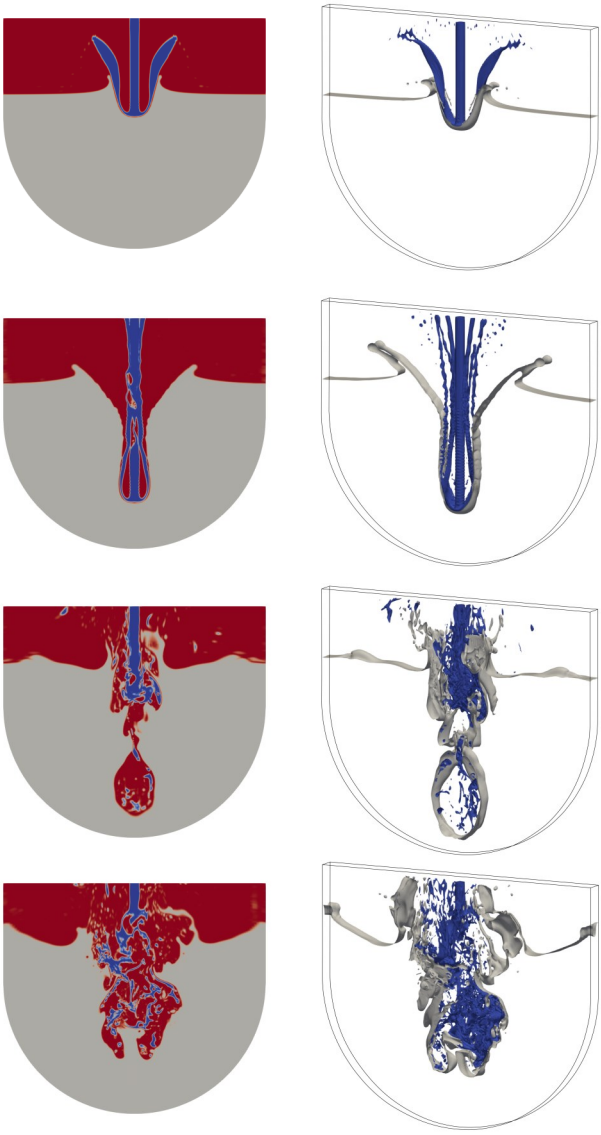
На рис. 1б) представлены рассчитанные и экспериментальные зависимости безразмерной глубины проникновения H_c/D_j от безразмерного времени $t^* = tV_j/D_j$. Наблюдается хорошее совпадение безразмерного момента времени, соответствующего максимальной глубине ($t^* \sim 100$), различие между абсолютными значениями максимальной глубины каверны составляет порядка 15%.



а) *б)*

Рис. 1. Сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными: а) отношение глубины каверны к ее ширине; б) безразмерная глубина проникновения.

Результаты численных расчетов методом VOF, демонстрирующие процесс взаимодействия струи воды с расплавом, показаны на рис. 2. Слева (рис. 2а) построены распределения объемных долей расплава, воды и пара в плоскости симметрии, справа (рис. 2б) приведены поверхности воды и расплава в те же моменты времени. В начальные моменты проникновения струи в расплав вода растекается по образующейся в расплаве каверне, при этом вдоль поверхности каверны направлен поток воды, поднимающийся вверх (рис. 2, $t^* = 10$). Толщина водяной пленки при приближении ко дну каверны заметно меньше, там происходит вскипание воды, а образующийся пар, в свою очередь, возмущает поверхность каверны, меняя ее конфигурацию. По мере проникновения струи в расплав каверна начинает сужаться (рис. 2, $t^* = 65$), что приводит к взаимодействию струи воды и противоточного двухфазного потока воды и пара. Далее происходит разделение каверны на две части (рис. 2, $t^* = 100$), нижняя часть каверны имеет довольно гладкую форму, что может говорить о происходящем в ней пленочном кипении.



а) *б*)

Рис. 2. Взаимодействие струи воды с расплавом: а) объемные доли фаз в плоскости симметрии; б) поверхности расплава и воды. t = 10,65,100,150 (сверху вниз)*

После достижения максимальной глубины каверна начинает схлопываться, одновременно с этим в области начинается неустойчивое кипение, приводящее к значительной деформации поверхности расплава, что в свою очередь приводит к увеличению теплоотдачи от расплава к воде и еще более сильному вскипанию воды (рис. 2, $t^* = 150$). Часть воды вытесняется из полости, и в дальнейшем форма каверны принимает свою окончательную конфигурацию. Описанные выше этапы взаимодействия хорошо соответствуют этапами, выделенными в экспериментальной работе [2] на основе анализа данных рентгеновской съемки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При численном моделировании взаимодействия струи воды с расплавом свинец-висмут методом VOF получена картина, хорошо согласующаяся с экспериментальными наблюдениями. На этапе первичного проникновения струи, вплоть до достижения максимальной глубины проникновения, расчет воспроизводит наблюдающиеся в экспериментах конфигурации каверны, включая ее разделение на две части. В процессе взаимодействия, сопровождающегося интенсивным кипением, происходит сильное развитие гидродинамической неустойчивости на поверхности каверны, приводящее к фрагментации расплава и образованию трехфазной области. Для более подробного изучения влияния кипения на динамику взаимодействия в дальнейших работах будет проведена оценка возникающих тепловых потоков и коэффициентов теплоотдачи.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ (проект № 21-19- 00709).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е.* Теплофизика и гидродинамика паровых взрывов. М., ИПМех РАН, 2020, 276 с.
2. *Sibamoto Y., Kukita Y., Nakamura, H.* Visualization and Measurement of Subcooled Water Jet Injection into High-Temperature Melt by Using High-Frame-Rate Neutron Radiography // Nucl. Technol. 2002. V.139. P. 205–220.
3. *Yakush S.E., Sivakov N.S.* Numerical Modeling of High-Temperature Melt Droplet Interaction with Water // Ann. Nucl. Energy. 2023. V. 185. Article 109718.

Сиваков Никита Сергеевич, sivakov@ipmnet.ru
Якуш Сергей Евгеньевич, yakush@ipmnet.ru
Мелихов Владимир Игоревич, volodymyr.mel@yandex.ru
Мелихов Олег Игоревич, oleg.melikhov311@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

ДИНАМИКА СОЛИТОНОПОДОБНЫХ ВОЛНОВЫХ ГРУПП НА ВСТРЕЧНЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

А.В.Слюняев [1-3], В.И.Шрира [4]*
[1]Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород
[2]Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, Владивосток
[3]НИУ "Высшая школа экономики", Нижний Новгород
[4]School of Mathematics and Computing, Keele University, UK
[*]slunyaev@ipfran.ru

Широко распространено мнение, что аномально высокие волны (т.н. волны-убийцы) в океане чаще встречаются на течениях. Печально известным примером является течение мыса Игольного у юго-восточного побережья Африки [1,2]. Для объяснения такого эффекта первоначально в литературе был предложен ряд линейных механизмов усиления волн на течениях. Позднее наибольшее внимание привлекла роль волновой нелинейности. В [3] было выполнено численное моделирование нелинейной эволюции волн на течении мыса Игольного в рамках кинетических уравнений с учетом рефракции волн на течении. Однако основное внимание уделяется исследованиям проявлений модуляционной (Бенджамина–Фейра) неустойчивости в присутствии течений, поскольку можно считать установленным фактом, что для узкополосных волновых полей заданной средней (т.н. значительной) высоты модуляционная неустойчивость увеличивает вероятность высоких волн. С этой целью в литературе были получены и проанализированы различные версии нелинейных уравнений Шредингера (НУШ) в предположениях о слабости течения, слабости нелинейности и узости спектра (см., например, [4] и ссылки в работе). Было обнаружено усиление модуляционной неустойчивости на встречном усиливающемся течении, что также было подтверждено в рамках численного моделирования.

Все вышеперечисленные работы были посвящены рассмотрению свободных волн на поверхности воды, распространяющихся в горизонтально-неоднородных течениях. Однако океанские течения создают условия для захвата волн. Мы предполагаем, что захваченные волны могут играть ключевую роль в объяснении наблюдаемого преобладания волн-убийц на течениях. В реальном океане характерные нелинейные пространственные масштабы таковы, что традиционная лучевая теория не может описывать эволюцию нелинейных захваченных волн (см. обзоры в [3, 4]). Чтобы восполнить этот пробел в математической теории, в работе [5] был предложен новый подход, позволяющий асимптотически описывать линейные захваченные волны. Используя найденные асимптотические решения для мод захваченных волн, в работе [6] был развит слабо нелинейный подход для описания захваченных волн в рамках модовой теории. Для волновых полей с узким частотным спектром, но не обязательно с узкими угловыми распределениями, волновая динамика для одной моды на глубокой воде в главном порядке описывается одномерным модифицированным нелинейным уравнением Шредингера с фокусирующим типом нелинейности. Решения НУШ – солитоны огибающей и бризеры – часто рассматриваются как прототипы волн-убийц (см. в [7]).

В настоящей работе мы исследуем взаимодействия между солитонами огибающей существенно нелинейных захваченных волн посредством прямого численного моделирования уравнений Эйлера. При длительном распространении уединенные волны остаются локализованными в обоих горизонтальных направлениях – как при одиночном распространении солитонов огибающей захваченных волн, так и при их взаимодействии, см. пример на рис. 1. Кроме устойчивости солитонов к взаимодействиям показана возможность генерации экстремальных волн в результате их столкновений.

Нелинейные группы солитонного типа в вычислительных экспериментах генерировались с использованием приближенных начальных решений, поэтому тот факт, что солитоны захваченных волн возникают в результате таких начальных условий в рамках исходных уравнений гидродинамики, свидетельствует, что солитоны огибающей захваченных волн являются аттракторами. Результаты численного моделирования показывают, что нелинейный межмодовый обмен при эволюции захваченных нелинейных волн на струйных течениях незначителен (по крайней мере, в некотором классе волновых условий), что делает модовую теорию мод, развитую в [5,6], эффективной. В частности, этот вывод оправдывает рассмотрение динамики различных

мод захваченных волн как независимых. Подчеркивая общее качественное согласие между слабонелинейной теорией и численным моделированием исходных уравнений гидродинамики, отметим, что также были обнаружены количественные расхождения между приближенными аналитическими решениями, полученными в предположениях о слабой нелинейности, слабой дисперсии и слабого течения, и моделированием. В частности, взаимодействия между солитонами захваченных волн не являются полностью упругими; возникают новые волны малой амплитуды.

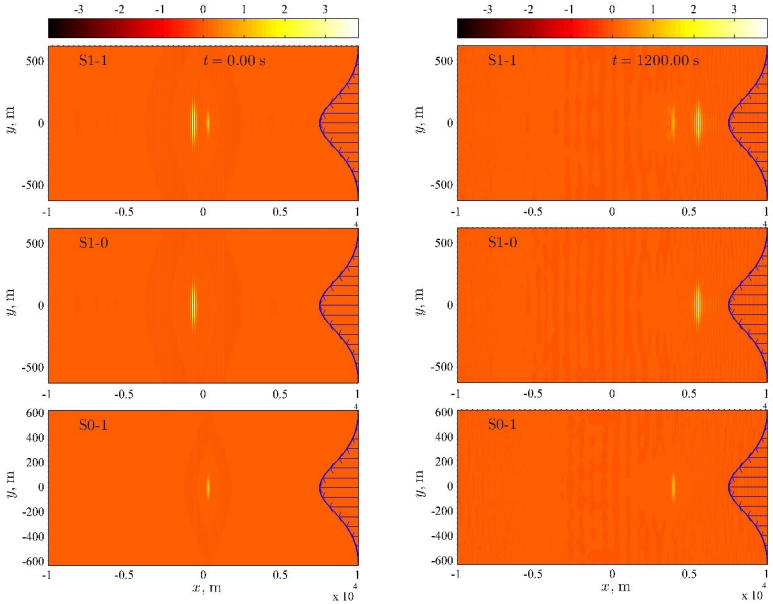


Рис. 1. Численное моделирование взаимодействия пары солитонов огибающей захваченных волн (верхний ряд) и независимого распространения каждого из солитонов по отдельности (средний и нижний ряды). Показаны смещения поверхности (цветом) и профили течения (стрелками). Граничные условия периодичны по обоим горизонтальным направлениям. Слева: начальный момент времени t = 0, справа: конец расчета t = 1200 с.

Моделирование, представленное в настоящей работе, проводилось в рамках численной схемы High Order Spectral Method [8], модифицированной для учета струйного течения, для двух параметров степени нелинейности: $M = 5$ (не выше 6-волновых нелинейных взаимодействий) и $M = 3$ (не выше 4-волновых взаимодействий). Эти эксперименты продемонстрировали очень схожую динамику. Одним из ограничений использованного для моделирования подхода является предположение о потенциальности волнового движения, которое хотя и распространено, но, строго говоря, неверно. В то же время, грубая оценка возможного вклада завихренности в динамику волн показывает, что он слаб, так что на интересующих нас временных масштабах формирования и эволюции солитонов огибающей им можно пренебречь. Детальный анализ роли завихренности волнового поля воды в динамике захваченных волн хотя и представляет интерес, но выходит за рамки настоящей работы и требует специального исследования. Некоторое обсуждение влияния завихренности на теорию НУШ для волн при горизонтально-неоднородном слабом токе можно найти в работе [4].

Более подробное описание работы можно найти в препринте [9]. Устойчивые уединенные волновые группы, полученные в численном моделировании уравнений Эйлера без предположения о слабой нелинейности, рассматриваются как правдоподобная модель волн-убийц на струйных течениях.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке проекта РНФ 22-17-00153.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mallory J.* Abnormal waves on the south east coast of south Africa // The International hydrographic review. 1974. V. 51. P. 99–129.
2. *Kharif C., Pelinovsky E. Slunyaev A.* Rogue Waves in the Ocean. Springer-Verlag. 2009.
3. *Lavrenov I.* The wave energy concentration at the Agulhas current of South Africa // Nat. Hazards. 1998. V. 17. P. 117–127.
4. *Hjelmervik K., Trulsen K.* Freak wave statistics on collinear currents // J. Fluid. Mech. 2009. V. 637. P. 267–284.
5. *Shrira V., Slunyaev A.* Trapped waves on jet currents: asymptotic modal approach // J. Fluid Mech. 2014. V. 738. P. 65–104.
6. *Shrira V. Slunyaev A.* Nonlinear dynamics of trapped waves on jet currents and rogue waves // Phys. Rev. E. 2014. V. 89. P. 041002.
7. *Слюняев А.В., Пелиновский Д.Е., Пелиновский Е.Н.* Морские волны-убийцы: наблюдения, физика и математика // *Успехи физических наук*. 2023. Т. 193. С. 155-181.
8. *West B., Brueckner K., Janda R., Milder D., Milton R.* A new numerical method for surface hydrodynamics // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. P. 11803–11824.
9. *Slunyaev A.V., Shrira V.I.* Extreme dynamics of wave groups on jet currents // ArXiv: 2310.07395. 2023.

Слюняев Алексей Викторович, slunyaev@ipfran.ru

—— ♦♦♦ ——

РАСТЕКАНИЕ ТОНКОГО СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ И ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК В ПОЛЕ ПРОДОЛЬНОЙ МАССОВОЙ СИЛЫ

Смирнов К.В.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва

k.smirnov-33@yandex.ru

При ударении вертикальной струи жидкости о твердую поверхность формируется течение тонкой пленки, и на некотором расстоянии от струи происходит резкий скачок толщины пленки. Такое явление называется гидравлическим прыжком, при этом происходит переход от «сверхкритического» к «докритическому» режиму течения. В сверхкритическом режиме скорость течения больше скорости распространения гравитационных волн по поверхности жидкости, а в докритическом - меньше. В рамках газогидродинамической аналогии гидравлический прыжок соответствует ударной волне [1]. В классической постановке задаче имеется вертикальная струя жидкости, ударяющаяся о плоский неподвижный диск; на некотором расстоянии от струи происходит резкий переход к медленному течению пленки большей толщины [2]; радиус прыжка не может быть определен в рамках модели идеальной жидкости, поскольку он

определяется балансом инерционных, гравитационных и вязких сил [3]. В данной работе рассматривается влияние дополнительных продольных сил, ускоряющих течение жидкости, и изучается влияние этих сил на положение и структуру прыжка. Рассматривается два случая: течение по сферической «шапочке» и течение на вращающемся диске.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть вертикальная круглая струя несжимаемой жидкости падает в центр симметрии поверхности (центр сферической шапочки или центр диска соответственно), при этом ось струи совпадает с осью симметрии. В случае со сферой роль массовой силы играет проекция компоненты силы тяжести за счет наличия кривизны у поверхности, а в случае течения на вращающемся диске – центробежная сила. Также на вращающемся диске нужно учитывать кориолисову силу, действующую в азимутальном направлении. Течение стационарно и осесимметрично, действие капиллярных сил несущественно, кроме небольшой области самого прыжка и края диска. Область вблизи оси симметрии, где происходит перестройка течения от вертикального к радиальному, а также прорастание пограничного слоя на всю толщину пленки, не рассматривается - вязкое течение считается развитым. Край диска также не рассматривается, краевая задача ставится на отдалении от струи и на некотором расстоянии от края диска.

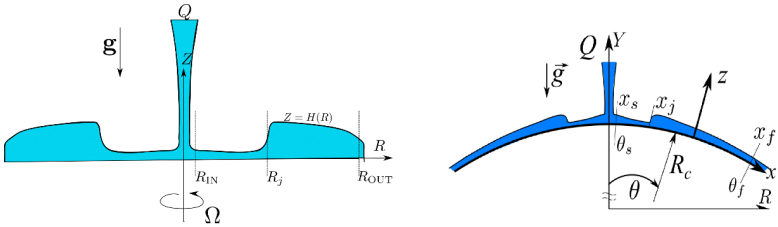


Рис. 1. Схема течения на вращающемся диске(слева) и на сфере (справа). Системы координат.

Характерное значение расстояния до оси симметрии, на котором инерционные, вязкие силы и градиент гидростатического давления имеют один порядок, выражается [3] через расход жидкости Q, ускорение свободного падения g и коэффициент кинематической вязкости ν : $L = Q^{5/8} g^{1/8} \nu^{-3/8}$. В случае со сферой также предполагается, что радиус сферического сегмента R_c, по которому течет жидкость, много больше этой величины.

Для описания течения вводится ортогональная криволинейная система координат, связанная с твердой поверхностью, координатные линии совпадают с координатными линиями сферической системы координат (с центром в центре сферы) или цилиндрической системы координат (с центром в центре вращающегося диска).

Так как характерная толщина слоя $H = Q^{1/4} g^{-1/4} \nu^{1/4}$ много меньше масштаба продольной координаты L, используются уравнения тонкого слоя, распределение давления при этом является гидростатическим.

ПОСТОЯННЫЙ ПРОФИЛЬ СКОРОСТИ

Дальнейшим упрощением модели является сведение уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Для этого проводится осреднение уравнений вдоль толщины пленки в предположении о виде профиля скорости. Метод [4], который применен к задаче о гидравлическом прыжке в [3], предполагает, что профиль скорости имеет одну и ту же форму во всех сечениях.

Уравнения тонкого слоя, осредненные по толщине с учетом граничных условий непротекания и отсутствия трения на свободной поверхности, представляются в следующем виде. В обоих случаях уравнение неразрывности имеет вид: $urh = 1$. Уравнение импульса же в случае сферы имеет вид:

$$C_1 uu' = \frac{1}{u^2 r} u' + \frac{1}{ur^2} + \alpha r - C_2 u^3 r^2$$

Безразмерный параметр α соответствует кривизне твердой поверхности. Здесь u – средняя скорость в продольном направлении, r – продольная координата, h – толщина пленки, C_1, C_2 – некоторые константы, выражающиеся через профиль скорости.

В случае течения на вращающемся диске имеем два уравнения импульса:

$$uu' - \omega^2(1 + B_1 v + B_2 v) = \frac{1}{u^2 r} u' + \frac{1}{ur^2} - u^3 r^2$$

$$v' + 2\frac{v}{r} + \frac{1}{r} = -Auvr^2$$

Безразмерный параметр ω соответствует угловой скорости вращения диска. v – азимутальная средняя скорость.

Граничное условие ставится при некотором малом значении r. В случае, если не существует решения задачи Коши, определенного при всех значениях координаты, строится разрывное решение, соответствующее объединению двух фазовых кривых, сопряженных с помощью условий на скачке, следующих из законов сохранения. Построена классификация решений в зависимости от значений параметра α или ω.

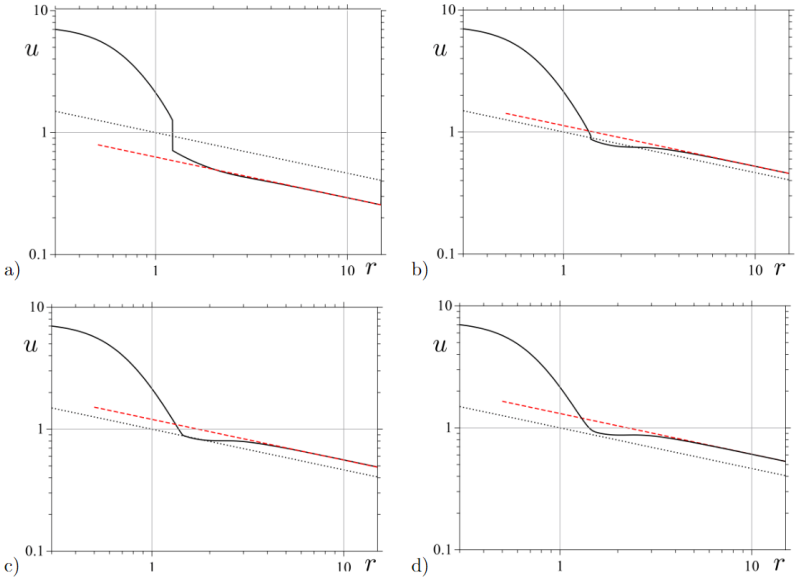


Рис. 2. Режимы течения на вращающемся диске. Красная линия показывает асимптотику при больших радиусах, серая линия - $Fr = 1$, разделяет сверхкритический и докритический режимы течения. a) – прыжок является разрывом, разделяет 2 режима течения, b),c) – существует локальная докритическая зона течения, выход из нее непрерывный, вход с помощью разрыва в первом случае и непрерывный во втором, d) – всюду сверхкритическое решение.

Показано, что в случае течения по сфере существует 2 критических значения α, разделяющих три различных типа решений: разрывное решение с прыжком, непрерывное решение с переходом из сверхкритического в докритический режим и всюду сверхкритическое решение; а в случае течения на вращающемся диске имеется 3 критических значения и соответственно 4 режима течения, представленных на рис. 2.

ПЕРЕМЕННЫЙ ПРОФИЛЬ СКОРОСТИ

В случае течения по сфере также предложен подход с использованием переменного профиля скорости. Развитие течения от места падения струи сопровождается изменением профиля скорости: при малых значениях расстояния до оси на участке, где пограничный слой развит, для всех h наблюдается баланс вязких и инерционных сил, в этом случае имеется автомодельное решение [5], профиль скорости которого хорошо аппроксимируется кубической параболой; при больших значениях продольной координаты вязкие силы компенсируют независящие от поперечной координаты массовые силы, профиль скорости параболический. Для описания непрерывного течения во всей области в этом случае используется кубическая зависимость скорости от h с переменными коэффициентами; условие на расход и граничные условия на твердой и свободной поверхности выделяют однопараметрическое семейство функций, описывающих профиль, параметр λ на этом семействе называется форм-фактором. Такой метод описания течений с гидравлическим прыжком применен в [6]. Использование форм-фактора позволяет разделять безотрывные течения и течения, имеющие локальные рециркуляционные зоны.

В качестве граничных условий используются равенство толщины слоя заданному значению во входном сечении и ограниченность решения на бесконечности. Структура уравнений такова, что решения соответствуют непрерывному изменению профиля скорости от автомодельного [5] к параболическому. Решение определено для всех r, прыжок определяется как точка с достаточно большим значением $\frac{dh}{dx}$. При $\alpha = 0$ за прыжком образуется рециркуляционная зона. При увеличении параметра α размер рециркуляционной зоны уменьшается, прыжок смещается к периферии, что согласуется с результатами анализа на основе постоянного профиля скорости. Максимальное значение $\frac{dh}{dx}$ также уменьшается, что означает исчезновение прыжка. На рис. 3 приведены картины течений при различных значениях α, показывающие эволюцию течения.

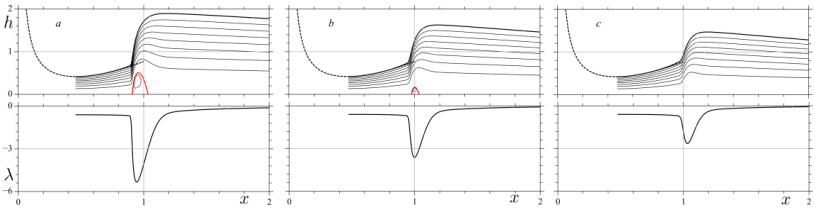


Рис. 3. Линии тока, граница рециркуляционных зон (красным цветом) для 3 различных параметров α.

Результаты качественного анализа и численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами численного моделирования в рамках полных уравнений Навье-Стокса [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука. ГРФМЛ. 2000. С. 733.
2. *Rayleigh* On the theory of long waves and bores// Proc. R. Soc. Lond. A 1914. V. 90 №619, P. 324–328
3. *Bohr T., Dimon P., Putkaradze V.* Shallow-water approach to the circular hydraulic jump // J. Fluid Mech. V. 254, P. 635–648.
4. *Шкадов В.Я* Волновые режимы течения тонкой пленки вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. №1. С. 43 – 51.
5. *Watson E.J.* The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane// J. Fluid Mech. 1964. V. 20 №3, 481–499.
6. *Watanabe S., Putkaradze V., Bohr T.* Integral methods for shallow free-surface flows with separation// J. Fluid Mech. 2003. V. 480. P/ 233–265.
7. *Saberi A, Teymourtash A.R., Mahpeykar M.R.* Experimental and numerical study of circular hydraulic jumps on convex and flat target plates//European Journal of Mechanics – B // Fluids. 2020. V. 80. P. 32–41.

Смирнов Кирилл Вячеславович, k.smirnov-33@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ ЛАЗЕРНОГО РЕАКТОРА КАТАЛИТИЧЕСКОЙ КОНВЕРСИИ МЕТАНА В УГЛЕВОДОРОДЫ И ВОДОРОД

В.Н. Снытников[*], *Е.Е. Пескова*
Институт катализа имени Г.К.Борескова СО РАН, Новосибирск
[*]*snyt@catalysis.ru*

Современное развитие химических технологий направлено, в частности, на создание малотоннажной переработки метана в этилен, ацетилен, водород. Нами было предложено искать решение этой задачи на путях лазерной термохимии. В этой области химические реактора разрабатываются на основе воздействия лазерного излучения на реакционную среду. В нашем случае, это газ метан и нанометровые каталитические частицы, которые витают в объеме. Частицы нагреваются излучением, становясь объемным источником радикалов. Сверхравновесная концентрация радикалов в газе ведет к синтезу непредельных углеводородов из метана при относительно невысоких температурах реакционного газа. Размеры оксидных частиц в первом десятке нанометров обеспечивают быстрый сброс их температуры вне лазерного излучения, что приводит к торможению вторичных реакций и к закалке получаемых продуктов.

Для нестационарных задач лазерной термохимии нами разработана математическая модель [1], численный алгоритм и собственный CFD код. В нем в комплексе решаются задачи дозвуковой многокомпонентной газодинамики с изменением объема из-за химических реакций, с динамикой многокомпонентной пыли, гетерогенно-гомогенной кинетикой радикальных цепных реакций для углеводородов, с переносом и поглощением излучения. Используя этот код, нами создана цифровая модель лабораторного реактора с перспективой масштабного перехода к реакторам большей производительности.

Цифровая модель лазерного реактора с течением газа и твердых наночастиц рассчитывается в двумерной осесимметричной геометрии со стенками, через которые осуществляется нагрев среды помимо лазерного излучения. В реакторе происходит встречное столкновение нагретой газопылевой смеси и метана пониженной температуры

без каталитических наночастиц. Лазерное излучение вводится в однофазный поток метана. Оно поглощается в зоне повышенной концентрации этилена. Реакционная среда с продуктами конверсии метана выводится через боковое отверстие в стенке трубы. Лазерный синтез непредельных углеводородов из природного газа изучен для различных параметров. Выяснилось, что на реакционной длине до 40 см изменение числа частиц диаметром 10 нм в диапазоне 10^{18} - 10^{19} м$^{-3}$ ведет к изменению выходов продуктов в десятки раз при прочих одинаковых значениях интенсивности излучения до 100 Вт, температуры смеси и стенок реактора и пр. Поиск активного катализатора и экспериментальное измерение для него энергии активации метана стало одной из ключевых задач проектирования лабораторного реактора. В целом, изучение цифровой модели реактора показало возможность получить высокие, более 60% конверсии сырья в водород и другие целевые продукты в ламинарных потоках без дополнительной закалки продуктов при использовании технологических лазеров умеренной мощности.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке РНФ (грант No 21-19-00429).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Снытников В.Н., Пескова Е.Е., Стояновская О.П. Модель двухтемпературной среды газ – твердые наночастицы с лазерным пиролизом метана // Математическое моделирование. 2023. Т. 35. № 4. С. 24 – 50

Снытников Валерий Николаевич, snyt@catalysis.ru
Пескова Елизавета Евгеньевна, e.e.peskova@math.mrsu.ru

—— ♦♦♦ ——

РЕЖИМЫ МАССОПЕРЕНОСА В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПОРИСТОМ СЛОЕ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ ПОТОКОМ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОСТИ

Е.Б. Соболева
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
soboleva@ipmnet.ru

Природные процессы и деятельность человека порождают естественно-конвективные течения грунтовых вод в подземных пористых образованиях (почвах, грунтах, горных породах). В частности, при круговороте воды в природе влага испаряется с поверхности Земли, вследствие чего в недрах Земли формируется вертикальный, направленный вверх поток жидкости. Гидростатическое давление уменьшается с высотой, поэтому в воде, поднимающейся из глубин, давление падает; когда оно доходит до значения давления насыщенного пара, происходит фазовый переход - вода превращается в пар. Вода содержит растворенные соли, которые перемещаются вверх вместе с потоком. При преобразовании жидкости в пар последний улетучивается, а соли скапливаются под границей фазового перехода, так что здесь формируется слой концентрированного раствора повышенной плотности. При определенных параметрах такой слой оказывается неустойчивым в поле силы тяжести, со временем он деформируется и развивается концентрационно-конвективное движение. Настоящая работа посвящена численным исследованиям режимов массопереноса и

концентрационной конвекции в горизонтальном пористом слое при наличии вынужденного вертикального течения.

Рассматривается бесконечный по горизонтали пористый слой постоянной пористости ϕ и проницаемости k. В начальный момент поровое пространство заполнено водным раствором соли концентрации c_0, движущимся строго вверх; скорость фильтрации $\mathbf{u_0} = (0, v_0)$. На нижней границе области скорость потока и концентрация раствора поддерживаются постоянными. На верхней границе, которая совпадает с фронтом фазового перехода, вода превращается в пар и улетучивается, а соли остаются в области. Таким образом, на верхней границе задается постоянная вертикальная скорость воды, а для примеси ставится следующее условие: количество соли, поступающее к верхней границе с вынужденным потоком равно количеству соли, уходящему вниз за счет диффузии. Под верхней границей раствор имеет повышенную концентрацию и плотность (плотность раствора линейно увеличивается с концентрацией растворенной примеси). Формируется система, в которой более тяжелая жидкость находится над более легкой. Такое расположение может быть неустойчивым в поле силы тяжести и приводить к естественной конвекции. Постановка задачи показана на рис. 1.

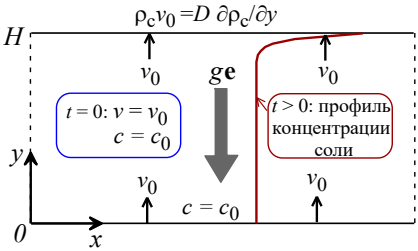


Рис. 1. Постановка задачи.

Численное моделирование выполнено на основе гидродинамической модели двухкомпонентной жидкости в пористой среде, которая включает уравнения неразрывности, движения (уравнение Дарси), транспорта примеси, а также уравнение состояния.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu}(\nabla P - \rho g \mathbf{e}) \tag{2}$$

$$\phi \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho_c = \nabla \cdot (\phi D \nabla \rho_c) \tag{3}$$

$$\rho = \rho_0 + \alpha \rho_c \tag{4}$$

Здесь ρ, ρ_c, ρ_0 – плотности раствора, примеси и чистой воды; u, P – скорость фильтрации и давление; μ, D, g, $\mathbf{e}$ – коэффициенты вязкости и диффузии, ускорение свободного падения и единичный вектор, сонаправленный с вектором силы тяжести; $\alpha = 0.815$. Концентрация примеси c определяется следующим образом: $c = \rho_c/\rho$.

Безразмерные параметры задачи – это числа Рэлея-Дарси Ra^s и Пекле Pe, концентрация примеси на нижней границе c_0:

$$Ra^s = \frac{kgH\Delta\rho^s}{\varphi\mu D}, \quad Pe = \frac{Hv_0}{D}, \quad c_0 \tag{5}$$

Число Ra^s построено по высоте области H; оно включает максимально возможную разность плотности раствора $\Delta\rho^s$ (разность плотности насыщенного раствора и чистой

воды). Величина Ra^s представляет собой отношение скорости естественно-конвективного движения к диффузионной скорости. Величина Pe – это отношение скорости вынужденного течения (вертикального потока) к диффузионной скорости.

Обобщая результаты работ [1-4], можно заключить, что в зависимости от значения Pe естественно-конвективное движение происходит в разных режимах (см. рис. 2). При $Pe \leq 2.2$, если конвекция возникает, то она охватывает всю исследуемую область; в этом случае высота области H является определяющим параметром задачи. При $Pe \geq 44$ конвективное движение сосредотачивается под верхней границей, поскольку интенсивный вертикальный поток не позволяет ему распространяться вниз. Под верхней границей образуются нестационарные «солевые капли». Нижняя граница не влияет на развивающееся течение и можно считать, что она отодвинута на бесконечность. Это режим полубесконечной области, высота H не влияет на решение. При $2.2 < Pe < 44$ режим промежуточный: естественно-конвективное движение может зарождаться под верхней границей в виде «капель», затем охватывать весь пористый слой.

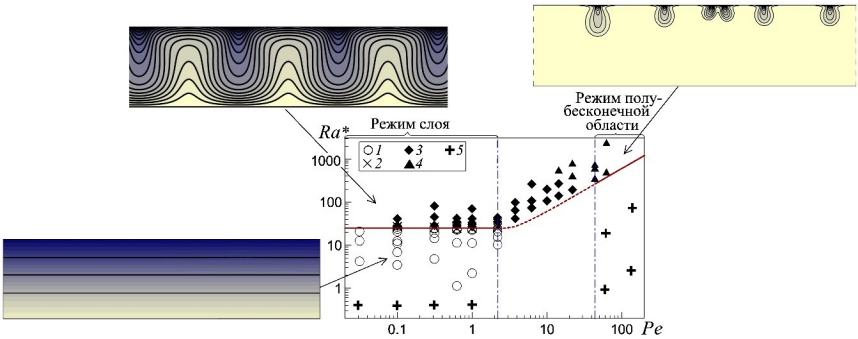


Рис. 2. Состояние системы: 1 – устойчивое; 2-4 – конвекция (2 – искривленное подъемное течение, 3 – циркуляционное течение во всем слое, 4 – «солевые капли»); 5 – выпадение соли в осадок.

В режиме слоя ($Pe \leq 2.2$) состояние системы может быть как устойчивым (вынужденный вертикальный поток примеси вверх и ее диффузионный отток вниз уравновешивают друг друга; формируется стационарный профиль концентрации примеси), так и неустойчивым (развивается конвективное течение, которое со временем становится стационарным; течение направлено от нижней границы к верхней по искривленным линиям тока или является циркуляционным). Граница между режимами определяется числом Рэлея-Дарси Ra^*, которое включает $\Delta\rho^*$ – разность плотности раствора на верхней и нижней границах, найденную в процессе численного решения. Очевидно, что $\Delta\rho^* \leq \Delta\rho^s$ и, следовательно, $Ra^* \leq Ra^s$. Получено, что $Ra^* \approx 25$ (красная линия на рис. 2).

В режиме полубесконечной области ($Pe \geq 44$) определяющим является комплекс Ra^*/Pe. Аналитические исследования тепловой естественной конвекции, отличающиеся граничными условиями и методом решения, дают пороговые значения Ra^*/Pe= 5.78 [5]; 14.3 [6]; 2 [7], выше которых состояние системы неустойчиво. Учитывая аналогию между концентрационной и тепловой конвекцией, выполнено сравнение с [5] – на рис. 2 при $Pe \geq 44$ начерчена кривая $Ra^* = 5.78Pe$ (красная линия). Полученные в численном моделировании точки, соответствующие течению «солевых капель», располагаются выше данной кривой, что согласуется с выводами [5]. Ниже кривой устойчивые состояния не обнаружены, поскольку при развитии

концентрационной конвекции соль может выпадать в осадок из пересыщенного раствора, что и было получено. Таким образом, ниже кривой аналогия между концентрационной и тепловой конвекцией не применяется.

Следует отметить, что в режиме слоя ($Pe \leq 2.2$) при Ra^* меньше некоторой величины порядка 1 и в режиме полубесконечной области ($Pe \geq 44$) при Ra^*/Pe меньше нескольких единиц раствор около верхней границы становится пересыщенным, поскольку ни конвекция, ни диффузия не успевают отводить внутрь области соль, поступающую с вертикальным потоком. Такая картина характерна для пористых сред с низкой проницаемостью. В этом случае соль выпадает в осадок, приводя в конечном счете к закупориванию пор. В настоящем исследовании рассматривается только начальный этап выпадения соли в осадок, пока можно считать, что пористость не уменьшилась.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700044-0).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Soboleva E.B., Tsypkin G.G.* Numerical simulation of convective flows in a soil during evaporation of water containing a dissolved admixture // Fluid Dynamics. 2014. V. 49. № 5. P. 634–644.
2. *Soboleva E.B., Tsypkin G.G.* Regimes of Haline Convection during the Evaporation of Groundwater Containing a Dissolved Admixture // Fluid Dynamics. 2016. V. 51. № 3. P. 364–371.
3. *Soboleva E.* Numerical Investigations of Haline-Convective Flows of Saline Groundwater // Journal of Physics: Conference Series. 2017. V. 891. P. 012104.
4. *Soboleva E.B.* Underground Haline Convection Caused by Water Evaporation from the Surface of the Earth // Processes in GeoMedia. Vol. IV. Springer Geology. Springer International Publishing AG, Charm. 2022. C. 109–117.
5. *Van Duijn C.J., Wooding R.A., Pieters G.J.M., van der Ploeg A.* Stability criteria for the boundary layer formed by throughtflow at a horizontal surface of a porous medium // Geophys. Monograph. 2002. V. 129.
6. *Jones M.C., Persichetti J.M.* Convective Instability in Packed Beds with Throughflow // AIChE J. 1986. V. 32. P. 1555–1557.
7. *Nield D.A.* Convective Instability in Porous Media with Throughflow // AIChE J. 1987. V. 33. P. 1222–1224.

Соболева Елена Борисовна, soboleva@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

О ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ВИХРЯ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

О.А. Соленая, Е.А. Шишов, О.Г. Чхетиани, Г.В. Азизян, В.М. Копров*
Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва
*Solenaya.Oksana@gmail.com

Интерес к завихренности обусловлен рядом причин. Вихрь - наиболее типичная структурная единица турбулентного течения. Квадрат завихренности (энстрофия) в

турбулентности непосредственно связан с диссипацией турбулентной энергии, обеспечивающей каскадный процесс.

Прямые методы измерения завихренности методами термоанемометрии реализуются исключительно в лабораторных условиях. Для измерения завихренности в реальной атмосфере в был разработан ряд косвенных подходов, в частности, с измерениями циркуляции по контуру. Впервые экспериментальные исследования циркуляции начаты в ИФА в 70-е гг В.М. Бовшеверовым и др. [1]. Впервые в мире были проведены измерения турбулентной спиральности (скалярного произведения скорости на завихренность) в АПС [2]. В 2012, 2014 гг. был предложен градиентный метод измерения циркуляции на базе анемометров, размещенных в вершинах тетраэдра [3,4]. Была отмечена тесная связь спиральности с характеристиками локальных ветров [5].

В 2019-2020 гг. в ИФА впервые была предложена оригинальная пространственная схема 3-компонентного акустического циркулиметра (рис.1), реализованная на новой элементной базе.

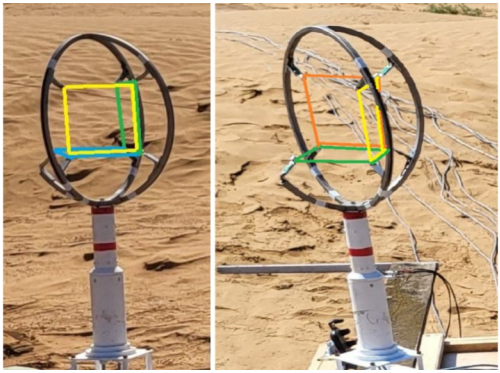


Рис.1 Расположение и плоскости измерений циркулиметра. Направление осей: по сторонам света и вертикально.

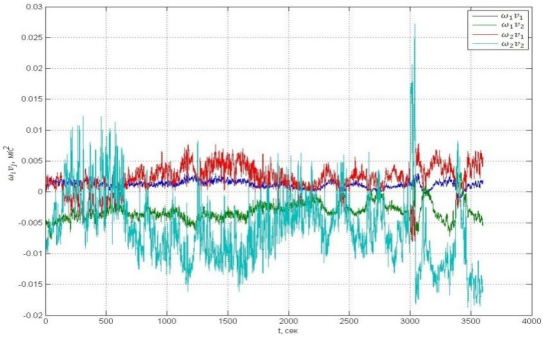


Рис. 2. Временной ряд горизонтальных компонент тензора потока вихря. 1, 2- направление на север, на запад.

По каждому контуру измеряется циркуляция, которая связана в завихренностью известной формулой теоремы Стокса. Получаем три компоненты завихренности и, измерив скорость, можем рассчитать компоненты тензора потока вихря - корреляции компонент скорости и завихренности (рис.2). Это понятие было впервые отмечено в [6].

Его диагональные элементы связаны со спиральностью. Недиагональные компоненты позволяют определить и оценить характеристики турбулентной вязкости\диффузии и ветровых сдвигов. Предыдущие результаты опубликованы в [7].

В данной работе приведены результаты экспедиционных измерений циркуляции в приземном слое атмосферы, полученные на базе Цимлянской научной станции ИФА им. А.М. Обухова РАН в 2021, 2022, 2023 гг. Циркулиметры вместе с анемометрами размещались на высотах 2, 10 и 30 м. Получены спектры циркуляции (рис.3), спиральности и ее флуктуаций.

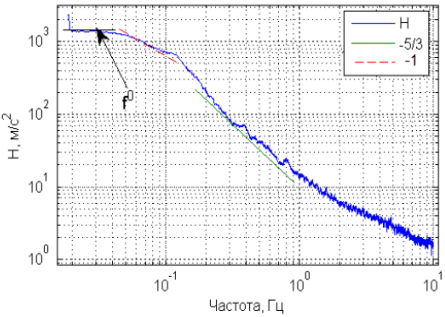


Рис. 3. Спектр горизонтальной спиральности для двухчасового ночного интервала. Приведены нулевой и наклоны -1 и -5/3.

Рассчитаны компоненты тензора турбулентного потока вихря. Рассматриваются связи измеренных величин с параметрами атмосферной устойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бовшеверов В.М. и др.* // Изв. АН СССР. ФАО. 1971. Т. 7, № 4. С. 371–376.
2. *Копров Б.М. и др.* // ДАН. 2005. Т. 403. № 5. С. 627–630.
3. *Копров Б.М. и др.* // Изв. РАН. ФАО. 2015. Т. 51. №6. с. 637–647.
4. *Копров Б.М. и др.* // Изв. РАН. ФАО. 2018. Т. 54. № 5. С. 525–537.
5. *Chkhetiani O.G. et. al.* // Bound.Lay. Meteo. V. 168 Iss. 3 P. 361–385.
6. *Новиков Е.А.* // Изв. АН СССР. ФАО. 1972. Т. 8, № 7. С. 759–762.
7. *Соленая О. А. и др.* // Изв. РАН. ФАО. Т. 59. № 6. 2023. готовится к печати.

Соленая Оксана Александровна, Solenaya.Oksana@gmail.com
Шишов Егор Алексеевич, shishov.yegor@gmail.com
Чхетиани Отто Гурамович, ochkheti@gmail.com
Азизян Генрих Вачаганович, kv68@mail.ru
Копров Виктор Михайлович, vkoprov@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЫ В СТАЦИОНАРНЫХ И ДИНАМИЧЕСКИХ СРЕДАХ

*Солодовников С.И., Л.Б. Рулева**
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
**ruleva@ipmnet.ru*

ВВЕДЕНИЕ

Многолетние исследования квазистационарной газоразрядной плазмы востребованы по сей день [1,2]. Нормальный тлеющий разряд (НТР) характеризуется наименьшей постоянной плотностью тока. В паре катод-анод при уменьшении электрического тока, протекающего через разряд, напряжение на катодном слое с некоторого момента сохраняет свое минимально возможное значение, разряд стягивается, и занимает лишь часть поверхности катода [3].

Известны исследования [4] динамики свечения плазмы импульсного поверхностного, объемного разряда в покоящемся воздухе и в скоростных потоках при инициировании разряда в наносекундной длительности. Показано, что релаксирующая плазма имеет свечение в течение нескольких микросекунд после окончания тока разряда, которое связано с режимами течения. Вопросы управления конфигурацией ударных волн при обтекании с помощью сверхбыстрого локального нагрева среды при создании и распаде сильнонеравновесной импульсной плазмы показали, что метод эффективен и на малых дозвуковых скоростях [5].

Эксперименты с газоразрядной плазмой проведены на специально созданной установке [4] для исследования «Нормального тлеющего разряда» (НТР), а затем были адаптированы к установке (ГУАТ).

ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА НТР

Схема лабораторной установки НТР показана на рис.1, на рис.2 приведены вольт – амперные характеристики (ВАХ) в азоте.

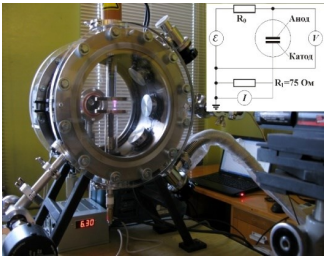


Рис.1. Установка НТР.

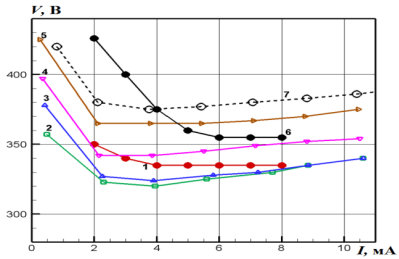


Рис.2. ВАХ в N_2 :1,6 – эксперимент (p=3 и 5 Torr); 2–5(p=3 Torr), 7(5 Torr)– расчет.

В экспериментах использовался источник питания Spellman SA4. Напряжение на газоразрядном промежутке и ток в нем измерялись с использованием аналого-цифрового преобразователя АЦП (10 МГц), подключенного к компьютеру посредством делителей: балластного сопротивления (R_0=300 кОм) и шунта (R=75 Ом), соответственно. Проводилось фотографирование разряда при разных значениях ЭДС (ε) источника питания, что позволило получать оценочные значения диаметра токового столба в области положительного столба, катодного и анодного пятен. В неподвижной среде сопряженное численное и физическое моделирование нормального тлеющего разряда (НТР) в молекулярном азоте при давлении 3 и 5 Торр показало удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных. Анализ опытных и расчетных данных позволил идентифицировать НТР и быстро находить области существования квазистационарной газоразрядной плазмы в экспериментах.

ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА ГУАТ

В аэродинамическом блоке ГУАТ [1], объемом 800 л, модели различных форм обтекаются газовыми потоками в широких диапазонах чисел Маха. В соответствии с принципом действия в ГУАТ ударная волна переотражается от торцов и при каждом торможении ее у входа в сопло происходит истечение потока на модель, что в дальнейшем влияет на физическую картину существования разряда.

Проведены экспериментальные исследования модели плоского канала, снабженной высоковольтными электродами. На рис. 3–5 показаны: фрагмент ГУАТ, высокоскоростная камера перед иллюминатором и модель перед соплом.

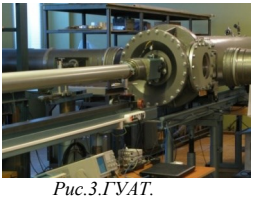


Рис.3.ГУАТ.

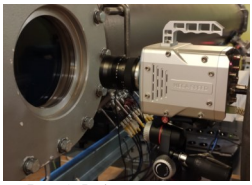


Рис.4. Видеорегистрация.

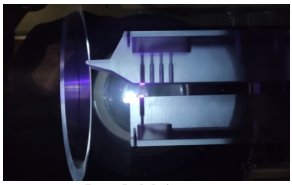


Рис.5. Модель.

Разряд зажигается не только в азоте, но и в воздухе при давлении 5 Torr, напряжении 2 кВ и токе 5 мА. В неподвижном воздухе разряд стабильно горит до момента снижения давления менее 3 Torr. Физические картины экспериментов в ГУАТ и на установке НТР соответствовали друг другу, при этом разрядный столб не совершал движения, и его поперечное сечение не меняло своего минимального значения.

При истечении потока со скоростью М=2,94 на модель, разрядный столб выгнулся по потоку, затем разорвался. При переотражении ударной волны в ударной части ГУАТ в аэродинамической части в области разряда происходило следующее. Когда к соплу подходила волна разрежения, в аэродинамическом блоке разряд вспыхивал снова, затем после изменения давления потока на модель он трансформировался. Все эти процессы регистрировала видеокамера с длительностью одного кадра 300 мкс при приемлемом разрешении, притом, что длительность кадра может быть уменьшена на порядок. На рис.6 приведены кадры видеосъемки горения разряда в развитии в положении видеокамеры у иллюминатора.

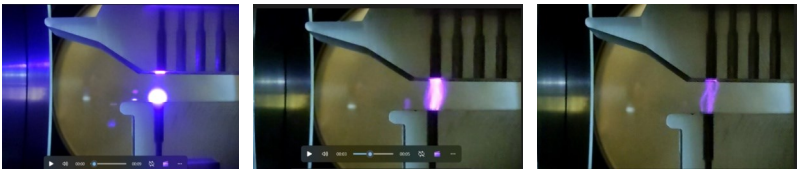


Рис.6.Разряд в потоке ГУАТ.

При регистрации теневой картины ударно-волновых структур видеокамера не «видит» разряд через теплер, а без теплера видеокамера в положении рис.4 регистрирует разряд, но не «видит» ударно-волновых конфигураций. Теневая картина в развитии показана на рис.7.

Рис.7. Теневая картина в развитии

Погрешность регистрации давлений в пробке торможения ударной волны ГУАТ перед соплом составили 1,6% и 5,7% . Сравнение структур показало небольшое увеличение расстояния фронта ударной структуры от модели.

ВЫВОДЫ

Эксперименты с газоразрядной плазмой в неподвижной среде и в скоростном потоке показали согласие по формированию параметров нормального тлеющего разряда. Отмечено устойчивое горение при давлениях среды: 3-8 торр и токе 3-5 мА.

Анализ опытных и расчетных данных позволил идентифицировать НТР и быстро находить области существования квазистационарной газоразрядной плазмы в экспериментах. Эксперименты с газоразрядной плазмой в области расположения моделей перед соплом показали трансформацию разряда при квазистационарном и нестационарном обтекании моделей воздушным потоком.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа поддержана грантом РНФ № 22-11-00062.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shang J.J.S, Surzhikov S.T.* Plasma Dynamics for Aerospace Engineering. 2018. Cambridge University Press, 388 с. doi: 10.1017/9781108292566.
2. *Surzhikov S.T.*Theoretical and Computational Physics of Gas Discharge Phenomena. 2020. De Gruyter. (Berlin, New York.– 537 с. doi: 10.1515/9783110648836.
3. *Surzhikov S.T.* Comparative Analysis of the Parameters of the Normal and Abnormal DC Glow Discharges//Plasma Physics Reports. 2022. С. 1261–1272. doi: 10.1134/s1063780x22700337.
4. *Surzhikov S.T.and etc.* Normal Glow Discharge: Comparison of Calculated and Experimental Data//Interperiodica Publishing. 2019. С. 154–158. doi: 10.1134/s1028335819040049.
5. *Дорощенко И.А. и др.* Исследоапние плазмодинамичеких процессов наносекундного диапазонв при формировании ударных волн от импульсныз разрядов // ЖТФ. М.2018. С.684–691.
6. *Стариковский А.Ю., Александров Н.Л.*. Управление газодинамическими потоками с помощью сверхбыстрого локального нагревав сильнонеравновесной импульсной плазме. 2006, 102 с. https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/2006/2006.11681.pdf

Рулева Лариса Борисовна, ruleva@ipmnet.ru
Солодовников Сергей Иванович, Sis63@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС И ДИСПЕРГИРОВАНИЕ ПРИ НАГРЕВЕ КОМПОЗИЦИОННОГО ТОПЛИВА ГРАНУЛ ГИДРАТА МЕТАНА И ЖИДКОГО БИОТОПЛИВА

П.А. Стрижак[*], *Д.В. Антонов*
Томский политехнический университет, Томск
[*]*pavelspa@tpu.ru*

В работе приведены результаты экспериментальных исследований характеристик взаимосвязанных физико-химических процессов и фазовых превращений при нагреве композиционного жидкого топлива на основе гранул гидрата метана и жидкого биотоплива в виде рапсового масла. Изучены закономерности трансформации поверхности образца топлива при инициировании процессов плавления, испарения, кипения, диссоциации, диспергирования и зажигания. Разработана прогностическая математическая модель тепломассопереноса для композиционного топлива.

ВВЕДЕНИЕ

Основным направлением применения гидратов метана считается энергетический сектор [1]. Их рассматривают как перспективный и экологичный альтернативный дополнительный вид топлива и добавку для энергетических установок [2]. В связи с повышенным интересом к альтернативным видам топлива для повышения экологических характеристик работы энергетических и двигательных установок в последние годы активно развиваются технологии вовлечения биокомпонентов в энергетический цикл. Наибольшую калорийность имеют жидкие биотоплива, в частности, рапсовое масло. Однако прямое сжигание рапсового масла имеет определенные ограничения. Это является основной причиной использования данного масла в качестве добавки к различным энергетическим топливным смесям. Композиционное топливо, приготовленное из смеси преимущественно отработанных компонентов, характеризуется устойчивым равномерным горением, что позволит заменять им первичные энергоресурсы и снижать негативное воздействие на объекты окружающей среды. Добавление рапсового масла в качестве биотоплива к газовому гидрату позволит получить экологичное и энергоэффективное композиционное топливо. Это и послужило мотивацией настоящей работы. Цель настоящей работы – определение критических условий зажигания образцов композиционного жидкого топлива на основе гранул гидрата метана и жидкого биотоплива в виде рапсового масла на основе результатов экспериментальных исследований и численного моделирования.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА

В качестве образцов газового гидрата использовались гранулы гидрата метана с пористостью 28–32%. Содержание метана в грануле гидрата составляло 11–13 %. В качестве жидкого горючего компонента использовалось рапсовое масло (ГОСТ 31759-2012).

Для определения характеристик зажигания и горения исследуемых топлив использовался экспериментальный стенд, представленный на рис. 1.

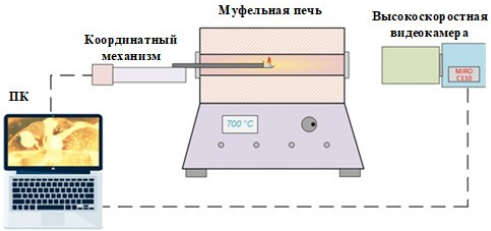


Рис. 1. Схема экспериментального стенда.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 2 представлены типичные видеокадры, полученные при регистрации характеристик зажигания исследуемых топлив. Для всех топливных композиций зарегистрированы специфические особенности. Так, например, зажигание газового гидрата (рис. 2*а*) включало два этапа. Сперва инициировалось зажигание в процессе диссоциации метана и кипения талой воды, а затем инициировалось горение в приповерхностном слое газового гидрата с малым размером пламенной зоны. Данный эффект обусловлен ограниченной скоростью диссоциации метана, т.е. не весь объем гидратизированного газа одновременно вступал в реакцию, а лишь его небольшая доля, диссоциирующая со свободной поверхности. Совместное сжигание гидрата метана и рапсового масла характеризовалось тремя этапами (рис. 2*б*). Сперва происходило зажигание диссоциирующего метана и паров рапсового масла, сопровождающееся диспергированием микрокапель жидкости. Далее инициировалось воспламенение рапсового масла, прогретого до критических температур. Горение рапсового масла происходило в газовой фазе. Пары масла наиболее интенсивно формировались при температуре приповерхностных слоев 232 °C за счет интенсивного кипения масла (227 °C). Так как в образце топлива с маслом присутствует гидрат, то при его диссоциации определенный объем воды остается. Формируется граница раздела вода / масло. Этот фактор приводит к диспергированию образца в режимах микровзрыва и паффинга.

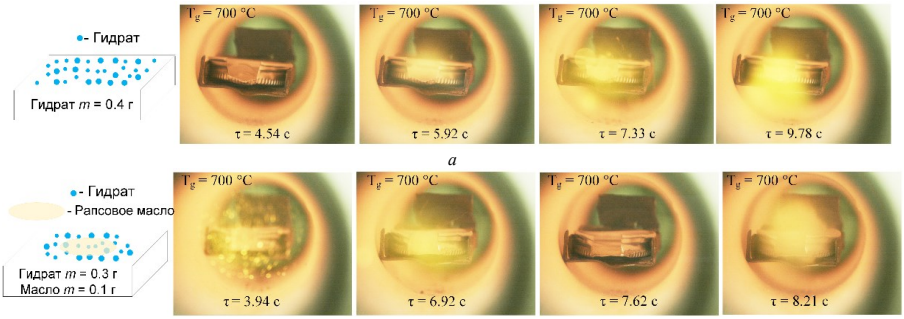


Рис. 2. Видеофрагменты воспламенения образцов исследуемых топлив: а – гидрат; б – рапсовое масло и гидрат.

На рис. 3 приведены установленные зависимости значений времени задержки зажигания гидрата метана и рапсового масла от температуры газовоздушной среды в камере сгорания. Максимальные времена задержки зажигания соответствуют смеси

рапсового масла и воды. Для данного состава при изменении температуры в камере сгорания от 500 °C до 900 °C времена задержки зажигания снижались с 31 с до 6.5 с. Это обусловлено большими затратами энергии на испарение воды для интенсификации зажигания паров масла. Времена задержки зажигания для гидрата метана изменялись в диапазоне 0.6–5.9 с при температуре в камере сгорания 700–900 °C.

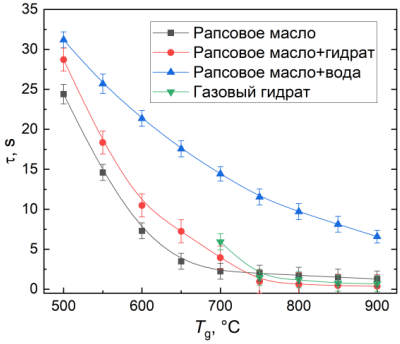


Рис. 3. Зависимости времени задержки зажигания гранул газового гидрата и рапсового масла от температуры газовоздушной среды в камере сгорания.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для демонстрации условий прогрева слоев, состоящих из гранул гидрата метана, воды и жидкого биотоплива, разработана модель. При формулировании базовой постановки задачи считалось, что композиционное топливо прогревается в муфельной печи.

Полученные результаты численного моделирования показали, что добавление к газогидрату дополнительных компонентов в виде воды и рапсового масла приводит к неравномерному распределению температур внутри слоя и росту градиентов температуры. Сформулирован вывод о том, что процессами тепломассопереноса в слое гидрата можно управлять за счет компонентного состава и соответственно интенсифицировать процессы диспергирования и микровзрыва на границе раздела компонентов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Зажигание исследуемых топлив включало нескольких этапов. Горение гидрата метана характеризуется более высокими времена задержки зажигания и длительности горения по сравнению с рапсовым маслом. Разработана математическая модель тепломассопереноса для прогнозирования характеристик физико-химических процессов в камере сгорания с композиционным топливом. Установлено неравномерное распределение температур внутри слоя и рост градиентов температуры при добавлении в состав гидрата дополнительных компонентов.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта Приоритет-2030-НИП/ЭБ-006-375-2023.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cui G., Guo T., Xie K., Dong Z., Wu D., Yin J., Li Z.* Combustion experiment and numerical simulation of methane hydrate sediment under different airflow environments // Fuel. 2023. V. 333. No. 126560.
2. *Cui G., Dong Z., Wang S., Xing X., Shan T., Li Z.* Effect of the water on the flame characteristics of methane hydrate combustion // Appl. Energy. 2020. V. 259. No. 114205.

Стрижак Павел Александрович, pavelspa@tpu.ru
Антонов Дмитрий Владимирович, dva14@tpu.ru

—— ♦♦♦ ——

ФОРМА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРЫЖКА В ПЛОСКОЙ ПОСТАНОВКЕ

А.Д.Сухов, А.Г.Петров*
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
*sukhov.ad@phystech.edu

ВВЕДЕНИЕ

Течение в открытых каналах, как направление гражданского строительства изучается уже долгое время с помощью лабораторных, численных и натурных экспериментов. Гидравлический прыжок возникает в том случае, когда начинают доминировать силы инерции, а число Фруда $\mathrm{Fr} = u/\sqrt{gh}$ становится много большим 1 [1]. Тогда уровень воды может резко возрасти, что в строительстве может использоваться в качестве механизма рассеивания энергии. При этом ключевыми параметрами для проектирования водных сооружений являются место, где происходит прыжок, его начальная глубина и протяженность прыжка. Пионером в данной области был французский ученый Беланджер, который экспериментально связал отношение двух высот прыжка к начальному числу Фруда [2]. Реллей [3] установил эту связь из законов сохранения расхода и импульса. В более поздних работах экспериментальных работах по гидравлическому прыжку [4-8] ещё много раз были найдены основные параметры потока, такие как отношение высот прыжка, длина прыжка, а главное в данных работах зачастую приводится и профиль прыжка, который позволяет произвести наиболее полное сравнение результатов теоретического и экспериментального исследования. Данное исследование посвящено исследованию профиля плоского гидравлического прыжка, то есть стационарного течения жидкости со свободной поверхностью в виде функции $h(x)$ и двумя горизонтальными асимптотами: $h(-\infty) = h_1$, $h(+\infty) = h_2$, где $h_1 < h_2$. На Рис. 1 представлена картинка, демонстрирующая постановку задачи.

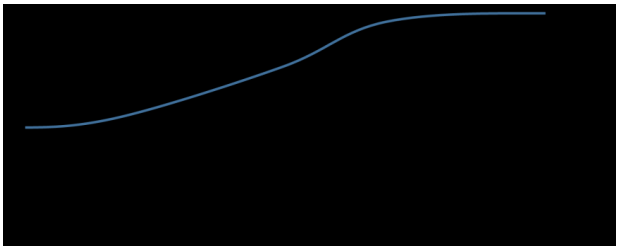


Рис. 1. Постановка задачи гидравлического прыжка

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

В нашей работе мы применяем уравнения Буссинеска для каналов [9-11]

$$Q = hu,\ \ hu\frac{du}{dx} = -\frac{dP}{dx},\ \ P = \frac{gh^2}{2} + \frac{\ddot{h}h^2}{3},\ \ \ddot{h} = u\frac{d}{dx}\left(u\frac{dh}{dx}\right) \tag{1}$$

Система уравнений интегрируется следующим образом. Сначала интегрируем второе уравнение (1): $Qu + P + A_1 = 0$. Подставляя в него выражение для P и $u = Q/h$, получим

$$\frac{Q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} + \frac{hQ^2}{3}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{h}\frac{dh}{dx}\right) + A_1 = 0$$

Если умножить это уравнение на $\frac{1}{h^2}\frac{dh}{dx}$, то его можно записать в виде производной

$$\frac{d}{dx}\left[-\frac{Q^2}{2h^2} + \frac{gh}{2} + \frac{Q^2}{6}\left(\frac{1}{h}\frac{dh}{dx}\right)^2 - \frac{A_1}{h}\right] = 0$$

Отсюда получаем полный интеграл системы. Из него можно выразить производную высоты поверхности по координате, как функцию от высоты поверхности.

$$(h')^2 = Pol(h) = 3\left(1 + \frac{2}{Q^2}A_1 h + \frac{2}{Q^2}A_2 h^2 - \frac{gh^3}{Q^2}\right) \tag{2}$$

Кубический полином $Pol(h)$ имеет три корня. Если корни действительные $h_0 < h_1 < h_2$, то уравнение имеет следующий вид

$$h' = \pm\sqrt{Pol(h)},\ \ Pol(h) = 3\left(1 - \frac{h}{h_0}\right)\left(1 - \frac{h}{h_1}\right)\left(1 - \frac{h}{h_2}\right) \tag{3}$$

и определяет периодические волны, где h_1, h_2 - минимальная и максимальная высоты волны соответственно. В случае совпадения корней $h_0 = h_1$, мы получаем решения в виде уединенной волны (солитона). Корни h_1 и h_2 соответствуют низшей и высшей точкам волны. Расход выражается через из уравнений (2) и (3) путем приравнивания коэффициентов в полиноме при третьей степени таким образом: $Q^2 = gh_0h_1h_2 < gh_1h_2(h_1 + h_2)/2$. Он точно меньше, чем расход в гидравлическом прыжке, который должен получаться, исходя из фундаментальных законов сохранения. Поэтому система уравнений (1) не применима для описания гидравлического прыжка. Его можно

попытаться описать, дополнив уравнение силой f. Данная сила имеет физический смысл вихревых сопротивлений на свободной границе гидравлического прыжка и на дне.

$$Q = hu, \quad hu\frac{du}{dx} = -\frac{dP}{dx} - f, \quad P = \frac{gh^2}{2} + \frac{\ddot{h}h^2}{3} \tag{4}$$

Такой же подход применен в работе Гаврилюка [12], в которой сила берется пропорциональной квадрату скорости. В этом случае уже проинтегрировать аналитически систему уравнений не удается, и она исследуется только численно. Мы же подберем силу, задав ее потенциал G так, чтобы сила не меняла полный импульс в системе, то есть должны выполняться законы сохранения. Покажем, что сила, определяемая по формуле

$$f = -\frac{dG}{dx}, \quad G = \frac{Q^2}{h_1 h_2}\left(h^2\left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right) - \frac{h^3}{h_1 h_2}\right) - \frac{gh^2}{2} \tag{5}$$

с расходом $Q^2 = gh_1h_2(h_1 + h_2)/2$ не меняет импульс системы.

Аналогичным образом можем получить производную высоты в новой системе уравнений.

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = 3\left(1 - \frac{h}{h_2}\right)^2\left(1 - \frac{h}{h_1}\right)^2 \tag{6}$$

Таким образом, мы можем описывать профиль гидравлического прыжка (Рис. 2) зная соотношения высот на бесконечностях. А само соотношение высот хорошо предсказывается, исходя из соотношения Беланджера [13-14].

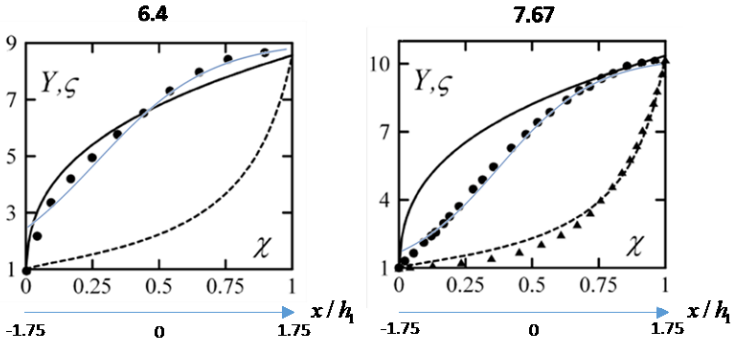


Рис. 2. Сравнение профиля прыжка с экспериментом и другой современной аналитической моделью с разными начальными числами Фруда (слева 6.4 и 7.67 справа). Черные точки – эксперимент [15], черная линия – аналитическая модель [15], черные треугольники – эксперимент (отделены точки безвихревой зоны) [15], черная пунктирная линия – аналитическая модель [15], синяя линия – наша модель.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22-21-00833

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hager W. H.* Critical flow condition in open channel hydraulics // Acta Mechanica, 1985, V. 54(3), p.157–179.

2. *Belanger J. B.* Essai sur la solution numerique de quelques problemes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes; [Essay on the numerical solution of some problems relative to steady flow of water] par m. J.-B. Belanger.. chez Carilian-Goeury, libraire, des corps royaux des ponts et chaussees et des mines, 1828. (in French)
3. *Rayleigh Lord* I914. On the Theory o f Long Waves and Bore. Proc. Roy. Soc. A, 90, 324; Papers, 6, 250. Cambridge University Press.
4. *Hager W.H., & Hutter K.* Approximate treatment of the plane hydraulic jump with separation approximate treatment of the plane hydraulic jump with separation zone above the flow zonezone above the flow zone // Journal of Hydraulic Research, 1983, V. 21(3), p. 195–204.
5. *Schröder R.* Ein Beitrag zur Frage der Energieumwandlung und Turbulenz diskontinuierlicher Wasserströmungen mit freier Oberfläche (A contribution to the question of energy dissipation and the turbulence of discontinuous water flow) 1957. (Doctoral dissertation, Ph. D. dissertation, Institute of Hydraulic Engineering and Water Resources Management, Technische Universität Berlin, Berlin (in German)).
6. *Schröder R.* (1963). Die turbulente Strömung im freien Wechselsprung. [in German]
7. *Murzyn, F., & Chanson, H.* Free surface, bubbly flow and turbulence measurements in hydraulic jumps, 2007.
8. *Wóycicki, Kazimierz*. Wassersprung, Deckwalze und Ausfluss unter einer Schütze. Diss. ETH Zurich, 1931. (in German)
9. *Benjamin T. B., & Lighthill M. J.* On cnoidal waves and bores. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. // Mathematical and Physical Sciences, 1954, V. 224(1159), p. 448–460.
10. *Petrov A.G.* Integrating the Long Wave equations in Kulikovskii–Drozdova Form // Dokl. Ross. Akad. Nauk, 2000. V.373, p.762–766.
11. *Petrov A.G.* Integration of the Boussinesq Equations for Steady Channel and Jet Flows // Fluid Dynamics, 2007, Vol. 42, No. 6, pp. 966–977.
12. *Richard, G. L., & Gavrilyuk, S. L.* The classical hydraulic jump in a model of shear shallow-water flows // Journal of Fluid Mechanics, 2013, V.725, p. 492–521.
13. *Агроскин И.И.* Гидравлика.М.-Л. 1964, 352 с. (in Russian)
14. *Khatsuria Rajnikant M.* Hydraulics of spillways and energy dissipators. CRC Press, 2004.
15. *Castro-Orgaz O., Hager W. H.* Classical hydraulic jump: Basic flow features // Journal of Hydraulic Research, 2009, V. 47(6), p.744–754.

Сухов Артем Дмитриевич, sukhov.ad@phystech.edu
Петров Александр Георгиевич, petrovipmech@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

КВАНТОВАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В ТЕРМИНАХ ТЕОРИИ МНОГИХ ТЕЛ

С.В. Талалов
Тольяттинский государственный университет, Тольятти
svt_19@mail.ru

В докладе рассматривается квантовое взаимодействие вихревых петель с внутренней структурой. Такая система рассматривается как модель квантовой

турбулентности в среде без диссипации. Вихревые петли – замкнутые кривые $\boldsymbol{r}(\tau,\xi)$, эволюционирующие в пространстве в соответствии с уравнением:

$$\partial_t \boldsymbol{r}(t,s) = A\partial_s \boldsymbol{r}(t,s) \times \partial_s^2 \boldsymbol{r}(t,s) + B\left(\partial_s^3 \boldsymbol{r}(t,s) + \frac{3}{2}|\partial_s^2 \boldsymbol{r}(t,s)|^2 \partial_s \boldsymbol{r}(t,s)\right)$$

Второе слагаемое, добавленное к стандартному уравнению локальной индукции, описывает, как известно (см., например, [1]), поток внутри ядра вихря. Доклад основан на работах автора [2,3], в которых показана применимость теории многих тел к описанию взаимодействия петель, включая их распад, соединение и пересоединение. Новый подход к квантованию отдельно взятого возмущенного вихревого кольца был предложен ранее в работах автора [4,5]. В данных работах был также сделан обзор литературы по данным вопросам, который здесь, вследствие малого объема статьи, приводиться не будет.

В простейшем случае, когда мы рассматриваем только вихревые кольца с переменным, вообще говоря, радиусом, динамика кольца определяется переменными $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{q}$, ϖ и χ. Где $\boldsymbol{p}$ – гидродинамический импульс, связанный с вихрем, $\boldsymbol{q}$ – координаты центра кольца, а переменные ϖ и χ – осцилляторные переменные, такие, что радиус кольца $R^2 = R_0^2(\varpi^2 + \chi^2)$. Величина R_0 определяет некий масштаб длин в теории, а величина $\arctan(\chi/\varpi)$ определяет поток внутри ядра вихря.

В квантовом варианте единичный вихрь описывается состоянием в гильбертовом пространстве $\boldsymbol{H}_1 = \boldsymbol{H}_{p,q} \otimes \boldsymbol{H}_b$, где $\boldsymbol{H}_{p,q}$ – пространство свободной бесструктурной 3D частицы (например, $L^2(R_3)$, а $\boldsymbol{H}_b$ обозначает гильбертово пространство квантового гармонического осциллятора.

Данные переменные позволяют использовать инструменты квантовой теории многих тел для описания взаимодействия вихревых колец. Действительно, пусть

$$\boldsymbol{H}_N = \underbrace{\boldsymbol{H}_1 \otimes \ldots \otimes \boldsymbol{H}_1}_{},$$

пространство N невзаимодействующих вихрей. В этом случае любой вектор $|\Phi^N\rangle \in \boldsymbol{H}_N$ может быть представлен в виде $(N \geq 1)$

$$|\Phi^N\rangle = \sum_{n_1,\ldots,n_N} \int \ldots \int d\boldsymbol{p}_1 \ldots d\boldsymbol{p}_N f^N(\boldsymbol{p}_1,\ldots,\boldsymbol{p}_N) \times \varphi^N_{n_1,\ldots,n_N} |\boldsymbol{p}_1\rangle \ldots |\boldsymbol{p}_N\rangle |n_1\rangle \ldots |n_N\rangle,$$

где векторы $|\boldsymbol{p}_j\rangle$– собственные для операторов $\hat{\boldsymbol{p}}_j$. Фоковское пространство определяется стандартным образом:

$$\mathfrak{H} = \bigoplus_{N=0}^{\infty} \boldsymbol{H}_N, \quad \boldsymbol{H}_0 = |0_{pq}\rangle \otimes |0_b\rangle = \mathbb{C}$$

Полный гамильтониан системы взаимодействующих вихрей выбирается в виде

$$\hat{\boldsymbol{H}} = \hat{H}_0 + \hat{\boldsymbol{U}},$$

где $\boldsymbol{H}_0$ – свободный гамильтониан системы вихрей [2], а гамильтониан взаимодействия $\hat{\boldsymbol{U}}$ в общем случае имеет вид:

$$\hat{U} = \sum_{m,n=1}^{\infty} \varepsilon_{m,n} \hat{U}_{m\leftrightarrow n}.$$

Операторы $\widehat{U}_{m\leftrightarrow n}$ определяют процессы взаимодействия (распада, пересоединения) вихрей в потоке. Каждый такой оператор описывает переход из состояния с m вихревыми кольцами в состояние с n вихревыми кольцами и обратно, обозначено как $m \leftrightarrow n$.

В цитированных работах автора обсуждаются возможные варианты явного вида таких операторов.

Например, для оператора $\widehat{U}_{2\leftrightarrow 2}(n_1, n_2, n'_1, n'_2)$ может быть выбран такой вид:

$$\widehat{U}_{2\leftrightarrow 2}(n_1, n_2, n'_1, n'_2) = \\ = \delta_{n_1+n_2, n'_1+n'_2} \int \dots \int d\boldsymbol{p}_1 d\boldsymbol{p}_2 d\boldsymbol{p}'_1 d\boldsymbol{p}'_2 \times \\ \times \delta(\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}'_1 - \boldsymbol{p}'_2)\, \hat{\mathbf{a}}^+(\boldsymbol{p}_1; n_1)\hat{\mathbf{a}}^+(\boldsymbol{p}_2; n_2)\hat{\mathbf{a}}(\boldsymbol{p}'_1; n'_1)\hat{\mathbf{a}}(\boldsymbol{p}'_2; n'_2).$$

Предложенный подход позволяет, в определенных случаях, вычислить статистическую сумму турбулентного потока:

$$\mathrm{Z} = \mathrm{Tr} exp\left(-\frac{\widehat{H}}{k_B T}\right)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л.*. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 2003.
2. *Talalov S.V.*. Towards quantum turbulence theory: A simple model with interaction of the vortex loops // Physical Review Fluids, 2023, V. 8, p.034607.
3. *Talalov S.V.* The turbulence development at its initial stage: A scenario based on the idea of vortices decay // Physics of Fluids, 2023, V. 35, p. 045132.
4. *Talalov S.V.* Small Oscillation of a Vortex Ring: Hamiltonian Formalism and Quantization // Eur. Journ. Mech B/Fluids, 2022, V. 92, p. 100–106.
5. *Talalov S.V*. Closed vortex filament in a cylindrical domain: Circulation quantization // Physics of Fluids, 2022, V.34, p. 041702-1 – 041702-4.

Талалов Сергей Владимирович, svt_19@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ ГРАДИЕНТНОЙ МОРФОЛОГИИ

Е.Н. Терентьев, П.Е. Алешин, Е.Д. Балабан, Д.Р. Романов, И.А. Шацков*
Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
*en.teren@physics.msu.ru

Методы Градиентной Морфологии (ГМ) основываются на Конечно-Мерной Теореме Отсчетов (КМТО). В работе приводятся реализации методов ГМ, кратко

рассматриваются модели векторных шаблонов искомых объектов и необходимость отфильтровывания одиночных точек в изображении.

БАЗИС ФУРЬЕ, КМТО

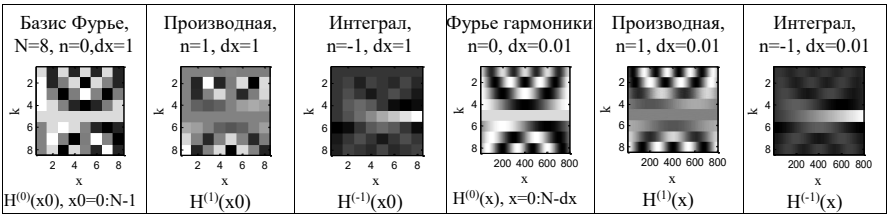


Рис. 1. Пример базиса Фурье с операциями дифференцирования и интегрирования в дискретном dx=1 и с интерполяцией – в "непрерывном" dx=0.01 случаях

1D КМТО [3-6] – Дано: строка отсчетов D=f(x0) и две матрицы (Базис Фурье) $H=H^{(0)}(x0)$ и (Фурье гармоники) $H^{(n)}(x)$, тогда при n=0 "непрерывная" функция $f^{(n)}(x)=(H\,D')'\,H^{(n)}(x)$, dx<1 проходит через точки отсчетов $D=f(x0)=f^{(0)}(x0)$.

Операции математического анализа и теории поля сводятся к операциям над Фурье гармониками $H^{(n)}(x)$: при n>0 в $f^{(n)}(x)$ реализуем дифференцирование n-го порядка и при n<0–интегрирование n-го порядка от массива чисел D, заметим, n может быть не целым.

ОБЩАЯ СХЕМА МЕТОДА

КМТО позволяет вычислять частные производные от массивов чисел, в частности вычислять градиентное поле B=grad P от изображения P – светлое кольцо на темном фоне, см. Рис. 1 слева.

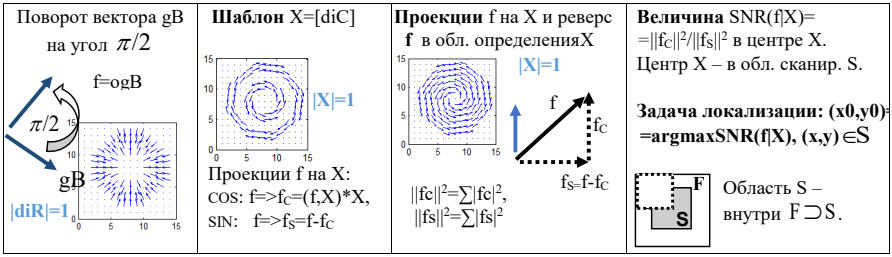


Рис. 2. Операции над векторными полями, шаблоны, проекции, функция SNR и постановка задачи локализации (шаблона X) объекта.

ГМ В ДИСКРЕТНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

В этом разделе рассмотрим красивую учебную задачу оценивания положения оси 3D вихря без применения шаблонов. Реальные 2-3D задачи намного сложнее: в области "глаза вихря", где SNR~0/0. Шаблоны в SNR(f|X) нужны для уходя от неопределенностей и упрощения задач. В данном разделе векторное поле P={Px,Py,Pz} три 3D массива чисел.

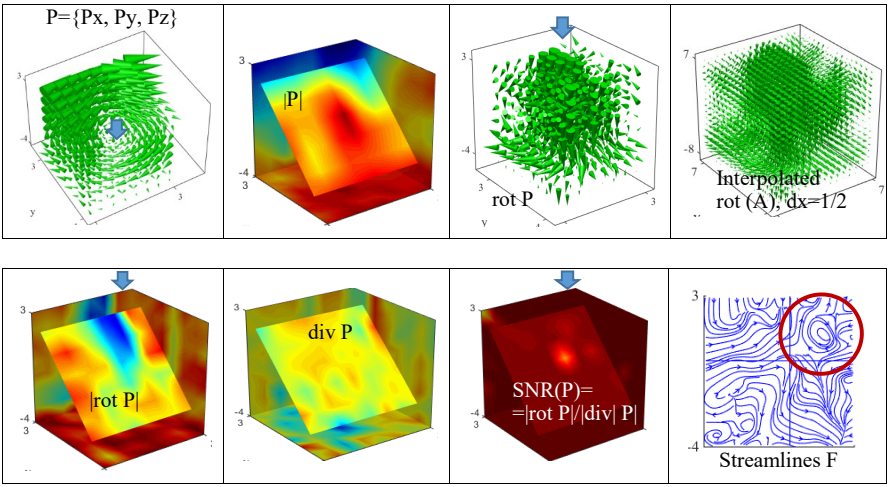


Рис 3. Ось вращения хорошего-безглазого вихря выявляется с помощью отношения Сигнал/Шум из (x0,y0,z0)=argmaxSNR(P), SNR(P)=|rot P|/|div P|.

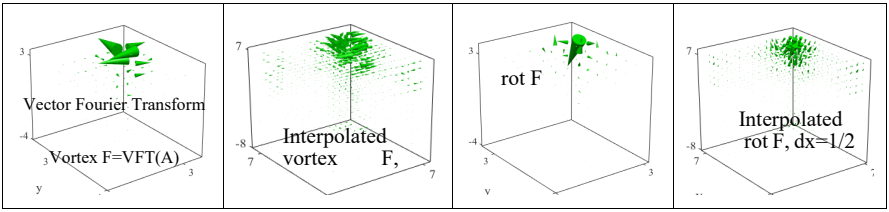


Рис. 4. Оказывается вихрь остается вихрем и в низкочастотной области.

ОЦЕНИВАНИЕ ПОЖАРОВ С ДЫМОВЫМИ ШЛЕЙФАМИ

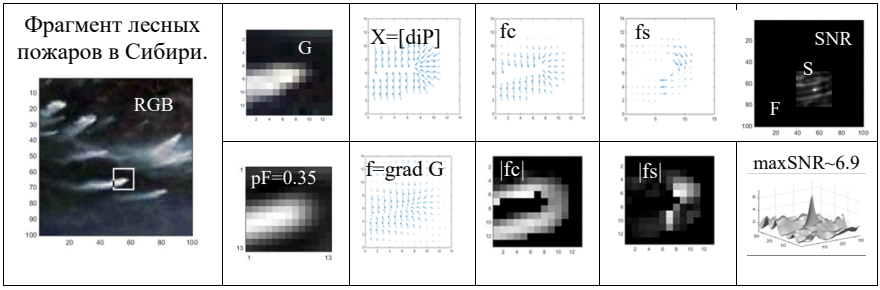


Рис. 5. Пример оценивания пожара с дымовым шлейфом в Сибири, pF=0.35.

Для оценивания фронтальных и очаговых пожаров применяются другие шаблоны.

ПРИМЕР, КОГДА ДЛЯ ОБЪЕКТА НЕ ОЧЕВИДЕН ВЫБОР ШАБЛОНА

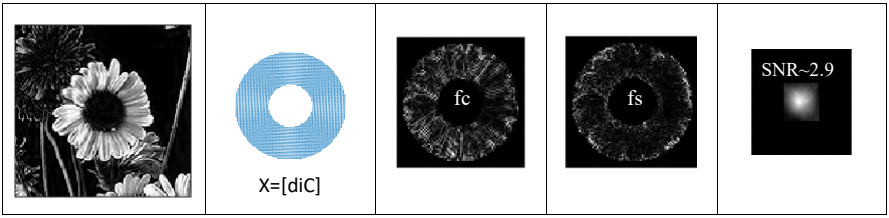


Рис. 6. Для Ромашки этот шаблон X можно уточнить: к X добавить X=[diR].

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ КИЛЬВАТЕРНЫХ СЛЕДОВ КОРАБЛЕЙ

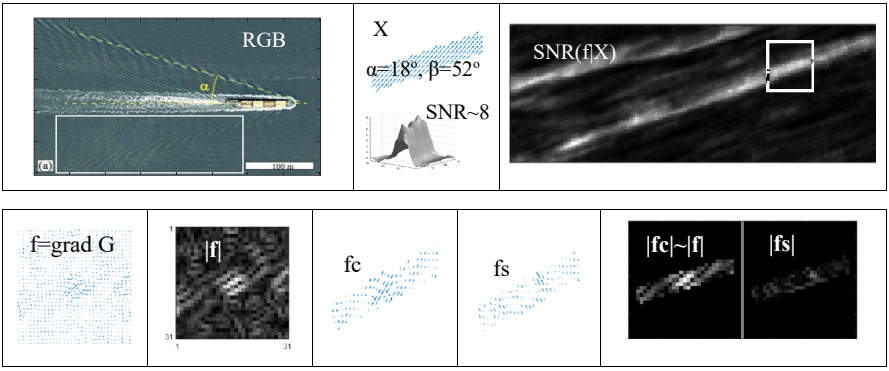


Рис. 7. Левые кильватерные следы оцениваются аналогично.

ОБСУЖДЕНИЕ

Методы градиентной морфологии превосходят на порядок по точности локализации, например, обычные морфологические и корреляционные методы [1]. Для успешной работы методов ГМ требуется настройка (параметров) шаблонов и для фильтрация одиночных точек в исходных изображениях подбор параметр pF>0.

ВЫВОДЫ

Методы ГМ найдут широкие применения в решении задач геофизики, волновой физики, в электродинамике, астрофизике и т.п.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пытьев Ю. П., Чуличков А.И.*, Методы морфологического анализа изображений: учеб. Пособие. М. ФИЗМАТЛИТ, 2010. 336 с.
2. *Терентьев Е.Н.*, https://orcid.org/0000-0003-1024-2575
3. *E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova, I.D. Kuznetsov, N.E. Shilin-Terentyev*, Localization of the Vortices and Road Sings in Images, https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11533-3_30
4. *E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova* Problems of accurate localization objects in imagers, AIP Conference Proceedings 2171, 110009 https://doi.org/10.1063/1.5133243
5. *E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova* Applications of finite dimensional sampling theories, AIP Conference Proceedings 2195, 020019; https://doi.org/10.1063/1.5140119

Терентьев Евгений Николаевич, en.teren@physics.msu.ru
Алешин Павел Евгеньевич, ppaw1@yandex.ru
Балабан Егор Дмитриевич, egor.balabab3@mail.ru
Романов Даниил Романович, r0manych2003@yandex.ru
Шацков Иван Александрович, maxvps@yandex.ru

—— ♦♦♦ ——

СТРУКТУРЫ ОБЪЕКТОВ ЦИВИЛИЗАЦИЙ 2-ГО И 3-ГО ТИПОВ

Е.Н. Терентьев[1], Ф.В. Шугаев[1], N.E. Shilin-Terentyev[2]*
[1]Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
[2]EPAM Systems Moscow
[*]en.teren@physics.msu.ru

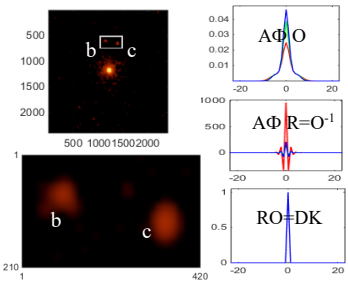
Мы выявили-разрешили в Proxima Centauri [2] почти квадратный объект с выступом, это совсем не похоже на экзопланету. Аналогичные проблемы возникли при анализе данных в большой короне звезды Beta Ceti, в галактике GLASS-z13, полученные данные логично связать с объектами Цивилизациями 2 и 3 типа по Кардашеву Н.С. [4].

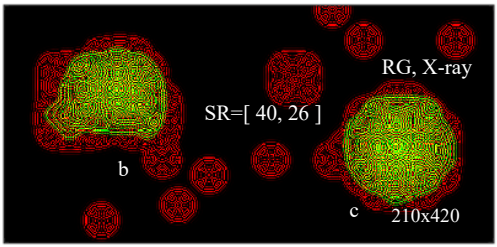
МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИКРОСКОП

Основная Задача ММ (ОЗММ): Дано: дискретное изображение высокой точности Y|A и множество дискретных обратимых Диаграмм Направленностей (ДН) или Аппаратных Функций (АФ) {O}. Требуется найти решение множества систем уравнений Y|A={O} X. Заметим, что мы не знаем ДН или АФ $A=\{A_R, A_G, A_B\}$, а параметрическое множество дискретных обратимых АФ {O} есть наше представление о том, как устроена неизвестная дискретная АФ A в данных дискретных измерений Y|A. Решение Y|A={O}X удается найти в следующем Фундаментальном Физическом Предположении (ФФП): **если** при некотором АФ $\underline{O}\epsilon\{O\}$ в $X=\underline{O}^{-1}$ Y|A выявляются отдельные изолированные объекты-точки (звезды), **тогда** АФ $A=\underline{O}$. Решение ОЗММ состоит из трех частей: обратимая ДН $\underline{O}=\{O_R, O_G, O_B\}=A$, сверх разрешённое изображение X=R Y, $R=\underline{O}^{-1}$ и выявленных объектов-точек в результирующем сверх разрешённом изображении X.

ОБЪЕКТЫ ЦИВИЛИЗАЦИЙ В PROXIMA CENTAURI

У нас в планах не было поиска внеземных цивилизаций, просто захотели увидеть экзопланеты у ближайшей к нам звезды Proxima Centauri b, c, d.





Credit: PhysicalFacultyM.V.LomonosovMSU/E.N.Terentiev et al.

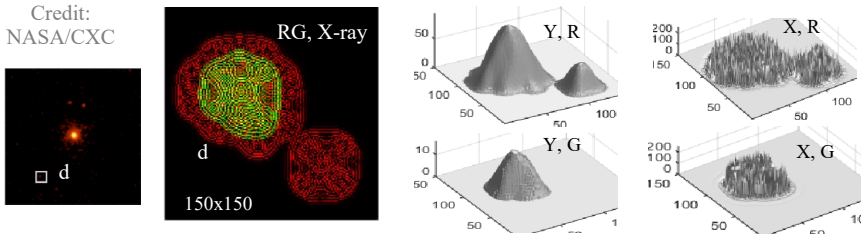


Рис. 1. Экзопланеты Proxima Centauri b, c, d “откладывают” Яйца Дайсона.

ОБЪЕКТЫ ЦИВИЛИЗАЦИИ В КОРОНЕ ЗВЕЗДЫ BETA CETI

В короне звезды Beta Ceti есть трудно интерпретируемые объекты типа “Клетки Дайсона” и “Сетка энерго-путей”, проходящая через звезду и вместе с “Клетками Дайсона” образующую “Малую Сферу Дайсона”, внутри которой находится звезда Beta Ceti.

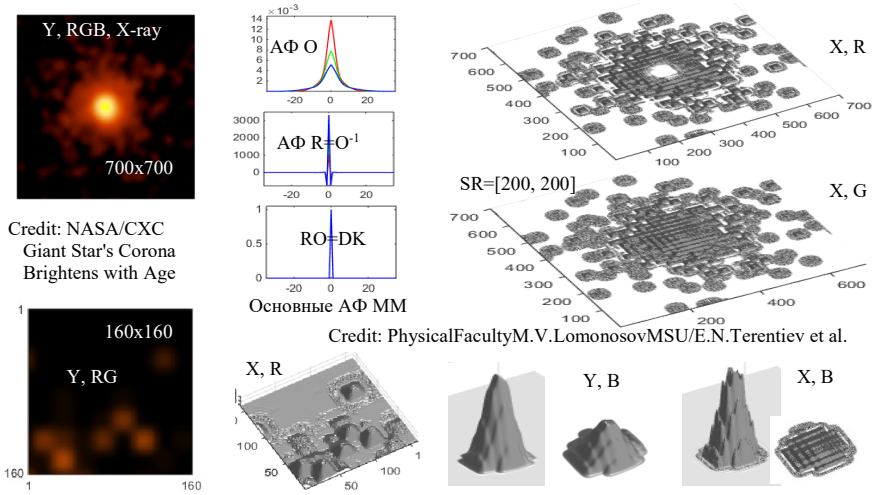


Рис. 2. В короне звезды Beta Ceti размножаются “Клетки Дайсона” путем увеличения ядер и делением их пополам с последующим делением увеличенной Клетки Дайсона.

ТИПОВЫЕ ОБЪЕКТЫ В PROXIMA CENTAURI И BETA CETI

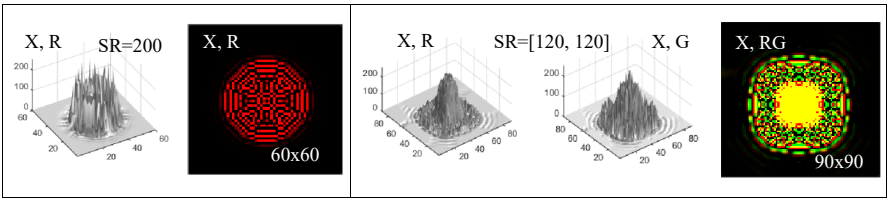


Рис. 3. Объекты "Яйца Дайсона" имеют одинаковый размер с Луну и у них изменяется внутренняя структура. Объекты "Клетки Дайсона" имеют одинаковый размер примерно с 1.5 Юпитера с устойчивыми ядрами в своих клетках.

ОБЪЕКТЫ ЦИВИЛИЗАЦИИ 3-ГО ТИПА В ГАЛАКТИКЕ GLASS-Z13

Галактика GLASS-z13 сформировалась через 300 миллионов лет после Большого взрыва. Диаметр галактики GLASS-z13 примерно 1600 световых лет, от нас она находится на расстоянии примерно в 33 миллиарда световых лет [5].

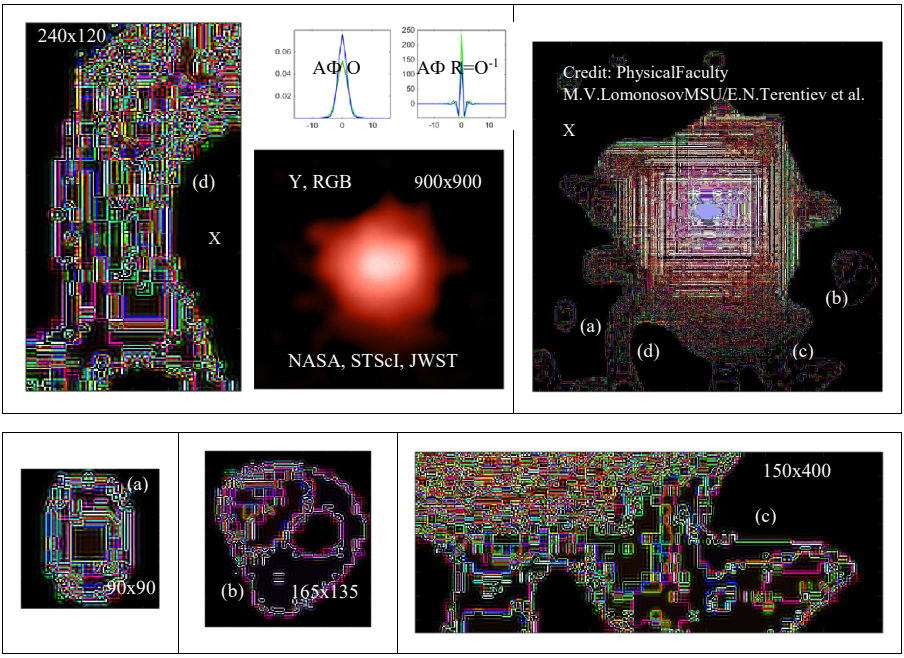


Рис. 4. Объекты Цивилизаций 3-го типа

Среди объектов Цивилизаций 3 -го типа мы пока не выделяем типовые объекты среди малых-точечных и не классифицируем большие объекты типа "Чемоданы с ручками и без" с характерными размерами от десятков до сотен световых лет. Это трудно интерпретируемые объекты, о возможном существовании которых предупреждал еще Кардашев Н.С. Для нас важен факт – такие объекты сейчас выявляются, существуют.

ОБСУЖДЕНИЕ

ММ позволил впервые рассмотреть объекты предположительно Цивилизаций 2-го и 3-го типов по Кардашеву Н.С. ММ работал по данным с Proxima Centauri - однобайтовой точностью и по данным с Beta Ceti - с двухбайтовой точностью. ММ реализовывал сверх разрешения SR с “обычным обращением” DK=R O [1].

ВЫВОДЫ

Требуется проверка, подтверждение полученных наших итогов другими независимыми исследователями, чтобы их превратить в научные результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Терентьев Е.Н.*, https://orcid.org/0000-0003-1024-2575
2. Photo Album :: Proxima Centauri :: 09 Nov 04 - Chandra
3. Chandra :: Photo Album :: Beta Ceti :: 30 Dec 04 (harvard.edu)
4. ru.wikipedia.org>Шкала Кардашева
5. NASA, STScI, JWST

Терентьев Евгений Николаевич, en.teren@physics.msu.ru
Шугаев Федор Васильевич, shugaev@phys.msu.ru
Terentyev Nikolay Evgenievich, nikolay.terentyev@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

АНАЛИЗ ОКРЕСТНОСТЕЙ ЧЕРНЫХ ДЫР И ПРОТОПЛАНЕТНЫХ ДИСКОВ

Е.Н. Терентьев[1], Ф.В. Шугаев[1], N.E. Shilin-Terentyev[2]*
[1]Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
[2]EPAM Systems Moscow
[*]en.teren@physics.msu.ru

Рассматривается применение метода Математический Микроскоп (ММ) при поточечном анализе (изображений с Телескопа Горизонта Событий (ТГС)) окружений двух Черных Дыр Powehi и ЧД в центре нашей галактики. ММ позволил выявить тонкие, точечные структуры в окрестностях ЧД и в протопланетном диске молодой звезды HL Tau

ЧЕРНАЯ ДЫРА В ЦЕНТРЕ ГАЛАКТИКИ M87

ЧД Powehi с массой 6,5 млрд Солнечных находится на расстоянии 55 млн световых лет от Земли в центре галактики M87. Изображение ЧД получено с ТГС [2,3].

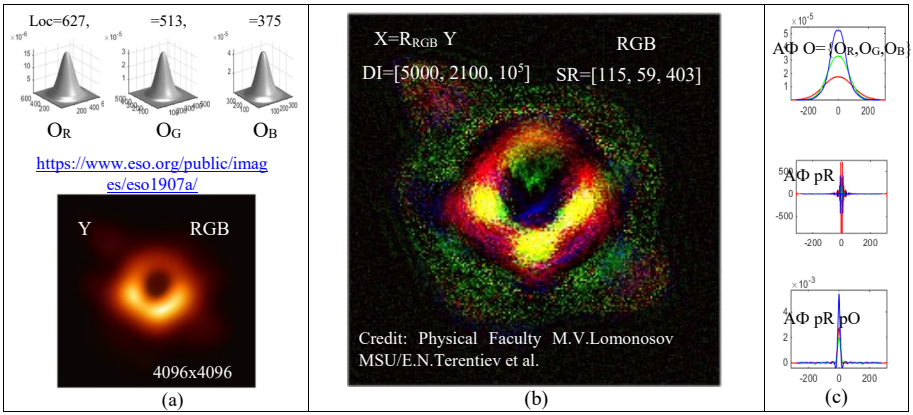


Рис. 1. (a) -Y - изображение ЧД с ТГС, X=R Y изображение звездной материи в окрестности ЧД, (c) – Аппаратные Функции ММ.

На Рис.2 ниже: (a) - jet плевок ЧД, (в) – звезды закручиваются в вихри при приближении к горизонту событий и разрываются в струи над ЧД – (c).

ЧД в центре нашей галактики в 2300 раз ближе к нам, угловые размеры те же.

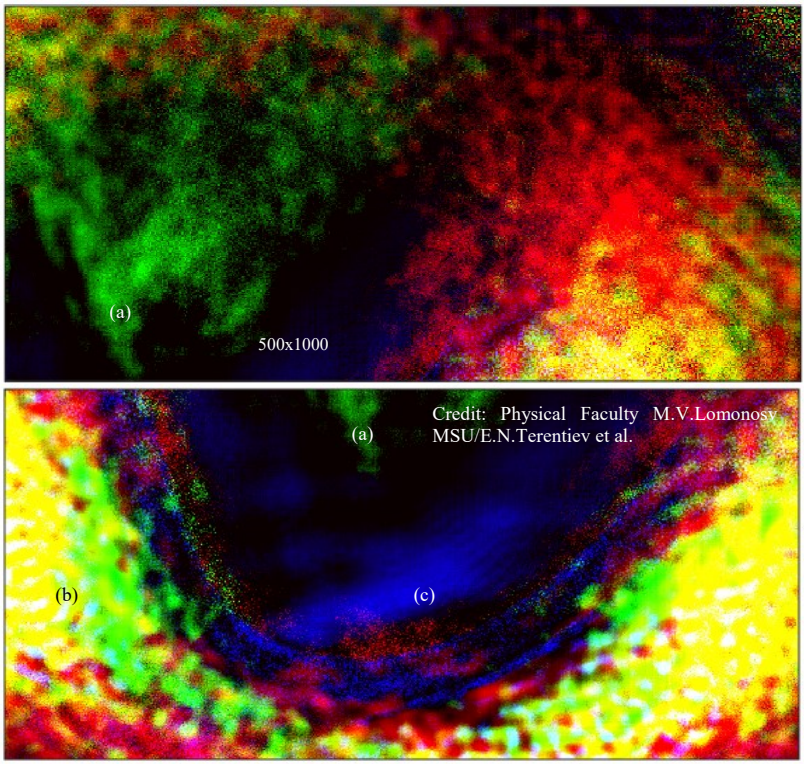


Рис.2. Анализ тонких структур около горизонта событий ЧД.

ЧЕРНАЯ ДЫРА В ЦЕНТРЕ НАШЕЙ ГАЛАКТИКИ

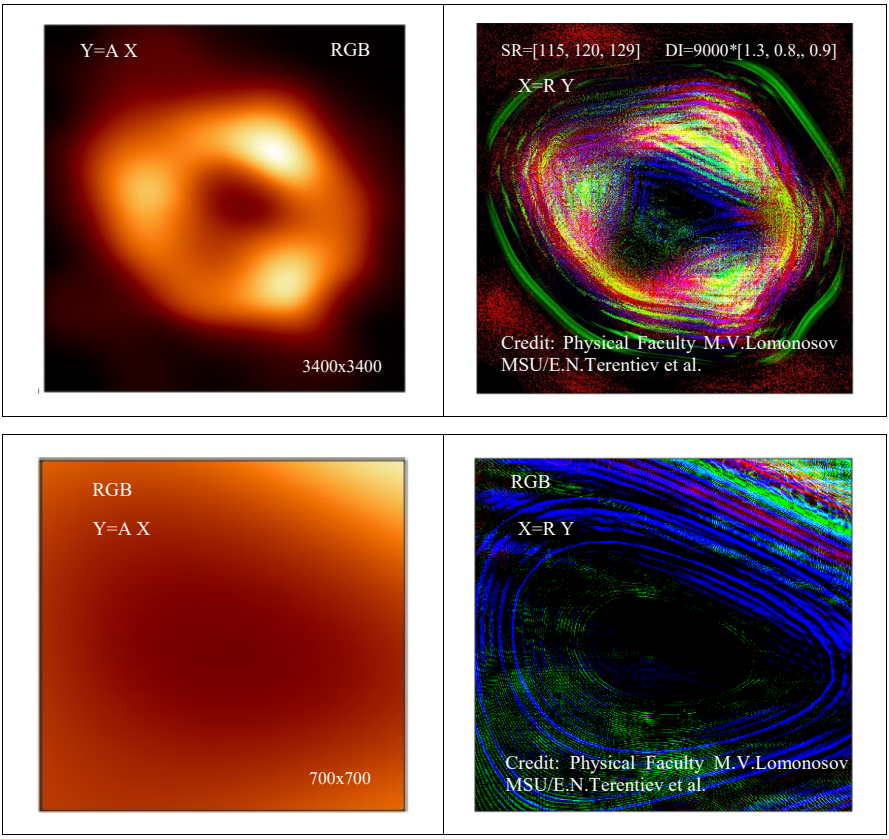


Рис.3. Выявлены следы движение (облака горячей плазмы) на периферии ЧД.

ПРОТОПЛАНЕТНЫЙ ДИСК МОЛОДОЙ ЗВЕЗДЫ HL TAU

Протопланетный диск — это вращающийся диск из плотного газа, пыли и, возможно, плазмы, окружающий недавно образовавшуюся звезду HL Tau [4].

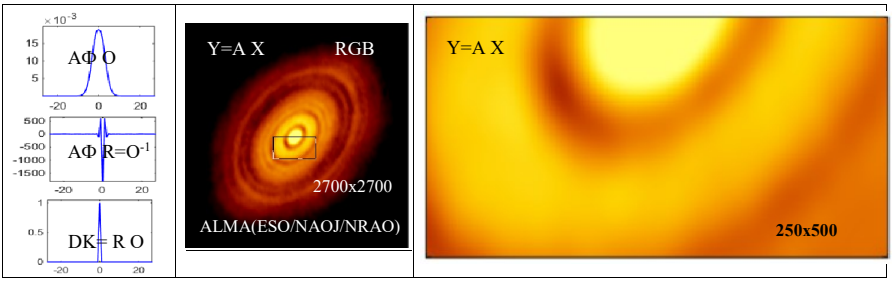


Рис.4. Изображение ALMA молодой звезды HL Tau и ее протопланетного диска.

Рис. 4 демонстрирует историю формирования планет показывает многочисленные кольца и промежутки, которые предвещают присутствие планет, очищающих свои орбиты от пыли и газа.

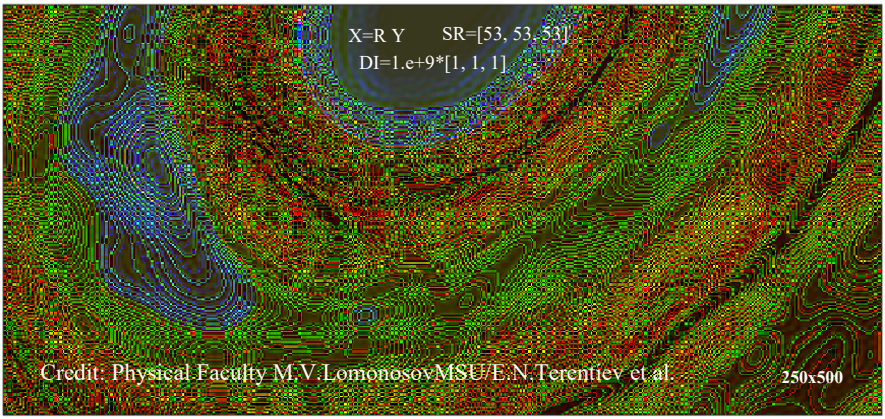


Рис. 5. X - SR изображение тонких структур протопланетного диска с выхода ММ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Терентьев Е.Н.*, https://orcid.org/0000-0003-1024-2575
2. The Event Horizon Telescope Collaboration, First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole, The Astrophysical Journal Letters, 875:L1 (17pp), 2019 April 10, https://[doi.org/10.3847/2041-8213/ab0ec7].
3. *Bouman Katherine L., Johnson Michael D., Zoran Daniel, Fish Vincent L., Doeleman Sheperd S., Freeman William T.* Computational Imaging for VLBI Image Reconstructionб 2016, p. 913–922. arXiv:1512.01413, , doi:10.1109/CVPR.2016.105,
4. ALMA (ESO / NAOJ / NRAO); *С. Броган, Б. Сакстон* (NRAO / AUI / NSF) NASA, STScI, JWST

Терентьев Евгений Николаевич, en.teren@physics.msu.ru
Шугаев Федор Васильевич, shugaev@phys.msu.ru
Terentyev Nikolay Evgenievich, nikolay.terentyev@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

КРИТЕРИЙ ДОПУСТИМОСТИ РЕШЕНИЙ В ВИДЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ВРИЗА-БЮРГЕРСА

А.М. Томашева[1], Г.В. Коломийцев, В.А. Шаргатов*
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва
[*]anastasiatomasheva@gmail.com

Рассматриваются разрывные решения обобщенного уравнения Хопфа, соответствующего упрощенной модели среды (на крупных масштабах):

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(v)}{\partial x} = 0. \tag{1}$$

Интегральная форма этого уравнения имеет вид

$$\oint \varphi(v)dt - vdx = 0. \tag{2}$$

Решение уравнения (2) представляет собой разрыв, распространяющийся со скоростью W (ударную волну)

$$v(x - Wt) = \begin{cases} v_l \text{ при } x - Wt < 0, \\ v_r \text{ при } x + Wt > 0, \end{cases} \; W = \frac{[\varphi(v)]}{[v]}, \tag{3}$$

где через v_r и v_l обозначены значения параметров v перед и за разрывом соответственно.

Разрывное решение уравнения Хопфа в узкой зоне ударного перехода является непрерывной функцией, если учитываются мелкомасштабные процессы. В этом случае решение описывается обобщенным уравнением Кортевега-де Вриза-Бюргерса (КдВБ)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(v)}{\partial x} = \mu * \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - m * \frac{\partial^3 v}{\partial x^3}, \qquad v = v(x,t), \tag{4}$$

где $\mu, m = \text{const} > 0$ — коэффициенты диссипации и дисперсии соответственно.

Для некоторых наборов значений W и v_r существуют решения уравнения КдВБ в виде бегущей волны, которые близки к кусочно-постоянному решению интегрального уравнения (3) вне узкой зоны ударного перехода. Такие решения уравнения КдВБ называются стационарными структурами разрывов.

После переобозначений

$$v \to u + v_r, t \to t\sqrt{m}, x \to x\sqrt{m}, \gamma = \frac{\sqrt{m}}{\mu}, \varphi(v) = f(v - u_r)$$

ставится задача на структуру разрывов (решение в виде бегущей волны):

$$\begin{gathered} u = u(\xi), \qquad \xi = x - Wt, \\ \frac{d^2u}{d\xi^2} - \frac{1}{\gamma}\frac{du}{d\xi} = Wu - f(u), \\ \lim_{\xi \to +\infty} u(\xi) = u_r \equiv 0. \end{gathered} \tag{4}$$

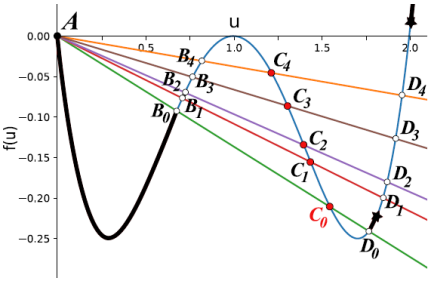


Рис. 1. f(u). Выделенные интервалы — множество устойчивых разрывов со структурой. C_0 – устойчивый особый разрыв.

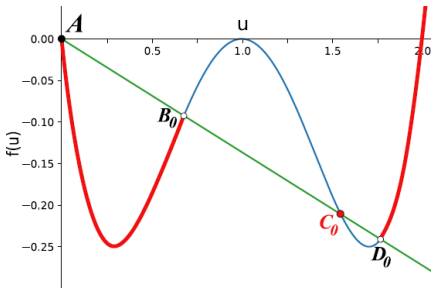


Рис. 2. f(u). Множество допустимых разрывов.

В случае наличия диссипации и дисперсии множество решений в виде бегущих волн со структурой состоит из классических и особых разрывов, для которых нарушается условие Лакса. Аналог задачи Римана о распаде разрыва для уравнения Хопфа может иметь неединственное решение, если все разрывы со структурой признать допустимыми.

Для признания разрывов в решении гиперболической модели допустимыми необходимо наличие у них структуры [1]. Кроме того, разрывы не должны обладать «распадной» неустойчивостью. Устойчивость разрывов исследуется методом функции Эванса.

В случае, когда функция потока $f(u)$ имеет две точки перегиба (рис. 1), множество устойчивых разрывов со структурой состоит из особого разрыва C_0, обладающего наименьшей скоростью, классических разрывов со скоростью и параметром u_l за разрывом меньше, чем у особого (A – B_0), и некоторого множества классических разрывов со скоростями и параметром за разрывом больше, чем у упомянутого особого разрыва (за D_0) [2, 3]. На графике множество таких разрывов обозначено черной жирной линией.

Множество допустимых разрывов (рис. 2) включает в себя также разрывы, которые представляют собой пульсирующие с определенным периодом структуры, не распадающиеся на последовательность волн.

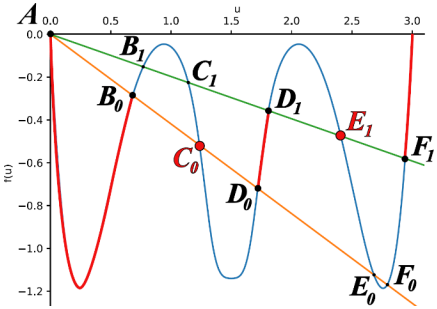


Рис. 3. f(u) с четырьмя точками перегиба. Множество допустимых разрывов.

Для функции потока с четырьмя точками перегиба (рис. 3) показано, что множество допустимых разрывов качественно строится тем же образом, что и для функции с двумя точками перегиба. Сформулирован общий критерий, позволяющий выделить допустимые разрывы при известных скоростях устойчивых особых разрывов. Таким образом, исчезает неединственность в решении аналога задачи Римана.

Исходя из полученных результатов, также сформулирована и доказана теорема, которая устанавливает зависимость монотонности структур особых разрывов от скорости W бегущей волны и значения параметра за разрывом u_l.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 20-11-20141.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Куликовский А.Г.* О возможном влиянии колебаний в структуре разрыва на множество допустимых разрывов // Докл. АН СССР. 1984. Т. 275, № 6. С. 268–303.

2. *Chugainova A.P., Il'Ichev A.T., Kulikovskii A.G., Shargatov V.A.* Problem of arbitrary discontinuity disintegration for the generalized Hopf equation: Selection conditions for a unique solution // IMA Journal of Applied Mathematics (Institute of Mathematics and Its Applications). 2017. V. 82, no. 3. P. 496–525.
3. *A.P. Chugainova, V.A. Shargatov, G.V. Kolomiytsev* On the Instability of Monotone Traveling-Wave Solutions for a Generalized Korteweg–de Vries–Burgers Equation // J. Russian Journal of Mathematical Physics. 2022. Vol. 29, no. 3. P. 342 – 357.

Томашева Анастасия Михайловна, anastasiatomasheva@gmail.com
Коломийцев Георгий Васильевич, kolomytsev@theor.mephi.ru
Шаргатов Владимир Анатольевич, VAShargatov@mephi.ru

—— ♦♦♦ ——

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СКОПЛЕНИЙ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

Д.А.Тукмаков
Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр РАН, Казань
tukmakovda@imm.knc.ru

Одной из развивающихся областей механики жидкости, газа и плазмы является динамика неоднородных сред [1–10], отличающаяся от классической гидродинамики [11].В ряде случаев возникает необходимость моделировать течения неоднородных сред, движущихся в электрическом поле [4–10,12]. В работе [4] сопоставляются результаты физического эксперимента и численные расчёты динамики электрически заряженной газовзвеси без учета взаимообратного влияния компонент смеси. Публикация [5] посвящена усовершенствованию технологии электрических фильтров, очищающих газовые выбросы промышленных предприятий от дисперсных примесей. Из рассмотренных работ следует, что в различных исследованиях динамики электрически заряженных неоднородных сред изучаются совокупность как электрофизических, так и гидродинамических процессов. Для совершенствованиях технологий и устройств, работающих с электрически заряженными газовзвесями, необходимо выявление закономерностей динамики таких сред в электрических и аэродинамических полях. В данной работе для массовых и поверхностных плотностей заряда дисперсной компоненты рассматривается влияние плотности материла частиц на интенсивность скоростного скольжения компонент смеси. Математическая модель учитывала взаимодействие компонент смеси в процессе распространения ударной волны малой интенсивности на электрически заряженную газовзвесь. В работе предполагалось, что электрическое поле формировалось заряженными дисперсными частицами.

Для описания динамики электрически заряженной газовзвеси применялась математическая модель, реализующая континуальный подход моделирования в которой учитывается влияние компонент гетерогенной среды друг на друга [1,2,6-10]. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье-Стокса [11,13] для вязкого, сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [6-10]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\left(\rho \mathbf{V}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \rho V^k}{\partial t} + \nabla^i \left(\rho V^k V^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik} \right) = -F_k + \alpha \nabla^k p \qquad (1)$$

$$\frac{\partial (e)}{\partial t} + \nabla^i \left(V^i \left(e + p - \tau_{ii} \right) - V^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i T \right) = -Q - |F_k| \left(V^k - V_1^k \right) + \alpha \nabla^k \left(p V^k \right)$$

Тензоры вязких напряжений записываются следующим образом:

$$\tau_{11} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right),\ \tau_{22} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),\ \tau_{12} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right),\ D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Динамика дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности, уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения энергии, записанными с учетом взаимодействия компонент смеси:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \left(\rho_1 \mathbf{V}_1 \right) = 0$$

$$\frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i \left(\rho_1 V_1^i V_1^k \right) = F_k + F_{Ck} - \alpha \nabla^k p \qquad (2)$$

$$\frac{\partial (e_1)}{\partial t} + \nabla^k \left(e_1 V_1^k \right) = Q$$

Здесь p, ρ, u, v –давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x и y соответственно; T ,e –температура и полная энергия газа; ρ_1,T_1,e_1,u_1,v_1 – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы в направлении осей x, y. Температура несущей среды находится из уравнения $T=(\gamma-1)(e/\rho-0.5(u^2+v^2)/R$, где R- газовая постоянная несущей фазы, μ –вязкость газа, λ– теплопроводность газа, γ–постоянная адиабаты. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_1=\rho_1 C_p T_1$, где C_p – удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы, средняя плотность дисперсной фазы вычисляется из выражения $\rho_1=\alpha\rho_{10}$, где α –объёмное содержание дисперсной фазы являющееся функцией временной и пространственных переменных, ρ_{10} – физическая плотность материала дисперсной компоненты смеси остающаяся постоянной величиной, F_k – пространственные составляющие силы аэродинамического сопротивления, F_{Ck} –пространственные составляющие силы Кулона, воздействующей на частицы. Q– поток тепла между компонентами смеси. Потенциал электрического поля в расчетной области определяется из решения уравнения Пуассона. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газовзвеси (массовая или поверхностная), отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [12]:

$$div\boldsymbol{E} = \frac{\rho_E}{\varepsilon\varepsilon_0},\ \boldsymbol{E} = -\bar{\nabla}\varphi,\ \Delta^2\varphi = -\frac{\rho_E}{\varepsilon\varepsilon_0},\ \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}\ \Phi / м. \qquad (3)$$

$$\rho_E = \alpha\rho_{10} \cdot q_m,\ \rho_E = S \cdot q_S = \frac{\alpha}{3r} \cdot q_S,\ F_{Cx} = -\rho_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x},\ F_{Cy} = -\rho_1 \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

Здесь ρ_E – плотность заряда, q_i – удельный заряд единицы массы (m) или площади (s) твердой фракции, φ – потенциал электрического поля, ε=1– относительная диэлектрическая проницаемость воздуха, ε_0 – абсолютная диэлектрическая проницаемость воздуха. Система уравнений (1)-(2) интегрировалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка точности [13]. Для подавления численных осцилляций применялась схема нелинейной коррекции сеточной функции [14,15].

Система уравнений дополнялась соответствующими начальными и граничными условиями. При расчёте течений двухфазной смеси для составляющих скорости несущей среды и дисперсной компоненты задавались однородные граничные условия Дирихле, на всех поверхностях. Для остальных динамических функций смеси на боковых поверхностях канала задавались однородные граничные условия Неймана, согласно методике конечно-разностного моделирования динамики сжимаемого теплопроводного газа [13] и методике моделирования динамики, взвешенной в сжимаемом топливопроводном газе, дисперсной компоненты с изменяющейся «средней плотностью» и энергией [2,3].

Уравнение Пуассона [12,16], описывающее потенциал электрического поля (3), решалось методом конечных разностей с помощью итерационной схемы метода установления [16] на сгенерированной для газодинамических расчётов сетке, с целью учесть влияние силы Кулона при решении уравнений динамики двухфазной среды, а также учесть распределение «средней плотности» дисперсной фазы в узлах разбиения физической области при решении уравнения Пуассона.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 23-21-00363 «Моделирование процесса осаждения капель двухфазной газокапельной среды».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. Москва: Наука. 1978. С.464.
2. *Кутушев А. Г.* Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра. 2003. С. 284.
3. *Федоров А. В., Фомин В.М., Хмель Т.А.* Волновые процессы в газовзвесях частиц металлов. Новосибирск. 2015. С 301.
4. *Tadaa Y. , Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y.* Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field// International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 93. P. 778-787.
5. *Чекалов Л.В., Гузаев В.А., Смирнов М.Е.* Повышение эффективности электрофильтров тепловых электростанций путём совершенствования осадительных электродов// Электрические станции. 2021. № 7. С. 48–54.
6. *Тукмаков Д. А., Ахунов А. А.* Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на распространение ударной волны из чистого газа в запылённую среду// Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2020. № 3. С. 183–192.
7. *Тукмаков А. Л., Тукмаков Д. А.* Численное исследование влияния параметров дисперсных частиц на осаждение твердой фазы электрически заряженной полидисперсной газовзвеси // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика.Механика. Информатика. 2022. № 1. С. 90–102.
8. *Тукмаков Д. А.* Сопоставление математических моделей динамики электрически заряженных газовзвесей для различных концентраций дисперсной компоненты // Прикладная информатика. 2022. № 1. С. 39–54.
9. *Тукмаков Д.А.* Сопоставление численных моделей динамики электрически заряженных газовзвесей с массовой и поверхностной плотностями зарядов для различных дисперсностей частиц// Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2022. № 3. С. 43–56.
10. *Тукмаков Д.А., Тукмакова Н.А.* Численное исследование межкомпонентного скоростного скольжения в электрически заряженной и нейтральной газовзвесях в

двухмерной нестационарной постановке с вязкой несущей средой//Физическое образование в ВУЗах. 2023. Т.29. №1. С.123-134.
11. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. Москва: Издательство «Дрофа»,2003. 784 с.
12. *Сальянов Ф.А.* Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М., Наука, 1997. 240 с.
13. *Fletcher C. A.* Computation Techniques for Fluid Dynamics Springer-Verlang, Berlin et al., 1988. 504 p.
14. *Тукмаков А.Л.* Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе// Авиационная техника. 2006. № 4. С. 33–36.
15. *Музафаров И.Ф., Утюжников С.В.* Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа.// Математическое моделирование.1993. №3. С.74–83.
16. *Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И.* Вычислительные методы. Т.2, М.:Наука, 1977. 401 с.

Тукмаков Дмитрий Алексеевич, tukmakovda@imm.knc.ru

—— ♦♦♦ ——

О ПОТЕРЕ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЯ АНОМАЛЬНО ТЕРМОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ И ВОЗНИКНОВЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ

С.Ф. Урманчеев
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова
Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа
said52@mail.ru

Исследование гидродинамических эффектов, связанных с температурной аномалии вязкости, то есть немонотонного изменения вязкости в зависимости от температуры, обусловлено необходимостью установления закономерностей течения жидкостей, как органической, так и неорганической природы, обладающих достаточно разнообразным молекулярным строением. Кроме фундаментальных аспектов, интерес к данной проблеме связан с возможностями практического применения таких жидкостей для решения различных технологических задач. Например, на основе сополимеров акриламида [1] или водных растворов метилцеллюлозы [2] созданы потокоотклоняющие реагенты для нефтедобывающей отрасли.

В представленной работе рассмотрены условия возникновения автоколебательных режимов при течении жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры) в кольцевых каналах с заданными условиями теплообмена на стенках. Течение такого рода жидкостей при наличии градиентов температур, например, при втекании нагретой жидкости в охлаждаемый канал, сопровождается формированием вязкого барьера – локализованной области с вязкостью, соответствующей распределению температурного поля в канале. Некоторые особенности, касающиеся, динамики потока в плоском канале, включая изменение расхода жидкости в зависимости от времени, впервые были описаны в статье [3]. Было выяснено, что гидродинамические параметры потока в канале определяются не только перепадом давления, но и

интенсивностью теплообмена. Далее, по результатам численных исследований в работах [4] и [5] были обнаружены различные режимы ламинарного течения жидкостей с немонотонной зависимостью вязкости от температуры, определяемой гауссовой функцией, в плоском и кольцевом каналах, соответственно. В указанных работах критические условия теплообмена, при которых происходит скачкообразное изменение расхода жидкости.

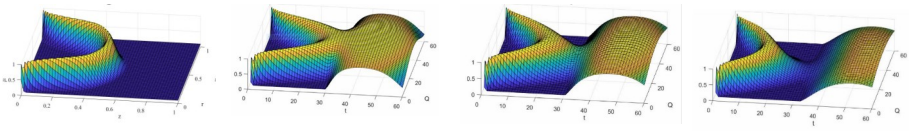
Среди обнаруженных режимов наибольший интерес вызвали режимы, с осцилляционным механизмом установления потока. Естественно, возник вопрос о возможности существования и условиях возникновения неустановившихся режимов течения аномально термовязкой жидкости при заданных стационарных условиях теплообмена и при фиксированном перепаде давления, в том числе и автоколебательных режимов. В этой связи, на основе анализа динамики вязкого барьера, проведённого на основе предыдущих исследований, была поставлена задача о течении аномально термовязкой жидкости в кольцевом канале с теплообменом, скачкообразно меняющимся вдоль стенок.

В настоящей работе математическая постановка задачи предусматривала решение обобщённых уравнений Навье-Стокса с переменной вязкостью, которая задавалась аналитически в виде Гауссовой функции. Жидкость принималась несжимаемой с постоянными коэффициентами теплоёмкости и теплопроводности. Уравнения движения решались численно методом контрольного объёма совместно с уравнением неразрывности и уравнением для внутренней энергии в форме притока тепла. Граничные условия предусматривали втекание жидкости с достаточно высокой температурой, в то время как на стенках задавались условия для охлаждения потока, соответственно, с более низкой температурой. При этом в первой части ставились условия первого рода, а во второй – третьего.

При описанной постановке задачи, втекание нагретой жидкости в результате контакта с холодной жидкостью, уже содержащуюся в канале, вызывает образование вязкого барьера. Было принято во внимание, [3], что при постановке граничных условий первого рода вязкий барьер непосредственно примыкает ко входному сечению канала, а протяжённость его в процессе установления, сначала возрастает, но впоследствии может эволюционировать в зависимости от соотношения расхода и интенсивности теплообмена. При граничных условиях третьего рода, или, так называемых условиях Ньютона-Рихмана, изолинии вязкого барьера пересекают стенки канала [4] и [5], что вызывает большее сопротивление потоку со стороны вязкого барьера, так как расход напрямую связан с силами трения, возникающими на стенках канала и во втором случае их величина значительно больше.

В ходе численного моделирования удалось установить, что дальнейшие процессы определяются периодическим изменением структуры высоковязкой зоны в канале. Вязкий барьер, первоначально образовавшийся в части канала с интенсивным теплообменом, перемещается вместе с потоком (рис. 1а). При этом в его внутренней области жидкость ещё достаточно горячая. Когда фронтальная поверхность вязкого барьера достигает отметки, где условия теплообмена резко снижаются, то, в результате возросшей роли теплообмена, создаются условия для образования высоковязкой зоны, которая охватывает значительную область второй части канала (рис. 1б). Этот факт, в свою очередь, приводит к резкому увеличению гидравлического сопротивления и, соответственно, уменьшению расхода. Затем теплообменные процессы инициируют восстанавливают первоначального состояния системы (рис. 1в). В завершение цикла происходит уменьшение температуры во второй части канала за счёт теплообмена, что приводит к снижению вязкости (рис. 1г) и восстановлению первоначального состояния вязкого барьера, близкого к тому, которое соответствовало начальным условиям задачи

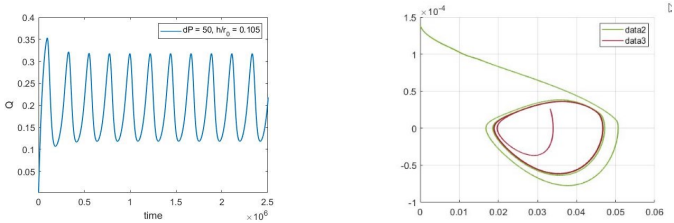
как на рис. 2а. После чего весь процесс повторяется, что и вызывает периодическое изменение расхода жидкости.



а) *б)* *в)* *г)*

Рис. 1. Эволюция вязкого барьера при течении аномально термовязкой жидкости в сечении кольцевого канала

На рис. 2 представлены графики, характеризующие динамику расхода жидкости при заданных параметрах поставленной задачи, это – незатухающие колебания (рис. 2а) и соответствующая им фазовая траектория (рис. 2б), которая, как и следовало ожидать, стремится к некоторой замкнутой кривой. Тот факт, что любая первоначально заданная точка на фазовой плоскости, независимо от того, находится она вовне или внутри кривой, стремится к ней, свидетельствует о том, что это – устойчивый предельный цикл.



а) *б)*

Рис. 2. Автоколебательный характер изменения расхода аномально термовязкой жидкости в сечении кольцевого канала

Итак, рассмотренная здесь задача со ступенчатым изменением интенсивности теплообмена дала возможность обнаружить принципиально новый характер эволюции высоковязкой зоны. В первой половине канала интенсивность теплообмена поддерживалась максимальной, при этом для температуры ставились граничные условия первого рода. Во второй половине канала ставились условия третьего рода при различных значениях числа Нуссельта. В результате исследований были обнаружены автоколебания, соответствующие изменению расхода жидкости. Характер осцилляций, судя по рис. 2а незначительно отличается гармонических, что свидетельствует об установлении нелинейных колебаний томсоновского типа [6]. Кроме того, было установлено, что область существования незатухающих колебаний определяется параметрами задачи, характеризующими перепад давления и отношение ширины канала к величине радиуса внутреннего цилиндра, а на границах указанной области замечены и слабо затухающие колебания расхода с весьма малым декрементом затухания. Таким образом, в пространстве указанных параметров мы можем выделить область, переход в которую приводит к потере устойчивости течения с постоянным расходом и вызывает периодическое изменение расхода с неизменной амплитудой.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 22-21-00915)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Thomas A., Sahuc B., Abirov Zh., Mazbayev Ye.* Polymer Flooding to Increase Oil Recovery at Light and Heavy Oil Fields // Oil and Gas Territory, 2017, No. 7–8, P. 58–67.
2. *Алтунина Л.К., Кувшинов В.А., Кувшинов И.В., Стасьева Л.А., Чертенков М.В., Андреев Д.В., Карманов А.Ю.* Увеличение нефтеотдачи пермо-карбоновой залежи высоковязкой нефти Усинского месторождения физико-химическими и комплексными технологиями (обзор) // Журнал СФУ. Химия. 2018. Т. 11. № 3. С. 462–476.
3. *Урманчеев С.Ф., Киреев В.Н.* Установившееся течение жидкости с температурной аномалией вязкости // Доклады академии наук, 2004, том 396, №2, с.204–207.
4. *Urmancheev S., Kireev V.* The Transient Flow of Liquid with Non-Monotonous Temperature Dependent Viscosity in a Plane Channel // AIP Conference Proceedings, 2017, vol. 1906, 200009. 4p. (American Institute of Physics)
5. *Киреев В.Н., Мухутдинова А.А., Урманчеев С.Ф.* О критических условиях теплообмена при течении жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры в кольцевом канале // Прикладная математика и механика, 2023, том 87, № 3, с. 369–378.
6. *Ланда П.С.* Нелинейные колебания и волны. М.: Наука. Физматлит, 1997. 496 с.

Урманчеев Саид Федорович, said52@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ ВБЛИЗИ РЕАКЦИОННОГО ФРОНТА В СИСТЕМЕ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ РАСТВОРОВ КИСЛОТЫ И ОСНОВАНИЯ

В. Ю. Уточкин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

vyutochkin@pstu.ru

Исследование взаимосвязи химических реакций и конвективного движения жидкости мотивируется двумя глобальными причинами. Первой причиной служит бурное развитие представлений о самоорганизации в сложных нелинейных системах, начавшееся в середине прошлого столетия. Технологические приложения обеспечивают вторую важную мотивацию. Локально воздействуя на концентрационные и температурные поля, реакция способна не только инициировать макроскопическое движение, но и осложнять его динамику более тонкими эффектами. Область применения данных эффектов включает технологические процессы хемосорбции при захвате CO_2 в почве, нефтедобычу и нефтепереработку, сепарацию руд. В качестве отдельной перспективной отрасли можно выделить химические микрореакторы проточного типа, где отыскание оптимального способа перемешивания реагирующих компонентов является ключевой проблемой.

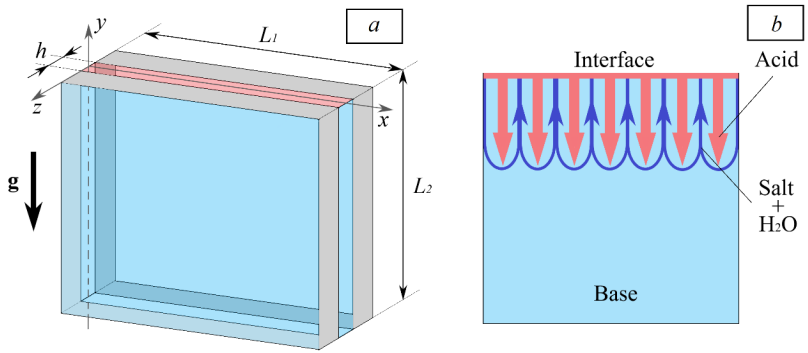


Рис. 1. Схематическое изображение ячейки Хеле-Шоу в координатах {x,y,z} (a), и конфигурации реагентов и продукта реакции в процессе эволюции течения (b)

Структурообразование вблизи реакционного фронта в двухслойной системе несмешивающихся растворов подробно изучались в работах [1, 2]. Найденные режимы неустойчивости были обусловлены формированием в среде плотностных потенциальных ям, проявляющих себя локально. Это подчеркивает, что реакция является локализованным механизмом преобразования плотности среды, что совершенно не свойственно, например, классической тепловой конвекции, возникающей под действием внешнего нагрева жидкости.

В настоящей работе исследуется хемоконвективное движение, вызванное протеканием реакции нейтрализации в вертикально-ориентированной ячейке Хеле-Шоу. В начальный момент времени полость заполнена однородным водным раствором щелочи, который находится в состоянии механического равновесия. На верхней границе ячейки задается фиксированное значение концентрации кислоты (рис. 1). Через некоторое время после приведения реагентов в контакт система приобретает неустойчивую стратификацию по плотности, что приводит к возбуждению макроскопического движения. Предлагаемая математическая модель данного явления включает в себя уравнения движения жидкости в приближениях Буссинеска и Хеле-Шоу, а также уравнения реакции – диффузии. В используемом подходе учитывается не только расход кислоты и основания, но и производство растворителя, что впервые позволило объяснить возникновение регулярной системы вихрей, ранее наблюдавшейся экспериментально.

Проведено формальное параметрическое исследование системы при изменении безразмерного параметра, отвечающего за интенсивность производства воды. Показано, что при некотором критическом значении параметра в системе наблюдается переход от стандартной неустойчивости Рэлея-Тейлора к упорядоченной хемоконвекции. Картина течения представляет собой единую систему пальчиковых структур, чьи кончики выровнены вдоль горизонтальной линии (рис. 2, a). Нижняя граница вихрей равномерно движется вниз. При этом вместо обычного огрубления структуры, наблюдается рост аспектного отношения вихрей, достигающего нескольких десятков. Изучена эволюция длины волны конвективной структуры, а также динамика ее нижней границы. Сложные перестройки фронта реакции, которые включают процессы рождения и слияния плюмов, иллюстрируются с помощью пространственно-временных диаграмм (рис. 2, b).

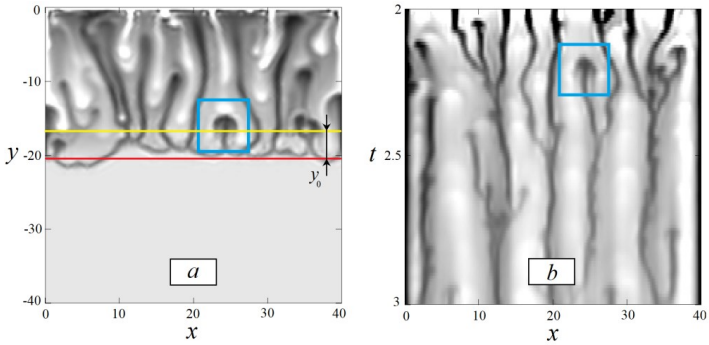


Рис. 2. Пространственное распределение плотности ρ(*x, y*) *в заданный момент времени* (*a*), *и пространственно-временная диаграмма* ρ(*x, t*) *для фиксированного на реакционном фронте значения вертикальной координаты* (*b*).

Отмечается, что волновое число вихревой структуры постепенно выходит к асимптотическому значению близкому к единице. Ведущую роль в сохранении квази-постоянного значения длины волны играет процесс вторичной неустойчивости реакционного фронта.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование финансово поддержано Российским Научным Фондом (грант № 19-11-00133).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bratsun D., Mizev A., Utochkin V., Nekrasov S., Shmyrova A.* Nonlinear development of convective patterns driven by a neutralization reaction in immiscible two-layer systems. // Phil. Trans. R. Soc. A, 2023. DOI: 10.1098/rsta.2022.0178
2. *Utochkin V., Bratsun D.* Spontaneous Ordering of Chemoconvective Fingering Near an Interface in a Reacting Solution. // Interfac. Phenom. Heat Transfer, 2022. DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2022046303

Уточкин Владимир Юрьевич, vladimir.utochkin.97@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАЗА В ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ С ПАРАБОЛИЧЕСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО РАДИУСУ

*С.А. Фадеев**, *Л.Р. Шайдуллин*
Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН, Казань
*fadeev@imm.knc.ru

Колебания газа в замкнутых объемах с неоднородным распределением температуры являются широко распространенным процессом в различных приложениях

и технических устройствах. Самовозбуждение колебаний в теплофизических системах, представляющее собой периодические по времени изменения гидродинамических и термодинамических параметров, является основой вибрационного горения [1-4]. Эффективность термоакустических устройств (тепловые двигатели, холодильники) зависит от амплитудных характеристик колебаний давления и скорости газа [5-7], поэтому необходимо дальнейшее проведение исследований колебаний газа при наличии температурного градиента.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Колебания газа в закрытой трубе описывались линеаризованной системой уравнений Навье-Стокса и уравнением энергии для стационарного температурного поля. Газ в трубе нагревается во всем объеме за счет объемной плотности теплового потока Q. Расчеты проводились в осесимметричной геометрии с параметрами трубы длиной L и радиусом R, указанными в [8] и амплитудой смещения поршня $l_0 = 0.01$ мм. На первом этапе решалось уравнение энергии с граничными условиями Дирихле на боковой стенке и Неймана на поршне и закрытом конце трубы для нахождения фоновой температуры в трубе. На втором этапе решаются уравнения Навье-Стокса с прилипающими и изотермическими граничными условиями на боковой стенке и закрытом конце трубы. На поршне задается граничное условие для осевой компоненты скорости ωl_0, где ω – циклическая частота колебаний газа.

Показано, что наличие объемной плотности теплового потока в трубе приводит к интенсификации колебаний. При возбуждении колебаний газа в трубе с неоднородным распределением температуры по радиусу профиль стоячей волны зависит от профиля температуры [9]. В связи с искривлением фазовых плоскостей скорость продольных колебаний газа в ядре потока приобретает зависимость от радиальной координаты [10]. По этой причине в ядре потока наблюдается, близкий к параболическому, радиальный профиль безразмерной амплитуды колебаний осевой компоненты скорости газа, как показано на рисунке 1, ($\bar{u}_z = u_z / u_0$, где u_0 – амплитуда колебаний скорости газа в ядре потока (сечение $z = 0.5L$) при $Q = 0$).

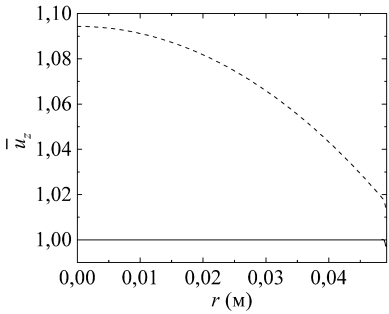


Рис. 1. Радиальное распределение безразмерной амплитуды колебаний осевой компоненты скорости газа в ядре потока (сечение z = 0.5L) при Q = 0 (сплошная линия) и Q = 1 кВт/м³ (штриховая линия).

Для описания радиального распределения амплитуды колебаний скорости газа была подобрана аналитическая функция, что позволило провести анализ источника импульса, обусловленного вязкостью, в данном случае отвечающего за перенос импульса по радиусу [11]. Анализ показал, что наличие объемной плотности теплового

потока в трубе со стенками, поддерживаемыми при постоянной температуре (температура стенок ниже средней температуры рассматриваемого объема) уменьшает абсолютное значение среднего, по сечению трубы, источника импульса, обусловленного вязкостью. Таким образом, увеличение амплитуды резонансных колебаний газа связано с уменьшением переноса импульса по радиусу и, соответственно, потерь, обусловленных вязкостью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы резонансные колебания газа в закрытой трубе с учетом объемной плотности теплового потока в рассматриваемом цилиндрическом объеме. При наличии объемной плотности теплового потока в трубе амплитуда колебаний осевой компоненты скорости газа приобретает, близкую к параболической, зависимость от радиальной координаты. Это ведет к увеличению амплитуды резонансных колебаний газа за счет уменьшения переноса импульса, обусловленного вязкостью.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-01169, https://rscf.ru/project/23-79-01169/

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Раушенбах Б.В.* Вибрационное горение. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 500 с.
2. *Натанзон М.С.* Неустойчивость горения. – М.: Машиностроение, 1986. 248 с.
3. *Мелких А.В., Селезнев В.Д.* Автоколебания неизотермического течения вязкой жидкости в канале // ТВТ. 2008. Т. 46. № 1. С. 100 – 109.
4. *Басок Б.И., Гоцуленко В.В.* Автоколебания, возбуждаемые теплоотводом от потока нагретого газа // Труды МФТИ. 2018. Т. 10. № 4. С. 142 – 149.
5. *Swift G.W.* Thermoacoustics: A Unifying Perspective for Some Engines and Refrigerators. – New York: Springer, 2017. 326 p.
6. *Biwa T., Sobata K., Otake S., Yazaki T.* Observation of thermoacoustic shock waves in a resonance tube // J. of the Acoustical Society of America. 2014. V. 136(3). P. 965 – 968.
7. *Alcock A.C., Tartibu L.K., Jen T.C.* Experimental investigation of an adjustable standing wave thermoacoustic engine // Heat and Mass Transfer. 2019. V. 55. P. 877 – 890.
8. *Gubaidullin D.A., Tkachenko L.A., Fadeev S.A., Shaidullin L.R.* Resonance Oscillations of Gas in a Closed Tube in the Presence of a Heterogeneous Temperature Field // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2022. V. 43. No 5. P. 1110 – 1115.
9. *Завершинский И.П., Коган Е.Я.* Структуры газового разряда в акустическом поле // Физика плазмы. 1996. Т. 22. № 3. С. 281 – 288.
10. *Hatsagortsyan K.Z., Galechyan G.A.* Acoustic discontraction of gas discharge // Laser Physics. 1994. V. 4. No 3. P. 502 – 506.
11. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука. ГРФМЛ. 2000. С. 733.

Фадеев Сергей Алексеевич, fadeev@imm.knc.ru
Шайдуллин Линар Радикович, liqn@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ КОНВЕКЦИЯ В КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ, ПОДОГРЕВАЕМОЙ СБОКУ

А.И. Федюшкин
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
fai@ipmnet.ru

Для многих технологических приложений большое значение имеет знание закономерностей характера перемешивания при термо-концентрационной конвекции, распределения температуры и примесей, а также формирования температурного и концентрационного расслоения в объёме жидкости с целью управления этими неоднородностями. При умеренных определяющих параметрах конвективное течение может приобретать колебательный характер, оставаясь при этом ламинарным. В данной работе приведены результаты численного моделирования тепловой и термо-концентрационной конвекции в квадратной полости, заполненной газовой смесью и подогреваемой сбоку. Схема расчётной области и граничные условия для термо-концентрационной конвекции показана на рис. 1а.

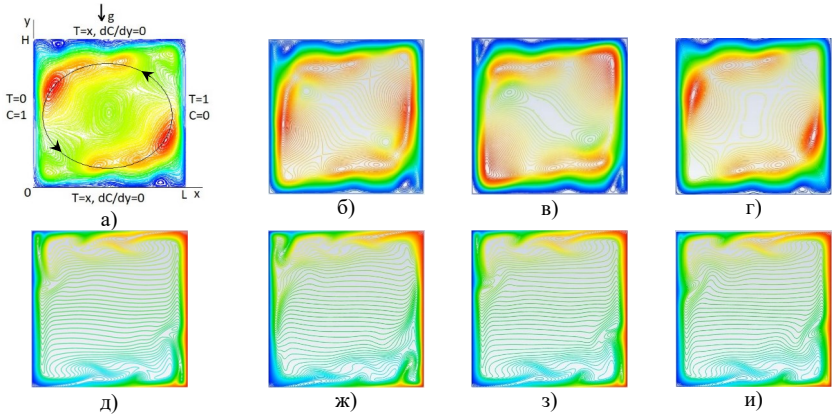


Рис. 1. Расчётная область и граничные условия (а). Показаны значения изолиний функции тока (а-г) и изотермы (д-и) при колебательной тепловой конвекции $\mathrm{Gr}=10^7,\ \mathrm{Pr}=0.7,\ \mathrm{L/H}=1$ *в разные моменты времени, приблизительно на одном периоде колебаний.*

Математическая модель основана на численном решении нестационарных двумерных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска, Задача характеризуется безразмерными числами Прандтля (Pr), Грасгофа (Gr), Грасгофа концентрационного ($\mathrm{Gr_c}$), Шмидта (Sc), граничными условиями и направлением вектора силы тяжести [1]. Вектор силы тяжести направлен навстречу оси 0y и перпендикулярен векторам потоков тепла и массы (рис. 1). Граничные условия следующие: для скорости - условиями прилипания на всех стенках, для температуры задаются условия первого рода на всех стенках, условия для концентрации: не протекания на горизонтальных стенках и первого рода на вертикальных (рис. 1а). Рассматриваются бинарные смеси с концентрацией лёгкой компоненты. Рассмотрены диапазоны безразмерных параметров: $0<\mathrm{Gr}<10^8,\ \mathrm{Pr}=0.7,\ 0<\mathrm{Gr_c}<10^8,\ 10^{-2}<\mathrm{Sc}<10^2$, соответствующие ламинарной стационарной и колебательной конвекции. Описания

методов решения указанных задач приведено в работах [1-3]. Вертикальное расслоение оценивалось величинами производных от температуры $(\partial T/\partial y)$ и концентрации $(\partial C/\partial y)$ по вертикальной координате *y*.

На рис.1 для установившегося периодического течения показаны картины течения (в виде изолиний функции тока и изотерм) для разных моментов времени на одном периоде. Картины течения, изображенные на рис. 1 повторяются с постоянной периодичностью, о чём также говорят временные зависимости значений производной от температуры по вертикальной координате $(\partial T/\partial y)$ (максимальных, минимальных и средних значений по пространству), изображённых на рис. 2. Эти зависимости показывают наличие максимумов температурного и концентрационного расслоения в зависимости от числа Грасгофа центре области [4].

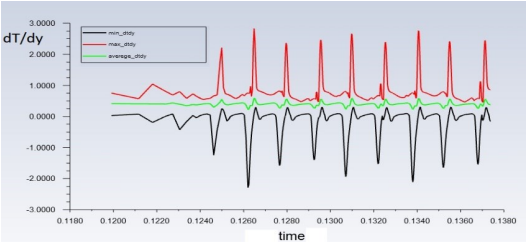


Рис. 2. Временные зависимости производной от температуры по вертикальной координате dT/dy (максимальных, минимальных и средних значений по пространству) при колебательной тепловой конвекции.

После превышения числом Грасгофа значения $Gr>10^6$ ламинарное течение становится периодически-колебательным, в следствие того, что вторичные крупномасштабные вихри (вихри, которые до чисел $Gr=10^6$ известные, как cat's eyes) начинают увлекаться основным течением, двигаясь против часовой стрелки, меняя свою интенсивность, дробясь и объединяясь, из-за чего возникают термики у горячей и холодной стенок (на стенках происходит срыв пограничного слоя, появляются мелкие, растущие по мере продвижения вдоль стенок вихри, образующие на твёрдых стенках волны Толлмина–Шлихтинга) (рис.1).

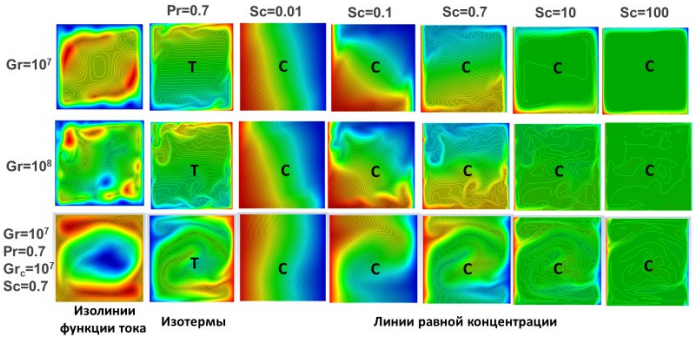


Рис. 3. Изолиний функции тока (1-й столбец), изотермы (2-й столбец) и линии равной концентрации 3-5 столбцы для чисел Шмидта (Sc=0.01, 0.1, 0.7, 10, 100 *) при колебательной тепловой конвекции* $Gr=10^7$, $Pr=0.7$ *(1-я строка),* $Gr=10^8$, $Pr=0.7$ *(2-я строка) и при термоконцентрационной конвекции* $Gr=10^7$, $Pr=0.7$, $Gr_c=10^7$, $Sc=0.7$ *(3-я строка).*

На рис.3 представлены картины конвективных течений в виде изолиний функции тока, изотерм и линий равной концентрации при разных числах Шмидта (Sc=0.01, 0.1, 0.7, 10, 100) при колебательной тепловой конвекции $Gr = 10^7$ и $Gr = 10^8$, $Pr = 0.7$ и при термоконцентрационной конвекции $Gr = 10^7$, $Pr = 0.7$, $Gr_c = 10^7$, $Sc = 0.7$.

При $Gr = 10^8$ течение является периодически-колебательным, но менее упорядоченным, чем при $Gr = 10^7$. Интенсивность термоконцентрационной периодически-колебательной конвекции ($Gr = 10^7$, $Pr = 0.7$, $Gr_c = 10^7$, $Sc = 0.7$, $L/H = 1$) ниже, чем в случае только тепловой ($Gr = 10^7$, $Pr = 0.7$, $Gr_c = 0$), но структура течения состоит из двух основных, противоборствующих и оппозитно вращающихся вихрей (концентрационная конвекция по часовой стрелке; тепловая конвекция – против), чем и определяется периодичность течения при данной термо-концентрационной конвекции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана динамика и различия в природе формирования колебательных течений в квадратной области при тепловой и термо-концентрационной конвекции. Приведены детали образования противотоков внутри квадратной области с направлением противоположным основному конвективному течению. Найдены немонотонные зависимости величины температурного (концентрационного) расслоения в центре квадратной области от числа Грасгофа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Полежаев В.И., Белло М.С., Верезуб Н.А., и др*. Конвективные процессы в невесомости. -М., Наука, 1991. 240 с.
2. *Fedyushkin A. I.* Stratification and segregation under laminar convection // Advanced Hydrodynamics Problems in Earth Sciences (eds. Chaplina T.). Springer: Switzerland, 2023. P. 153–169. https://doi.org/10.1007/978-3-031-23050-9_14.
3. *Федюшкин А. И.* Влияние чисел Рэлея, Прандтля и граничных условий на конвективные течения жидкости в горизонтальных слоях // Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 1. С. 28–44.
4. *Федюшкин А.И.* Конвективное расслоение температуры и концентрации. Мат-лы XXIII Межд. конф. по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023), Дивноморское. Изд-во МАИ, Москва. 2023 г. С. 435–437.

Федюшкин Алексей Иванович, fai@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

ОБРАЗОВАНИЕ РВ-О В ВОЗМУЩЁННОМ ПОТОКЕ ЖИДКОГО СВИНЦА: МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Г.В. Хнкоян, В.С. Галигеров, Д.Г. Павлов, В.С. Николаев, В.В. Стегайлов*
Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
*khnkoian.gv@phystech.edu

Задача контроля состояния кислорода в свинцовых расплавах имеет практическую важность. Для создания моделей, описывающих систему на макроскопическом уровне,

необходимо понимание процессов, происходящих на атомистическом масштабе. Нами созданы межатомные потенциалов для системы Pb-O, показана их точность в описании транспортных свойств атомов и концентрации насыщения расплава кислородом. Предложен метод и проведен расчет для предтурбулентного режима течения расплава свинца.

ВВЕДЕНИЕ

На текущий момент перспективным для атомной энергетики является введение в эксплуатацию реакторов на быстрых нейтронах для замыкания топливного цикла. Ввиду принципа действия в таких реакторах в качестве охладителя первого контура используются тяжелые металлические теплоносители, в частности, свинец. Использование свинцового охладителя влечет за собой технологическую сложность – металлическую коррозию конструкционных сталей. Для предотвращения негативных эффектов коррозии и растворения стали вследствие непосредственного контакта со свинцовым охладителем в расплав вводится кислород для роста защитной оксидной пленки на поверхностях. Контроль состояния кислорода в расплаве также важен для предотвращения шлакообразования – роста твердофазных частиц PbO в объеме теплоносителя.

Нуклеобразование в свинцовом расплаве описывается из термодинамических и кинетических соображений. Практический интерес представляет создание континуальной (CFD) модели, корректно учитывающей процессы в контуре и описывающей его функционирование. В работе [1] предложена модель на основе классической теории нуклеации. Уравнения из работы [1] внедрены в CFD модель, результаты расчета с использованием которой сравнивались с результатами для экспериментального контура [2]. Практическая важность второй работы заключается в учете влияния турбулентного перемешивания как в CFD расчете, так и в эксперименте. Указанная теоретическая модель нуклеации содержит ряд существенных предположений о процессах, протекающих на микроскопическом уровне, в частности, о химическом состоянии кислорода и его диффузии в расплаве, что также существенно для измерения концентрации кислорода датчиками. Подобные вопросы могут быть изучены первопринципными атомистическими методами (см., например, [3]), которые, однако, позволяют исследовать только системы размером порядка нанометра. Классическая молекулярная динамика (МД) с использованием потенциалов взаимодействия с одной стороны является атомистическим подходом, а с другой позволяет проводить масштабные расчеты для изучения нуклеобразования и турбулентного течения. Актуальной задачей является создание межатомных потенциалов для расплава свинца с примесями и исследование вышеописанных процессов.

МОДЕЛЬ МЕЖАТОМНОГО ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Для оптимизации потенциалов взаимодействия нами создана выборка на основе данных полученных в первопринципных расчетах. Также первопринципные расчеты используются для анализа физико-химического состояния уединенного атома кислорода в расплаве свинца. Показано, что поведение уединенного атома кислорода в расплаве Pb качественно совпадает с таковым в эвтектике свинец-висмут (LBE), см., например, [4].

Для системы Pb-O оптимизированы межатомные потенциалы взаимодействия форм EAM и MTP. Первая используемая модель межатомного потенциала – EAM является вычислительно более эффективной, что позволяет проводить масштабные расчеты (для сотен миллионов атомов), но в то же время менее точной в описании первопринципных данных, чем MTP модель. Выбранная нами модель MTP20 требует примерно в 200 больше вычислительного времени, чем EAM для аналогичного расчета.

Целью создания таких моделей, как уже отмечалось выше, является проведение расчетов систем больших размеров, чем те, которые доступны для первопринципных расчетов. При этом мы стремимся воспроизвести наблюдаемое в первопринципных расчетах поведение кислорода.

ВАЛИДАЦИЯ СОЗДАННЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

С использованием созданных потенциалов проводятся МД расчеты для сравнения результатов с первопринципными расчетами и экспериментальными данными. Показано соответствие в описании транспортных свойств атомов, а также в описании температурной зависимости концентрации насыщения свинцового расплава кислородом.

На рис. 1 и рис. 2 показано соответствие экспериментальным данным температурных зависимостей для коэффициента самодиффузии свинца, а также динамической вязкости расплава свинца. Из соответствия зависимостей можно сделать вывод о точном описании транспорта атомов свинца в расплаве предложенными потенциалами.

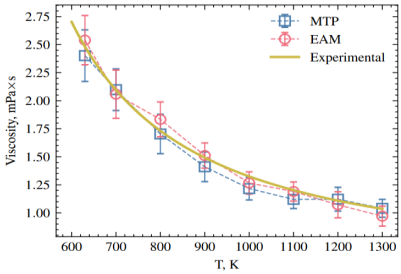


Рис. 1 Сравнение динамической вязкости свинца с экспериментальными данными [5]

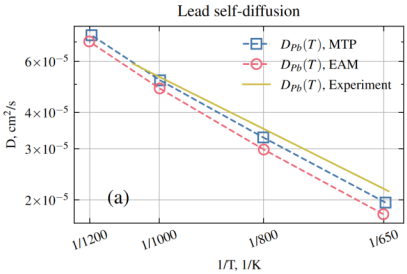


Рис. 2 Сравнение коэффициента самодиффузии свинца с экспериментальными данными [5]

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДТУРБУЛЕНТОГО ТЕЧЕНИЯ В РАСПЛАВЕ СВИНЦА

Развитие технологий параллельных вычислений на GPU ускорителях делает масштабные атомистические расчеты более доступными при возможности эффективной параллелизации задачи.

Ввиду относительно малых, как правило субмикроскопических размеров рассчитываемых систем, для предотвращения возможных эффектов влияния свободной поверхности в большинстве случаев используются периодические граничные условия (ПГУ). Однако при необходимости поддержания скорости потока, а также его ламинарности перед препятствием использование только ПГУ недостаточно.

Для озвученных целей предложен и теоретически обоснован метод, реализующий специальные граничные условия. Суть этого метода состоит в использовании ПГУ и при этом дополнительном переназначении скоростей атомов при их переходе через границу. Метод реализован для широко используемого в случае атомистических расчетов программного пакета LAMMPS. Добавлена поддержка для эффективной параллелизации кода на GPU в рамках модуля LAMMPS/KOKKOS.

С использованием разработанного метода, а также потенциала EAM показана возможность получить отрывное течение для потока расплава свинца в атомистическом расчете. Моделирование проводится для ячейки размером $2500 \times 500 \times 3\ nm$, система

состоит из $\simeq 108$ миллионов атомов расплава свинца, поток которого обтекает цилиндр свинца радиусом $R = 321\ nm$. Скорость потока атомов свинца составляет $V = 300\ m/s$. Данные параметры расчета соответствуют числу Рейнольдса $Re \approx 230$. При таком режиме течения наблюдается вихревая дорожка в потоке за цилиндром. Завихренность $\omega = rot(V)$ скорости потока атомов, обтекающего цилиндр, показана на рис. 3.

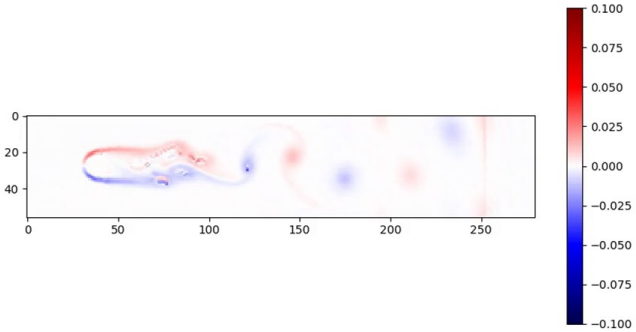


Рис. 3 Завихренность $\omega = rot(\vec{V})$ скорости потока атомов свинца в расчете.

Показана возможность масштабирования расчета – увеличения системы с сохранением относительной производительности для достижения больших чисел Рейнольдса. Масштабирование системы также существенно для моделирования нуклеации твердофазного Pb-O в потоке атомов расплава свинца.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gladinez K., Rosseel K., Lim J., Marino A., Heynderickx G., Aerts A.* Nucleation and growth of lead oxide particles in liquid lead-bismuth eutectic. Physical Chemistry Chemical Physics, 2017, V. 19(40), p.27593–27602.
2. *Gladinez K., Rosseel K., Lim J., Marino A., Heynderickx G., Aerts A.* Formation and transport of lead oxide in a non-isothermal lead-bismuth eutectic loop. Nuclear Engineering and Design, 2019, V. 349, p.78–85.
3. *Gil J., Oda T.* Structural and chemical analysis of second-row impurities in liquid lead–bismuth eutectic by first-principles molecular dynamics. Physical Chemistry Chemical Physics, 2018, V. 20(48), p. 30480–30491.
4. *Li D., Song C., He H. Y., Liu C. S., Pan B. C., Wu Y. C.* The behavior of oxygen in liquid lead–bismuth eutectic. Journal of nuclear materials, 2013, V. 437(1-3), p. 62–65.
5. *Fazio C.* Handbook on lead-bismuth eutectic alloy and lead properties, materials compatibility, thermal-hydraulics and technologies-2015 edition. Organisation for Economic Co-Operation and Development, 2015. №. NEA--7268

Хнкоян Георгий Врежович, khnkoian.gv@phystech.edu,
Галигеров Владислав Сергеевич, vladgl3@yandex.ru
Павлов Даниил Глебович, pavlov.dg@phystech.edu
Николаев Владислав Сергеевич, nikolaev.vs@mipt.ru,
Стегайлов Владимир Владимирович, stegailov.vv@mipt.ru

—— ♦♦♦ ——

КЛАССИФИКАЦИЯ СТРУКТУРНЫХ КОМПОНЕНТОВ ТЕЧЕНИЙ ГЕТЕРОГЕННЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Ю.Д. Чашечкин
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
yulidch@gmail.com

В соответствии с принципами современной логики, включающей требование дефинитности объекта и метода исследования, основы механики текучих сред проанализированы согласованными методами инженерной математики и технической физики. Классификация компонентов периодических течений гетерогенных жидкостей и газов проведена с контролем выполнения условия совместности при решении системы фундаментальных уравнений. В единой постановке рассмотрены гравитационные поверхностные и внутренние, также капиллярные и акустические волны и сопутствующие семейства лигаментов. Приводятся примеры анализа картин течений в природных и лабораторных условиях.

Изучение течений жидкостей и газов, играющих важную роль в природных условиях, промышленных или транспортных технологиях, в биосфере, в данной работе проводится согласованными методами инженерной математики и технической физики. В соответствии с определениями [1], *инженерная математика* – аксиоматическое учение о принципах выбора содержания символов, правил операций и критериев контроля точности; *техническая физика* – эмпирико-аксиоматическое учение о природе в целом, структуре материи и всех видах ее изменений с оценкой погрешности. Жидкость и газ определяются как текучие среды, свойства которых описываются термодинамическими потенциалами и физическими величинами, кинетическими или другими физическими коэффициентами [1]. Динамика и структура течений характеризуется полными решениями системы фундаментальных уравнений механики жидкостей, включающей уравнения состояния для потенциала Гиббса и плотности, уравнения переноса плотности, энергии и вещества с физически обоснованными граничными условиями – прилипания и непротекания вещества на твердой стенке, динамическим и кинематическим условием на свободной поверхности [2].

Под действием ряда факторов (атомно-молекулярного строения вещества, внешних полей – гравитационных, электрических и др.) термодинамические потенциалы и их производные – плотность, давление, температура, концентрация растворенных веществ и взвешенных частиц распределены неоднородно. Особо следует выделить неоднородность плотности $\rho = \rho(z)$ – естественную стратификацию, которая характеризуется масштабом $\Lambda = |d \ln z / dz|^{-1}$, частотой $N = \sqrt{g/\Lambda}$ и периодом $T_b = 2\pi / N$ плавучести (ось z вертикальна, g -ускорение свободного падения). Полная система фундаментальных уравнений механики вязких стратифицированных сжимаемых жидкостей или газов [1] здесь для краткости не приводится. Эффектами глобального вращения пренебрегается. Линеаризованная система в двумерном приближении имеет вид:

$$\begin{cases} \partial_t \tilde{\rho} - \dfrac{w}{\Lambda} + \partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = 0 \\ \partial_t u - \nu \Delta u + \dfrac{1}{\rho_{00}} \partial_x \tilde{P} = 0 \\ \partial_t v - \nu \Delta v + \dfrac{1}{\rho_{00}} \partial_y \tilde{P} = 0 \\ \partial_t w - \nu \Delta w + \dfrac{1}{\rho_{00}} \partial_z \tilde{P} + g\tilde{\rho} \\ \dfrac{1}{\rho_{00} c^2} \partial_t \tilde{P} - \dfrac{wg}{c^2} + \partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = 0 \end{cases} \tag{1}$$

Классификация компонентов проводится по результатам анализа решений алгебраической формы линеаризованной системы (1), которая образуется при подстановке в систему периодических функций вида $f \sim \exp(i\mathbf{kx} - i\omega t)$ с комплексным волновым числом $\mathbf{k}$ и действительной положительно определенной частотой ω для каждой переменной. Возникающее дисперсионное соотношение:

$$D_\nu(k)\left(\omega^2 D_\nu^2(k) - \omega N^2 D_\nu(k) + c^2 k_\perp^2 N_c^2 - c^2 \omega k^2 D_\nu(k)\right) = 0,$$
$$D_\nu(k) = \omega + i\nu k^2,\ k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2,\ k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2,\ N^2 = \frac{g}{\Lambda},\ N_c^2 = N^2 - \frac{g^2}{c^2} \tag{2}$$

содержит операторы общего и погранслойного типа в качестве общего множителя. Выбор величин $\tau_b = N^{-1}$ и $\delta_N^{g\nu} = (g\nu)^{1/3} N^{-1}$ в качестве масштабов времени и длины позволяет перевести (2) к безразмерному виду:

$$\left(ik_*^2\varepsilon + \omega_*\right)\left(k_{\perp *}^2\left(\frac{\varepsilon}{\eta} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right) + \omega_*^2\left(ik_*^2\varepsilon + \omega_*\right)^2 - \omega_*\left(ik_*^2\varepsilon + \omega_*\right) - k_*^2\omega_*\frac{\varepsilon}{\eta}\left(ik_*^2\varepsilon + \omega_*\right)\right) = 0,$$
$$\varepsilon = \frac{\delta_g^\nu}{\delta_N^{g\nu}} = \frac{\sqrt{\nu/N}}{(g\nu)^{1/3} N^{-1}} = \frac{N\nu^{1/3}}{g^{2/3}}, \quad \eta = \frac{\tau_c^\nu}{\tau_b} = \frac{N\nu}{c^2}. \tag{3}$$

В случае высокочастотных колебаний $\omega >> N$ дисперсионное соотношение для акустических волн принимает вид:

$$D_\nu(k)\left(D_\nu(k)\omega\left(D_\nu(k)\omega - c^2k^2\right) - g^2k_\perp^2\right) = 0. \tag{4}$$

Его решения для волн и лигаментов:

$$k_z = \pm\sqrt{-k_x^2 - \frac{c^2\omega - 2i\nu\omega^2 + \sqrt{c^4\omega^2 - \dfrac{4g^2\nu k_x^2}{\omega}\left(ic^2 + \nu\omega\right)}}{2\nu\left(ic^2 + \nu\omega\right)}};$$
$$k_z = \pm\sqrt{-k_x^2 - \frac{c^2\omega - 2i\nu\omega^2 - \sqrt{c^4\omega^2 - \dfrac{4g^2\nu k_x^2}{\omega}\left(ic^2 + \nu\omega\right)}}{2\nu\left(ic^2 + \nu\omega\right)}}; \tag{5}$$

переходят в традиционное выражение $\omega^2 = k^2 c_s^2$ в изотропной однородной идеальной среде.

В толще стратифицированной жидкости при ω решение (2) описывает распространение поперечных низкочастотных внутренних волн с дисперсионным соотношением:

$$D_\nu(k)\left(c^2\omega i k^4 \nu - c^2 N^2 k_\perp^2 + c^2 k^2 \omega^2 + N^2 \omega D_\nu(k) + g^2 k_\perp^2\right) = 0, \tag{6}$$

Его решения также определяют внутренние волны и сопутствующие лигаменты:

$$k_z = \pm\sqrt{-k_x^2 - \frac{c^2\omega - 2i\nu\omega^2 + \sqrt{c^4\omega^2 - \frac{4g^2\nu k_x^2}{\omega}\left(ic^2 + \nu\omega\right)}}{2\nu\left(ic^2 + \nu\omega\right)}};$$

$$k_z = \pm\sqrt{-k_x^2 - \frac{c^2\omega - 2i\nu\omega^2 - \sqrt{c^4\omega^2 - \frac{4g^2\nu k_x^2}{\omega}\left(ic^2 + \nu\omega\right)}}{2\nu\left(ic^2 + \nu\omega\right)}}; \tag{7}$$

В пределе невязкой жидкости дисперсионное соотношение (6) упрощается:

$$c^2 k^2 \omega^2 - c^2 k_\perp^2 N^2 + N^2 \omega^2 + g^2 k_\perp^2 = 0,$$

и принимает вид:

$$k_z = \pm\sqrt{-k_\perp^2 + k_\perp^2 \frac{N^2 c^2 - g^2}{c^2\omega^2} - \frac{N^2}{c^2}}; \tag{8}$$

включающий только внутренние волны полного решения (6).

В несжимаемой жидкости (8) переходит в известное выражение, не содержащее длину волны $\omega^2 = \sin^2\theta \cdot N^2$, которое описывает геометрию волновых лучей, образующих крест «Святого Андрея». Волновые пучки наблюдались в экспериментах [3]. В опытах, выполненных теневыми методами на установках Лаборатории механики жидкостей ИПМех РАН [4], визуализированы и волновые пучки, и лигаменты – тонкие прослойки и оболочки волновых пучков [5].

Сохранение вещественных функций в описании периодических течений в слабодиссипативных средах позволяет строить полные решения линеаризованной и слабонелинейной формы системы фундаментальных уравнений [6], включающие все типы волн (инерционные, гравитационные, акустические). При этом волны описываются регулярными компонентами решений, а лигаменты – сингулярно возмущенными функциями. Каждый вид течения определяется собственной частью полного дисперсионного соотношения. В эксперименте лигаменты регистрируются как высокоградиентные волокна и прослойки. Их существование обеспечивается структурированным строением вещества [7] и поддерживается механизмами конверсии доступной потенциальной внутренней энергии в активные формы.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена в ИПМех РАН рамках Государственного задания АААА-А20-120011690131-7.

Эксперименты проведены на стендах УИУ "ГФК ИПМех РАН".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chashechkin Y.D.* Foundations of engineering mathematics applied for fluid flows // Axioms, 2021, V. 10(4), p.286.

2. *Chashechkin Yu. D., Ochirov A. A.* Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axioms, 2022, V. 11(8), p. 402.
3. *Лайтхилл Дж.* Волны в жидкостях. Мир: М. 1981. 600 с.
4. УИУ "ГФК ИПМех РАН": Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере. Сайт: http://www.ipmnet.ru/uniqequip/gfk/#equip
5. *Chashechkin Yu.D.* Singularly perturbed components of flows – linear precursors of shock waves // Math. Model. Nat. Phenom. 2018. V. 13(2), p. 1–29. https://doi.org/10.1051/mmnp/2018020
6. *Chashechkin Yu.D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9(6). p. 586. https://doi.org/10.3390/math9060586
7. *Chashechkin Yuli D., Ilinykh Andrey Yu.* Fine flow structure at the miscible fluids contact domain boundary in the impact mode of free-falling drop coalescence // Fluids. 2023, V. 8(10), p. 269. https://doi.org/10.3390/fluids8100269

Чашечкин Юлий Дмитриевич, yulidch@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ТОРОИДАЛЬНЫХ ПУЗЫРЕЙ

Е. А. Чашников[*], *В. В. Никулин*
ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
[*]*chashnikov@hydro.nsc.ru*

ВВЕДЕНИЕ

Тороидальный пузырь является разновидностью вихревых колец, движущихся в жидкости, в ядре которых находится газ [1]. Известно, что для однофазных вихревых колец сила сопротивления пренебрежимо мала [2]. В тоже время на тороидальный пузырь помимо силы плавучести действует сила сопротивления [3,4]. Как показано в [4], учет сопротивления с постоянным коэффициентом сопротивления позволяет рассчитать зависимость радиуса тора от времени с средним отклонением теории от эксперимента не более 3%, когда среднее отклонение без учета сопротивления составляет от 8% до 13% по мере движения. Однако полученные данные не позволяли предсказать величину коэффициентов сопротивления в зависимости от параметров колец, что, возможно, было бы полезно в задачах по переносу жидкости тороидальным пузырем. Явление переноса жидкости пузырями в форме сферического сегмента исследуется на протяжении нескольких десятков лет и имеет широкий спектр применения в различных отраслях промышленности [5-7]. Идея применения в этом направлении тороидальных пузырей нова и связана с тем, что по сравнению со сферическими пузырьками тороидальные пузыри способны захватывать и переносить жидкость не только в сдвиговом слое близь границы, но и в атмосфере вихря [8]. В [8] также показано, что объем атмосферы тороидального пузыря пропорционален его радиусу в третьей степени. Таким образом

без учета силы сопротивления ошибка при расчете объема переносимой жидкости может достигать 30%.

В настоящей работе тороидальные пузыри создавались путем инжекции вертикально вверх струи воздуха в воду. Нагнетаемый компрессором воздух подавался на механический клапан, установленный на дне резервуара из оргстекла, в течении короткого времени τ. Механический клапан под избыточным давлением открывался, и происходила импульсная инжекция струи воздуха в резервуар. Резервуар имеет размеры 0,5x0,5 м и 1,5 м в высоту. Давление принимало значения 3, 4, 5 и 6 бар. Длительность τ определялась временем открытого состояния электромагнитного клапана Festo и изменялось от 14 до 50 мс под управлением программируемой логической платы Arduino. Объем инжектируемого воздуха измерялся путем его захвата в специальное воронкообразное устройство, установленное в верхней части резервуара. В проведенных экспериментах объем варьировался от 6,6 до 72 см^3. Расстояние от сопла до нижнего края воронкообразного устройства составляло 1 м. Регистрация проводилась теневым методом на скоростную камеру MotionXtra HG-100K с частотой кадров 60 к/с и экспозицией 750 мкс. По изображениям при каждом пуске измерялись зависимости радиуса тора, пройденного пути и скорости от времени. Видеоизображения обрабатывались в среде Matlab. Подробное представление процесса обработки изложено в [4,9].

РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Используемые далее параметры длины, времени и циркуляции обезразмеренны на r_0, $(r_0/g)^{1/2}$, $(gr_0^3)^{1/2}$ соответственно, где r_0 равен радиусу сферы, содержащей тот же объем воздуха, что и тороидальный пузырь.

Коэффициент сопротивления C_d определялся аналогично методике, предложенной в [4]. Она заключается в подборе C_d методом наименьших квадратов при сравнении экспериментальной зависимости и численного решения задачи Коши:

$$\frac{dR}{dt} = -C_1 \frac{\left[\ln\left(C_2 R\sqrt{R}\right) - 1/2\right]^2}{R^2\sqrt{R}} + \frac{C_3}{R}, R(0) = R_0, \tag{1}$$

где $C_1 = \sqrt{6}\Gamma C_d/\left(48\pi^2\sqrt{\pi}\right)$, $C_2 = 4\sqrt{6\pi}$, $C_3 = 1/(2\pi\Gamma)$, R-радиус тора, Γ-циркуляция. Численное решение производилось методом Гаусса 6 порядка. Точка отсчета была установлена на расстоянии $15r_0$ от сопла. Выражение для циркуляции Γ имеет вид:

$$\Gamma = 4\pi RV\left[\ln\left(4\sqrt{6\pi}R\sqrt{R}\right) - 1/2\right]^{-1} \tag{2}$$

В работах [3, 10] показано, что не происходит заметного изменения циркуляции по мере движения, поэтому она считается константой. Можно определить число Фруда как квадрат обезразмеренной циркуляции, поскольку он не изменяется по мере движения и в тоже время характеризует отношение сил инерции к силам плавучести:

$$Fr = \frac{\Gamma^2}{gr_0^3} = \frac{V^2}{gr_0}\frac{R^2}{r_0^2}4\pi\left[\ln\left(4\sqrt{6\pi}R\sqrt{R}\right) - 1/2\right]^{-1} \tag{3}$$

ОБСУЖДЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Из рис. 1 следует, что коэффициент сопротивления убывает с ростом числа Фруда или безразмерной циркуляции. Эту зависимость можно аппроксимировать степенной функцией в виде: $C_d(Fr) = 541{,}18Fr^{-2{,}004}$.

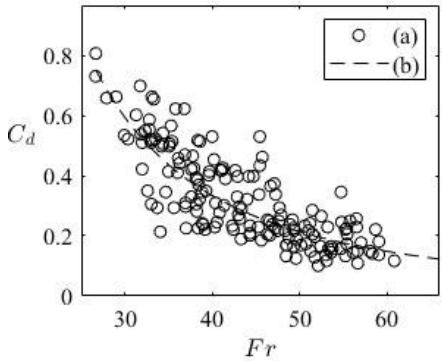


Рис. 1. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Фруда: (a) – эксперимент, (b) – аппроксимация $C_d(Fr) = 541{,}18Fr^{-2{,}004}$.

На рис. 2(а) и 2(б) изображены систематические отклонения экспериментального радиуса от рассчитанного при $C_d = 0$ и $C_d = C_d(Fr)$ соответственно. По осям ординат отложено отношение модуля разности теории и эксперимента по отношению к эксперименту, т.е. $|\Delta R|/R = \left|R_{\text{теор.}} - R_{\text{эксп.}}\right|/R_{\text{эксп.}}$. Видно, что среднее значение отклонения при $C_d = C_d(Fr)$ (рис. 2(b), штрих-линия) лежит значительно ниже нежели те, что получены без учета силы сопротивления (рис. 2(a), штрих-линия), и не превышает 3-4%. Таким образом, предложенная аппроксимация позволяет исключить эмпирический параметр, коэффициент сопротивления, из расчетов.

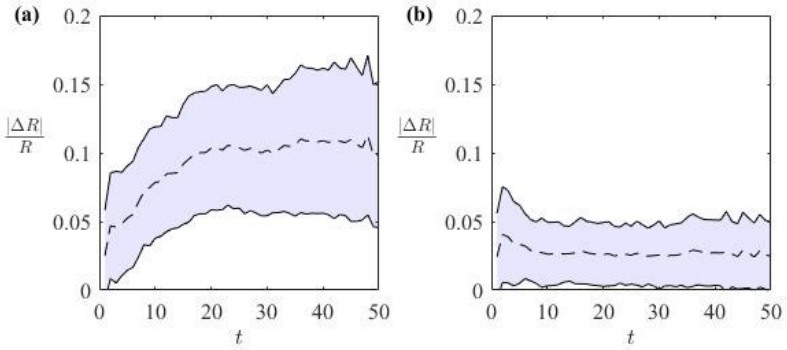


Рис. 2. Относительное отклонение теории от эксперимента, где $\frac{|\Delta R|}{R} = \frac{\left|R_{\text{теор.}} - R_{\text{эксп.}}\right|}{R_{\text{эксп.}}}$, *штрих-линия - среднее значение по всем экспериментам за временной интервал равный 1, цветом выделена область стандартного отклонения: (a) без учета силы сопротивления, (b) с* $C_d(Fr) = 541{,}18Fr^{-2{,}004}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pedley T.* The toroidal bubble // Journal of Fluid Mechanics. 1968, V. 32(1), p. 97–112.
2. *Sullivan I., Niemela J., Hershberger R., Bolster D., Donnelly R.* Dynamics of thin vortex rings // Journal of Fluid Mechanics. 2008, V. 609, P. 319–347. doi:10.1017/S0022112008002292

3. *Vasel-Be-Hagh A.R., Carriveau R., Ting D. S.K., Turner J.S.* Drag of buoyant vortex rings // Physical Review E. 2015, V. 92(4), p. 043024
4. *Chashnikov E.A., Nikulin V.V.* Application of Shadow Visualization to Study the Drag of Toroidal Bubbles // Scientific Visualization. 2023, V.15(3), p. 50–57. DOI: 10.26583/sv.15.3.06
5. *Natsui S., Nashimoto R., Nakajima D., Kikuchi T., Suzuki R.O.* Column and film lifetimes in bubble-induced two-liquid flow // Physical Review E, 2018, V. 97, p.062802.
6. *Jardón-Pérez L., Amaro-Villeda A., Gonzalez-Rivera C., Trapaga G., Conejo A., Ramírez-Argáez M.* Introducing the Planar Laser-Induced Fluorescence Technique (PLIF) to Measure Mixing Time in Gas-Stirred Ladles // Metallurgical and Materials Transactions B. 2019, V. 50. doi: 10.1007/s11663-019-01631-y.
7. *Rydberg J.* (Ed.). Solvent Extraction Principles and Practice, Revised and Expanded (2nd ed.). CRC Press. 2004. https://doi.org/10.1201/9780203021460
8. *Moon E., Song M., Kim D.* Liquid entrainment of the toroidal bubble crossing the interface between two immiscible liquids // Journal of Fluid Mechanics. 2023, V. 966, p. A27. doi:10.1017/jfm.2023.457
9. *Chashnikov E.A., Nikulin V.V.* Determination of the Parameters of a Vortex Ring with an Air Core in a Liquid by Computer Processing of Video Images // Scientific Visualization. 2021. V. 13(3), p. 66–74. DOI: 10.26583/sv.13.3.07
10. *Vasel-Be-Hagh A. R., Carriveau R., Ting D. S.-K.* A balloon bursting underwater // Journal of Fluid Mechanics. 2015. V. 769, p. 522–540.

Чашников Евгений Александрович, Chashnikov@hydro.nsc.ru
Никулин Виктор Васильевич, Nikulin@hydro.nsc.ru

—— ♦♦♦ ——

ФОРМИРОВАНИЕ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В НЕРАВНОМЕРНО НАГРЕТОЙ ЖИДКОСТИ В ВИБРИРУЮЩЕЙ КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ

А.Н.Шарифулин[1], С.А. Плотников[1], Т.П. Любимова[2]*
[1]Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь
[2]Институт механики сплошных сред,УрО РАН Пермь
[*]sharifulin@bk.ru

Исследуются стационарные режимы вибрационно - конвективного течения вязкой несжимаемой жидкости в полости квадратного сечения. Две противоположные грани изотермические, поддерживается постоянный перепад температур между ними. Две другие стенки теплоизолированные. Полость находится в постоянном поле тяжести и может быть наклоненной на произвольный угол α по отношению к вертикали. Вибрации осуществляются вдоль направления, заданного углом β (см. центральные врезки на рис.1 и рис.2). Интенсивность осредненного вибрационно-конвективного течения полагается малой, не искажающей теплопроводное распределение температуры (приближение Стокса). Это позволяет аналитически с использованием метода Штурма-Лиувилля определить поле амплитуды функции тока пульсационного течения в виде простых тригонометрических выражений. С использованием этих аналитических

выражений конечно-разностным методом определялись поля функции тока осредненного течения для различных значений числа Грасгофа Gr и вибрационного числа Грасгофа Gr_v и всех возможных направлений вибраций β and поля тяжести α.

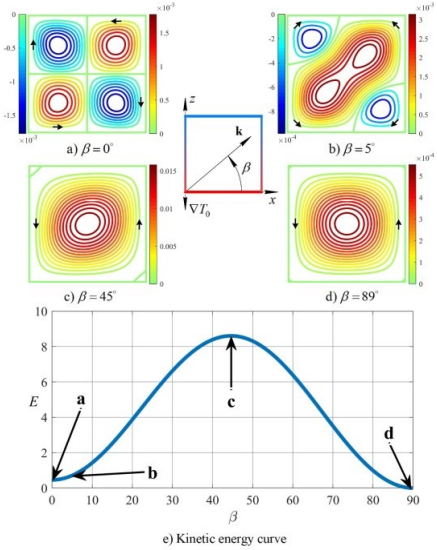


Рис. 1. Зависимость кинетической энергии осредненного движения течения от угла наклона оси вибраций β ока (a-d) для различных β в невесомости зависимости при значени значении вибрационного числа Грасгофа Gr_v=50.

В отсутствие вибраций решение задачи зависит только от комбинации $Gr\sin\alpha$. При любых α структура течения одновихревая (если не обращать внимания на очень слабые угловые вихри Моффата), максимальная интенсивность достигается при α=90°. При α=0° и α=180° осредненное течение отсутствует.

В невесомости (рис.1), когда нет постоянного поля силы тяжести (Gr=0), при направлении вибраций строго вдоль равновесных изотерм (β=0°) формируется слабое четырехвихревое симметричное осредненное течение (рис.1a). При изменении угла наклона оси вибраций β два диагональных вихря объединяются и общая картина становится трехвихревой с одним диагональным глобальным вихрем (рис.1b). Кинетическая энергия (рис.1e) такого трехвихревого осредненного течения достигает максимума при β=45°. Дальнейшее увеличение угла β приводит к уменьшению интенсивности как осредненного, так и пульсационного течения, а глобальный вихрь стремится занять всю полость. При β=90° реализуется состояния покоя.

В общем случае виброгравитационной конвекции (Gr≠0 и S≠0) реализуются два механизма возбуждения осредненного течения – гравитационный, который определяется параметрами (Gr, α) и вибрационный, зависящий от (Gr_v, β). Гравитационный механизм при всех α приводит к формированию одного вихря, занимающего всю полость. Вибрационное течение, в зависимости от направления вибраций относительно градиента температуры, может быть одно, трех или четырехвихревым (рис.1).

При соотношении между параметрами задачи, определяемом простой алгебраической формулой: Gr sin α- (Gr_v/4) sin 2β=0 [1,2], общая интенсивность осредненного течения минимальна, реализуется симметричная четырехвихревая

структура (рис.2b). Если параметры задачи не удовлетворяют указанному соотношению динамического равновесия, реализуется одновихревая (рис.2a и рис.2c) или трехвихревая(рис.2c) структура осредненого течения.

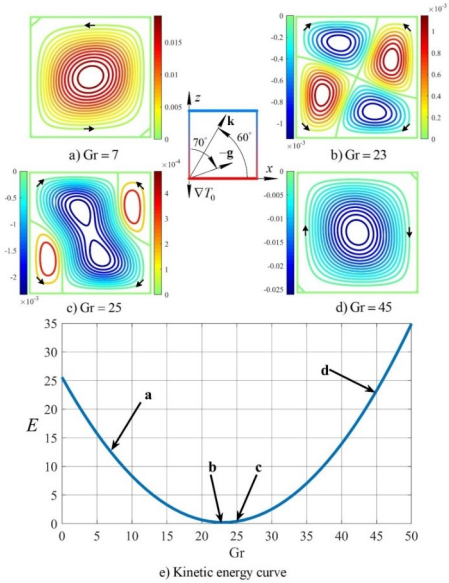


Рис. 2. Зависимость кинетической энергии осредненного течения от числа Грасгофа (e) и структуры осредненного течения (a-d) от интенсивности гравитации (Gr) при фиксированном значении вибрационного числа Грасгофа Gr_v=100 и углах: – α=70° и β=60°.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шарифулин А.Н.* // ЖЭТФ, 2010, Т.137, с. 177.
2. *A.N. Sharifulin, S.A. Plotnikov, T.P. Lyubimova* // Microgravity Science and Technology, 2022, V. 34(5), p. 97.

Шарифулин Альберт Нургалиевич, sharifulin@bk.ru
Плотников Сергей Алексеевич, saplotnikov@pstu.ru
Любимова Татьяна Петровна, lyubimovat@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ: УДАРНО-ВОЛНОВЫЕ СТРУКТУРЫ И ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

И. А. Широков
МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва
ivanshirokov@inbox.ru

Разработка и валидация методов компьютерного моделирования струйных течений представляется важной задачей, поскольку подобные течения широко распространены. В работе приведены результаты применения численного алгоритма, основанного на регуляризованных, или квазигазодинамических (КГД) уравнениях к моделированию ударно-волновых структур, возникающих в недорасширенной сверхзвуковой газовой струе, при этом моделирование проводится в трехмерной постановке.

В работе [1] приведены экспериментальные результаты, полученные в лабораторных условиях при исследовании истечения воздушных струй в область неподвижного воздуха. Полученные в этих работах осевые профили давления и числа Маха могут служить эталонными данными при валидации методов компьютерного моделирования. В экспериментах наблюдается порядка 10 ударно-волновых структур («бочек»), возникающих при струйных течениях на нерасчетных режимах. Разностные алгоритмы часто не позволяют в нестационарном течении разрешить наблюдаемое в эксперименте число «бочек». Примененный в данной работе КГД алгоритм позволяет приблизить численный расчет к данным эксперимента. Кроме того, КГД алгоритм позволяет проводить прямое моделирование турбулентных областей, возникающих при втекании струи в область неподвижного газа.

Основой для постановки задачи в настоящей работе является один из вариантов экспериментальной постановки из [1]. Струя круглого сечения втекает в область, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, заполненную неподвижным газом при нормальных условиях. Диаметр струи на входе $D = 0.0508$ м. Газ считаем совершенным, постоянная адиабаты $\gamma = 1.4$, газовая постоянная $R = 287$ Дж/(кг·К), число Прандтля $\mathrm{Pr} = 0.737$.

Согласно [1], число Маха на срезе сопла составляет $Ma = 2$, число Маха полностью расширенной струи $Ma_j = 2.236$. Используя изоэнтропические формулы, можно рассчитать параметры газа на срезе сопла: давление $p_0 = 146495$ Па, плотность $\rho_0 = 3.13418$ кг/м3, температура $T_0 = 162.861$ К. В неподвижной области давление $p_1 = 101325$ Па, плотность $\rho_1 = 1.20433$ кг/м3, температура $T_1 = 293.15$ К. Степень нерасчетности струи $p_0 / p_1 = 1.46$. Число Рейнольдса, вычисленное по начальной вязкости μ_0, размеру сопла D и начальной скорости $Ma \cdot c_0$, составляет $\mathrm{Re} = 7 \cdot 10^6$.

В качестве математической модели используем КГД уравнения [2], реализованные на равномерной кубической сетке. На диаметр струи на входе приходится от 10 до 30 ячеек сетки. Используем явную схему с центральными разностями по пространству. На равномерной пространственной сетке аппроксимация будет иметь второй порядок точности, по времени схема имеет первый порядок точности. В зависимости от варианта расчета, машинное время составляет от 30 мин до 20 часов, при использовании от 96 до 128 процессорных ядер комплекса К-100 [3] (реализованы параллельные вычисления на основе стандарта MPI).

На рис. 1 показаны рассчитанные мгновенные уровни давления в сечении $z = 0$ для моментов времени 2, 4, 30, 50 мс, и осредненные от 30 до 50 мс уровни давления, полученные при 10 ячейках на диаметр струи. На рис. 2 приведены уровни давления, нанесенные на изоповерхности градиента давления при 44 мс в неосредненном виде.

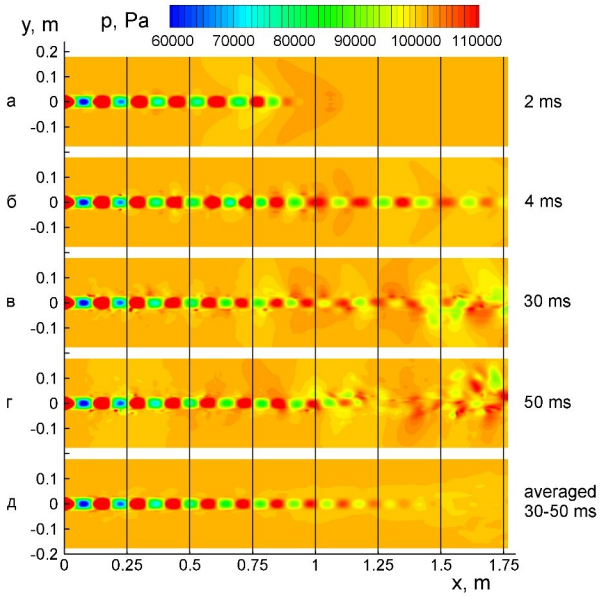


Рис.1. Мгновенные (а–г) и осредненные от 30 до 50 мс (д) уровни давления в осевом сечении.

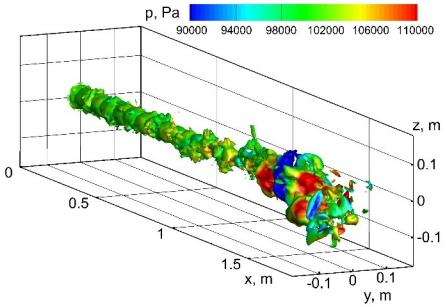


Рис. 2. Мгновенные (слева) и осредненные от 30 до 44 мс (справа) уровни давления, нанесенные на изоповерхности модуля градиента давления при 44 мс.

На рис. 3 сплошной линией показан спектр удельной кинетической энергии нестационарного участка струи, соответствующего рис. 2. Видно, что применяемый в настоящей работе численный метод позволяет моделировать спектр пульсаций на части инерционного интервала. На рис. 4 приведены осевые профили осредненного давления: экспериментальные данные [1] и результаты моделирования на основе КГД алгоритма на различных сетках. Результаты на более подробных сетках (кривые 3 и 4) показывают достаточно хорошее соответствие эксперименту.

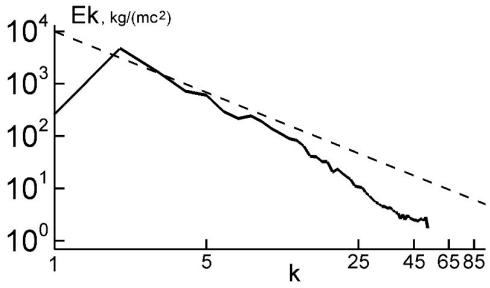


Рис. 3. Энергетический спектр удельной кинетической энергии турбулентной зоны струи при 44 мс (сплошная кривая), прямая с угловым коэффициентом -5/3 (пунктир).

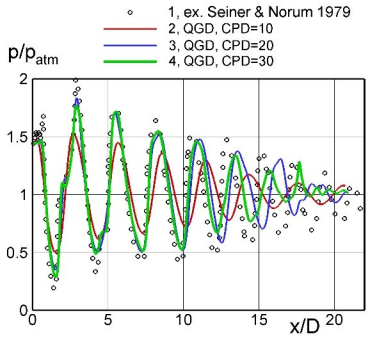


Рис. 4. Осевые профили осредненного нормированного давления, символы 1: эксперимент [1], кривые 2–4: расчеты.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Автор выражает благодарность профессору Т. Г. Елизаровой за большую помощь в постановке задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Seiner J.M., Norum T.D.* Experiments of shock associated noise on supersonic jets // AIAA 12th fluid and plasms dynamic conference. July 23-25, 1979. https://doi.org/10.2514/6.1979-1526
2. *Елизарова Т.Г., Широков И.А.* Регуляризованные уравнения и примеры их использования при моделировании газодинамических течений. М.: МАКС Пресс, 2017. 136 с.
3. K-100 System, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow; Available at https://www.kiam.ru/MVS/resourses/k100.htm

Широков Иван Анатольевич, ivanshirokov@inbox.ru

ЭКСПЕРЕМЕНТАЛЬНО-РАССЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ВЗРЫВНОМ РОСТЕ И РАЗРУШЕНИИ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЕЙ ОХЛАДИТЕЛЯ НА ПЕРЕГРЕТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

С.М. Юдин[1,2], К.С.Ковешников[1,2], Ю.П. Ивочкин[1]*
[1]Объединенный институт высоких температур РАН, Москва
[2]НИУ "Московский энергетический институт", Москва
[*]yudin_uchebnaya@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

Из множества теорий, описывающих дробление горячего расплава при его взаимодействии с жидкостью-охладителем, можно выделить т.н. кавитационно-акустическую гипотезу. В ее основе лежит предположение о том, что внутри металлической капли возникают зоны с отрицательными давлениями, которые могут быть вызваны внешним воздействием. Наличие таких зон свидетельствует о возникновении растягивающих напряжений, которые в свою очередь могут приводить к разрыву металлу изнутри ввиду резкого внутреннего вскипания (кавитации). Данная теория используется для объяснения процесса тонкой фрагментации капель воды и олова при кратковременном воздействии на них лазерным импульсом [1].

Цель данной работы – оценить, может ли взрывное разрушение паровых пузырей охладителя на поверхности расплава [2] инициировать импульсы давления, достаточные для возникновения явления внутреннего вскипания.

ЭКСПЕРЕМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Из-за технических трудностей количественные измерения непосредственно в жидком металле сильно затруднены. Поэтому эксперименты по измерению пульсаций давления, которые сгенерированные коллапсом паровых пузырей при кризисе поверхностного кипения дистиллированной воды, проводились непосредственно в охлаждающей жидкости (рис. 1).

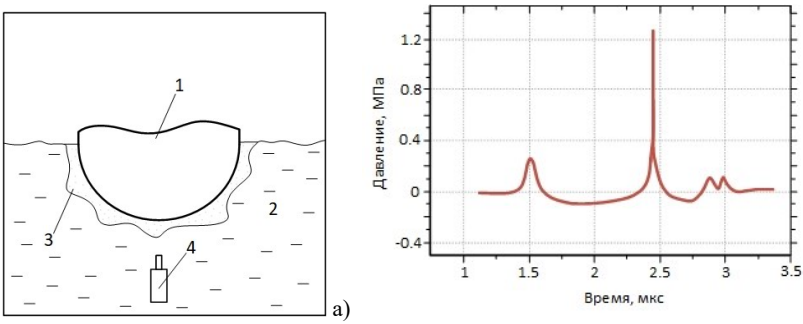


Рис.1 а) Схема опытного участка установки: 1 – нагреваемый полусферический торец, 2 – охлаждающая жидкость, 3 – паровая пленка, 4 – пьезодатчик; б) Характерный вид осциллограммы давления на расстоянии 6 мм от торца полусферы.

Опыты выполнены с использованием горячих стальных стержней, имеющих полусферические торцевые окончания. Стержни погружены в воду на глубину радиуса полусферы. Температуры образцов и охладителя, измеряемых термопарами типа хромель – алюмель, варьировались, соответственно, в диапазонах (200 – 600) ºС и (15 –

95) ºС. На фиксированном расстоянии от нижнего торца располагался пьезодатчик, измеряющий импульс давления при взрывном разрушении паровой оболочки (рис. 1а).

Результаты эксперимента показывают (рис.1б), что амплитуда давления, измеренная на расстоянии 6 мм, может превышать 10 атм., а время длительности отдельного импульса составляет несколько микросекунд.

ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Первоначально, опираясь на экспериментальные данные, было оценено значение амплитуды давления в точке взрывной генерации паровой структуры на горячей поверхности. Для этого проводилось численное моделирование, соответствующее эксперименту, в акустическом приближении в области охлаждающей жидкости (воде).

Расчет производился методом итерационного пересчета амплитуды давления p_0, т.е. амплитудное давление в предполагаемом месте разрушения - на нижнем торце капли варьировалось до тех пор, пока на интересующем нас расстоянии расчетное значение не совпадало с экспериментальными 1 МПа.

Характерный вид пульсаций, представленный на рис.1б позволяет при построении математической модели использовать гауссову форму (1) для описания импульса давления, инициируемого на поверхности расплава:

$$p_{\text{gauss}} = \begin{cases} p_0 e^{\frac{-\pi^2 (t-t_0)^2}{t_0^2}}, & t \in [0, t_0] \\ 0, & t \geq t_0 \end{cases}, \quad (1)$$

здесь t_0 – длительность импульса задавалась порядка 1 мкс. Также предполагается, что по мере распространения волнового фронта форма импульса не изменяется, а область нагружения имеет линейный размер порядка 1 мм.

В качестве уравнения состояния для воды использовалось соотношение в форме Тэта:

$$p = p_0 + \text{B}\left(\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n - 1\right),$$

здесь $p < 3 \cdot 10^9$Па, а B = 31· 10^7, n = 7,15.

В результате была получена следующая зависимость амплитудного значения давления в охлаждающей жидкости по мере удаления от места схлопывания (рис.2а) при наличии только одного поверхностного источника. Согласно результатам расчета, давление при таком нагружении в месте схода паровой структуры может достигать 20 МПа (200 атм.).

Опираясь на полученное значение импульса давления (удара по поверхности) был проведен расчет акустических полей непосредственно в жидкометаллической капле. Импульсная нагрузка осуществлялась в трех различных конфигурациях: одиночный местный источник давления, пара местных источников на верхнем и нижнем торцах капли, воздействие по всей сферической поверхности. В последнем случае имитируется взрывное одновременное разрушение всей паровой пленки.

Для жидкого олова при температуре плавления использовалась зависимость плотности от давления согласно уравнению состояния Ми-Грюнейзена (рис.2б).

Результаты расчета свидетельствуют, что внутри жидкого металла действительно возникают отрицательные давления (рис.3), которое практически линейно изменяется от количества дискретных источников.

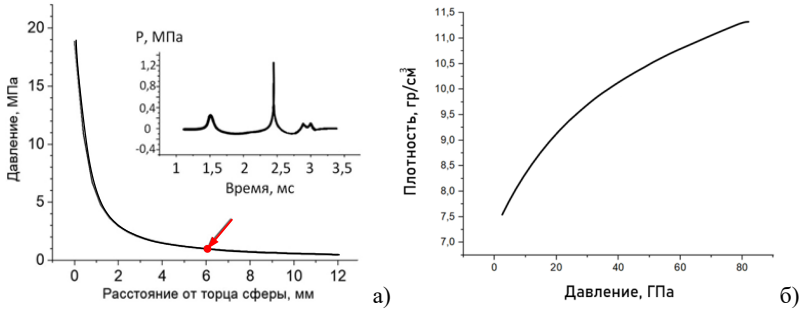


Рис.2. а) Расчетный график зависимости давления от расстояния до места схода паровой структуры при нагружении одним источником б) график зависимость давления в жидком олове от плотности согласно ур-ию Ми-Грюнейзена.

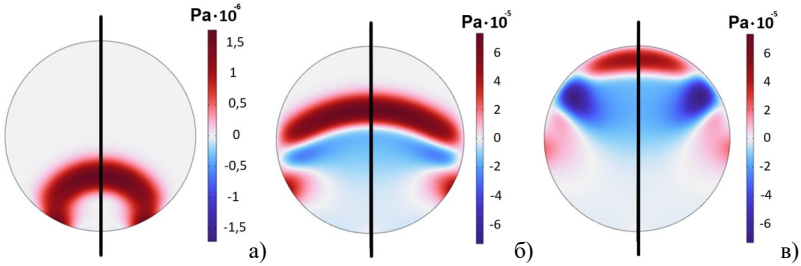


Рис.3.

При воздействии импульсом по всей поверхности давление концентрируется в центре капле и может возрастать на 1-2 порядка до (200 - 2000) МПа.

ВЫВОДЫ

В результате работы был проведен численный расчёт, благодаря которому была установлена кривая зависимости давления по мере удавления от места разрушения паровой структуры, а также оценено значения давления в самом месте разрушения.

Полученные акустические поля в капле жидкого олова не противоречат гипотезе кавитационно-акустической фрагментации расплава.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vinokhodov A. Y. et al.* Formation of a fine-dispersed liquid-metal target under the action of femto-and picosecond laser pulses for a laser-plasma radiation source in the extreme ultraviolet range // Quantum Electronics. 2016. V. 46(1), p. 23.
2. *Синкевич О. А. и др.* Экспериментальное исследование пленочного и переходного режимов кипения на твердых и жидкометаллических полусферах, погруженных в недогретую жидкость // Труды РНКТ-4. 2006. Т. 4. С. 208–211.

Юдин Степан Михайлович, Yudin_uchebnaya@mail.ru
Ковешников Кирилл Сергеевич, koveshnikov.ks@gmail.com
Ю.П. Ивочкин Юрий Петрович, ivochkin@yandex.ru

——♦♦♦——

ОЦЕНКА ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ ВБЛИЗИ ЛИНИИ ТРЁХФАЗНОГО КОНТАКТА В ПРОЦЕССЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Юй Чжаокай
МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва
yuzhaokai933@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные данные Г.Н. Микишева и Н.Я. Дорожкина [1] по определению логарифмического декремента малых колебаний реальной жидкости дают значение на 40% большие, чем расчёты с использованием теории погранслоя. В монографии [2] показывается, что неучёт эффектов вблизи линии трёхфазного контакта (ЛТК) является одной из основных причин рассогласования. В статье [3] предложено, что в процессе движения жидкости угол смачивания изменяется, пропорциональный скорости движения линии трёхфазного контакта, и сформулировано краевое условие с учётом изменения угла смачивания на линии трёхфазного контакта. Но полученное условие справедливо только для движения жидкости в цилиндрических сосудах при угле смачивания, равном 90 градусов. В статье [4] разработан метод малого параметра для учёта диссипации энергии вблизи линии трёхфазного контакта по аналогии с теорией пограничного слоя. В работе [5] построен численный алгоритм определения коэффициента демпфирования колебаний жидкости на основе метода конечных элементов. И в [6] предложен приближённо-аналитический метод оценки влияния изменения угла смачивания на диссипацию энергии вблизи линии трёхфазного контакта.

ВЫВОД ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ

Непосредственные наблюдения показывают, что жидкость в первый период колебаний смачивает стенку сосуда и при следующих циклах совершает движение по поверхности, покрытой плёнкой малой толщины. Именно в этой плоскости контакта возникают касательные напряжения трения. Непосредственные наблюдения показывают, что жидкость в первый период колебаний смочивает стенку сосуда и при следующих циклах движется по поверхности, покрытой плёнкой жидкости малой толщины. В плоскости контакта возникают касательные напряжения трения F_τ, пропорциональные касательной составляющей скорости $(\partial h/\partial t)/\sin\alpha_0$ и некоторому коэффициенту трения μ_γ.

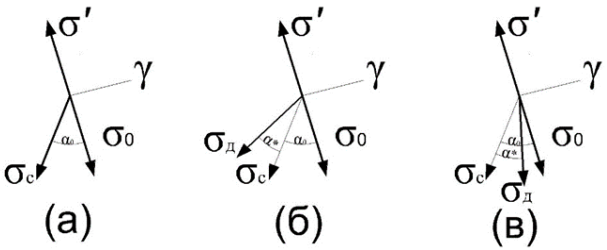


Рис. 1. Схема изменения угла смачивания жидкости: (а) – равновесие, (б) – жидкость движется в сторону газа, (в) – движется от стороны газа, где σ_0 и σ' – поверхностное натяжение разделов жидкости–стенки и газа–стенки, σ_c и $\sigma_д$ – статическое и динамическое поверхностное натяжение раздела жидкости–газа, их модули равны σ.

При плескании жидкости движущаяся сила σ^*, вызванная отличием α^* динамического угла смачивания от статического (рис. 1), уравновешивается F_τ:

$$F_\tau = -\mu_\gamma \frac{\partial h}{\partial t}\frac{1}{\sin\alpha_0},\ \sigma^* = \sigma\alpha^*\sin\alpha_0,\ F_\tau + \sigma^* = 0 \ \Rightarrow\ \alpha^* = \frac{\mu_\gamma}{\sigma\sin^2\alpha_0}\frac{\partial h}{\partial t},$$

Используя полученные результаты о возмущениях свободной поверхности в работе [7], получено новое граничное условие с учётом изменения угла смачивания для произвольной формы сосуда:

$$\frac{\partial h}{\partial e} + \chi h + \frac{\mu_\gamma}{\sigma\sin^2\alpha_0}\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \text{ на } \gamma.$$

Параметр χ описывает форму стенки и свободной поверхности на ЛТК [8]. Из полученного граничного условия вытекают другие две модели движения ЛТК:

1). $\mu_\gamma = 0$, т.е. имеем условие о сохранении угла смачивания, как было показано в работах Н.Д. Копачевского: $\partial h/\partial e + \chi h = 0$ на γ;

2). $\mu_\gamma \to \infty$, т.е. имеется модель неподвижной ЛТК: $h = 0$ на γ.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Вариационная формулировка задачи о малых колебаниях капиллярной жидкости с учётом изменения угла смачивания имеет вид:

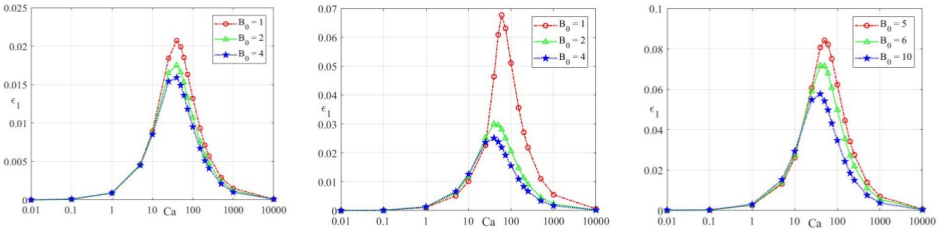
$$\delta I = 0,\ I = \int_{\Gamma_0}\left\{\left[B_0 r_{0s} - \left(k_1^2 + k_2^2\right)\right]h_n^2 + \nabla_\Gamma h_n \nabla_\Gamma h_n\right\}d\Gamma_0 + \chi\int_\gamma h_n^2 d\gamma +$$
$$C_a\Omega_n\int_\gamma h_n^2 d\gamma + \int_\Omega \nabla\varphi_n\nabla\varphi_n d\Omega,$$

выражения числа Бонда B_0, главной кривизны поверхности k_1 и k_2, параметра линии трёхфазного контакта χ приведены в работе [9], где $\Omega_n = -\varepsilon_n + i\omega_n$ – комплексная частота колебаний жидкости, а ε_n – коэффициент затухания за счёт диссипации энергии на ЛТК, C_a – число капиллярности, характеризующее соотношение вязкого трения и поверхностного натяжения:

$$C_a = \frac{\mu_\gamma}{\sin^2\alpha_0\sqrt{\rho l\sigma}} = \frac{\sqrt{\rho l^3\omega_n^2/\sigma}}{\rho l^2\omega_n\sin^2\alpha_0/\mu_\gamma} = \frac{\omega_n^*}{\mathrm{Re}_n^*\sin^2\alpha_0}.$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

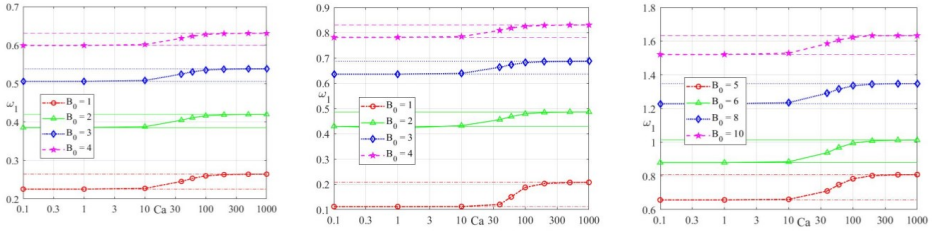
Из рис. 2 следует, что число капиллярности C_a в диапазоне 10–100 приводит к значительной диссипации энергии вблизи линии контакта и коэффициент демпфирования ε_1 имеет один порядок как коэффици затухания вблизи стенки сосуда. А из выражения числа капиллярности C_a видно, что при маленком угле смачивания α_0 и большом коэффициенте трения μ_γ число капиллярности C_a реальной жидкости может быть находится в этом диапазоне.



(а) (б) (в)

Рис. 2. Коэффицент затухания основного тона ε_1 в зависимости от числа капиллярности C_a и числа Бонда B_0, (а) – β = 20%, , (б) – 50% и (в) – 80 %.

На рис. 3 видно, что собственная частота ω_1 при C_a в диапазоне 10–100 монотонно увеличивается с повышением числа капиллярности. При $C_a \to 0$ собственная частота совпадает с численным значением частоты колебаний жидкости с граничным условием о сохранении угла смачивания α_0, а при $C_a \to \infty$ частота ω_1 приближается к результатам при неподвижной ЛТК γ ($h = 0$ на γ).



(а) (б) (в)

Рис. 3. Собственная частота основного тона ω_1 в зависимости от числа капиллярности C_a и числа Бонда B_0, (а) – β = 20%, , (б) – 50% и (в) – 80 %.

ВЫВОДЫ

Введено новое граничное условие на линии трёхфазного контакта с учётом диссипации энергии, вызываемой изменением угла смачивания в процессе движения жидкости. После решения задачи о малых колебаниях маловязкой капиллярной жидкости с применением нового граничного условия получены комплексные числа с отрицательной вещественной частью и определены коэффициенты демпфирования колебаний жидкости вблизи линии трёхфазного контакта. Количественно оценено влияние числа Бонда B_0, объёма жидкости β и введённого числа капиллярности C_a на значение коэффициента демпфирования вблизи линии трёхфазного контакта. Число капиллярности C_a в диапазоне 10–100 приводит к значительной диссипации энергии вблизи линии трёхфазного контакта.

БЛАГОДАРНОСТЬИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Автор выражает благодарность к.ф.-м. А.Н. Темнову и д.т.н. П.М. Шкапову за помощь в формулировке задачи и плодотворные обсуждения результатов работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по стипендиям Китая.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Микишев Г.Н., Дорожкин Н.Я.* Экспериментальное исследование свободных колебаний жидкости в сосудах // Механика и машиностроение. 1961. № 4.

2. *Богоряд И.Б.* Динамика вязкой жидкости со свободной поверхностью. Томск: Издательство Томского университета, 1980. 101 с.
3. *Hocking L.M.* The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // Journal of Fluid Mechanics. 1987. V. 179. P. 253–266.
4. *Miles J.W.* The capillary boundary layer for standing waves // Journal of Fluid Mechanics. 1991. V. 222. P. 197–205.
5. *Wang W.* Study on liquid sloshing with small amplitude considering capillary effect (in Chinese). Dissertation for the degree of Doctor of Engineering. Beijing: Tsinghua University, 2008. 141 p.
6. *Utsumi M.* Slosh damping caused by friction work due to contact angle hysteresis // AIAA Journal. 2017. V. 55. No. 1. P. 1–9.
7. *Мышкис А.Д., Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д.* О малых возмущениях равновесной поверхности капиллярной жидкости // Прикладная математика и механика. 1975. Т. 39. № 4. С. 695–702.
8. *Мышкис А. Д., Бабский В.Г., Жуков М.Ю., Копачевский Н.Д., Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д.* Методы решения задачи гидромеханики для условий невесомости. Киев: Наукова Думка. 1992. 592 с.
9. *Юй Чжаокай*. Волновые движения жидкого топлива в тороидальных сосудах с учётом силы поверхностного натяжения. Вестник Томского государственного университета. Математика и механика, 2022, № 78. С. 151–165.

Юй Чжаокай, yuzhaokai933@mail.ru

—— ♦♦♦ ——

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРОНТА ГОРЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОКИСЛИТЕЛЬНОЙ РЕГЕНЕРАЦИИ КАТАЛИЗАТОРА

О.С. Язовцева[1], И.М. Губайдуллин[2,3], А.Н. Загоруйко[4]*
[1]Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва
[2]Институт нефтехимии и катализа - обособленное структурное подразделение Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа
[3]Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа
[4]ФИЦ «Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН», Новосибирск
[*]kurinaos@gmail.com

Исследование посвящено математическому моделированию процесса окислительной регенерации слоя катализатора, в частности, исследованию условий возникновения фронта горения в слое катализатора при регенерации [1]. Окислительная регенерация катализатора – это выжиг коксовых отложений кислородсодержащим газом с целью восстановления каталитической активности.

Хорошо известны проблемы выжига коксовых отложений, связанные с экзотермичностью реакции. Горение кокса сопровождается резким повышением температуры, возникающим в определенный момент времени [2]. Фронт горения перемещается по длине слоя катализатора, образуя большие температурные забросы, что может привести к необратимой порче катализатора и возникновению опасных ситуаций на производстве [3].

Математическое моделирование выжига коксовых отложений катализатора позволяет эффективно выявлять проблемные участки горения и исследовать возможности управления процессом за счет подбора начальных данных и технологических параметров.

Модель регенерации слоя катализатора включает в себя нестационарные уравнения диффузии-конвекции-реакции для описания химических и диффузионных процессов в зерне катализатора. Граничные условия отвечают условиям массообмена между газом в зерне и в реакционной смеси. Химическое взаимодействие в ходе выжига описано как окисление углерода до его диоксида [2].

Для упрощения постановки задачи принята гипотеза об изотермичности зерна катализатора. Она позволяет не учитывать в тепловом балансе зерна изменение температуры по линейным параметрам зерна [4].

Уравнения учета движения газа в слое катализатора являются стационарными уравнениями переноса, что соответствует модели идеального вытеснения [5]. Скорость газа принята постоянной [2].

Расчет коэффициентов тепло- и массообмена проведен с использованием критериев подобия [2]. Эффективные коэффициенты теплопроводности реакционной смеси и теплоемкости зерна катализатора рассчитаны с учетом химических составов и пористости зерна [6]. Эффективный коэффициент диффузии рассчитан как среднегармоническое коэффициентов молекулярной и кнудсеновской диффузии с учетом проницаемости пор [7].

Предложенная модель хорошо отражает реальные процессы, протекающие в слое катализатора при его регенерации [2]. Изменение входных данных процесса ощутимо влияет на ход процесса, например, скорость движения фронта горения в значительной степени зависит от скорости реакционной смеси. Это дает основания полагать эффективность динамического управления процессом [8].

Вычислительный алгоритм выполнен на основе интегро-интерполяционного метода. В силу существенной нелинейности уравнения диффузии-конвекции-реакции проинтегрированы явно. При этом уравнения переноса по длине реактора аппроксимированы неявной схемой, поскольку неизвестные функции входят в них линейно. Граничные условия аппроксимированы также неявно: при некоторых параметрах возникает значительный градиент температуры и концентраций на границе зерна катализатора.

В работе представлены результаты моделирования слоя катализатора в процессе окислительной регенерации при нестационарных граничных условиях.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа Язовцевой О.С. выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект №19-71-30012). Работа Губайдуллина И.М. выполнена в рамках государственного задания Института нефтехимии и катализа УФИЦ РАН (тема No FMRS-2022-0078).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Балаев А.В., Дробышевич В.И., Губайдуллин И.М., Масагутов Р.М.* Исследование волновых процессов в регенераторах с неподвижным слоем катализатора // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1988. с. 233–246.
2. *Reshetnikov S.I., Petrov R.V., Zazhigalov S.V., Zagoruiko A.N.* Mathematical Modeling of Regeneration of Coked Cr-Mg Catalyst in Fixed Bed Reactors // Chemical Engineering Journal, 2020. V. 380. DOI: 10.1016/j.cej.2019.122374.
3. *Масагутов Р.М., Морозов Б.Ф., Кутепов Б.И.* Регенерация катализаторов в нефтепереработке и нефтехимии. М.: Химия, 1987. 144 с.
4. *Gubaydullin I.M., Peskova E.E., Yazovtseva O.S., Zagoruiko A.N.* Numerical Simulation of Oxidative Regeneration of a Spherical Catalyst Grain // Mathematical Models and Computer Simulations, 2023. V. 15. p. 485–495. DOI: 10.1134/S2070048223030079.

5. *Слинько М.Г.* Моделирование химических реакторов. Новосибирск: Наука, 1968. 96 с.
6. *Yazovtseva O.S., Gubaydullin I.M., Peskova E.E., Sukharev L.A., Zagoruiko A.N.* Computer Simulation of Coke Sediments Burning from the Whole Cylindrical Catalyst Grain // Mathematics, 2023. V. 11 (669). DOI: 10.3390/math11030669.
7. *Малиновская О.А., Бесков В.С., Слинько М.Г.* Моделирование каталитических процессов на пористых зернах. Новосибирск: Наука, СО РАН, 1975. 268 с.
8. *Губайдуллин И.М.* Математическое моделирование динамических режимов окислительной регенерации катализаторов в аппаратах с неподвижным слоем. Уфа: Институт Нефтехимии и катализа АН РБ. 1996. Автореферат диссерт. … канд. физ.-мат. наук.

Язовцева Ольга Сергеевна, kurinaos@gmail.com,
Губайдуллин Ирек Марсович, irekmars@mail.ru
Загоруйко Андрей Николаевич, zagor@catalysis.ru

—— ♦♦♦ ——

ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ БЫСТРОМ ВСКИПАНИИ ЖИДКОСТЕЙ: ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

С.Е. Якуш
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
yakush@ipmnet.ru

ВВЕДЕНИЕ

Фазовые переходы, сопровождающиеся значительным увеличением удельного объема вещества, могут служить источником механической энергии за счет расширения образующейся при переходе фазы. Характер этого расширения зависит от скорости фазового перехода – от изобарного при низком темпе (квазистационарный процесс) до волнового, когда расширяющееся вещество служит своего рода поршнем, вызывающим формирование волн сжатия в окружающем пространстве. Из всех возможных типов фазового перехода, наибольший интерес с этой точки зрения вызывает вскипание жидкости, для которого (вдали от критической точки) отношение плотностей в конденсированной (жидкой) и паровой фазах может составлять 2–3 порядка величины. Быстрое вскипание жидкости способно порождать ударные волны, данные явления относятся к категории физических взрывов [1].

Причины интенсивного вскипания жидкости могут быть связаны как с выделением внутренней энергии самой жидкости, так и с сообщением ей энергии от внешнего источника, которым может служить нагретое до высокой температуры тело или другая жидкость, температура которой значительно превосходит температуру кипения более летучей жидкости. Явления первого типа характерны для аварий при хранении и транспортировке сжиженных углеводородов – аварии типа BLEVE (Boiling Liquid Expanding Vapor Explosion) [2, 3]. Второй тип физических взрывов представляет значительный интерес в связи с проблемами безопасности ядерных энергетических реакторов – паровой взрыв при взаимодействии расплава кориума с водой при плавлении активной зоны, либо воды с тяжелометаллическим теплоносителем при разрыве трубки парогенератора реактора на быстрых нейтронах.

Физические взрывы обладают значительно меньшей энергетической эффективностью по сравнению с взрывами конденсированных веществ. Причинами сильной неидеальности являются конечная скорость выделения энергии (по сравнению с практически мгновенной детонацией при химических взрывах), кроме того, выделение энергии происходит в значительно большей области, что существенно снижает плотность энергии и плотность мощности взрыва.

Моделирование физических взрывов требует привлечения моделей многофазных сред для описания источника, в котором происходит преобразование внутренней энергии вскипающей жидкости в механическую работу расширения, в сочетании с подходами для описания возникающих в атмосфере или жидкой среде ударных волн, успешно применяемыми в газовой динамике. В работе рассмотрены примеры моделирования физических взрывов указанных типов.

ВЗРЫВЫ РЕЗЕРВУАРА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

Для описания быстрых газодинамических процессов при явлении типа BLEVE (взрыв расширяющихся паров вскипающей жидкости) плодотворной оказывается использование гомогенной равновесной модели, в которой предполагается, что паровая фаза при вскипании движется совместно с жидкой фазой, при этом процессы вскипания и конденсации протекают гораздо быстрее, чем собственно расширение облака. Это позволяет использовать предположение о термодинамическом равновесии между фазами, без необходимости рассмотрения кинетики фазового перехода. Наиболее простая модель для двухфазной среды получается в предположении об изэнтропичности процесса [2], более сложное описание включает решение уравнения для энергии двухфазной смеси и определение давления и объемной доли пара по найденной плотности и удельной внутренней энергии [3].

Как правило, считается, что явления типа BLEVE происходят со сжиженными газами, которые хранятся при температуре окружающей атмосферы в виде жидкости высокого давления (например, пропан), тогда как легкие углеводороды (метан) в этом контексте не рассматриваются (их сжижение требует криогенных температур). Однако в связи с бурным ростом во всем мире производства и перевозок сжиженного природного газа (LNG) встает вопрос о более адекватной оценке связанных с этим опасностей. В частности, при выходе из строя системы охлаждения следует ожидать резкого роста давления в резервуаре со сжиженным природным газом, что при последующем разрушении оболочки также может вызвать физический взрыв типа BLEVE. Поэтому встает вопрос о характеристиках взрывных волн и их опасности.

Для демонстрации относительной опасности взрывов от различных сжиженных углеводородов были проведены сравнительные расчеты взрыва резервуара диаметром 10 м, содержащего метан CH_4, пропилен C_3H_6 и пропан C_3H_8 при одинаковых начальных давлениях – 10 и 30 бар. Несмотря на значительные различия в начальных термодинамических параметрах (так, при давлении 10 бар начальная температура сжиженного метана составляет 149 К, пропана – 300 К, при 30 бар – 177 К и 350 К, соответственно), выделяющаяся при взрыве удельная энергия оказывается довольно схожей: при 10 бар для метана она составляет 21.7 кДж/кг, для пропана – 23.6 кДж/кг, а при 30 бар – 67.5 и 73.6 кДж/кг, соответственно. Более того, характерная скорость расширения, оцененная из выделяющейся энергии, при давлении 10 бар для метана составляет 208 м/с, для пропана – 217 м/с, а при 30 бар – 367 и 383 м/с, соответственно. Фактически, данные скорости определяют скорость «поршня», который толкает газ в атмосфере при разрушении резервуара и вызывает возникновение воздушной ударной волны. Расчеты, выполненные по сопряженной модели, подтвердили слабую зависимость характеристик ударных волн от вещества в резервуаре – практически все

определяется начальным давлением, которое соответствует, однако, различным температурам перед взрывом.

ВСКИПАНИЕ ВОДЫ В РАСПЛАВЕ ТЯЖЕЛОГО МЕТАЛЛА

Явления типа физического взрыва могут возникать не только в атмосфере, но и в жидкостях. Примером может служить авария с разрывом теплообменной трубки парогенератора ядерного энергетического реактора на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем. В результате такой аварии в расплав свинца при давлении порядка 1 МПа может выбрасываться насыщенная вода из второго контура, имеющая давление порядка 20 МПа. Истечение может быть как струйным, так и одномоментным, в последнем случае капля воды высокого давления оказывается окруженной значительно более плотной средой низкого давления. Первым этапом перехода воды к новому термодинамическому состоянию является вскипание и расширение пароводяной смеси, и лишь на более позднем этапе роль начинают играть тепловые процессы, связанные с нагревом пароводяной смеси горячим расплавом.

Рассмотренная в первом разделе равновесная гомогенная модель пригодна для описания волн сжатия, распространяющихся в расплаве свинца, а также последующего расширения пароводяной смеси. При этом для внутренней задачи пригодна та же модель, что применялась для описания взрывов резервуаров высокого давления, а внешняя среда (расплав свинца) описывается баротропным уравнением Тейта $p = p_* + B\left[\left(\rho_l/\rho_*\right)^\gamma - 1\right]$, которое нашло широкое применение, например, при моделировании подводных взрывов в воде. Параметры уравнения для свинца были определены из его справочных свойств [6], в частности – известной начальной плотности и скорости звука в расплаве: $p_* = 0.1$ MPa, $\rho_* = 10417.4$ кг/м^3, $\gamma = 12$ и $B = 2677.5$ МПа. Для воды использовались табличные данные по свойствам на линии насыщения.

Расчеты по сопряженной модели позволили получить волны давления, распространяющиеся по расплаву свинца при резком выбросе объема воды высокого давления. На рис. 1 показаны полученные волны давления в свинце при вскипании капли воды радиусом 13 мм с начальным давлением 18 МПа. Видно, что за быстро распространяющимся фронтом давления устанавливается квазистационарное распределение давления, а снижение давления в пароводяной области происходит медленно вследствие большой инерции тяжелого металла, заполняющего внешнее пространство. Дальнейшее расширение смеси вызывает радиальное растекание свинца, оно сопровождается периодическим перерасширением и схлопыванием, аналогично классической задаче Рэлея. Данные колебания, однако, не играют большой роли с точки зрения оценки опасности разрыва трубки парогенератора реактора, а имеют скорее теоретический интерес.

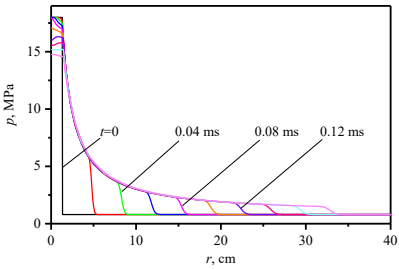


Рис. 1. Волна давления в расплаве свинца при вскипании капли воды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Физические взрывы представляют собой интересное явление, в котором взаимодействуют как гидродинамические, так и теплофизические процессы. Использование гомогенной равновесной модели является весьма продуктивным, поскольку позволяет описать процессы без рассмотрения деталей на микроуровне, что сопряжено со значительными неопределенностями.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Исследование выполнено в рамках госзадания ИПМех РАН (тема 123021700057-0). Автор выражает глубокую благодарность своим коллегам по исследованиям О.И.Мелихову и В.И.Мелихову (МЭИ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гельфанд Б.Е., Сильников М.В.* Химические и физические взрывы. М., Полигон, 2003, 416 с.
2. *Yakush S.E.* Model for blast waves of Boiling Liquid Expanding Vapor Explosions // Int. J. Heat Mass Transf. 2016. V. 103. p. 173–185.
3. *Якуш С.Е.* Расчет ударных волн при взрыве резервуара высокого давления со сжиженным газом // Физика горения и взрыва. 2020. с. 83–92.
4. *Безносов А.В., Бокова Т.А.* Оборудование энергетических контуров с тяжелыми жидкометаллическими теплоносителями в атомной энергетике. Н.Н., Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. 2012. 536 с.
5. *Zhang Y., Wang C., Lan Z., Wei S., Chen R., Tian W.* Review of thermal-hydraulic issues and studies of lead-based fast reactors // Renewable and Substainable Energy Reviews, 120 (2020), 109625.
6. *OECD/NEA.* Handbook on Lead-bismuth Eutectic Alloy and Lead Properties, Materials Compatibility, Thermal-hydraulics and Technologies, 2015. Nuclear Energy Agency OECD 2015 Ed.

Якуш Сергей Евгеньевич, yakush@ipmnet.ru

—— ♦♦♦ ——

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

Ян Наинг У.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва

yno64528@gmail.com

В данной работе рассмотрена задача о свободных колебаниях идеальной стратифицированной вращающейся несжимаемой жидкости, заполняющей цилиндрическую полость в твердом теле. Исследованы нормальные колебания стратифицированной жидкости, заполненной цилиндрический сосуд при малой и большой скорости вращения вокруг своей вертикальной оси симметрии. При достаточно больших значениях угловой скорости движения твердого тела с жидкостью рассматриваемый случай эквивалентен случаю вращения в условиях полной невесомости. Представлены численные результаты собственных значений и собственных функций нормальных колебаний жидкости получены при постоянной частоте плавучести и приведены в виде таблиц и графиков.

КОЛЕБАНИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ МАЛОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Рассмотрим задачу о собственных колебаниях вращающейся стратифицированной жидкости при полном и частичном заполнении полости. Пусть в невозмущенном движении вектор градиента плотности и вектор угловой скорости вращения коллинеарные векторы, а действие однородного силового поля описывается силовой функцией $U_0 = gx_3$. Здесь ограничимся рассмотрением случая, когда угловая скорость вращения ω_0 мала, и выполняется условие $\omega_0^2 \ell / g \ll 1$ (ℓ – характерный размер). Это будет означать, что в невозмущенном состоянии изгиб поверхностей равной плотности мал и им можно пренебречь. В этом случае, используя исходные уравнения возмущенного движения, вектор скорости $\overline{V}(x_1, x_2, x_3)$ запишется в виде:

$$\overline{V} = -\frac{\lambda}{\lambda^2 + 4\omega_0^2} L \cdot \overline{a},$$

где тензор L вида,

$$L = \begin{Bmatrix} 1 & \frac{2\omega_0}{\lambda} & 0 \\ -\frac{2\omega_0}{\lambda} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda^2 + 4\omega_0^2}{\lambda^2 + N_{33}^2} \end{Bmatrix} \tag{1}$$

здесь $N^2 = -\frac{g}{\rho_0^*}\frac{d\rho_0}{dx_3} = g\beta$, N^2 – частота плавучести, $\overline{a} = \frac{1}{\rho_0^*}\nabla p$.

Определим собственные числа и собственные функции задачи о нормальных колебаниях жидкости, полагая $p = \varphi e^{i\omega t}$, $q = \frac{\omega}{2\omega_0}$, ω – частота нормальных колебаний. В цилиндрических координатах (x_3, r, η) с началом координат на поверхности жидкости Γ краевая задача запишется в виде:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta^2} + \frac{1-q^2}{Fr^2 - q^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_3^2} = 0, \tag{2}$$

а граничное условие при полном заполнении жидкости будет

$$\frac{\partial\varphi}{\partial r} - \frac{i\chi}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} = 0, \quad \text{при } r = r_0, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial x_3} = 0, \quad \text{при } x_3 = 0, \quad x_3 = -H, \tag{3}$$

и при частичном заполнении жидкости запишется в виде,

$$\begin{gathered} \frac{\partial\varphi}{\partial r} - \frac{i\chi}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} = 0, \quad \text{при } r = r_0, \\ \frac{\partial\varphi}{\partial x_3} = 0, \quad \text{при } x_3 = -H, \qquad (N^2 - \omega^2)\varphi + g\frac{\partial\varphi}{\partial x_3} = 0, \quad \text{при } x_3 = 0. \end{gathered} \tag{4}$$

здесь $\chi = \frac{1}{q}$, $Fr^2 = \frac{N^2}{4\omega_0^2}$.

В рассматриваемом частном случае решение краевой задачи имеет вид

$$\varphi_{mnl} = J_m(\xi_{mn}\overline{r})\, e^{im\eta} \cos k_l x_3, \tag{5}$$

где

$$k_l^2 = k^2 \frac{q^2 - Fr^2}{1 - q^2}; \qquad k_l = \frac{l\pi}{H}; \quad l = 1, 2...,$$

$$\xi_{mn} = k_{mn} r_0, \quad \bar{r} = \frac{r}{r_0}, \quad n = 1, 2, 3..., \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm ...,$$

здесь $J_m(\xi_{mn} r)$ – функция Бесселя первого рода m-го порядка; ξ_{mn} – n-ый корень характеристического уравнения (6) при $\bar{r} = 1$, $m = 0$, $m = 1$:

$$Y_2(\xi_{mn}) = \xi_{mn} J'_m(\xi_{mn}) \pm m \chi_{mnl} J_m(\xi_{mn}) = 0, \tag{6}$$

при фиксированных значениях m, n, l, Fr^2, безразмерная частота колебаний определяется формулой

$$q_{mnl} = \sqrt{\frac{\xi_{mn}^2 \, Fr^2 + \bar{k}_l^2}{\xi_{mn}^2 + \bar{k}_l^2}}, \tag{7}$$

где $\bar{k}_l = k_l r_0$, $\chi_{mnl} = \dfrac{1}{q_{mnl}}$.

КОЛЕБАНИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ БОЛЬШОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

В данной постановке будем предполагать, что при достаточно больших значениях угловой скорости ω_0 стационарного вращения жидкости, поле центробежных сил инерции значительно больше поля сил тяжести, т.е. $\dfrac{\omega_0^2 \ell}{g} \square$. Следовательно, потенциальная энергия на единицу масс жидкости равна $\Pi_0 = \dfrac{\omega_0^2 r^2}{2}$. В таком случае свободная поверхность Γ вращающейся жидкости в закрытом сосуде в отсутствии колебаний примет форму цилиндрической поверхности с внутренним радиусом r_0.

В проекции на оси цилиндрической системе координат уравнения малых движений (1) запишутся в виде

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} = 2\omega_0 V_\eta - \frac{1}{\rho_0^*} \frac{\partial p}{\partial r} - w_r N_{rr}^2, \qquad \frac{\partial V_\eta}{\partial t} = -2\omega_0 V_r - \frac{1}{\rho_0^*} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \eta}, \qquad \frac{\partial V_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0^*} \frac{\partial p}{\partial x}, \tag{8}$$

где $N_{rr}^2 = \dfrac{1}{\rho_0^*} \dfrac{\partial \rho_0(r)}{\partial r} \dfrac{\partial \Pi_0}{\partial r} = k\omega_0^2$, k – постоянная, зависящая от соотношения плотностей жидкости.

Уравнение для определения собственных колебаний жидкости в возмущенном движении запишется в виде:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \left(1 - Fr^2 \cdot \chi^2\right) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \left[1 - \chi^2 \left(1 + Fr^2\right)\right] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \tag{9}$$

а граничные условия для быстровращающегося цилиндра со стратифицированной жидкостью будут

$$r\frac{\partial\varphi}{\partial r}-i\chi\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}=0,\quad \text{при}\ \ r=R_0,$$

$$r\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\left[4\frac{1-\chi^2(1+Fr^2)}{\chi^2}\varphi-i\chi\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}\right]=0,\quad \text{при}\ \ r=r_0, \tag{10}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=0,\quad \text{при}\ x=0,\quad x=-H.$$

В рассматриваемом частном случае решение задачи (9) и (10) для внутренних волн имеет вид

$$\varphi_{mnl}=\left[AJ_m(\xi_{mn}\bar{r})+BY_m(\xi_{mn}\bar{r})\right]H\left(\left(1-Fr^2\cdot\chi^2\right)^{-\frac{1}{2}}\eta\right)\cos k_l x, \tag{11}$$

где

$$k_l=\frac{l\pi}{H};\qquad \xi_{mn}=k_{mn}r_0;\quad k_{mn}=k_l\sqrt{\chi^2(1+Fr^2)-1},\qquad \chi=\sqrt{\frac{\bar{k}_l^2+\xi_{mn}^2}{\bar{k}_l^2(1+Fr^2)}};$$

здесь $J_m(\xi_{mn}\bar{r})$ и $Y_m(\xi_{mn}\bar{r})$ – функции Бесселя первого и второго родов m-го порядка.

Собственное число при фиксированных значениях m, n, l, Fr^2 для внутренних волн определяется формулой

$$q_{mnl}^{(вну.)}=\sqrt{\frac{\bar{k}_l^2(1+Fr^2)}{\bar{k}_l^2+\xi_{mn}^2}}. \tag{12}$$

Собственные функции жидкости для поверхностных волн можно представить так:

$$\varphi_{ml}=\left[C\,I_m(\mu_m\bar{r})+D\,K_m(\mu_m\bar{r})\right]H\left(\left(1-Fr^2\cdot\chi^2\right)^{-\frac{1}{2}}\eta\right)\cos\kappa_l x, \tag{25}$$

где

$$\kappa_l=\frac{l\pi}{H},\qquad \mu_m=\kappa_m r_0,\quad \kappa_m=\kappa_l\sqrt{1-\chi^2(1+Fr^2)},\quad \chi=\sqrt{\frac{\bar{\kappa}_l^2-\mu_m^2}{\bar{\kappa}_l^2(1+Fr^2)}};$$

здесь $I_m(\mu_m\bar{r})$ и $K_m(\mu_m\bar{r})$ – функции Бесселя мнимого аргумента (модифицированные функции Бесселя) m-го порядка.

Собственное число при фиксированных значениях m, l, Fr^2 для поверхностных волн,

$$q_{ml}^{(пов.)}=\sqrt{\frac{\bar{\kappa}_l^2(1+Fr^2)}{\bar{\kappa}_l^2-\mu_m^2}}. \tag{28}$$

В докладе также приведены численные результаты определения собственных частот в виде таблиц и графиков.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Автор благодарит научного руководителя доцента каф. Теоретическая механика МГТУ им. Н.Э. Баумана А.Н. Темнова за содействие при выполнении работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Краусс В.* Внутренние волны. Методы и результаты теоретической океанографии. Ленинград, Гидрометеоиздат, 1968, С. 270.
2. *Miles J.W., Troesch B.A.* Surface oscillations of a rotating liquid. // J. Appl. Mech., 1961, V. 28(4), p. 491-496.

3. *Габов С.А.* О спектре и базисах из собственных функций одной задачи, связанной с колебаниями вращающейся жидкости // Матем. сб., 1981, т. 116(158), № 2(10), с. 245–252.
4. *Черноусько Ф.Л.* Движение твердого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость. Москва, Вычислительный центр АН СССР, 1968, 230 с.
5. *Рвалов Р.В.* Краевая задача о свободных колебаниях вращающейся идеальной жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1973, № 4, с. 81–88.
6. *Темнов А.Н.* Колебания стратифицированной жидкости в ограниченном объеме: Дис. … канд. физ.-мат. наук. Москва, МВТУ, 1983, 192 с.
7. *Ян Наинг У.* Колебания стратифицированной вращающейся жидкости в цилиндрической полости // Труды МАИ. 2023. № 130. URL: https://trudymai.ru/published.php?ID=174605

Ян Наинг У, yno64528@gmail.com

—— ♦♦♦ ——

СОДЕРЖАНИЕ

Абди Х., ДжафариУрегани Н., Мелихов В.И, Мелихов О.И. Валидация кода STEG на экспериментах по гидродинамике горизонтального парогенератора 7

Аганин А.А., Халитова Т.Ф. Коллапс кавитационных пузырьков, расположенных в вершинах правильных многогранников 10

Агеев А.И, Осипцов А.Н. Автомодельные режимы установившегося стекания степенной жидкости по наклонной супергидрофобной поверхности 13

Агишева У.О., Галимзянов М.Н. Волны давления в трубе, заполненной жидкостью, содержащий пузырьковую зону в виде цилиндра 16

Аллилуева А.И. Коротковолновые асимптотические решения линеаризованных уравнений мелкой воды над резко меняющимся дном 19

Андросенко В.Н. Фрагментация заряженных капель воды после гравитационного отрыва от сопла 20

Андросенко В.Н., Котов М.А., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Якимов М.Ю. Влияние индуцированных неоднородностей плотности газа на стабильность плазмы непрерывного оптического разряда 22

Антонов Д.В., Зубрилин И.А., Сажин С.С., Скрипов П.В., Стрижак П.А., Яновский Л.С. Моделирование микровзрывного распада двухжидкостных капель 27

Байдулов В.Г. Об управлении параметрами колебания поплавка в неоднородной жидкости 30

Баренгольц С.А., Зубарев Н.М., Кочурин Е.А. Электрогидродинамическая неустойчивость границы расплавленного металла в условиях сильного электрического поля 30

Баширова К.И., Михайленко К.И. Две модели динамики лагранжевых частиц в канале вихревой трубы 34

Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н., Люлин Ю.В. Теоретическое и экспериментальное исследование течений с испарением на термокапиллярной границе раздела: особенности моделирования, анализ характеристик 36

Белоножко Д.Ф. К расчету неустойчивости заряженной поверхности неоднородной жидкости 40

Боговалов С.В., Джуля Д.Н., Кислов В.А., Тронин И.В. Волны в сверхсильных центробежных полях 42

Булатов В.В. Дальние волновые поля на поверхности раздела глубокого океана и ледяного покрова от локализованных источников 45

Булатов В.В., Медведева А.В., Станичный С.В. Внутренние волны – механизмы их проявления на оптических и радиолокационных изображениях 48

Бурмистрова О.А., Маркелова Т.В., Арендаренко М.С., Стояновская О.П. Анализ подходов к моделированию диссипации звуковых волн в гидродинамике сглаженных частиц 51

Буров Н.А., Гайдуков Р.К. Двухпалубная структура пограничного слоя в трехмерной задаче обтекания малой неровности на поверхности пластины..... 54

Вазаева Н.В., Чхетиани О.Г., Зайцева Д.В. Циркуляционные конвективные структуры в атмосферном пограничном слое по данным акустического зондирования и результатам моделирования 57

Васильев Н.В., Вавилов С.Н., Лиджиев Е.А., Зейгарник Ю.А. Исследование самопроизвольного триггеринга и распространения парового взрыва на расплавленных каплях соли 60

Верезуб Н.А., Простомолотов А.И. Управление вихреобразованием при выращивании трубчатых кристаллов..... 63

Вин КоКо, Темнов А.Н. Нелинейные колебания двухслойной жидкости при угловых колебаниях цилиндрической полости..... 66

Вяткин А.А., Козлов В.Г., Петухов С.А. Структура параметрической резонансной конвекции во вращающемся цилиндрическом слое жидкости 69

Гайдуков Р.К., Данилов В.Г. Эффективный подход к математическому моделированию задач обтекания с фазовыми переходами..... 71

Галеева Д.Р., Киреев В.Н. Моделирование динамики капли на основе уравнений Навье-Стокса-Кана-Хилларда..... 75

Галеева Д.Р., Киреев В.Н. Влияние геометрии канала и параметров теплообмена на течение жидкости в коническом диффузоре 77

Герасимов В.В., Зацепин А.Г. Связь тонкоструктурного расслоения стратифицированной водной среды с вертикальным турбулентным массообменом 80

Демышев С.Г., Дымова О.А. Оценки бюджета доступной потенциальной энергии в Черном море при использовании новых схем аппроксимации уравнений адвекции-диффузии тепла и соли 82

Денисова И.В., Солонников В.А. Существование фигур равновесия вращающейся капиллярной двухслойной сжимаемой жидкости..... 85

Джафари У.Н, АбдиХ., Мелихов В.И, Мелихов О.И. Моделирование экспериментов по перемешиванию теплоносителя на стенде СОУ с помощью кода OpenFOAM..... 88

Джуля Д.Н., Боговалов С.В., Тронин И.В. Новые механизмы разделения газовых смесей в сверхсильных центробежных полях под воздействием волн..... 91

Дмитренко А.В., Колпаков М.И., Лазарева М.А., Нестеренко И.С., Рагулин И.Ю., Королев А.Д., Мишин А.А., Хлобыстов С.М., Фесенко А.А. Стохастические уравнения для моделирования процессов переноса в установках на базе органического цикла Ренкина..... 94

Елизарова Т.Г., Широков И.А. Квазигазодинамические уравнения и опыт численного моделирования турбулентных течений 97

Елкин Д.Н., Зацепин А.Г. Лабораторное исследование влияния подводного хребта на перемещение антициклонических вихрей над наклонным дном во вращающейся жидкости под действием топографического бета-эффекта 99

Епифанов В.П., Гусева Е.К. Вынужденные колебания ледяных дисков при ударе 103

Ермаков С.А., Доброхотов В.А., Лещев Г.В., Даниличева О.А., Хазанов Г.Е., Купаев А.В., Сергиевская И.А., Плотников Л.М. Экспериментальное исследование затухания волн на поверхности воды, покрытой пластиковой пленкой, с использованием радиолокационных методов 104

Ермишина В.Е., Ляпидевский В.Ю., Чесноков А.А. Уединенные волны в многослойной стратифицированной жидкости 107

Есина Е.В., Чашечкин Ю.Д. Слияние свободно падающей капли с покоящейся принимающей жидкостью: энергетика и структура течений 109

Жиленко Д.Ю, Кривоносова О.Э. Подавление турбулентности неравномерным во времени вращением..... 114

Жиленко Д.Ю, Кривоносова О.Э., Сороковых Д.Е. Уменьшение турбулентных пульсаций скорости при модуляции скорости вращения 117

Зайцева Д.В., Люлюкин В.С., Кузнецов Д.Д., Вазаева Н.В. Волнообразные структуры в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое по данным наземного дистанционного зондирования..... 120

Зацепин А.Г., Подымов О.И. О прибрежных апвеллингах и даунвеллингах, обусловленных вихревой динамикой вод в северо-восточной части Черного моря..... 122

Звягинцева Е.А., КудымоваЕ.М., Власова О.А., Козлов В.Г. Устойчивость столбика Тейлора-Праудмана, создаваемого движущейся во вращающейся жидкости сферой..... 124

Звягинцева Е.А., Кудымова Е.М., Романец В.А, Козлов В.Г. Движение легкого сферического тела и жидкости во вращающейся полости..... 127

Золотухина А.А., Миненков Д.С. Асимптотические решения одномерного псевдодифференциального уравнения для водяных волн над неровным дном с учетом отражения от вертикальной стенки 130

Ильиных А.Ю. Тонкие структуры картины быстрого переноса вещества капли, свободно падающей в глубокую жидкость, в интрузивном и импактном режимах 131

Ильиных А.Ю., Усанов В.А. Экспериментальное исследование взаимодействия импульсной струи воды с расплавленным металлом 134

Ильиных А.Ю., Хайирбеков Ш.Х. Перенос вещества составной капли в интрузивном и импактном режимах..... 138

Ильиных А.Ю., Хайирбеков Ш.Х. Эволюция тонкой структуры картины распределения вещества составной оболочечной капли в принимающей жидкости на начальном этапе процесса слияния..... 141

Карпунин И.Э. Осцилляционная динамика фазового включения в осесимметричном вертикальном канале переменного сечения 145

Коваль К.А., Сухоруков А.Л. Об учете влияния стратификации жидкости при моделировании движения подводного глайдера дискообразной формы 148

Кожурина П.И., Томашева А.М., Горкунов С.В., Коломийцев Г.В. Линейная устойчивость фильтрационного течения газа и двух несмешивающихся жидкостей .. 151

Козлов В.Г., Зимасова А.Р., Козлов Н.В. Динамика слоя вязкой жидкости на внутренней границе горизонтальной цилиндрической полости при модуляции скорости вращения..... 154

Колбнева Н.Ю. Влияние эффекта релаксации вязкости на капиллярные осцилляции излучающей заряженной капли 157

Коломийцев Г.В., Горкунов С.В., Кожурина П.И., Томашева А.М. Исследование устойчивости бегущих волн в двухфазных потоках жидкости в пористой среде методом функции Эванса 160

Колчанов Н.В., Сидоров А.С. Тепловизионное исследование конвекции, вызванной внутренним тепловыделением в двухслойной системе «воздух – пористая среда» 163

Куйбин П.А. Модели вихрей: история и развитие 166

Куприянова А.Е., Гриценко В.А. О форме плотностной неустойчивости приповерхностной конвекции 169

Кучинский М.О., Любимова Т.П., Рыбкин К.А., Садовникова А.Д., Галишевский В.А. Динамика воздушного пузырька на твердой поверхности при воздействии ультразвука 172

Лапшина К.Ю. Расчет переноса вещества и энергии в невязком стратифицированном океане и атмосфере 175

Ливенец З.Д., Луговский А.Ю. Формирование и эволюция крупномасштабных вихревых структур в аккреционных дисках вокруг нейтронных звёзд 178

Ляпидевский В.Ю., Неверов В.В., Кармушин С.Р. Сдвиговые течения вязкоупругой среды с несколькими временами релаксации 180

Ляпидевский В.Ю., Чесноков А.А. Равновесная модель слоя смешения в стратифицированной жидкости: приложения к глубоководным течениям 183

Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л., Черевко А.А. Внутренние волны в двухслойной жидкости с непрерывной стратификацией в слоях 184

Маленко Ж.В., Ярошенко А.А. Изгибно-гравитационные волны в ледяном покрове от движущихся периодически меняющихся возмущений 187

Малиновская Е.А., Чхетиани О.Г., Азизян Г.В. Конвективные структуры вблизи нагретой поверхности 190

Матюшин П.В. Процессы образования гравитационных внутренних волн за телом, движущимся в двумерной и трехмерной стратифицированной вязкой жидкости 193

Минаев С.С., Дац Е.В. Эволюционные уравнения, описывающие гидродинамическую неустойчивость пламени 197

Миненков Д.С., Вотякова М.М. Асимптотики длинных распространяющихся волн в одномерном бассейне с пологими берегами 200

Михайлов Е.А., Таранюк А.А. Решение задачи об электровихревом течении между плоскостями при различных граничных условиях 200

Мухутдинова А.А. Влияние теплообмена на распределение гидродинамических параметров течения аномально термовязкой жидкости в кольцевом канале 203

Нестеров С.В., Калиниченко В.А. Поверхностные волны в круговом цилиндре с возвышением на дне 206

Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчеев С.Ф. Влияние параметров течения термовязкой жидкости в кольцевом канале на изменение критического числа Рейнольдса 209

Никулин А.С., Мелихов В.И. Применение модели переноса площади межфазной поверхности для описания двухфазного потока 212

Овсянников В.М. Квадратичный инвариант тензора скоростей деформаций контролирует нераскрытие шасси самолета 214

Остапец Р.Е. Взаимодействие пары вихрей в вязкой жидкости 217

Очиров А.А. Периодические течения в концентрационно-стратифицированной несжимаемой вязкой жидкости 221

Очиров А.А., Лапшина К.Ю. Особенности массопереноса, связанного с распространением поверхностных периодических течений в вязкой стратифицированной жидкости 224

Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д. Волновые движения и структура течения в вязких сжимаемых средах 227

Паршакова Я.Н., Висков М.В., Катаев Р.И. Моделирование распространения фильтрата твердых коммунальных отходов через защитную дамбу 231

Пескова Е.Е. Вычислительные алгоритмы для моделирования двухфазных сред с химическими реакциями и лазерным излучением 234

Петров А.Г. О лучевой теории волновых аттракторов в стратифицированной жидкости 235

Прохоров В.Е. Динамика отрыва от сопла заряженных капель 238

Пью Ко Ко, Байдулов В.Г. Собственные формы и собственные частоты в резонаторе Гельмгольца периодического сечения 241

Рожков А.Н., Федюшкин А.И. Фрагментация капли воды при ударе о диск 242

Руденко А.И. Интегро-дифференциальное уравнение с кубической нелинейностью для профиля стационарной поверхностной волны 246

Рулева Л.Б., Солодовников С.И. Экспериментальные исследования сферической модели 248

Садовникова А.Д., Любимова Т.П., Рыбкин К.А., Кучинский М.О., Галишевский В.А. Экспериментальное исследование импульсного ультразвукового воздействия на воздушные пузырьки в жидкости 250

Сафронов А.А. Моделирование закономерностей самоиндуцированного капиллярного распада вязкой струи, ее самопроизвольного изгиба, а также взаимодействия капельного потока с жидкой пленкой 253

Сиваков Н.С., Якуш С.Е., Мелихов В.И., Мелихов О.И. Численное исследование взаимодействия струи воды с расплавом свинец-висмут 254

Слюняев А.В., Шрира В.А. Динамика солитоноподобных волновых групп на встречных струйных течениях 258

Смирнов К.В. Растекание тонкого слоя вязкой жидкости и гидравлический прыжок в поле продольной массовой силы 261

Снытников В.Н., Пескова Е.Е. Цифровая модель лазерного реактора каталитической конверсии метана в углеводороды и водород 265

Соболева Е.Б. Режимы массопереноса в горизонтальном пористом слое с вертикальным потоком двухкомпонентной жидкости 266

Соленая О.А., Шишов Е.А., Чхетиани О.Г., Азизян Г.В., Копров В.М. О турбулентном потоке вихря в приземном слое атмосферы 269

Солодовников С.И., Рулева Л.Б. Экспериментальные исследования газоразрядной плазмы в стационарных и динамических средах 271

Стрижак П.А., Антонов Д.В. Тепломассоперенос и диспергирование при нагреве композиционного топлива гранул гидрата метана и жидкого биотоплива 275

Сухов А.Д., Петров А.Г. Форма гидравлического прыжка в плоской постановке 278

Талалов С.В. Квантовая турбулентность в терминах теории многих тел 281

Терентьев Е.Н., Алешин П.Е., Балабан Е.Д., Романов Д.Р., Шацков И.А. Применения методов градиентной морфологии 283

Терентьев Е.Н., Шугаев Ф.В., Shilin-TerentyevN.E. Структуры объектов цивилизаций 2-го и 3-го типов 287

Терентьев Е.Н., Шугаев Ф.В., Shilin-TerentyevN.E. Анализ окрестностей черных дыр и протопланетных дисков 290

Томашева А.М., Коломийцев Г.В., Шаргатов В.А. Критерий допустимости решений в виде бегущей волны для обобщенного уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргерса 293

Тукмаков Д.А. Численное моделирование динамики скоплений твердых частиц 296

Урманчеев С.Ф. О потере устойчивости течения аномально термовязкой жидкости и возникновение автоколебаний 299

Уточкин В.Ю. Особенности структурообразования вблизи реакционного фронта в системе несмешивающихся растворов кислоты и основания 302

Фадеев С.А., Шайдуллин Л.Р. Резонансные колебания газа в закрытой трубе с параболическим распределением температуры по радиусу 304

Федюшкин А.И. Колебательная конвекция в квадратной полости, подогреваемой сбоку 307

Хнкоян Г.В., Галигеров В.С., Павлов Д.Г., Николаев В.С., Стегайлов В.В. Образование Pb-O в возмущённом потоке жидкого свинца: молекулярно-динамический подход 309

Чашечкин Ю.Д. Классификация структурных компонентов течений гетерогенных жидкостей 313

Чашников Е.А., Никулин В.В. Оценка коэффициента сопротивления тороидальных пузырей 316

Шарифулин А.Н., Плотников С.А., Любимова Т.П. Формирование вихревых структур в неравномерно нагретой жидкости в вибрирующей квадратной полости 319

Широков И.А. Моделирование недорасширенной сверхзвуковой струи: ударно-волновые структуры и турбулентность 321

Юдин С.М., Ковешников К.С., Ивочкин Ю.П. Эксперементально-рассчетное исследование полей давления при взрывном росте и разрушении паровых пузырей охладителя на перегретой поверхности 325

Юй Ч. Оценка диссипации энергии вблизи линии трёхфазного контакта в процессе движения жидкости 328

Язовцева О.С., Губайдуллин И.М., Загоруйко А.Н. Моделирование фронта горения в процессе окислительной регенерации катализатора 331

Якуш С.Е. Волновые явления при быстром вскипании жидкостей: физические процессы и проблемы моделирования 333

Ян Н.У. Свободные колебания стратифицированной вращающейся жидкости в цилиндрической полости..... 336

14-Я МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕЦИЯ –
ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ
ВОЛНЫ И ВИХРИ В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ
Москва, Россия, 28 ноября – 01 декабря 2023

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ ШКОЛЫ

ISBN 978-5-91741-289-4

9 785917 412894

Подписано к печати 08.12.2023 Тираж 250 экз.

119034, Москва, Лопухинский пер., д. 3, стр. 2.
Отпечатано в ООО фирма «ИСПО-ПРИНТ»

ISBN 978-5-91741-284-9

ФГБУН ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ
им. А.Ю. Ишлинского РАН

Москва, 2023 г.