

На правах рукописи

КАЛИНИЧЕНКО Владимир Анатольевич

**Нелинейные эффекты
в поверхностных и внутренних волнах Фарадея**

01.02.05 - механика жидкостей, газа и плазмы

Автореферат
Диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2009

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Научный консультант:

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Чашечкин Юлий
Дмитриевич**
(Институт проблем механики им. А.Ю.
Ишлинского РАН)

доктор физико-математических наук,
профессор **Любимова Татьяна
Петровна**
(Институт механики сплошных сред УрО
РАН)

доктор физико-математических наук
Зацепин Андрей Георгиевич
(Институт океанологии им. П.П.
Ширшова РАН)

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук
**Институт гидродинамики им. М.А.
Лаврентьева СО РАН**

Защита состоится 01 апреля 2010 г. в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН по адресу: 119526 Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп.1 (ИПМех РАН).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН.

Автореферат разослан « » 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002.240.01
при ИПМех РАН
кандидат физико-математических наук

Е.Я. Сысоева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию волн Фарадея. Этим термином в гидродинамике определяют стоячие волны, возбуждаемые при параметрическом резонансе в жидкости, подверженной вертикальным колебаниям. Частота этих волн кратна половине частоты колебаний сосуда с жидкостью, причем в отличие от чисто вынужденных стоячих волн только учет нелинейных эффектов позволяет определить характеристики установившегося волнового режима.

В работе методами экспериментальной гидродинамики исследованы гравитационные волны Фарадея на свободной поверхности однородной жидкости и на границе раздела двухслойной жидкости. Установлены новые и малоизученные эффекты в поверхностных и внутренних волнах Фарадея: механизмы разрушения поверхностных и внутренних волн, наличие медленных вторичных стационарных течений в колеблющейся жидкости, эффект критической глубины для поверхностных волн, эффект срыва параметрических колебаний жидкости. Предложены теоретические модели, описывающие наблюдаемые в эксперименте явления.

Актуальность проблемы определяется широтой и многообразием нелинейных колебаний жидкости в природе и технике. Одной из форм таких волновых движений являются стоячие волны в ограниченных объемах жидкости, подверженной вертикальным колебаниям. Вопросы, связанные с возбуждением волн Фарадея, традиционно возникают в контексте развития авиационно-космической техники, гражданского строительства, ядерной технологии, транспортировки нефтепродуктов морским и наземным транспортом. В гидродинамике волновые движения жидкости при параметрическом резонансе представляют не только прикладной, но и фундаментальный интерес. Традиционно эти волны исследуются и теоретически, и экспериментально. В значительной мере интерес к волнам Фарадея обусловлен именно возможностью изучения волновых движений жидкости с точки зрения общей теории волн. Нелинейные по своей природе волны Фарадея обладают рядом малоисследованных эффектов, характерных для стоячих волн большой амплитуды. К ним относятся механизмы разрушения стоячих волн, процесс массопереноса в колеблющейся жидкости и особенности взаимодействия стоячих волн с размываемым слоем донных осадков.

Объектами исследования в диссертации являются поверхностные и внутренние волны Фарадея, возбуждаемые в колеблющемся в вертикальном направлении сосуде с жидкостью.

Цель работы – экспериментальное исследование новых и малоизученных эффектов в стоячих волнах, возбуждаемых при параметрическом резонансе в однородной и двухслойной жидкости.

Направление исследований

1. Создание экспериментальной установки для возбуждения гравитационных волн Фарадея в однородной и двухслойной жидкости.

2. Разработка методологического подхода к лабораторным экспериментам по исследованию параметрического возбуждения колебаний жидкостей со свободной поверхностью и границей раздела.
3. Развитие методов наблюдений за волновыми движениями жидкости.
4. Экспериментальные наблюдения волн Фарадея и построение теоретической модели исследуемого явления.
5. Использование параметрического резонанса в жидкости как способа генерации стоячих гравитационных волн.

Методы исследований, достоверность и обоснованность результатов
Изучение поверхностных и внутренних волн Фарадея проводилось на специально созданной установке, позволяющей сообщать сосуду с жидкостью гармонические колебания в вертикальном направлении с заданной частотой и амплитудой. Основным способом наблюдений является регистрация волновых процессов жидкости посредством современных методов высокоскоростной видеозаписи. Характеристики волн определялись при обработке материалов видеосъемки колебаний свободной поверхности жидкости или границы раздела двухслойной жидкости. Интерпретация полученных результатов проводилась на основании представленных теоретических моделей. Достоверность результатов подтверждается данными прямых наблюдений колебаний жидкости. Построение теоретических моделей базируется на основных уравнениях гидродинамики и теории колебаний.

На защиту выносятся

1. Эффект возбуждения поверхностных и внутренних гравитационных волн Фарадея и его теоретическое описание.
2. Механизм срыва параметрических колебаний жидкости.
3. Эффект критической глубины в случае поверхностных волн Фарадея.
4. Механизм разрушения поверхностных волн Фарадея
5. Механизм разрушения внутренних волн Фарадея
6. Эффект массопереноса в поверхностных и внутренних волнах Фарадея.

Научная новизна

1. Разработаны экспериментальные методы изучения параметрического резонанса в жидкости, включающие строго контролируемый способ возбуждения гравитационных волн Фарадея, прецизионную регистрацию волновых движений жидкости с целью выявления ряда новых гидродинамических явлений.
2. Установлена возможность возбуждения волн Фарадея на границе раздела двухслойной жидкости.
3. Разработана модель срыва параметрических колебаний жидкости.
4. Обнаружен эффект критической глубины для поверхностных волн Фарадея.
5. Разработаны модели разрушения поверхностных и внутренних волн Фарадея.

6. Установлен эффект массопереноса в поверхностных и внутренних волнах Фарадея.

Практическая ценность работы

1. Выявленные в диссертации особенности возбуждения волн Фарадея являются основой для тестирования существующих и построения новых гидродинамических моделей параметрического резонанса в жидкости.
2. Предложенные в диссертации механизмы разрушения волн Фарадея могут быть использованы в геофизических приложениях – воздействие набегающих морских волн на вертикальную стенку и перемешивание океанских вод.
3. Установленный в работе эффект массопереноса в волнах Фарадея представляет интерес для ряда прикладных задач, связанных с переносом примесей и образованием донных форм в прибрежной зоне океана.
4. Параметрический резонанс в жидкости как эффективный способ генерации стоячих волн может быть использован при лабораторном моделировании волновых движений жидкости в сосудах сложной геометрической формы.

Апробация работы. Результаты по теме диссертации получены в ходе выполнения работ в рамках задания (темы) «Разработка математических моделей волновых процессов, описываемых обобщенными краевыми задачами» (гос. рег. № 01.20.0108554); «Сложные жидкости в технологических процессах и подземная гидромеханика» (2006-2008 и 2009-2011); грантов РФФИ №97-05-64472, №99-01-01080, № 05-01-00043, №08-01-00180; межсекционных программ ОЭМПУ РАН «Динамика и акустика неоднородных жидкостей, газожидкостных систем и суспензий» (2003-2006), «Динамика многофазных и неоднородных жидкостей» (2006-2008), «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил»; программа Президиума РАН «Фундаментальные проблемы океанологии»; государственного контракта «Проведение исследований в области рационального природопользования с использованием уникальных установок».

Ниже представлен список публичных научных мероприятий, на которых были доложены материалы диссертации: III и IV школа-семинар «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости» (Колюбякино, 1980 и 1982), VIII и IX Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн (Львов, 1981; Тбилиси, 1985), II и III Всесоюзный съезд океанологов (Ялта, 1982; Ленинград, 1987), Int. Symp.IUTAM on Nonlinear. Water Waves (Japan, Tokyo, 1987), Всесоюзная конференция по проблемам стратифицированных течений (Саласпилс, 1988), 6th ASEAN Conference on Energy Technology (Bangkok, 1995), ASME Fluids' Engineering Division Summer Meeting (Vancouver, Canada. 1997), 5th ASIAN Symposium on Visualization (Puspiptek Serpong, Indonesia, 1998), 4th Euromech Nonlinear Oscillation Conference (Moscow, 1989), Int. Conf. Modern Approaches to Flows in Porous Media (Moscow, 1999), VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Пермь, 2001), 57th RGJ Mechanical Seminar Series: Mechanical Engineering Research and Applications (Bangkok, 2007), Международная конференция «Потоки и

структуры в жидкостях” (Москва, 2001, 2005, 2009; Санкт-Петербург, 2007), итоговый научный семинар-совещание по программе ОЭ-14 «Динамика многофазных и неоднородных жидкостей» (Москва, 2008), 3-я Всероссийская конференция с участием зарубежных ученых “Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения” (Бийск, 2008); Семинары ИПМех РАН «Механика систем им. акад. А.Ю. Ишлинского», «Проблемы механики сплошной среды», «Прикладная механика сплошных сред», «Динамика природных систем» (1979-2009); Семинар по механике сплошных сред (Институт Механики МГУ, 2007); Семинар «Прикладная гидродинамика» (ИГиЛ СО РАН, 2009); Пермский городской гидродинамический семинар им. Г.З. Гершуни и Е.М. Жуховицкого (ПГУ, 2009).

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в 45 публикациях, в том числе 17 содержатся в реферируемых журналах, учитываемых ВАК Министерства образования и науки РФ при защитах докторских диссертаций.

Личный вклад автора. Содержащиеся в диссертации материалы получены автором самостоятельно, либо под его руководством и при его непосредственном участии. Автору принадлежат проектирование и создание экспериментальной установки, постановка задач, организация и руководство всеми лабораторными экспериментами, а также развитие теоретических моделей.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из аннотации, введения, 6 глав, заключения, библиографического списка и иллюстраций. Диссертация изложена на 222 страницах, включает 103 рисунка, 8 таблиц и 177 ссылок на литературные источники.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** диссертации обосновывается актуальность проблемы и формулируется цель работы.

В **первой главе** диссертации представлен обзор литературы по рассматриваемой проблеме и описание экспериментальной установки ПР-2М, использованной при лабораторном моделировании поверхностных и внутренних волн Фарадея. В обзоре неразрывно с обсуждением ранее известных положений приводятся результаты соискателя.

Объектами лабораторных исследований являются стоячие гравитационные волны, возбуждаемые в колеблющемся в вертикальном направлении сосуде с жидкостью; переменный параметр - переменное ускорение силы тяжести $g^*(t) = g(1 + \frac{s\Omega^2}{g} \cos \Omega t)$ в системе отсчета, связанной с колеблющимся сосудом. Поскольку характеристики возбуждаемых волн зависят от частоты Ω и амплитуды s колебаний сосуда, основными требованиями к лабораторной установке являются строго вертикальные колебания сосуда с жидкостью и возможность изменения частоты и амплитуды этих колебаний.

Эксперименты по параметрическому возбуждению поверхностных и внутренних волн проводились на разработанной и созданной в ИПМех РАН установке ПР-2М (Параметрический Резонанс–вариант 2 Модернизированный.) – рис. 1.

Для обеспечения вертикальных колебаний сосуда с жидкостью использовался кривошипно-шатунного механизм, посредством которого вращательное движение вала электродвигателя преобразовывалось в возвратно-поступательное движение грузовой площадки (грузоподъемность до 40 кг). В ходе экспериментов при фиксированной амплитуде колебаний сосуда ($0.03 < s < 7.50$ см) можно плавно изменять частоту Ω в диапазоне от 0.3 до 5 Гц. Конструкция ПР-2М удовлетворяла требованиям о вертикальности (отклонение от вертикали $\sim 8'$) и гармоничности (коэффициент нелинейных искажений ~ 0.02) колебаний сосуда с жидкостью. В качестве рабочих жидкостей использовались керосин, вода, фреон, растворы сахара, поваренной соли, тиосульфата.

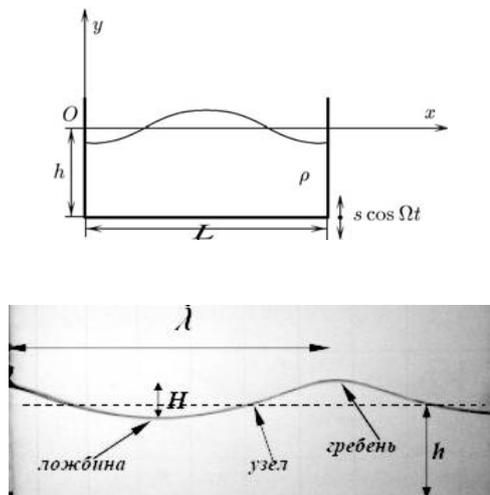


Рис. 1. Параметрическое возбуждение волн, их характеристики (λ - длина волны; H - высота волны) и общий вид экспериментальной установки ПР-2М



Для регистрации волновых движений жидкости использовалась киносъемка (кинокамера 16-СП) или цифровая видеосъемка (DIMAGE Z2, 24-30 к/с и высокоскоростная VS FAST, 200-400 к/с) с последующей обработкой на дешифраторе ЭДИ-452 или компьютерной обработкой в среде GetData Graph Digitizer 2.22. Измерение пространственных характеристик волн по материалам кино- и видеосъемки производилось с точностью 1мм (среднеквадратическая ошибка). Исследовались 1-3 моды поверхностных волн и 2-5, 8-12 моды внутренних волн Фарадея. В опытах варьировались глубина жидкости h и амплитуда колебаний s .

Вторая глава посвящена параметрическому возбуждению поверхностных волн. При определенных частотах Ω колебаний сосуда на свободной поверхности жидкости возбуждаются стоячие волны частоты $\Omega/2$ в случае основного параметрического резонанса или частоты Ω при гармоническом резонансе. Поскольку картина наблюдаемых волновых движений зависит от частоты Ω и амплитуды s колебаний сосуда, то в ходе экспериментов исследуются резонансные зоны и порог возбуждения волн Фарадея, проводится анализ волновых профилей и зависимостей высоты волны H от Ω . Для возбуждаемых волн становятся существенными нелинейные эффекты, проявляющиеся в асимметрии волновых профилей и колебаниях узлов стоячей волны. При интерпретации экспериментальных данных использовались асимптотические решения нелинейной задачи о поверхностных волнах Фарадея [Нестеров С.В. (1969; 1972); Кравцов А.В., Секерж-Зенькович С.Я. (1993)].

Проведено многоплановое исследование поверхностных волн Фарадея, возбуждаемых при основном параметрическом резонансе в широком диапазоне экспериментальных параметров. Изучались волновые моды $n=1-3$ на свободной поверхности жидкости глубиной $h=6-25$ см в вертикально колеблющемся сосуде при перегрузке $\varepsilon = \frac{s\Omega^2}{g} = 0.068 - 0.262$.

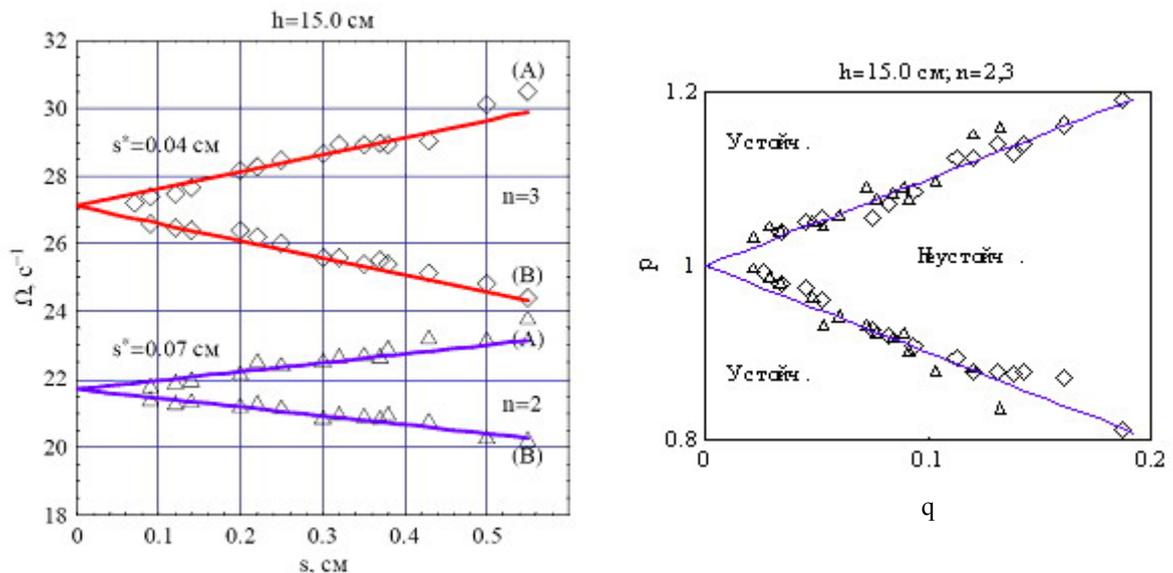


Рис. 2. Диаграммы устойчивости свободной поверхности жидкости (вода) для второй и третьей волновых мод; сплошные прямые – рассчитанные границы области неустойчивости; $p = (2\omega_n / \Omega)^2$ - частотная расстройка, $q = 2\kappa_n s \text{th} \kappa_n h$ - параметр внешнего воздействия

Исследован частотный диапазон возбуждения поверхностных волн Фарадея и построена универсальная диаграмма устойчивости волновых мод. Области неустойчивости свободной поверхности жидкости глубиной $h=15$ см для второй и третьей волновых мод $n=2, 3$ приведены на рис. 2. Пороговое

значение параметра внешнего воздействия, ниже которого для всех Ω свободная поверхность остается невозмущенной, равно $q^* \sim 0.018$.

Сняты резонансные зависимости, для которых характерны срыв колебаний и жесткое возбуждение волновых мод - рис. 3. Для исследуемой гидродинамической системы выявлены эффекты мягкой и жесткой восстанавливающей силы – в первом случае высота волны монотонно растет с уменьшением частоты колебаний сосуда, во втором величина H растет с увеличением Ω .

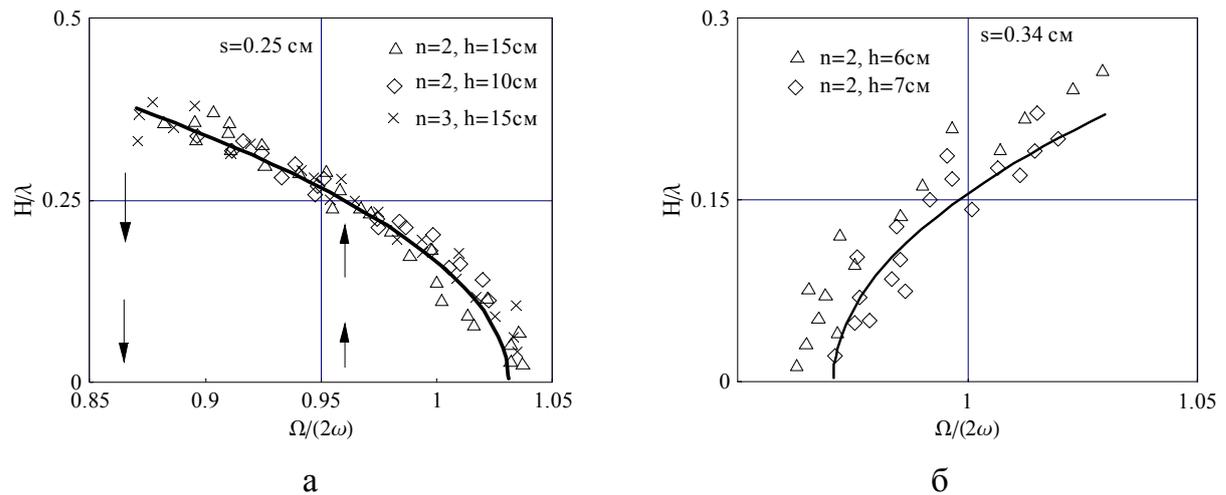


Рис. 3. Резонансные зависимости поверхностных волн Фарадея; сплошная кривая – рассчитанная резонансная зависимость; $L=50$ см, $W=4$ см; а,б – эффект мягкой и жесткой восстанавливающей силы, определяемый отношением h/λ

Проанализированы нелинейные свойства поверхностных волн Фарадея, проявляющиеся в асимметрии волнового профиля и колебаниях узлов стоячей волны – рис. 4.

Проведена верификация гидродинамической модели [Нестеров С.В. (1969; 1972)], которая находится в хорошем количественном соответствии с данными эксперимента: различия в собственных частотах не превышают 1.5%, резонансных зависимостей и волновых профилей – 10% для крутизны волны, не превышающей значение 0.24.

Изучено влияние диссипативных факторов на процессы возбуждения и затухания поверхностных волн Фарадея. При сравнении с данными эксперимента использовались результаты специально выполненного расчета в приближении линейной теории пограничного слоя. Расчетные значения коэффициента затухания как интегральной меры рассеяния энергии находятся в хорошем количественном соотношении с экспериментальными данными. Показано, что при $h=15$ см относительная ошибка теоретических оценок пороговой амплитуды колебаний сосуда, коэффициентов затухания и нарастания высоты волны составляет величину порядка 15%, а при $h=7.5$ см – 40%, т.е. ошибка увеличивается с уменьшением глубины жидкости h . Исследован процесс выхода колебаний жидкости на стационарный режим. Для второй моды проведено численное интегрирование системы уравнений,

описывающих изменение высоты и фазы волны с учетом диссипативных факторов. Сопоставление численных результатов с данными опыта показало отличие порядка 10%. Переходный процесс характеризуется затухающими осцилляциями высоты волны около стационарного значения, причем время установления стационарных колебаний около 80 периодов волны.

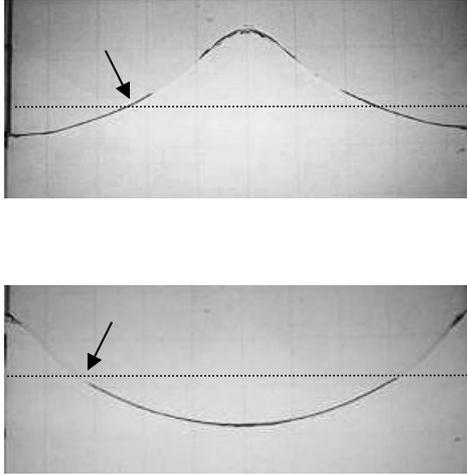


Рис. 4. Профили максимального развития второй волновой моды: $n=2$, $h=15$ см, $s=0.25$ см, $\Omega=21.15$ с⁻¹, $H=11.8$ см. Стрелками показаны узлы стоячей волны.

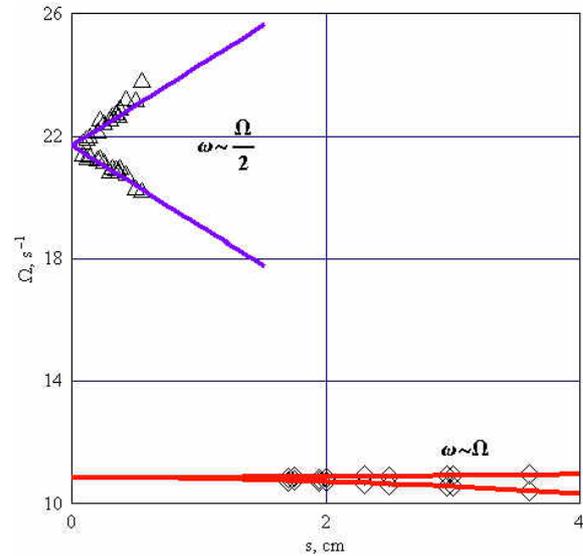


Рис. 5. Диаграмма устойчивости для второй волновой моды на свободной поверхности воды в прямоугольном сосуде (50×4×50см): $\omega_2 \sim \Omega/2$ – основной параметрический резонанс ($h=15$ см); $\omega_2 \sim \Omega$ – гармонический резонанс ($h=20$ см); прямые – границы зон неустойчивости, рассчитанные в рамках линейной теории

Возбуждены и измерены волны Фарадея в условиях гармонического резонанса. Для второй моды проведены оценки резонансной зоны, снята амплитудно-частотная зависимость. Гармонический резонанс определяется более узкой областью неустойчивости, а пороговая амплитуда колебаний сосуда в случае основного резонанса в 40 раз меньше, чем при гармоническом резонансе – рис. 5.

Проведенные исследования поверхностных волн Фарадея позволили выработать общую методику исследования параметрического резонанса в жидкости и рассматривать последний как способ возбуждения стоячих волн при решении различных задач экспериментальной гидродинамики.

В **третьей главе** исследуются волны Фарадея на границе раздела двухслойной жидкости. Аналогично поверхностным волнам возбуждение внутренних волн Фарадея зависит от частоты и амплитуды колебаний сосуда, а также от вязкости жидкостей.

Изучен механизм генерации внутренних волн Фарадея в широком диапазоне экспериментальных параметров – возбуждение различных волновых

мод ($n=2-5$, $8-12$) на границе раздела двух смешивающихся или несмешивающихся жидкостей при амплитуде колебаний сосуда $s=0.5-3.0$ см в прямоугольных сосудах, имеющих коэффициент формы $W/L = 0.08, 0.20$.

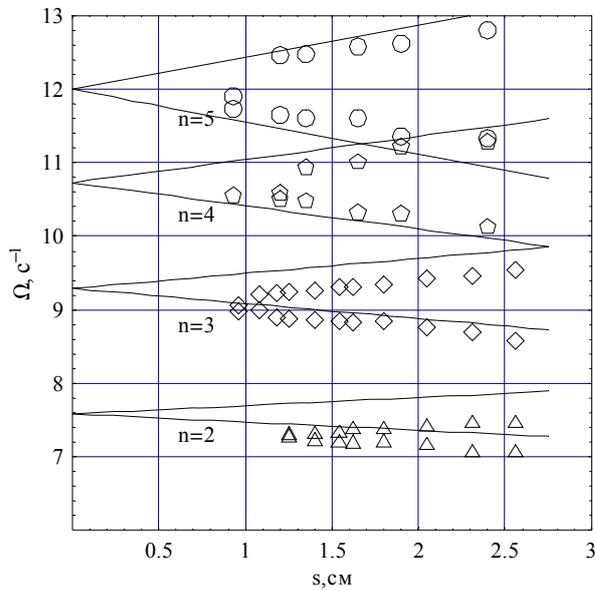


Рис. 6. Диаграмма устойчивости: керосин-вода, $h_{1,2}=15$ см, $\rho_1=0.792$ г/см³, $\rho_2=1.000$ г/см³, $n=2-5$

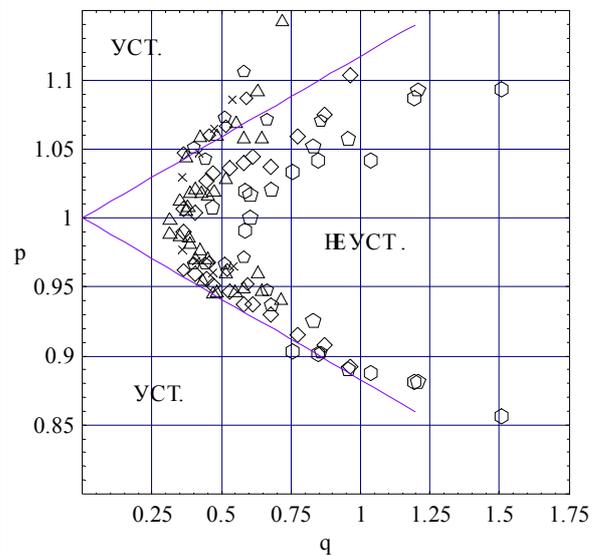


Рис. 7. Область неустойчивости границы раздела керосин-вода: $n=2-5$ ($h_{1,2}=15$ см) и $n=8-12$ ($h_{1,2}=10$ см)

Проведен анализ диаграмм устойчивости, определяющих зоны возбуждения внутренних волн Фарадея. Сопоставление данных эксперимента и теоретической модели [Нестеров С.В. (1972), Секерж-Зенькович С.Я. (1983)] привело к заключению о наличии сдвига рассчитанной собственной частоты в область высоких частот – рис. 6. Указанное смещение в 5-7% можно объяснить принятыми в теории допущениями об идеальности жидкостей и бесконечности их глубин.

Сняты резонансные зависимости высоты волн Фарадея от частоты колебаний сосуда. Для выбранных экспериментальных параметров высота волны увеличивалась с уменьшением частоты колебаний сосуда – рис. 8. Сравнительный анализ экспериментальных и теоретических резонансных зависимостей показал, что помимо сдвига по частоте имеется существенное отличие в крутизне резонансных кривых (особенно значительное в зоне жесткого возбуждения). Причиной такого отличия является вторичное волнообразование и вихревые структуры в узловых областях стоячей волны; именно эти процессы могут рассматриваться как разрушение стоячих гравитационных волн на границе раздела двух жидкостей.

Учет диссипативных эффектов позволил оценить пороговую амплитуду и коэффициент затухания, являющимися критическими параметрами для возбуждения внутренних волн Фарадея. Для второй и третьей волновых мод на границе раздела керосин-вода и керосин-раствор сахара получены экспериментальные оценки пороговых амплитуд колебаний сосуда и коэффициенты затухания, которые примерно в 20 раз превосходят соответствующие величины для поверхностных волн Фарадея. По аналогии с

поверхностными волнами при интерпретации опытных данных использовались результаты линейной теории периодического пограничного слоя с учетом отличия вязкости верхнего и нижнего слоев жидкости. Экспериментальные и рассчитанные величины совпадают с точностью до 15%.

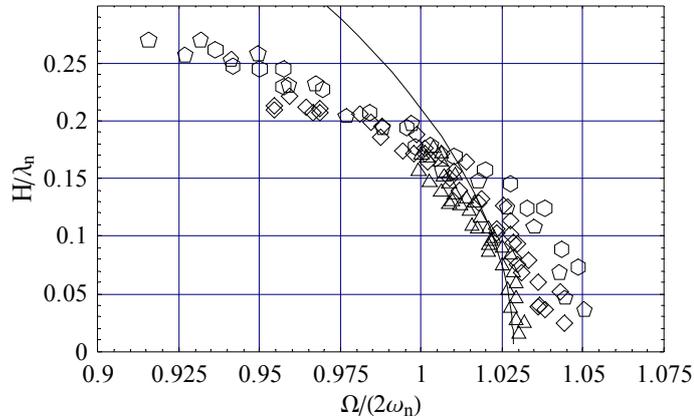


Рис. 8. Безразмерная резонансная зависимость: керосин-вода, $n=2-5$, $L=50$ см, $W=4$ см, $s=1.9$ см, $h_{1,2}=15$ см, сплошная кривая – рассчитанная зависимость для четвертой моды

Представлены результаты измерений скоростей частиц двухслойной жидкости во внутренних волнах Фарадея. Проведена верификация гидродинамической модели [Сретенский Л.Н. (1977)], описывающей возбуждение волн двух видов в двухслойной жидкости со свободной поверхностью. В случае волн второго вида колебания границы раздела и свободной поверхности происходят в противофазе. Определен горизонт, на котором вертикальные составляющие скорости частиц жидкости равны нулю.

В **четвертой главе** представлены результаты исследований новых и малоизученных эффектов вырождения и нелинейности в волнах Фарадея.

Экспериментально исследован эффект критической глубины, т.е. той глубины жидкости, при которой происходит изменение наклона резонансной зависимости для поверхностных волн Фарадея. Для второй волновой моды проведена серия экспериментов, в которых сняты резонансные зависимости параметрически возбуждаемых волн на поверхности жидкости, глубина которой изменялась в диапазоне $6 < h < 15$ см – рис. 9. Резонансные зависимости вблизи критической глубины жидкости не являются однозначными функциями частоты колебаний сосуда, а имеют две устойчивые ветви [Sekerj-Zenkovitch S.Ya. et al. (1998)]. Одна ветвь отображает эффект мягкой восстанавливающей силы (увеличение высоты волны с уменьшением частоты колебаний сосуда); а вторая ветвь – эффект жесткой восстанавливающей силы (увеличение высоты волны с ростом частоты). В результате этого могут происходить резкие изменения амплитуды волн при плавном изменении частоты, а также явления гистерезиса. Для глубин жидкости ($h=6$ и 15 см), далеких от критической, наблюдается исчезновение одной из ветвей резонансных кривых.

Исследован эффект вырождения волн Фарадея, при котором на одной частоте колебаний сосуда происходит одновременное параметрическое возбуждение двух волновых мод. Для внутренних волн Фарадея это – возбуждение составных внутренних волн (рис. 10). Для поверхностных волн

Фарадея эффект вырождения проявляется во взаимодействии двух волновых мод – первой волновой моды $n=1$ ($\omega_{n=1} \sim \Omega/4$) и второй моды $n=2$ ($\omega_{n=2} \sim \Omega/2$).

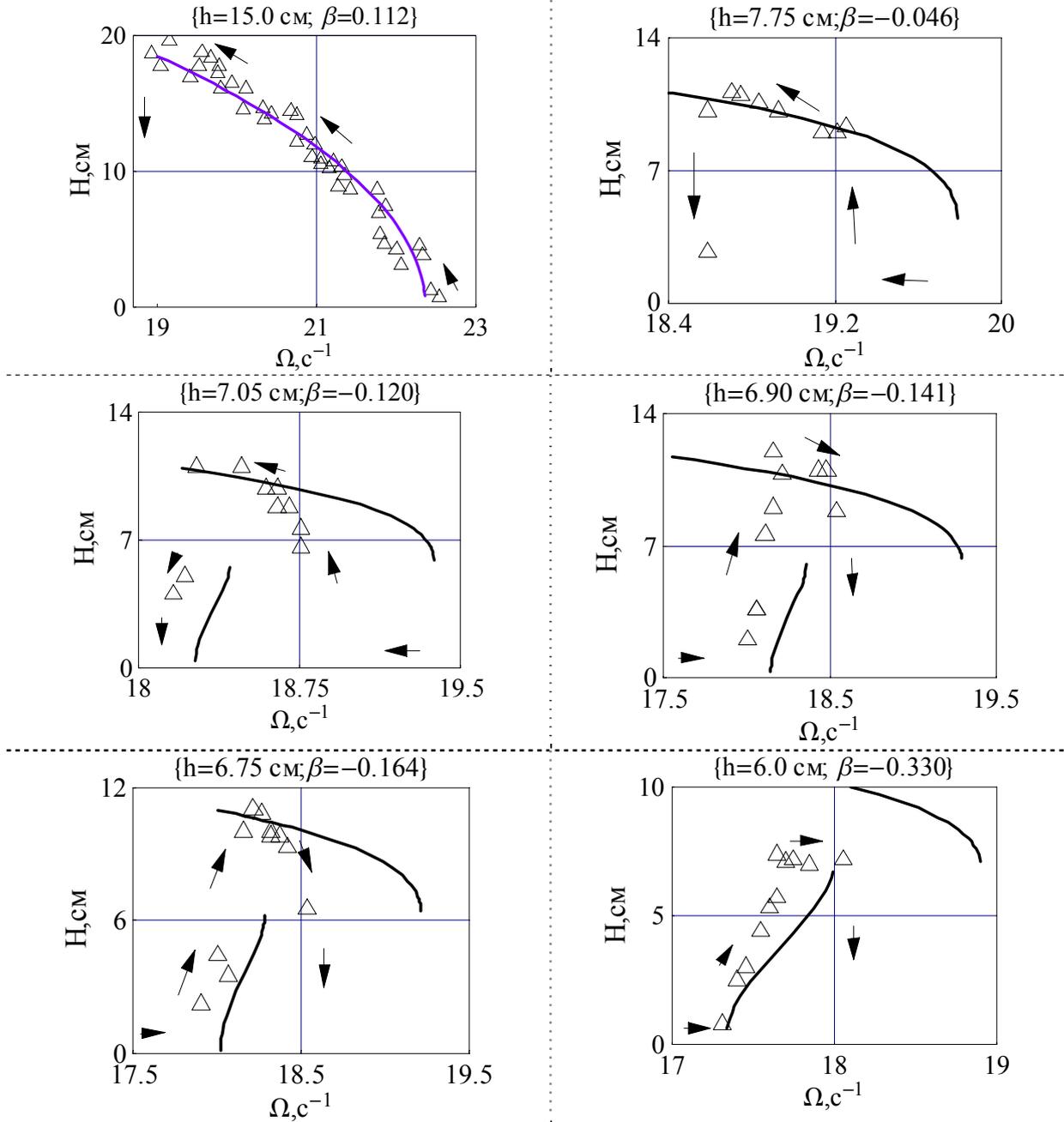


Рис. 9. Резонансные зависимости для второй волновой моды при глубине жидкости, близкой к критической $h_{cr}=8.42$ см: (Δ) - экспериментальные данные; сплошные кривые – модель [Sekerj-Zenkovitch S.Ya. et al. (1998)]

В условиях основного резонанса Фарадея исследован срыв колебаний свободной поверхности однородной и границы раздела двухслойной жидкостей в прямоугольном сосуде. В эксперименте для нескольких мод поверхностных и внутренних волн измерены частоты срыва, при подходе к которым наблюдается интенсивное разрушение волн. Теоретическое моделирование основано, как и в теории параметрических колебаний механических систем с одной степенью свободы, на предположении об определяющей роли диссипативных факторов.

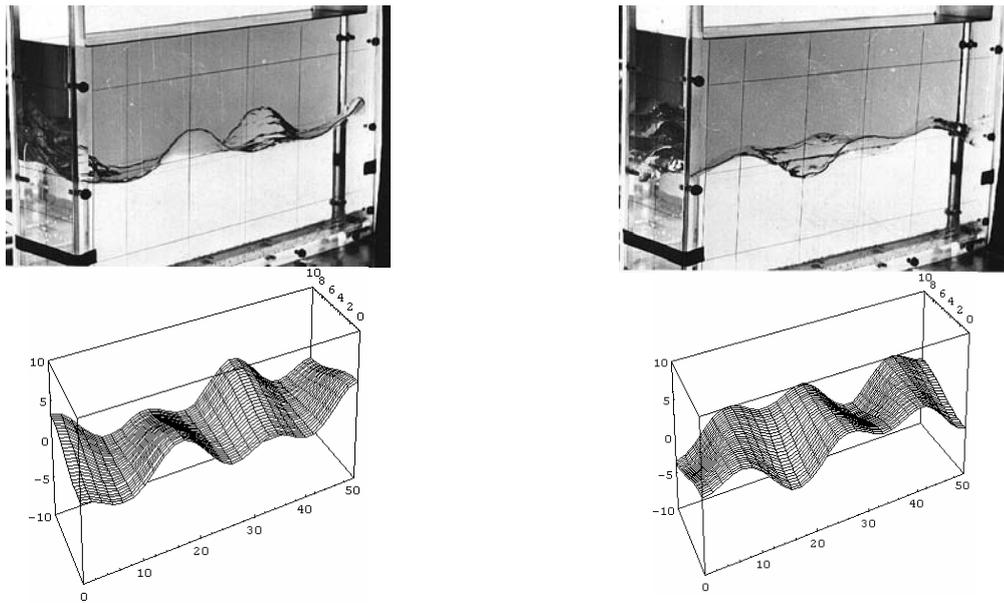


Рис. 10. Профили максимального развития составных внутренних волн Фарадея (эксперимент и модель): керосин-вода, $\rho_1=0.79$ г/см³, $\rho_2=1.00$ г/см³, $h_{1,2}=10$ см; суперпозиция волновых мод (6,0) и (3,1) на частоте $\Omega=12.75$ с⁻¹

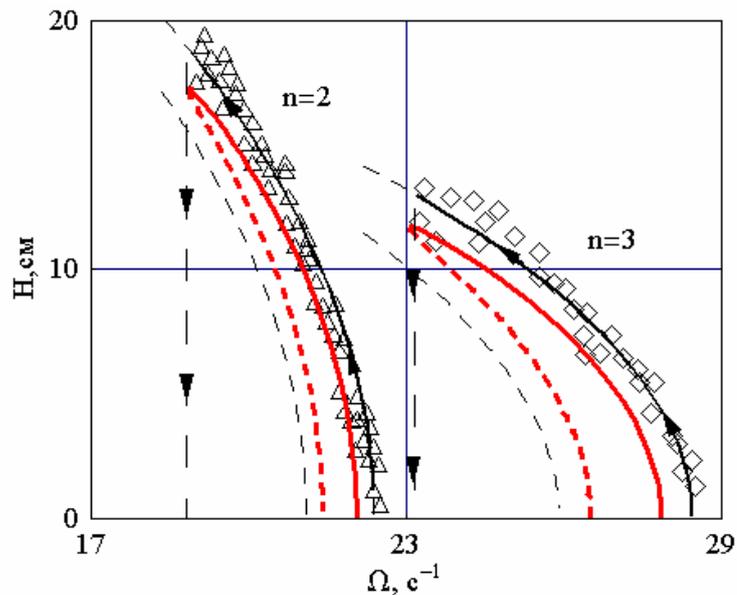


Рис. 11. Резонансные зависимости $H(\Omega)$ для двух мод поверхностных волн Фарадея при $h=15$ см, $s=0.25$ см. Направленные вниз стрелки соответствуют частоте срыва колебаний 18.8 и 23.2 с⁻¹. Сплошные и пунктирные кривые – устойчивая и неустойчивая ветви резонансной зависимости, построенные с использованием «вязкого» и эквивалентного коэффициентов затухания

Учет в модели эффектов диссипации позволяет найти частоту срыва параметрических колебаний как абсциссу точки пересечения устойчивой и неустойчивой ветвей резонансной зависимости. По экспериментальным резонансным кривым введен и оценен эквивалентный коэффициент затухания разрушающихся волн Фарадея – рис. 11. Введенный эквивалентный

коэффициент затухания в 4 и 7 раз превышает определенные по обычной методике коэффициенты. С физической точки зрения процесс разрушения волн в виде струйных выбросов можно рассматривать как дополнительный механизм диссипации волновой энергии и к потерям энергии на вязкую диссипацию необходимо добавить потери на разрушение. Справедливость принятого подхода продемонстрирована на механической системе с одной степенью свободы – физическом маятнике с вертикально колеблющейся точкой подвеса.

Пятая глава посвящена исследованию механизмов разрушения волн Фарадея.

Наблюдаемые в эксперименте поверхностные волны Фарадея разделены на три категории: регулярные, нерегулярные и разрушающиеся волны. К регулярным волнам, отнесены те волны, профиль которых обладает временной периодичностью и пространственной симметрией относительно вертикальных плоскостей, проведенных через пучности волн. Установлено, что на поверхности глубокой жидкости максимальная крутизна регулярных волн равна $\Gamma_m \sim 0.255$. Оценка предельного угла при гребне таких волн составила величину 80° . Волны, у которых нарушается временная и пространственная симметрия, но объем колеблющейся жидкости сохраняет связность, были отнесены к нерегулярным волнам Фарадея. Наконец, волны, в которых со свободной поверхности срывались либо отдельные капли жидкости, либо струи, были отнесены к разрушающимся волнам Фарадея. Расположение этих трех категорий волн на (p, q) -плоскости показано на рис. 12.

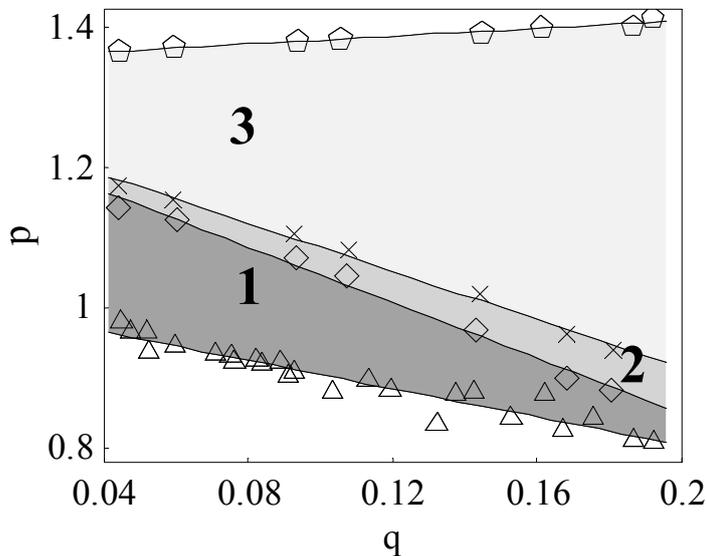


Рис. 12. Расположение трех категорий волн на (p, q) -плоскости: 1- регулярные; 2 – нерегулярные; 3 – разрушающиеся волны

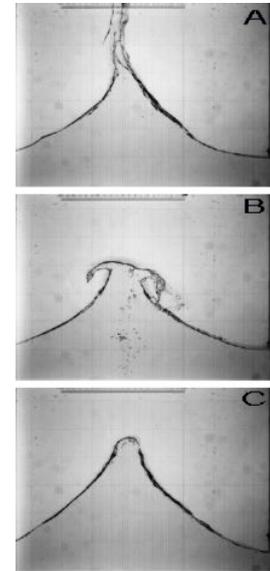


Рис. 13. Режим периодического триплета в случае разрушающихся волн Фарадея: $p=1.146$, $q=0.180$

Разрушающиеся волны Фарадея занимают большую часть (p, q) -плоскости. Для них характерен режим «периодического триплета», описываемый тремя периодически повторяющимися волновыми профилями *A*, *B* и *C*, как показано на рис. 13.

Детальный анализ процесса разрушения показывает, что основным источником образования струйных выбросов является схлопывание каверны на стадии формирования гребня, когда в случае второй моды центральная часть жидкости перемещается вверх (рис. 14а). Схлопывание каверны на «растущем» гребне волны приводит к формированию высокоскоростной струи; этот процесс обладает определенной периодичностью (три периода волны) и достаточно четко локализован (центральная часть волнового гребня).

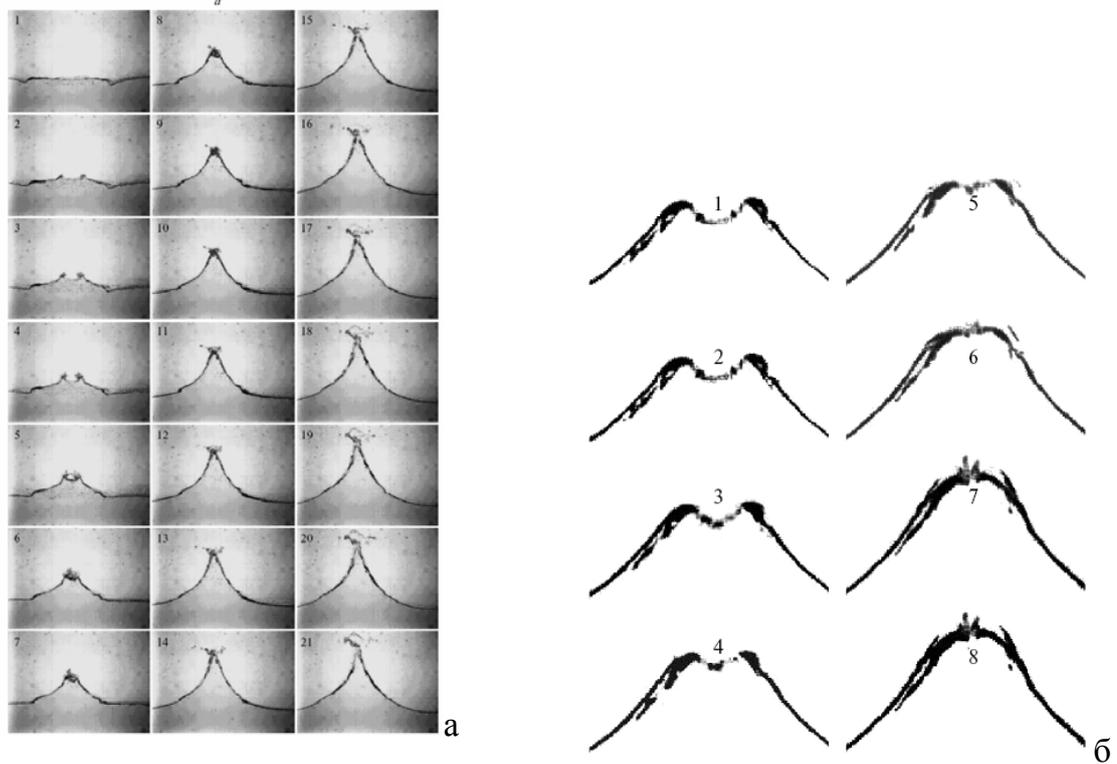


Рис. 14. Последовательность кадров, отображающих детали разрушения волн Фарадея: а - зарождение, развитие и схлопывание каверны на стадии формирования гребня волны Разрушающиеся волны Фарадея на стадии формирования гребня (а), $p = 1.109$, $q = 0.180$. (б) $p=0.941$, $q=0.180$. Временной интервал между кадрами 0.01 с (а) и 0.03 с (б), соответственно.

Как следует из рис. 14а, при формировании гребня из начального "горизонтального" положения свободной поверхности жидкости, динамика каверны четко прослеживается, начиная с кадра 2. Для количественного описания процесса схлопывания могут использоваться длина l и глубина d каверны. В качестве начальной длины l_0 используется горизонтальный размер той каверны, которая может быть идентифицирована по материалам скоростной видеосъемки. Длина каверны монотонно уменьшается (2-6). Однако глубина каверны сначала достигает максимального значения d_0 . (4), уменьшаясь затем до нуля в момент t_0 схлопывания каверны (10, время t_0). Схлопывание впадины сопровождается формированием струйного выброса из гребня волны (11-14). В дальнейшем происходит распад этого струйного выброса на капли и достаточно крупные фрагменты жидкости (15-21).

Детальный анализ процесса схлопывания каверны показал (рис. 14б), что через 0.01 секунды после момента, соответствующего максимальной глубине

$d_0=1.3$ см (кадр 1), каверна принимает коническую форму (кадр 3) с углом при вершине 112 градусов. Затем происходит закрытие каверны (кадры 5, 6) с последующим образованием струи (кадры 7, 8). Отметим, что до момента схлопывания каверны никаких струй не прослеживается.

Для различных режимов параметрического возбуждения, прослеживается общая закономерность в изменении размеров каверны – заглублиение до максимального значения d_0 с последующим уменьшением на стадии коллапсирования при монотонном уменьшении горизонтального размера, начиная с l_0 . Зависимости глубины d/d_0 и длины l/l_0 впадины от времени $t_1=(t_0 - t)/t_0$ представлены на рис. 15 (t_0 соответствует моменту схлопывания каверны).

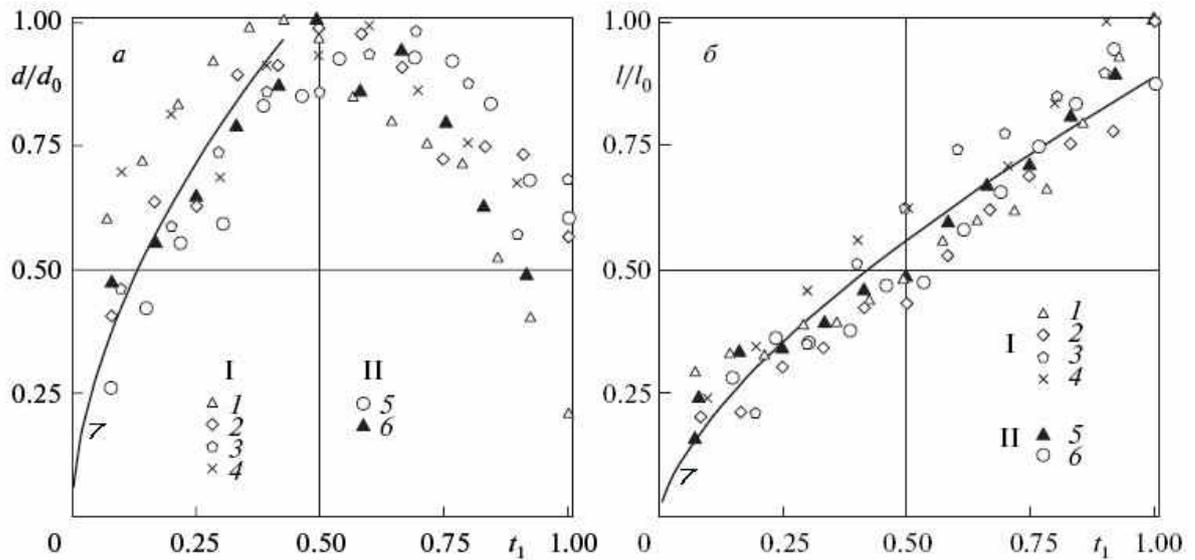


Рис. 15. Зависимость глубины (а) и длины (б) каверны от времени на интервале от появления каверны $t_1=1$ до ее схлопывания $t_1=0$; $q=0.18$, 1-6 - $p=0.942, 0.983, 1.017, 1.110$ и $1.010, 1.080$; I и II – вода и водный раствор сахара; 7 - функциональная зависимость $t_1^{2/3}$

Использование метода частиц-трассеров позволило выявить кумулятивный характер процесса схлопывания каверны – рис. 16. Показано, что появление каверны на стадии формирования гребня обусловлено нелинейностью волн Фарадея - рис. 17. Существенное проявление высших гармоник в составляющей A триплета связано с формированием пары волновых возмущений при прохождении свободной поверхности жидкости невозмущенного горизонтального уровня. Последующее их взаимодействие обуславливает образование каверны на формирующемся гребне волны.

Разрушение внутренних волн Фарадея экспериментально исследовалось, начиная с появления в приузловых областях регулярных групп волновых возмущений при крутизне волны $\Gamma \sim 0.08-0.13$. Для внутренних волн выявлены три стадии искажения волнового профиля, связанных с увеличением высоты волны: 1) образование в приузловых областях системы регулярных квазистационарных вторичных волн; 2) вторичные волны становятся неустойчивыми; и 3) переход от системы коротких вторичных волн к

нерегулярному образованию - паре вихрей с периодически изменяющимся направлением вращения рис. 18.

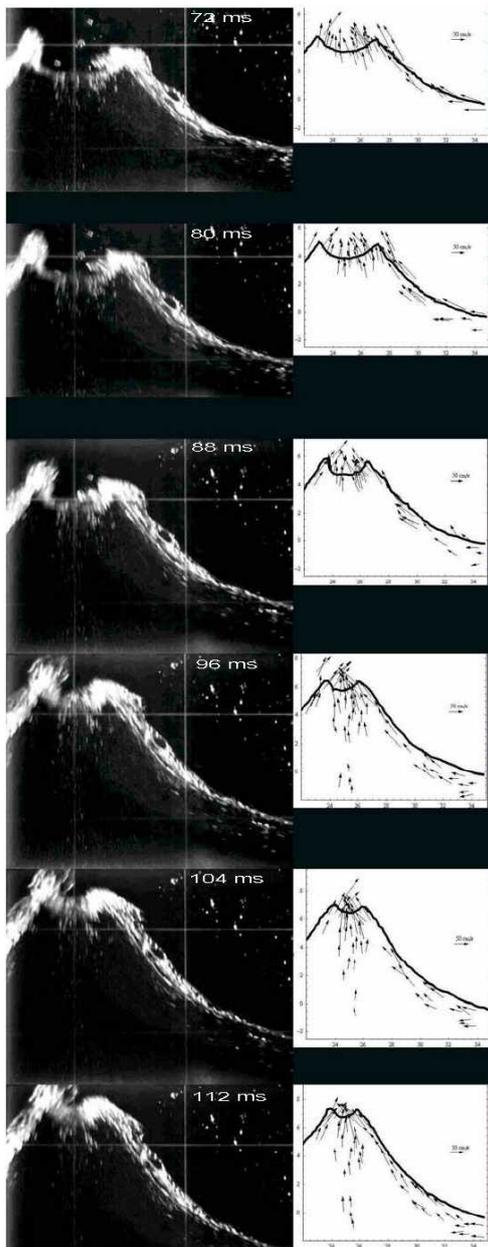
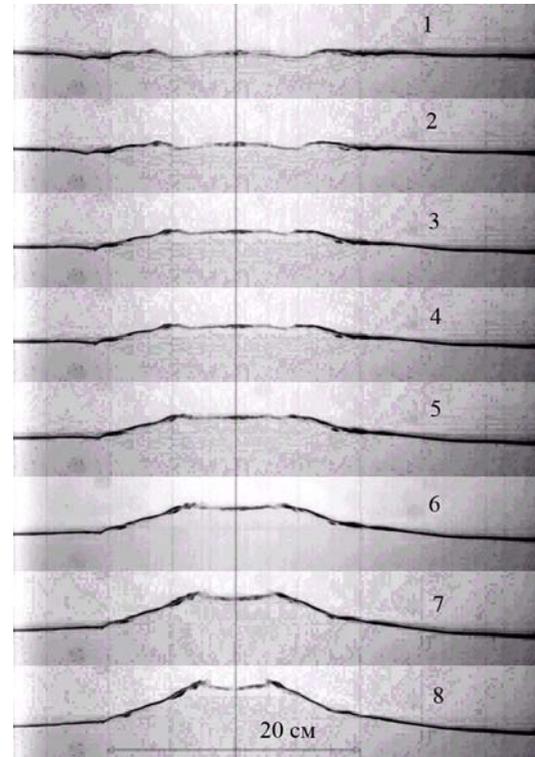
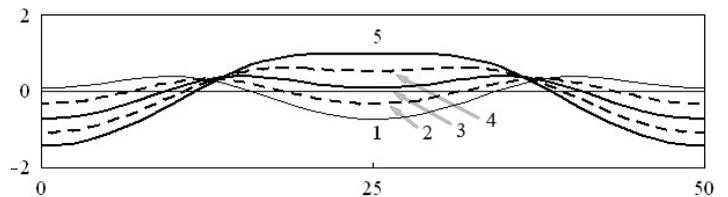


Рис. 16. Поле скоростей частиц жидкости в случае составляющей A триплета второй моды разрушающейся волны: $p=1.059$, $q=0.18$



а



б

Рис. 17. Процесс зарождения каверны: а - эксперимент $p=0.942$, $q=0.180$ для 1-8 - $t=0,5,10,15,20,25,30$ и 35 мс. б - последовательность рассчитанных волновых профилей 1-5 - $t=0,5,10,15$ и 20 мс

Симметричный относительно узловой точки участок вторичного волнообразования имеет протяженность порядка четверти длины основной волны, причем на нем укладывается 8-10 волновых возмущений. Их длина порядка 1.3–1.5 см, а высота 0.2–0.6 см. Для системы вторичных волн характерно, что они не меняют своего относительного положения при волновых движениях границы раздела. Анализ структуры вторичных волнообразований

показал, что вторичные возмущения в приузловой области носят скорее вихревой, чем волновой характер - рис. 19.

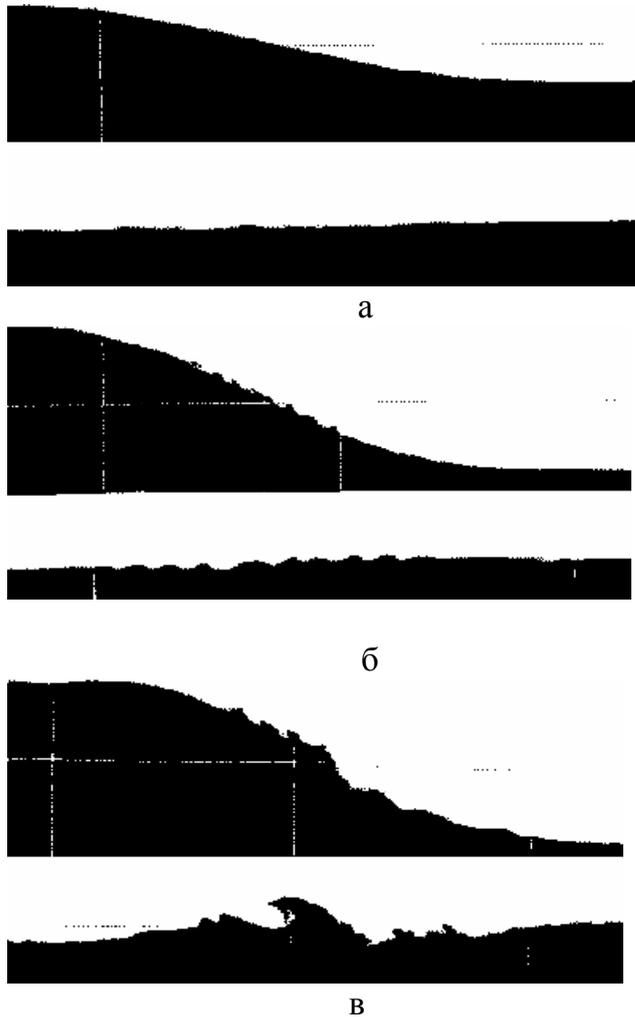
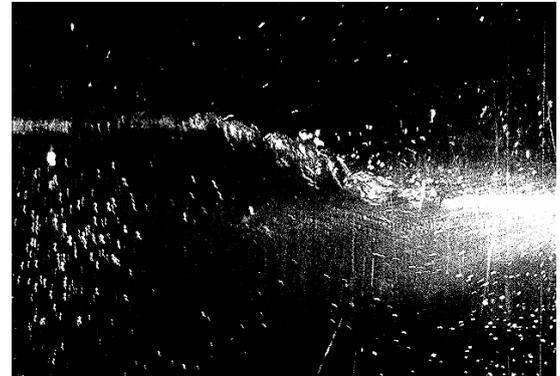
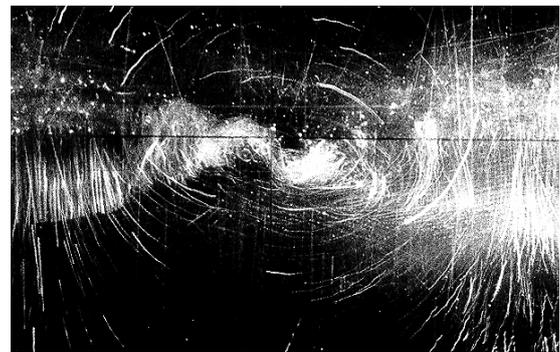


Рис. 18. Профили второй волновой моды в моменты максимального отклонения границы раздела керосин – водный раствор сахара и прохождения положения равновесия (показана половина длины волны 25 см): а-в - $\Gamma=0.072; 0.116; 0.147$



а



б

Рис. 19. Визуализация вихревых структур в приузловой зоне с помощью частиц янтаря; керосин – вода, $n=2$: а-б - $\Gamma=0.124, 0.165$

Для интерпретации результатов ЛДА-измерений локального сдвига скорости в узловых точках внутренней волны Фарадея использовалось квазистационарное приближение. На рис. 20 приведены зависимости длины волны вторичных возмущений от максимальной относительной скорости двухслойной жидкости, а также кривая нейтральной устойчивости границы раздела, построенная в рамках классической модели Кельвина-Гельмгольца. Для оценки влияния вязкости на развитие возмущений в приузловой зоне данные эксперимента могут быть представлены в безразмерном виде на (αR) -плоскости, где $\alpha = 2\pi\delta/\Lambda$, $R = H\Omega\delta/2\nu$ (δ - толщина переходного слоя, ν - кинематическая вязкость), как это принято в теории неустойчивости стационарных течений вязкой жидкости – рис. 21. Для различных двухслойных жидкостей получено критическое значение числа Рейнольдса ламинарного

пограничного слоя $R \sim 90-300$, при превышении которого в приузловых областях стоячей волны наблюдается развитие волнообразных возмущений.

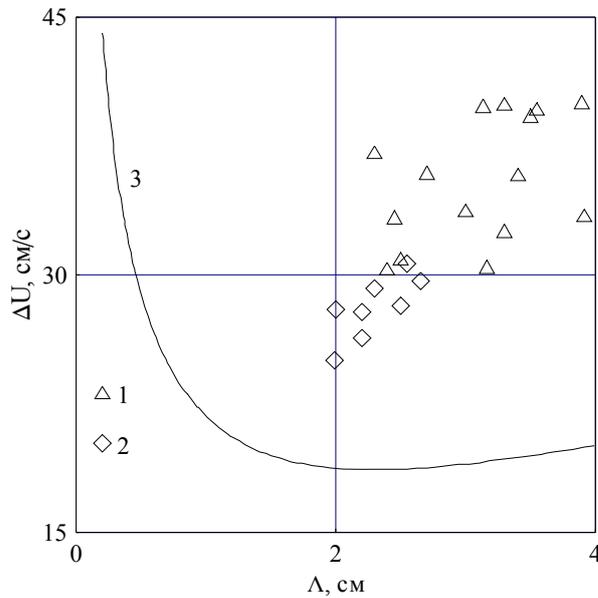


Рис. 20. Зависимость длины волны Λ волновых возмущений на границе керосин – вода от максимальной относительной скорости ΔU : 1–2 - $n=2$; 3; 3 – кривая нейтральной устойчивости границы раздела (модель Кельвина-Гельмгольца)

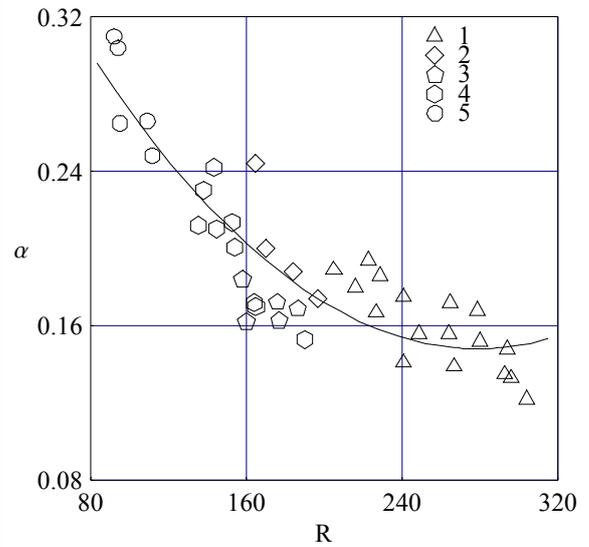


Рис. 21. Экспериментальная зависимость безразмерной длины волны α от числа Рейнольдса R для осциллирующего потока, создаваемого волной Фарадея на границе раздела: 1 – керосин – вода, $n=2$; 2 - керосин – вода, $n=3$; 3 - керосин – раствор тиосульфата, $n=3$; 4 - керосин – раствор тиосульфата, $n=4$; 5 - керосин – раствор сахара, $n=2$

В шестой главе показано, что в волнах Фарадея имеется система вторичных циркуляционных течений, охватывающих всю толщу жидкости. Наряду с колебаниями с частотой волны частицы жидкости медленно перемещаются в соответствии с этими циркуляционными течениями. Измерено поле скоростей вторичных течений и определены траектории отдельных жидких частиц в стоячей поверхностной и внутренней волнах. Проведено сопоставление данных эксперимента с соответствующей теоретической моделью [Longuet-Higgins M.S. (1953); Dore B.D. (1976)]. Показано, что начальная стадия образования регулярных форм на поверхности слоя осадков на дне сосуда может быть связана с наличием вторичных циркуляционных течений.

Из теории нелинейных стоячих волн в идеальной жидкости следует, что частицы жидкости совершают колебания около своего положения равновесия. Однако в [Longuet-Higgins M.S. (1953); Dore B.D. (1976)] показано, что учет кроме нелинейных еще и вязких эффектов, приводит к выводу о возможном существовании в стоячих волнах наряду с колебательным движением системы стационарных циркуляционных течений, охватывающих всю толщу жидкости.

Этот теоретический результат был проверен экспериментально на третьей моде поверхностных волн Фарадея – рис. 22.

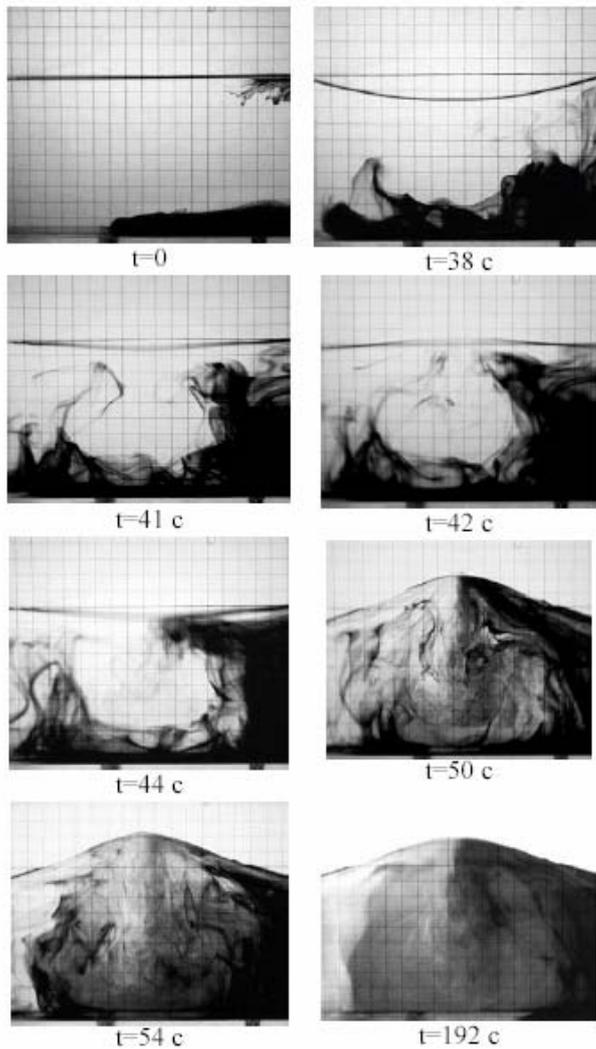


Рис. 22. Процесс установления стационарных циркуляционных течений в третьей моде волны Фарадея: $s=1.8$ см, $h=10$ см, $n=3$, $T=0.482$ с, $H=5$ см; сетка 1×1 см.

Прослеживается формирование пары циркуляционных ячеек вторичного течения – справа и слева от пучности волны. В окрестности узлов происходит подъем двух медленных циркуляционных потоков. Несколько ниже свободной поверхности жидкости потоки поворачивают навстречу друг другу, и под пучностью волны потоки направлены вниз. В эксперименте наблюдается разделение вблизи дна направленного вниз потока под пучностью на два горизонтальных, направленных к ближайшим узлам волны течения. Характерное время циркуляции вторичного течения составляет около $50T$. Горизонтальный размер циркуляционной ячейки равен четверти длины волны, а по вертикали течение охватывает весь слой жидкости

Результаты измерений поля скоростей циркуляционных течений в поверхностных волнах Фарадея приведены на рис. 23. Оценки показывают, что модули вертикальной составляющей скорости (направленное вниз течение под пучностью и вверх под узлом) характеризуются величинами одного порядка – от 1.5 до 3 см/с. Близкие к горизонтальным течения от узла к подошве вблизи свободной поверхности и от подошвы к узлу характеризуются модулем скорости 3–4 см/с. Если в качестве характерной скорости колебательного движения частиц жидкости принять величину $H\omega/2 \approx 30$ см/с, то скорость вторичного циркуляционного течения оказывается на порядок меньше.

На рис. 23 нанесены также линии тока вторичных течений, рассчитанные через приведенную в [Longuet-Higgins M.S. (1953)] функцию тока.

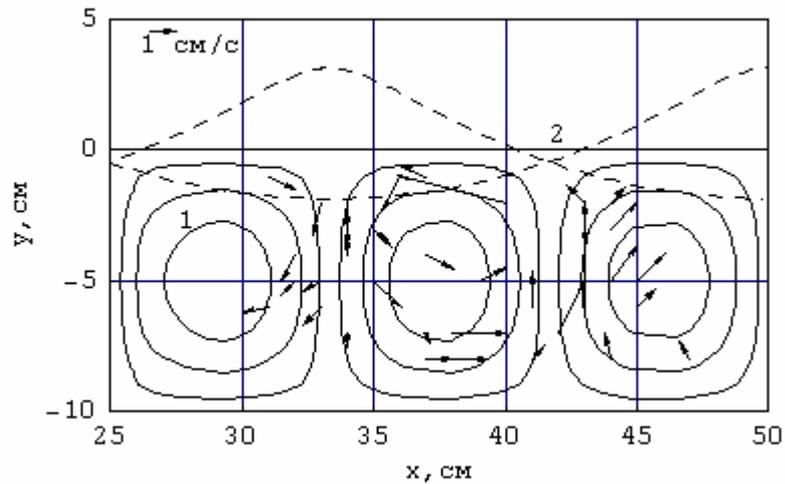


Рис. 23. Поле скоростей установившихся вторичных течений в третьей моде поверхностной волны Фарадея: $s=1.8$ см, $h=10$ см, $n=3$, $T=0.482$ с, $H=5$ см: 1 - линии тока [Longuet-Higgins M.S. (1953)]; 2 - свободная поверхность. Слева вверху указан масштабный вектор скорости 1 см/с

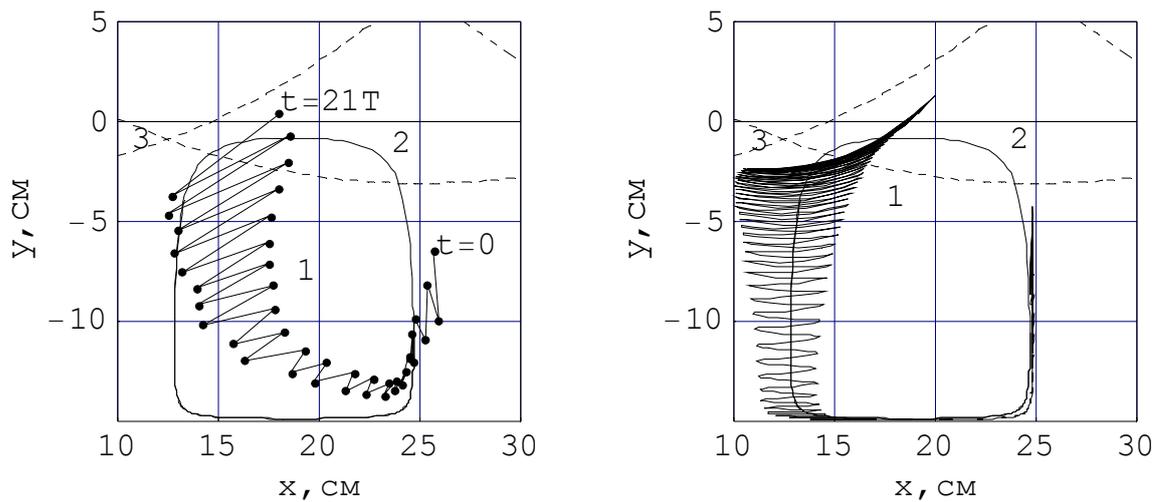


Рис. 24. Траектория индивидуальной частицы во второй моде волны Фарадея: $H=8.9$ см, $T=0.583$ с, $h=15$ см: а – эксперимент, б – результаты расчета, 1 – траектория частицы - трассера, 2 – линия тока, 3 – свободная поверхность

Для определения траектории индивидуальной жидкой частицы в сложном движении – колебательном и медленном стационарном переносе – использовалась видеосъемка движения трассеров в области между пучностью и узлом волны. со скоростью 30 кадр/с. С шагом по времени половина периода волны измерялись координаты выбранной частицы. Траектория частицы приведена на рис. 24,а. Частица, которая в начальный момент времени находилась под пучностью волны, через время, соответствующее 21 периоду волны, переместилась в область узла, причем движение происходило по ходу часовой стрелки. Для наглядности на рисунке также приведена линия тока, определяющая данную циркуляционную ячейку.

Траекторию частицы жидкости в поле стоячей волны можно рассчитать, рассматривая движение индивидуальной частицы жидкости как сумму колебаний около ее начального положения и медленного дрейфа. Результаты такого расчета представлены на рис. 24б.

Исследовалась начальная стадия образования донных форм на поверхности 7 мм - слоя осадков (полидисперсный песок, 0.12–0.18 мм) на дне сосуда под воздействием волн Фарадея. Во взвешенное состояние сначала переходят мелкие частицы под узлом волны, и через достаточно продолжительное время на первоначально горизонтальной границе вода – песок появляются три возмущения в виде бугорков, выступающих приблизительно на 1 мм и расположенных друг от друга на расстоянии 17 мм. Можно предположить, что именно описанные выше стационарные вторичные течения инициируют образование возмущений на поверхности слоя осадков.

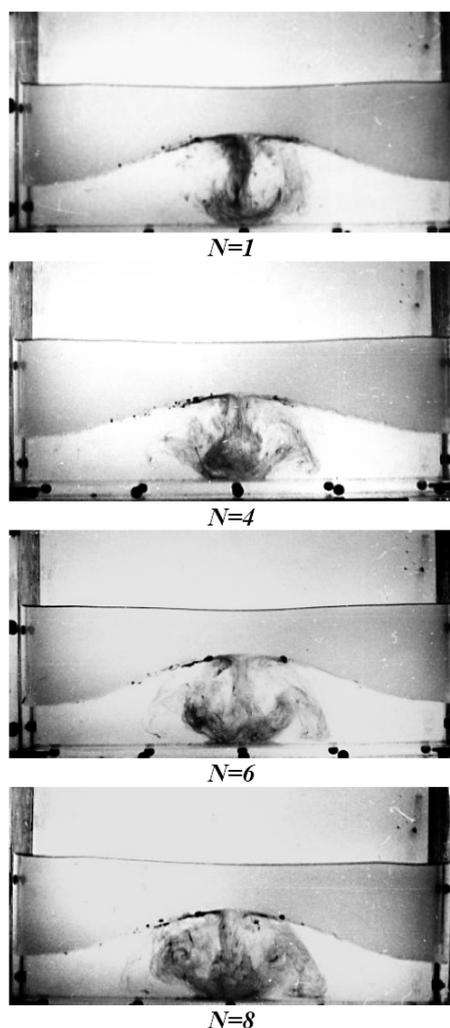


Рис. 25. Процесс установления стационарных циркуляционных течений в нижнем слое при возбуждении второй моды волны Фарадея на границе раздела керосин - водный раствор глицерина; $t_n = T N$, $T = 0.840$ с

Исследован процесс массопереноса во внутренних волнах Фарадея на границе раздела двух слоев несмешивающихся жидкостей (керосин-водный раствор глицерина, плотности $\rho_1 = 0.79$ г/см³, $\rho_2 = 1.09$ г/см³; кинематические вязкости $\nu_1 = 1.71$ сСт, $\nu_2 = 2.76$ сСт; глубины слоев $h_{1,2} = 8$ см). При $s = 2.4$ см и

$\Omega=7.48 \text{ с}^{-1}$ возбуждалась вторая мода внутренних волн, имеющая два узла, частоту $\Omega/2$ и высоту $H=4.4$ см. Исследовалось поле средних скоростей в нижней жидкости - водном растворе глицерина.

Для индикации течений в нижнюю жидкость вводился краситель нейтральной плавучести. Если бы частицы жидкости совершали только гармонические колебания около своих положений равновесия, то распространение красителя определялось лишь амплитудой этих колебаний (≤ 4.4 см) и молекулярной диффузией, вследствие чего он оставался бы вблизи границы раздела, по крайней мере, в течение нескольких десятков периодов волны. В эксперименте же он опускался вниз и через 5-6 периодов достигал дна. Это доказывает существование в стоячих волнах дополнительных течений. Динамика формирования пары циркуляционных ячеек течения - справа и слева от пучности волны – показана на рис. 25. Под пучностями течение направлено вниз. У дна происходит его разделение на два горизонтальных потока. Затем - поворот каждого потока вдоль вертикальной линии, проходящей через ближайший узел волны. Наконец, потоки замыкаются вдоль линии вблизи границы раздела. Характерное время полной циркуляции равно 10-15 периодам волны.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработан метод генерации и визуализации волн Фарадея; создана экспериментальная установка, обеспечившая прецизионные измерения и анализ условий возбуждения и характеристик волн Фарадея.
2. По результатам изучения поверхностных волн Фарадея выработана общая методика исследования параметрического резонанса в жидкости.
3. Впервые экспериментально реализована возможность возбуждения волн Фарадея на границе раздела двухслойной жидкости и исследованы их свойства.
4. Экспериментально установлен эффект критической глубины в случае поверхностных волн Фарадея. Подтвержден вывод теории о том, что при критической глубине резонансная зависимость имеет две ветви, одна из которых определяется мягкой восстанавливающей силой, другая – жесткой восстанавливающей силой.
5. Исследован срыв параметрических колебаний однородной и двухслойной жидкостей, обусловленный разрушением волн Фарадея. В предложенной модели вводится эквивалентный коэффициент затухания разрушающихся волн. Справедливость принятого подхода продемонстрирована в экспериментах с механической системой с одной степенью свободы – физическом маятнике с вертикально колеблющейся точкой подвеса.
6. Исследован механизм разрушения поверхностных волн Фарадея, состоящий в образовании струйного всплеска вследствие коллапса каверны на формирующемся гребне волны. Зарождение каверны обусловлено нелинейностью самих волн Фарадея – наличием двух малых

возмущений свободной поверхности, бегущих навстречу друг другу и образующих каверну.

7. Исследован механизм разрушения внутренних волн Фарадея, состоящий в развитии сдвиговой неустойчивости границы раздела двух несмешивающихся жидкостей в области узлов стоячей волны. Выявлены три стадии искажения синусоидального волнового профиля: образование коротких вторичных волн, их обрушение и переход к крупномасштабным вихреобразованиям.
8. Экспериментально установлено, что в поверхностных и внутренних волнах Фарадея имеется система вторичных циркуляционных течений, охватывающих всю толщу жидкости. Наряду с колебаниями с частотой волны частицы жидкости медленно перемещаются в соответствии с этими циркуляционными течениями. Обнаружено, что начальная стадия образования регулярных форм на поверхности слоя осадков на дне сосуда связана с наличием вторичных циркуляционных течений.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Секерж-Зенькович С.Я., Калиниченко В.А.* О возбуждении внутренних волн в двухслойной жидкости вертикальными колебаниями // ДАН СССР. 1979. Т. 249. № 4. С. 797-799.
2. *Калиниченко В.А.* Лабораторное исследование параметрической неустойчивости в двухслойной жидкости // Изв. АН СССР. ФАО. 1986. № 2. С. 206-210.
3. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я., Чайковский А.А.* (1988) О возбуждении составных стоячих трехмерных волн на границе раздела двухслойной жидкости // ДАН СССР. 1988. Т. 301. № 4. С. 810-813.
4. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я., Тимофеев А.С.* Экспериментальное исследование поля скоростей параметрически возбуждаемых волн в двухслойной жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 5. С. 161-166.
5. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я., Чайковский А.А.* Экспериментальное исследование массопереноса в стоячих внутренних волнах в двухслойной жидкости // Докл. АН СССР. 1991. Т. 318. № 3. С. 553-555.
6. *Калиниченко В.А., Нестеров С.В., Секерж-Зенькович С.Я., Чайковский А.А.* Экспериментальное исследование поверхностных волн при резонансе Фарадея // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 1. С. 122-129.
7. *Калиниченко В.А., Лизаррага-Селайа К., Секерж-Зенькович С.Я.* О наблюдении стоячих волн большой амплитуды в условиях гармонического резонанса Фарадея // Изв. АН СССР. МЖГ. 2000. № 1. С. 185-188.
8. *Sekerj-Zenkovitch S.Ya., Bordakov G.A., Kalinitchenko V.A., Shingareva I.K.* (1998) Faraday Resonance in water waves at nearly critical depths // Exp. Therm. Fluid Scie. 1998. Vol.18. No. 2. P. 123-133.

9. *Калиниченко В.А., Кравцов А.В., Родригес-Мижангес Р., Секерж-Зенькович С.Я., Флорес-Эстиноза Р.* Гармоническая неустойчивость поверхности маловязкой жидкости в вертикально колеблющемся сосуде // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 2. С. 285-292.
10. *Калиниченко В.А.* Кинематические характеристики потока жидкости в канале с профилированным дном // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 6. С. 139-145.
11. *Базилевский А.В., Вонгвизес С., Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я.* Экспериментальное исследование влияния структуры дна на затухание стоячих поверхностных волн в прямоугольном сосуде // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 4. С. 143-148.
12. *Калиниченко В.А.* Кинематические характеристики двухфазного потока в прямоугольном канале // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 4. С. 112-118
13. *Калиниченко В.А.* Развитие сдвиговой неустойчивости в приузловых областях стоячей внутренней волны // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 6. С. 140-149.
14. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я.* Экспериментальное исследование волн Фарадея максимальной высоты // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 6. С. 120-126.
15. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я.* Экспериментальное исследование вторичных стационарных течений в поверхностных волнах Фарадея // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 1. С. 141-148.
16. *Калиниченко В.А.* О разрушении волн Фарадея и формировании струйного всплеска // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 4. С. 112-122.
17. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я.* О срыве параметрических колебаний жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 1. С. 128-136.

Калиниченко Владимир Анатольевич
Нелинейные эффекты в поверхностных и внутренних волнах Фарадея
Автореферат на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Подписано к печати

Тираж 100 экз.

Заказ №

Отпечатано на ризографе Учреждения Российской академии наук Института
проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
119526 Москва, проспект Вернадского, 101, корп. 1