

На правах рукописи

**Аунг Наинг Со**

**ВОЛНЫ ФАРАДЕЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНО ПОДВИЖНОМ СОСУДЕ И  
СОСУДЕ С ЛОКАЛЬНЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ ДНА И СТЕНОК**

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва - 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, **Калиниченко Владимир Анатольевич**, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, ведущий научный сотрудник.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, **Зацепин Андрей Георгиевич**, Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, заведующий лабораторией;

доктор физико-математических наук, профессор **Елизарова Татьяна Геннадьевна**, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, главный научный сотрудник.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт водных проблем РАН.

Защита состоится 29 сентября 2016 г. в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при Институте проблем механики Российской академии наук по адресу: 119526 Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМех РАН (<http://www.ipmnet.ru>).

Автореферат разослан 27 июня 2016 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 002.240.01,  
кандидат физико-математических наук

Е.Я. Сысоева

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию поверхностных волн Фарадея. Этим термином в гидродинамике определяют стоячие волны, возбуждаемые при параметрическом резонансе в жидкости, подверженной вертикальным колебаниям. В работе методами экспериментальной гидродинамики исследованы гравитационные волны Фарадея на свободной поверхности однородной жидкости при наличии локальных особенностей на дне и боковых стенках прямоугольного сосуда. Впервые в условиях лабораторного эксперимента реализовано параметрическое возбуждение стационарных гравитационных поверхностных волн в прямоугольном сосуде при сохранении его горизонтальной степени свободы.

**Актуальность исследования.** Исследование колебаний жидкости со свободной поверхностью в закрепленных и подвижных сосудах – традиционная задача гидродинамики, имеющая большое прикладное значение.

В инженерной практике широко используются конструкции, в которых имеются объемы жидкости со свободной поверхностью; например, топливные баки объектов авиационной и ракетно-космической техники, резервуары для транспортировки жидкостей, а также для хранения нефтепродуктов и сжиженных газов, водонапорные башни и т.д. Жидкость, частично заполняющая полости, значительно влияет на движение всей системы; особенно, когда масса жидкости сравнима с массой системы. Взаимное влияние движений жидкости и твердого тела может существенно изменить форму движения системы.

Одним из примеров сложного динамического взаимодействия в системе тело – жидкость является классическая задача Л.Н. Сретенского (1951) о колебании жидкости в подвижном сосуде. Теоретический анализ горизонтальных поступательных колебаний прямоугольного сосуда с жидкостью позволяет оценить суммарное давление стоячих поверхностных волн на стенки сосуда и получить уравнение его движения. Однако, до настоящего времени отсутствуют экспериментальные результаты о динамике сосуда с жидкостью, на свободной поверхности которой имеются волны стационарной амплитуды. Дефицит лабораторных исследований в данном направлении объясняется сложностью постановки самого эксперимента, поскольку необходимо обеспечить возбуждение стоячих волн стационарной амплитуды в сосуде, имеющем горизонтальную степень свободы.

Одна из актуальных задач авиационно-космической техники, гражданского строительства, ядерной технологии, транспортировки нефтепродуктов морским и наземным транспортом - управление демпфированием колебаний жидкой фазы с целью минимизации ее воздействий на стенки сосуда. В условиях резонанса возникающие

значительные гидродинамические силы приводят к потере устойчивости движения и даже разрушению транспортных средств.

Для управления колебаниями используются различные демпфирующие устройства, изучению действия которых посвящено большое число экспериментальных, теоретических и численных работ. Как правило, в качестве демпферов используются горизонтальные и вертикальные перегородки в виде пластин, установленных нормально к боковым стенкам или дну, и частично или полностью перекрывающие продольное или поперечное сечение сосуда с жидкостью. При колебаниях жидкости на кромках пластин периодически образуются и срываются вихри, обеспечивающие более высокое демпфирование по сравнению с вязким затуханием. Современные теории позволяют рассчитать только небольшую часть вихревого течения вблизи кромки демпфера. В экспериментальных исследованиях, направленных на оценку эффективности устройств подавления колебаний в осциллирующих сосудах, общая картина течения не изучалась, и механизмы подавления не детализировались.

Исследование процессов взаимодействия длинных поверхностных волн с препятствиями на дне - одно из наиболее интересных приложений гидродинамики, океанологии и лимнологии. Колебания жидкости в каналах, проливах, водоемах и заливах представляют существенное по масштабам гидрофизическое явление и часто проявляются как низшие моды стоячих волн, известных как сейши. В рамках классической теории свободных колебаний жидкости в замкнутых бассейнах получены решения для узкого класса задач, описывающих сейши водоемов прямоугольного сечения с горизонтальным дном. Теоретическая оценка периода и положения узловых линий сейш в реальных водоемах практически не осуществима из-за сложности донного рельефа. Отметим отсутствие работ, в которых рассматривались бы стоячие волны в удлиненных бассейнах с отдельными возвышениями или понижениями дна, хотя указанная геометрия характерна, например, для сейш в озере Байкал с двумя подводными хребтами.

**Объектом исследования** в диссертации являются стоячие гравитационные поверхностные волны, возбуждаемые в колеблющемся в вертикальном направлении прямоугольном сосуде с жидкостью. **Предмет исследования** – особенности волновых движений жидкости при наличии дополнительной горизонтальной степени свободы сосуда или локальных особенностей дна или боковых стенок сосуда.

**Цель работы** - экспериментальное исследование важных малоизученных эффектов в стоячих поверхностных волнах на свободной поверхности однородной жидкости при параметрическом резонансе. Определены следующие **задачи**:

1. Изучение стационарных стоячих волн в неподвижном и подвижном в горизонтальном направлении сосуде при параметрическом резонансе;

исследование параметрического резонанса физического маятника на тележке в качестве механического аналога волн Фарадея в горизонтально подвижном сосуде.

2. Исследование картины течений и демпфирования волн в сосуде с вертикальными пластинами на боковых стенках.
3. Исследование влияния топография дна в виде отдельных возвышений на характеристики стоячих поверхностных волн в прямоугольном сосуде.

**Методы исследований.** Параметрический резонанс в жидкости использовался как способ генерации стоячих поверхностных гравитационных волн в прямоугольном сосуде. Изучение поверхностных волн Фарадея проводилось на установке, позволяющей сообщать сосуду с жидкостью гармонические колебания в вертикальном направлении с заданной частотой и амплитудой. Основным способом наблюдений являлась регистрация волновых процессов жидкости посредством современных методов видеозаписи. Характеристики волн определялись при обработке материалов видеосъемки колебаний свободной поверхности жидкости. Интерпретация полученных результатов проводилась на основании представленных теоретических моделей. Достоверность результатов подтверждалась данными прямых наблюдений.

**На защиту выносятся:**

1. Исследование возбуждения гравитационных поверхностных волн в прямоугольном сосуде при сохранении его горизонтальной степени свободы и изучение связанных колебаний сосуда с жидкостью.
2. Исследование влияния поперечных пластин-демпферов на параметры стоячих поверхностных волн в вертикально колеблющемся прямоугольном сосуде.
3. Исследование влияния топографии дна на частоты и формы стоячих поверхностных волн в прямоугольном сосуде.

**Научная новизна работы** состоит в следующем:

1. Впервые в условиях лабораторного эксперимента реализовано параметрическое возбуждение стационарных гравитационных поверхностных волн в прямоугольном сосуде при сохранении его горизонтальной степени свободы. Получены экспериментальные результаты, демонстрирующие эффект дополнительной горизонтальной степени свободы сосуда на резонансные характеристики стационарных волн Фарадея. Проведено сравнение опытных данных с имеющейся теоретической моделью связанных горизонтальных колебаний сосуда с жидкостью при наличии на ее поверхности свободных волн. Исследован частотный сдвиг при совместном волновом движении жидкости и горизонтальных колебаниях сосуда; результаты сравниваются с экспериментальными

данными. Для волн Фарадея в подвижном в горизонтальном направлении сосуде исследован их механический аналог – параметрические колебания физического маятника, точка подвеса которого имеет дополнительную горизонтальную степень свободы.

2. Исследовано влияние установленных под углом к боковым стенкам поперечных пластин-демпферов на параметры стоячих поверхностных волн в вертикально колеблющемся прямоугольном сосуде. Методами трассерной визуализации волнового течения показано, что демпфирующее действие вертикальных пластин (установленных в узле стоячей волны) обусловлено переносом волновой энергии в систему трехмерных нестационарных вихрей по всей глубине жидкости. Впервые исследовано влияние поперечных пластин-демпферов на характер реструктуризации суспензии с первоначально однородной концентрацией в поле поверхностных волн Фарадея. Получены количественные оценки эффективности действия пластин по изменению вида и частотному смещению резонансных зависимостей параметрически возбуждаемых волн. Оценена величина критического перекрытия сосуда, отвечающая полному подавлению волнового движения жидкости.
3. Исследовано взаимодействие длинных поверхностных волн в прямоугольном сосуде с препятствиями на дне; для интерпретации результатов экспериментов использовалась численно-аналитическая модель сейш. Получен новый результат, показывающий влияние одиночного возвышения на наклонном дне на частоты и формы колебаний. При подходящем выборе положения возвышения можно добиться существенного подавления стоячих поверхностных волн. Теоретически и экспериментально показано, что в случае двух возвышений на горизонтальном дне вариации расстояния между ними приводит к существенному изменению как частот, так и форм свободной поверхности для исследуемых волновых мод.

### **Практическая и научная значимость работы.**

1. Выявленные в работе особенности возбуждения волн Фарадея в подвижном в горизонтальном направлении сосуде и сосуде с локальными особенностями дна и стенок являются основой для проверки существующих и разработки более адекватных гидродинамических моделей.
2. Полученные в работе результаты по вихревому демпфированию волн Фарадея могут найти применение при разработке конструктивных элементов, используемых для подавления колебаний топлива в баках ракет и жидких углеводородов в танках при транспортировке нефтепродуктов.
3. Установленные в диссертации закономерности взаимодействия длинных поверхностных волн в прямоугольном сосуде с

препятствиями на дне могут быть использованы в геофизических приложениях – при интерпретации данных натурального эксперимента по сейшам в естественных водоемах сложной геометрии.

4. Использование в работе волн Фарадея как объекта исследования подтверждает эффективность параметрического резонанса для генерации стоячих поверхностных волн в экспериментальной гидродинамике.

**Соответствие диссертации паспорту научной специальности.**

Область исследования диссертационной работы соответствует пункту 14 «Линейные и нелинейные волны в жидкостях и газах» Паспорта специальности 01.02.05 «Механика жидкости, газа и плазмы».

**Апробация работы.** Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих международных и российских конференциях: Международная конференция «Потоки и структуры в жидкостях» (Санкт-Петербург, июнь 2013; Калининград, июнь 2015); IV, V и VI Международные научные школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, ноябрь 2013; Москва, ноябрь 2014; Калининград, июнь 2015); Международная научная конференция «Физико-математические проблемы создания новой техники» (Москва, ноябрь 2014); Международная научная школа молодых ученых «Физическое и математическое моделирование процессов в геосферах» (Москва, ноябрь 2015); Студенческая научная весна МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, апрель 2013; апрель 2014; май 2015, апрель 2016).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 16 работ, включая 4 статьи в журналах из списка ВАК [1-4], 3 статьи в сборниках научных статей [5-7], 9 тезисов международных конференций. В этих работах экспериментальные исследования и обработка результатов выполнены диссертантом, обсуждение и анализ осуществлен совместно с научным руководителем диссертационной работы и соавторами.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав с краткими заключениями по каждой главе, основных выводов, списка литературы, содержащего 90 наименований. Полный объем диссертации составляет 109 машинописных страниц, включает 58 рисунков.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обсуждаются актуальность и новизна исследования, сформулирована цель диссертации, представлено краткое содержание работы: перечислены полученные новые результаты, описано их практическое значение.

В **первой главе** диссертации представлен обзор литературы по рассматриваемой проблеме, основные результаты теории параметрического возбуждения поверхностных волн (*Нестеров С.В.*, 1969; 1972) и описание экспериментальной установки ПР-2М, использованной при лабораторном моделировании поверхностных волн Фарадея. В обзоре неразрывно с обсуждением ранее известных положений приводятся результаты соискателя.

Объектами лабораторных исследований являются стоячие гравитационные волны, возбуждаемые в колеблющемся в вертикальном направлении сосуде с жидкостью; переменный параметр - переменное ускорение силы тяжести  $g^*(t) = g \left[ 1 + (s\Omega^2 / g) \cos \Omega t \right]$  в системе отсчета, связанной с колеблющимся сосудом. Поскольку характеристики возбуждаемых волн зависят от частоты  $\Omega$  и амплитуды  $s$  колебаний сосуда, основными требованиями к лабораторной установке являются обеспечение строго вертикальных колебаний сосуда с жидкостью и возможность изменения частоты и амплитуды этих колебаний.

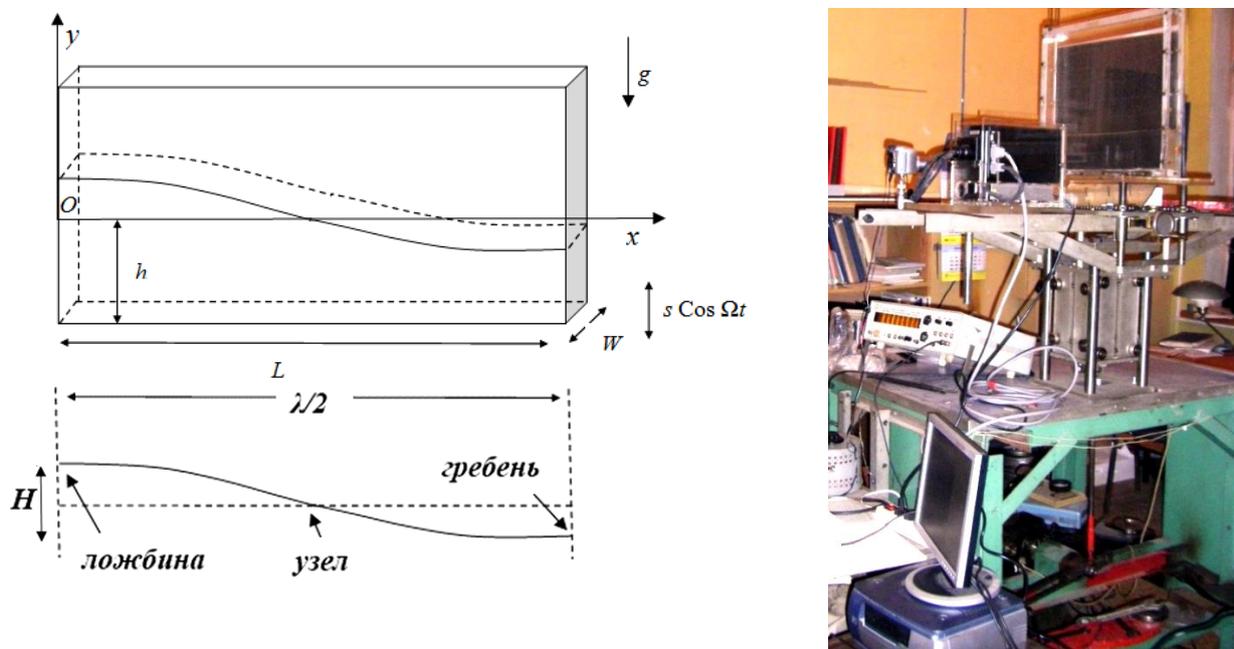


Рис. 1. Параметрическое возбуждение волн, их характеристики ( $\lambda$  - длина волны;  $H$  - высота волны;  $h$  - глубина жидкости) и общий вид экспериментальной установки ПР-2М

Эксперименты по параметрическому возбуждению поверхностных волн проводились на разработанной и созданной в ИПМех РАН установке ПР-2М (Параметрический Резонанс-вариант 2 Модернизированный) – рис. 1.

Для обеспечения вертикальных колебаний сосуда с жидкостью использовался кривошипно-шатунный механизм, посредством которого вращательное движение вала электродвигателя преобразовывалось в возвратно-поступательное движение грузовой площадки (грузоподъемность до 40 кг). В ходе экспериментов при фиксированной амплитуде колебаний сосуда ( $0.03 < s < 7.50$  см) можно плавно изменять частоту  $\Omega$  в диапазоне от 0.3 до 5 Гц. Конструкция ПР-2М удовлетворяла требованиям о вертикальности (отклонение от вертикали  $\sim 8'$ ) и гармоничности (коэффициент нелинейных искажений  $\sim 0.02$ ) колебаний сосуда с жидкостью. В качестве рабочих жидкостей использовались вода и водная суспензия алюминиевой пудры.

Для регистрации волновых движений жидкости использовались цифровые видеосъемки (DIMAGE Z2, 24-30 к/с и Canon Power Shot SX 50 HS) с последующей компьютерной обработкой в среде ImageJ 1.46r. Измерение пространственных характеристик волн по материалам видеосъемки производилось с точностью 1 мм (среднеквадратическая ошибка). Исследовались первая и вторая моды поверхностных волн Фарадея. В опытах варьировались глубина жидкости  $h$  и амплитуда колебаний  $s$ .

**Вторая глава** посвящена экспериментальному исследованию поверхностных волн Фарадея в неподвижном (рис. 1) и подвижном в горизонтальном направлении (рис. 2, а) прямоугольных сосудах ( $X=0$  и  $X \neq 0$ ). При определенных частотах  $\Omega$  колебаний сосуда на свободной поверхности жидкости возбуждаются стоячие волны частоты  $\omega = \Omega/2$  в случае основного параметрического резонанса. В экспериментах исследовались резонансные зависимости высоты  $H$  от  $\Omega$ , степень затухания волн, частотный сдвиг и механический аналог волн Фарадея - маятник. Для интерпретации экспериментальных данных использовались асимптотические решения нелинейной задачи о поверхностных волнах Фарадея [Нестеров С.В. (1969; 1972)].

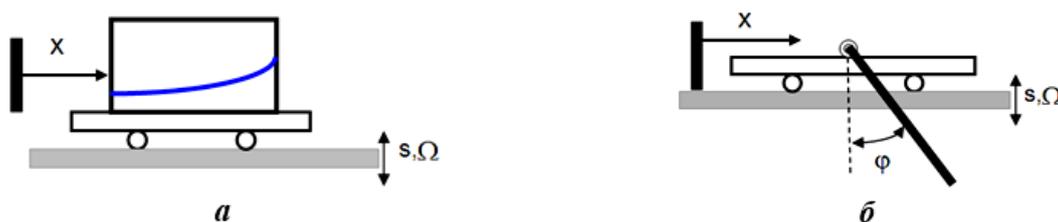


Рис. 2. Волны Фарадея в горизонтально подвижном сосуде (а) и их механический аналог – маятник на тележке при параметрическом резонансе (б)

Приведены экспериментальные и расчетные данные о резонансных зависимостях  $H(\Omega)$  для первой волновой моды в горизонтально неподвижном и подвижном сосудах размеров ( $L=50$  см,  $W=4$  см) и массы ( $m_2=7.55$  кг) в широком диапазоне экспериментальных параметров ( $h=5-20$  см и  $s=1.25-2.50$  см) – рис. 3 и 4. Сравнение частотного диапазона наблюдаемых в горизонтально неподвижном и подвижном сосудах волн Фарадея показывает

сдвиг резонансных зависимостей в высокочастотную область. Выявлен эффект глубины – если при  $h=5$  см (I) дополнительная горизонтальная степень свободы сосуда практически не влияет на резонансную зависимость, то в случае больших глубин (II и III) наблюдается существенный сдвиг  $H(\Omega)$  – рис. 3, а.

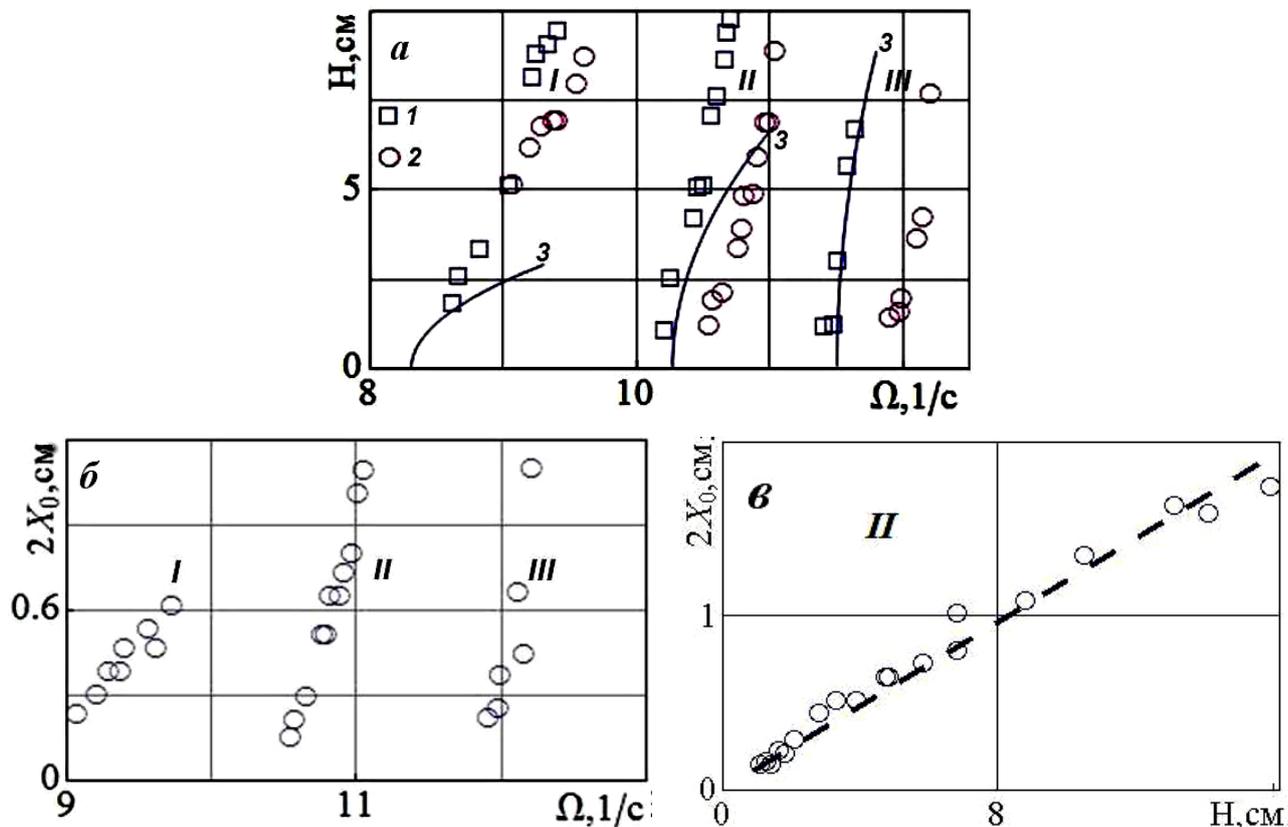


Рис. 3. Резонансные зависимости  $H(\Omega)$  первой волновой моды (а), зависимости размаха  $2X_0$  колебаний тележки от частоты  $\Omega$  (б) и высоты волны  $H$  (в) при  $s=2.25$  см: I-III -  $h=5, 8.5$  и  $12$  см; 1, 2 – неподвижный и подвижный в горизонтальном направлении сосуд ( $L=50$  см,  $W=4$  см); 3 – устойчивая ветвь  $H(\Omega)$ , рассчитанная в рамках модели [Нестеров С.В. (1969; 1972)]. Интерполирующая функция  $2X_0 = 0.12H$

Выявлены эффекты жесткой и мягкой восстанавливающей силы - при глубине жидкости  $h=10$  см высота волны растет с увеличением частоты колебаний сосуда и в случае  $h=20$  см высота волны растет с уменьшением частоты колебаний сосуда – рис. 4.

Исследовано влияние диссипативных факторов на затухание поверхностных волн Фарадея в случае горизонтально неподвижного сосуда.

Для первой волновой моды на свободной поверхности жидкости  $h=5-12$  см в горизонтально неподвижном сосуде ( $L=50$  см,  $W=4$  см) получены экспериментальные оценки коэффициента затухания  $b=0.154-0.086$  с<sup>-1</sup>. Расчет  $b$  в рамках приближенной теории пограничного слоя дает  $b=0.065-0.056$  с<sup>-1</sup>. Дополнительная горизонтальная степень свободы сосуда приводит к двукратному увеличению значения коэффициента затухания -  $b=0.213-0.137$  с<sup>-1</sup>.

Выполнен анализ опытных данных, используя результаты Л.Н. Сретенского о плоских горизонтальных колебаниях прямоугольного сосуда с идеальной жидкостью при наличии на поверхности свободной стоячей волны [Сретенский Л.Н. (1951)]. Получены оценки частотного сдвига  $\Delta\omega_n = \omega_n^* - \omega_n$  при получении горизонтальной степени свободы сосуда – рис. 5.

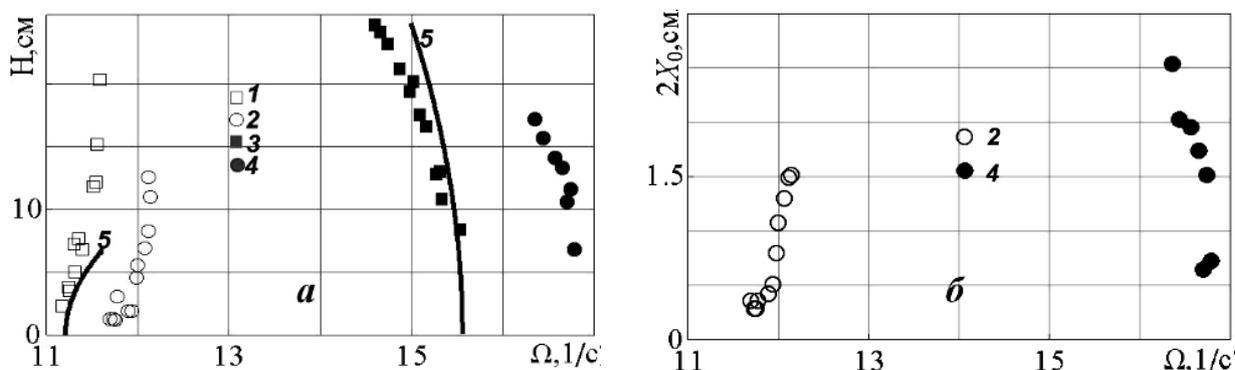


Рис. 4. Резонансная зависимость  $H(\Omega)$  первой волновой моды (а) и зависимость размаха  $2X_0$  колебаний тележки от частоты  $\Omega$  (б) при  $s=1.3$  см: 1, 3 – неподвижный в горизонтальном направлении сосуд ( $L=50$  см,  $W=4$  см),  $h=10, 20$  см; 2, 4 – сосуд на тележке,  $h=10, 20$  см; 5 – рассчитанная устойчивая ветвь [Нестеров С.В. (1969; 1972)]

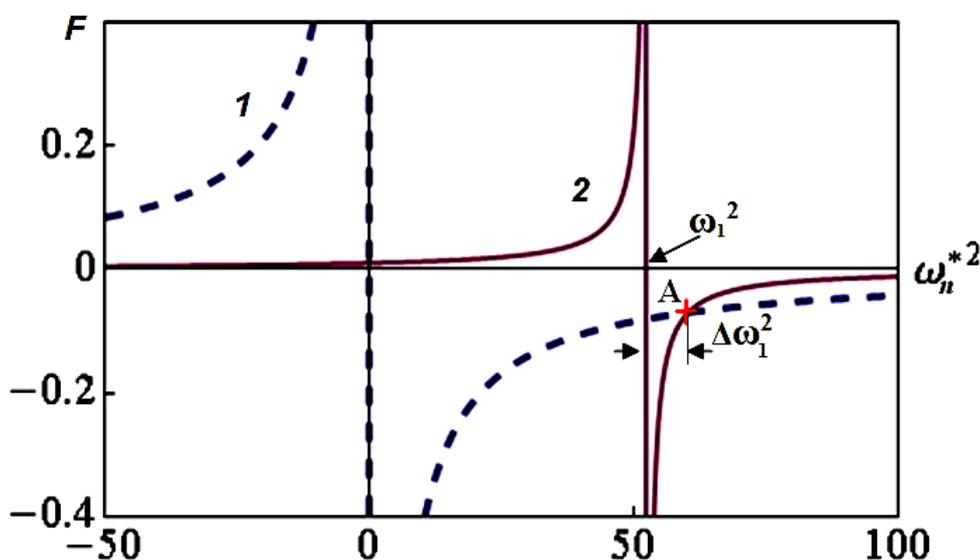


Рис. 5. Графическое решение задачи [Сретенский Л.Н. (1951)] и оценка сдвига частот  $\Delta\omega = \omega_1^* - \omega_1$  по точке (А) пересечения графиков  $F_1$  (1) и  $F_2$  (2) для первой моды стоячих волн на свободной поверхности жидкости глубиной  $h=20$  см:  $F_1(\omega_n^{*2}) = F_2(\omega_n^{*2})$ ;  $\omega_1 = \sqrt{gk_1 \tanh k_1 h}$  – собственная частота первой волновой моды;  $\omega_1^*$  – частота связанных колебаний

Приведены зависимости частотного сдвига  $\Delta\omega$  от глубины жидкости  $h$  – рис. 6. Частотный сдвиг  $\Delta\Omega$  резонансных зависимостей на рис. 3, а и 4,

$a$  связан со смещением собственной частоты следующим образом  $\Delta\omega = \Delta\Omega/2$ . Величина  $\Delta\omega$  оценивается из эксперимента и из теоретической модели Л.Н. Сретенского. Несмотря на неплохое соответствие опытных данных (1) и рассчитанной кривой (2), модель дает несколько завышенные значения  $\Delta\omega$  - рис. 6. Возможная причина – диссипативные эффекты в механических узлах системы (трения на осях подшипников, трение качения и т.п.).

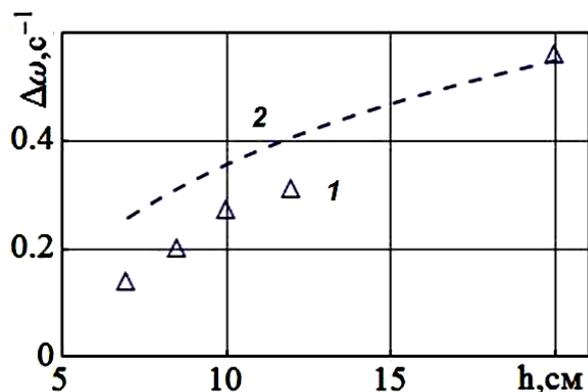


Рис. 6. Зависимость частотного сдвига от глубины жидкости: 1 – эксперимент; 2 – расчет

Исследованы параметрические колебания физического маятника в виде однородного стального цилиндра диаметром 1.5 см и длиной 50.2 см (приведенная длина  $l=35.1$  см) как механического аналога волн Фарадея в случае дополнительной горизонтальной степени свободы его точки подвеса – рис. 2, б. Измерены зависимости амплитуды отклонения маятника  $\varphi$  и смещения тележки  $X$  от частоты  $\Omega$

вертикальных колебаний - рис. 7. Видно, что наличие тележки не влияет на резонансную зависимость  $\varphi(\Omega)$ . Отметим, что в случае маятника на тележке (2) для эксперимента характерно затягивание резонансной зависимости в область высоких частот  $\Omega$ . Кроме того, вблизи частот срыва колебаний  $\Omega=6.51$  с<sup>-1</sup> наблюдались перевороты маятника, повторяющиеся через 3-5 периодов.

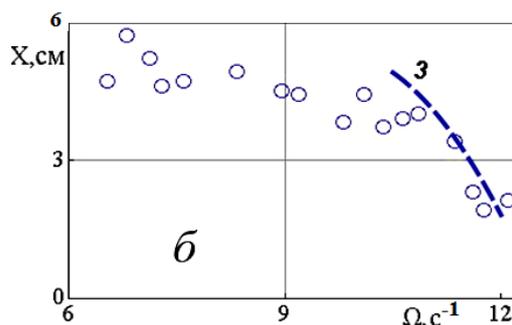
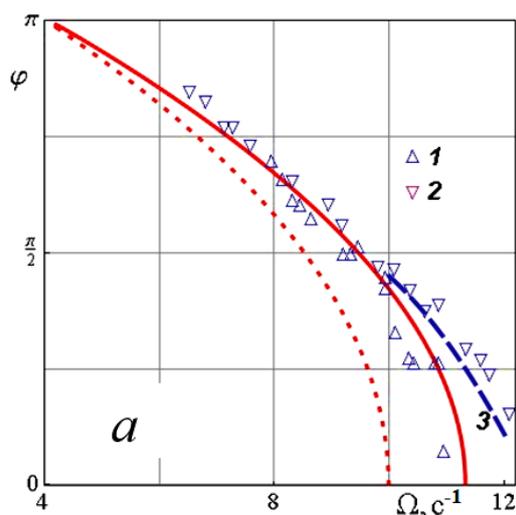


Рис. 7. Отклонение маятника (а) и смещение тележки (б) в зависимости от частоты вертикальных колебаний при  $s = 2.25$  см: 1 – горизонтально неподвижный маятник; 2 – маятник на тележке; 3 – численный счет (маятник на тележке); 4 – теория (горизонтально неподвижный маятник)

Приведены результаты численного решения уравнений плоского движения системы (кривая 3 на рис. 7). Отметим, что стационарные значения амплитуд маятника и тележки получены для диапазона частот  $\Omega = 10 - 12 \text{ с}^{-1}$ . Амплитуда колебаний тележки монотонно растет с уменьшением  $\Omega$  - рис. 7, б.

Оценивался коэффициент затухания колебаний маятника в диапазоне начальных угловых смещений  $\varphi_0 \sim 15-60^\circ$ :  $b=0.029 \text{ с}^{-1}$ . Аналогично для маятника с дополнительной горизонтальной степенью свободы получено значение  $b=0.133 \text{ с}^{-1}$ . Можно сделать вывод, что дополнительная степень свободы маятника приводит к существенному увеличению (пятикратному) коэффициента затухания без изменения частотного диапазона возбуждения колебаний и без изменения резонансных характеристик системы – рис. 7 а. Отметим, что аналогичный эффект наблюдался для волн Фарадея при малой глубине жидкости  $h=5 \text{ см}$  – рис. 3.

**В третьей главе** экспериментально исследовано влияние поперечных пластин-демпферов на параметры стоячих поверхностных волн в вертикально колеблющемся прямоугольном сосуде – рис. 8.

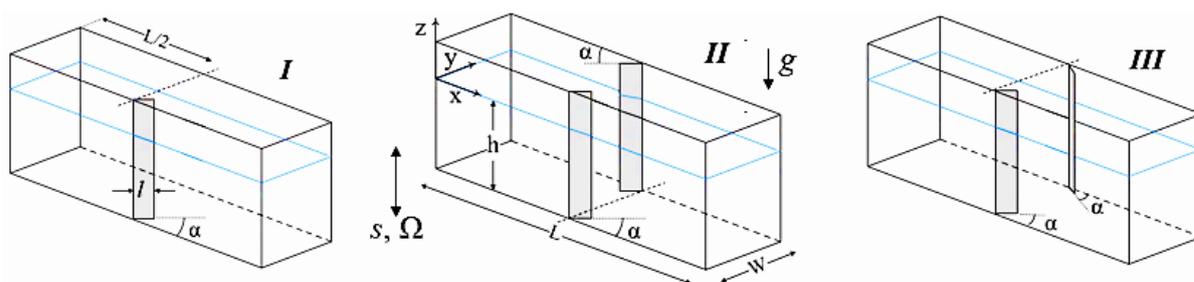


Рис. 8. Расположение демпфирующих пластин длиной  $l$ , установленных под углом  $\alpha$  к боковой стенке: конфигурации I–III – одиночная, параллельная и встречная ориентации пластин

Изучены особенности течений в поле стоячей гравитационной поверхностной волны в прямоугольном сосуде при наличии в нем демпфирующих элементов – рис. 9 - 11. В отличие от случая гладких стенок (рис. 9, а) течение около пластины сопровождается существенным усложнением траекторий частиц (в которых выделяются петли, винтовые линии, смены направлений) в границах вихревой области (рис. 9, б).

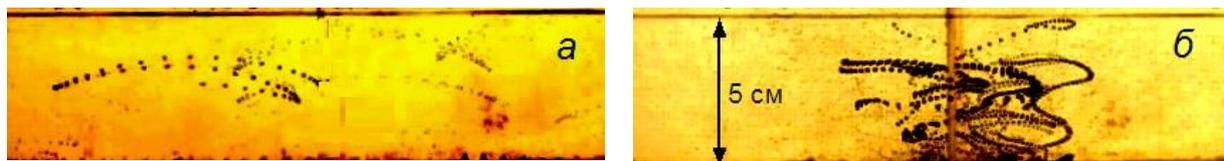


Рис. 9. Траектории частиц в сосуде ( $L=60 \text{ см}$ ,  $W=13.3 \text{ см}$ ): а – с гладкими стенками ( $T=1.53 \text{ с}$ ,  $H=5.8 \text{ см}$ ); б – с одной пластиной, установленной под углом  $90^\circ$  ( $T=1.53 \text{ с}$ ,  $H=1.2 \text{ см}$ ); время съемки 3 с, скорость регистрации – 15 к/с (фотографии получены наложением 45 последовательных видеок кадров)

Наличие демпферов в сосуде с различными конфигурациями I–III (рис. 8) приводит к изменению режима волнового течения за счет

вихреобразования около пластин. При включении установки и начале параметрического возбуждения колебаний жидкости с последующим выходом на стационарный режим высота волны постепенно увеличивается до стационарного значения  $H$ . Процесс вихреобразования около пластин начинается при  $H \geq 0.5$  см, затем вихри увеличиваются, и общая картина с течением времени усложняется – рис. 10.

Изучалось влияние ориентации (рис. 8: конфигурации I–III) пластин в осциллирующем сосуде ( $L=60$  см,  $W=13.3$  см) на общую картину течения. Одновременное исследование вихревых образований по глубине жидкости и на ее свободной поверхности позволило выявить ряд новых эффектов. Постановка двух параллельных пластин (конфигурация II) заметно усложняет картину течения – ориентированные в противоположенные стороны вихревые системы образуются и у фронтальной, и у тыльной стенок (рис. 10). С началом движения по всей глубине жидкости у кромок пластин формируются вихревые шнуры с вертикальным расположением границы (кадр 1 б), практически не проявляющиеся на свободной поверхности (кадр 1 а).

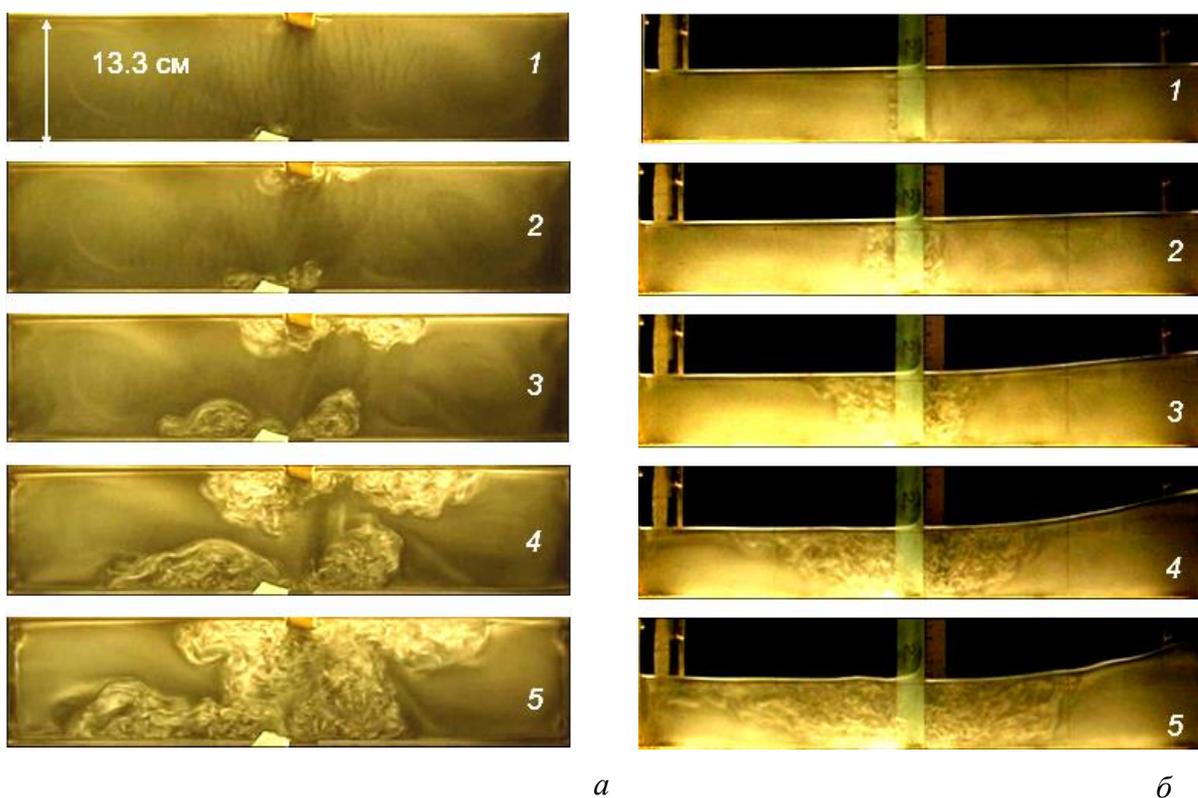


Рис. 10. Осциллирующий поток около демпфирующих пластин  $l=3$  см в случае конфигурации II,  $\alpha=20^\circ$ : (а) – вид сверху и (б) – вид спереди;  $h=6$  см,  $s=2.25$  см,  $T=1.60$  с; 1-5 –  $H=0.74, 1.01, 2.38, 3.94, 4.59$  см и  $t/T=0, 4, 8, 12, 16$

С увеличением высоты волны радиусы шнуров растут (кадр 2 б), и одновременно появляются возмущения поля концентрации у прикрепленных к стенкам и отклоненных сторон пластин в виде четырех разнесенных пятен (кадр 2 а). Светлый тон пятен указывает на захват частиц вихревым течением

и локальное повышение концентрации дисперсной фазы. Со временем линейные размеры четырех разнесенных областей вихревого течения растут (кадры 3 и 4).

Отметим, что ширина разделяющего вихревые структуры участка среды с исходной концентрацией постепенно уменьшается, а форма усложняется, поскольку темп роста поперечных размеров двух вихревых систем у прикрепленных сторон пластин существенно выше, чем у отклоненных сторон. Здесь вихревые системы вытягиваются в продольном направлении (кадры 3 а и 4 а). Внешние фронты вихревых систем теряют однородность и устойчивость. Вначале фронты становятся наклонными (преимущественно в левой части сосуда, кадр 3 б), а затем изрезанными (кадр 4 б). На больших временах вихревые структуры занимают всю центральную часть сосуда и медленно движутся к торцевым стенкам (кадр 5 а). Во фронтальном изображении вблизи пластин выражены горизонтальные полосчатые структуры, указывающие на трехмерность течения (кадр 5 б). Характерная толщина слоев составляет 13 мм, а размер прослоек – 4 мм.

Для уточнения структуры течения исследовались траектория частиц-трассеров на свободной поверхности жидкости в гладком сосуде и в сосуде с пластинами-демпферами (рис. 11).

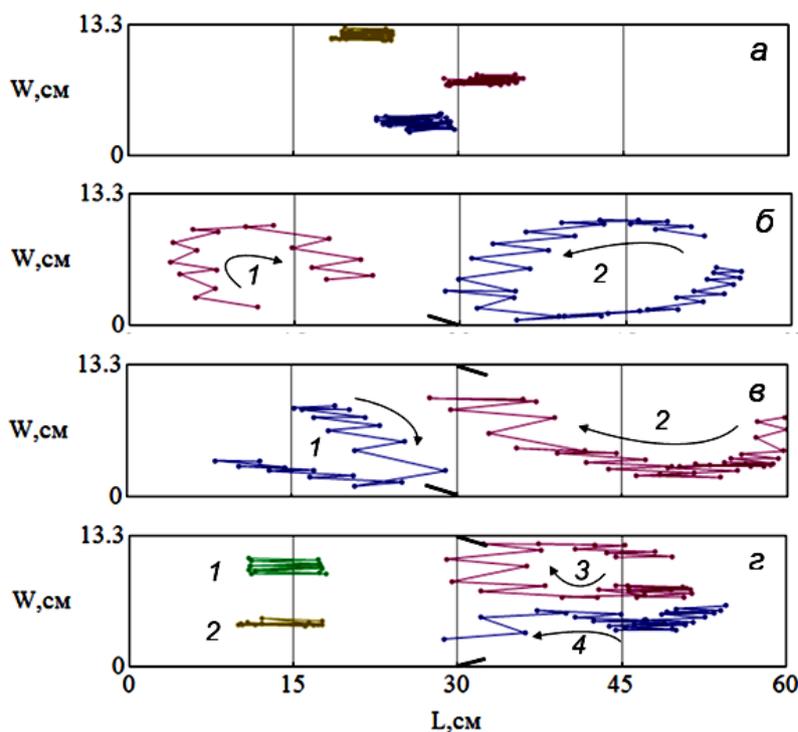


Рис. 11. Траектории частиц-трассеров на поверхности жидкости в сосуде ( $L=60$  см,  $W=13.3$  см) при  $h=6$  см,  $l=3$  см,  $\alpha=20^\circ$ : (а) – гладкие стенки,  $H=4.3$  см,  $T=1.56$  с, время по пути частиц  $t/T=20$ ; (б) – конфигурация I,  $H=4.5$  см,  $T=1.57$  с, 1,2 –  $t/T=8, 18.5$ ; (в) – конфигурация II,  $H=4.1$  см,  $T=1.65$  с, 1,2 –  $t/T=10, 18$ ; (г) – конфигурация III,  $H=4.2$  см,  $T=1.56$  с, 1-4 –  $t/T=7, 7, 14, 18$

Рассмотрено влияние пластин-демпферов на резонансные зависимости  $H(\Omega)$  параметрически возбуждаемой первой волновой моды.

Проведено сравнение характеристик  $H(\Omega)$  для сосудов с гладкими стенками и с пластинами, расположенными к стенкам под углом  $\alpha=0^\circ$ . Для жидкости глубиной  $h=6$  см в сосуде ( $L=60$  см и  $W=13.3$  см) с гладкими стенками и с пластинами  $l=4.5$  см, расположенными вдоль боковых стенок  $\alpha=0^\circ$ , резонансные зависимости  $H(\Omega)$  приведены на рис. 12.

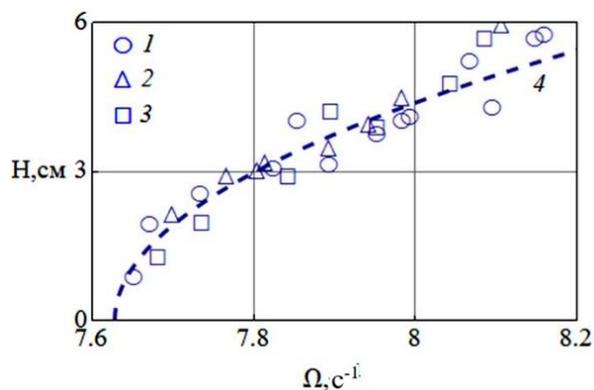


Рис. 12 Резонансная зависимость первой волновой моды,  $h=6$  см: 1 - гладкие стенки; 2,3 - с пластинами  $l=4.5$  см,  $\alpha=0$  в соответствии с рис. 8 (конфигурация II и III); 4 - базовая кривая

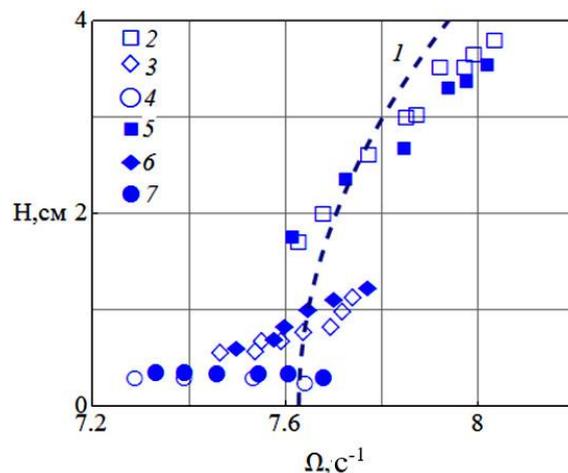


Рис. 13. Резонансные зависимости для двух пластин шириной  $l=4.5$  см: 1 - базовая кривая; группы 2-4, 5-7 - конфигурация пластин II, III (рис. 8); наборы 2 и 5, 3 и 6, 4 и 7 -  $\alpha=14, 25, 48^\circ$

Совпадение данных в пределах погрешности показывает, что при таком размещении пластины практически не влияют на резонансные характеристики. Полученная интерполяционная кривая 4 -  $H(\Omega) = \sqrt{-393.8 + 51.6\Omega}$  - рассматривается далее как базовая.

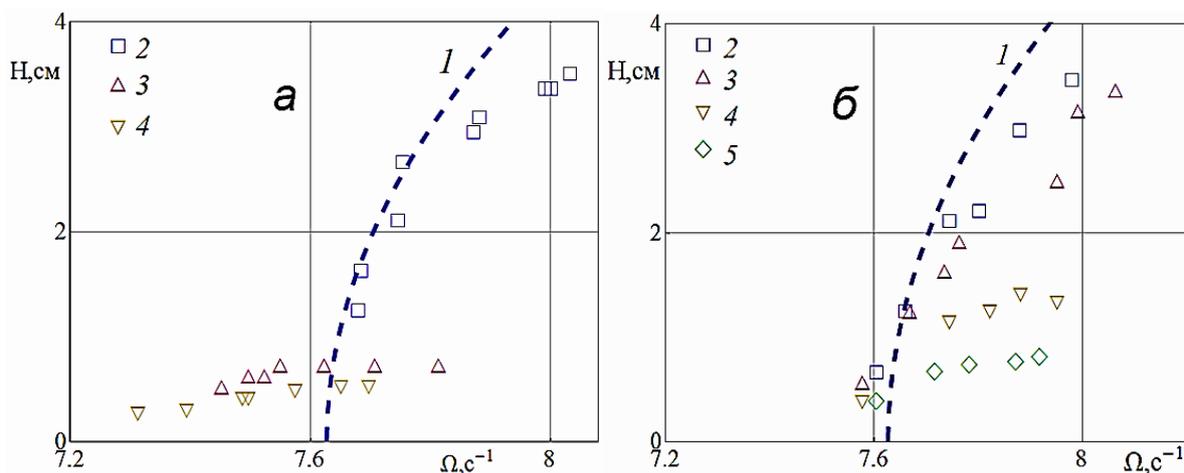


Рис. 14. Резонансные зависимости: а - конфигурация II, 2-4 -  $\alpha=24, 44, 56^\circ$ ; б - конфигурация I, 2-5 -  $\alpha=35, 44, 56, 90^\circ$ ; сосуд - ( $L=60$  см и  $W=13.3$  см),  $l=3$  см,  $h=6$  см, 1 - базовая кривая

При одинаковом угле  $\alpha$  в случае конфигураций II и III указанные параметры одинаковы, что предполагает аналогичный характер изменения формы резонансных зависимостей. Данный вывод подтверждается

графиками  $H(\Omega)$  на рис. 13. Полученная ранее базовая кривая представлена на рисунке для сравнения.

Демпфирующее действие пластин, расположенных в узле волны приводит к изменению резонансных характеристик  $H(\Omega)$  и определяется их угловым положением  $\alpha$  или шириной перекрытия поперечного сечения сосуда  $W^* = Nw^*$  в центральной части, где  $N$  - число пластин и  $w^* = l \sin \alpha$  - эффективная ширина пластины.

Приведены резонансные кривые  $H(\Omega)$  для пластин  $l=3$  см, расположенных вдоль боковых стенок под различным углом  $\alpha$  согласно конфигурациям *I* и *II* – рис. 14. При отклонении пластин (увеличение перекрытия сосуда) наблюдались не только существенное подавление колебаний, но и сдвиг собственной частоты.

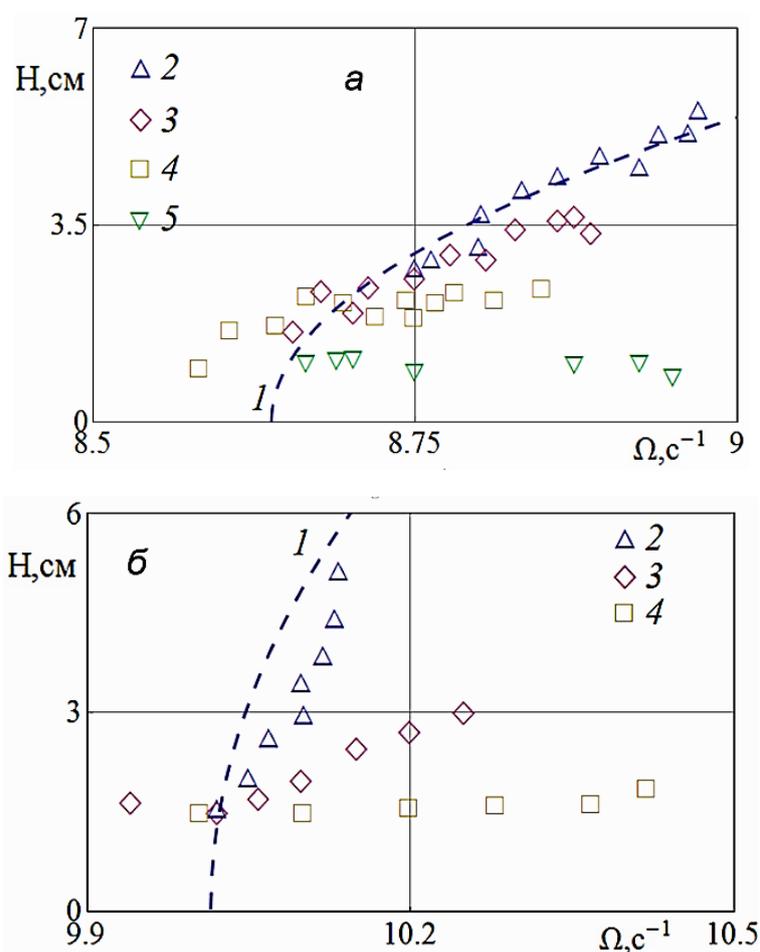


Рис. 15. Резонансные зависимости при наличии пары пластин  $l = 3$  см с конфигурацией *II*: (а) –  $h=8$  см, 2-5 –  $\alpha = 8, 35, 44, 56^\circ$ ; (б) –  $h=12$  см, 2-4 –  $\alpha = 8, 56, 90^\circ$ ; *I*- базовая кривая: сосуд – ( $L=60$  см и  $W=13.3$  см)

С увеличением глубины жидкости  $h$  расширяется диапазон углов  $\alpha$ , в котором удается параметрически возбуждать колебания жидкости – рис. 15. В целом резонансные свойства системы сохраняются, собственная частота не меняется. Эффективность пластин-демпферов существенно зависит от углового положения. При малых углах зависимости  $H(\Omega)$  практически не

отклоняются от базовой кривой 1. При больших  $\alpha$  одна из точек попадает в окрестность кривой 1, а для остальных высота волны практически не меняется  $H \sim 1$  см. Наблюдается значительное подавление волн – эффективность демпфирующего действия пластин сохраняется при увеличении глубины жидкости.

Для глубины  $h=8$  см максимальное демпфирование получено при ориентации  $\alpha=56^\circ$  и при этом наблюдаемая высота волны во всем диапазоне неустойчивости  $H=1.1$  см (рис. 15 а). При больших значениях угла  $\alpha$  волны вообще не возбуждались. Для глубины  $h=12$  см (рис. 15 б) максимальное демпфирование волновых движений достигалось при поперечном расположении  $\alpha=90^\circ$ , причем  $H=1.5$  см.

Аналогичные результаты получены в экспериментах с более узким сосудом ( $L=50$  см и  $W=10$  см).

Анализ экспериментальных данных позволяет сделать вывод о том, что наибольшее демпфирование достигается при максимальном перекрытии пластинами поперечного сечения сосуда и при близком к нормальному по отношению к потоку их расположению. Отметим наличие критического значения перекрытия сечения сосуда  $W_{кр}^* = 2l \sin \alpha_{кр}$ , определяющего полное демпфирование колебаний жидкости.

Для использованных в экспериментах сосудов при одинаковом значении безразмерной глубины  $h/\lambda=0.05$  получены практически совпадающие значения относительного критического перекрытия сосуда  $W_{кр}^*/W \approx 0.4$ , выше которых волновые движения жидкости отсутствуют во всем частотном диапазоне.

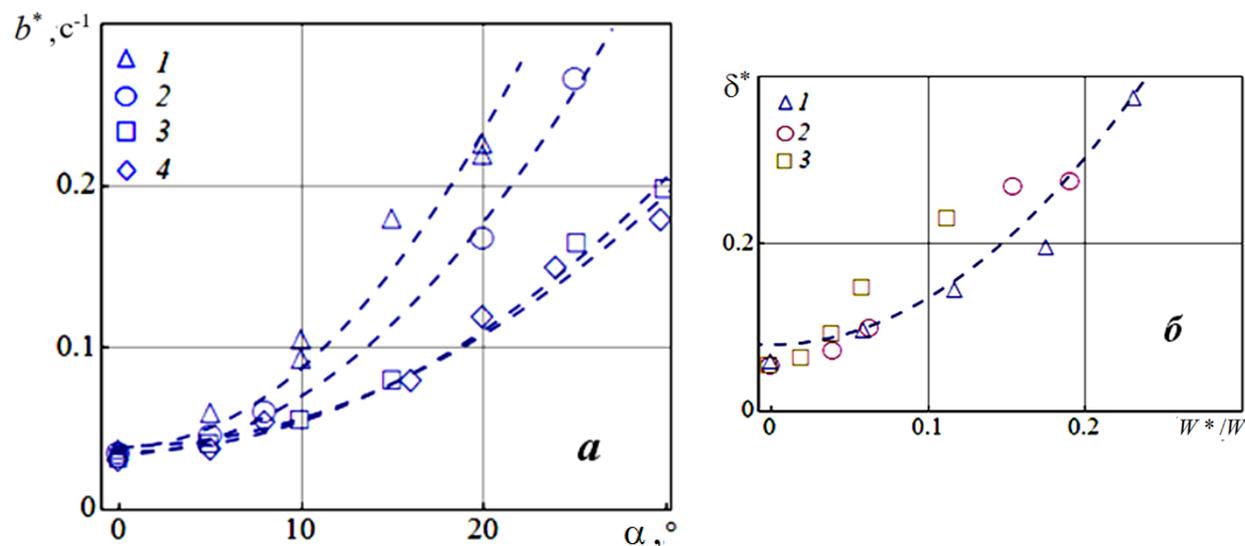


Рис. 16. Зависимости коэффициента затухания волн от углового положения пластины (а) и декремента  $\delta^* = b^*T$  от относительного перекрытия  $W^*/W$  сосуда ( $L=60$  см и  $W=13.3$  см) (б): 1-3 – пара пластин  $l=4.5, 3, 1.5$  см при конфигурации II; 4 – одиночная пластина  $l=3$  см при конфигурации I;  $h=6$  см;  $s=2.25$  см;  $T$  – период волны

Исследовано последовательно влияние пластин-демпферов на коэффициенты затухания волн в сосудах ( $L=60$  см,  $W=13.3$  см) и ( $L=50$  см,  $W=10$  см) – рис. 16 - 18.

Сравнительное влияние ширины и углового положения пластин при конфигурациях *I, II* на коэффициент затухания  $b^*$  иллюстрируют графики на рис. 16, *a*. При использовании безразмерных переменных – декремента  $\delta^*$  и относительного перекрытия  $W^*/W$  сосуда - все кривые рис. 16, *a* группируются вокруг универсальной зависимости – рис. 16, *б*.

Сложный характер взаимодействия волнового потока с пластинами иллюстрируют рисунки 17, 18, на которых представлены зависимости коэффициента затухания волн от углового положения пластин в сосудах: ( $L=60$  см и  $W=13.3$  см) и ( $L=50$  см и  $W=10$  см), с жидкостью различной глубины  $h$ . Видно, что с увеличением  $h$  коэффициент демпфирования убывает.

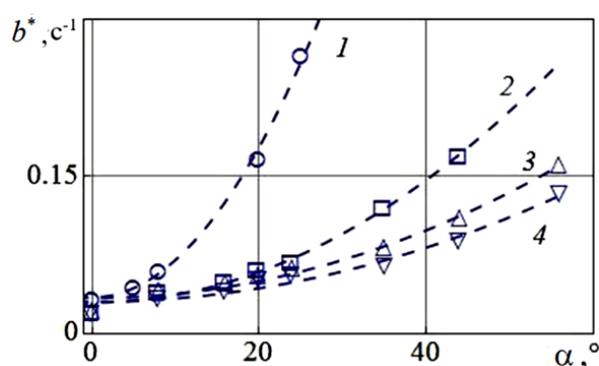


Рис. 17. Зависимости коэффициента затухания волн от углового положения пары пластин ( $l=3$  см) при различной глубине жидкости  $h$ : 1–4–  $h=6, 8, 10.2, 12$  см: сосуд ( $L=60$  см и  $W=13.3$  см)

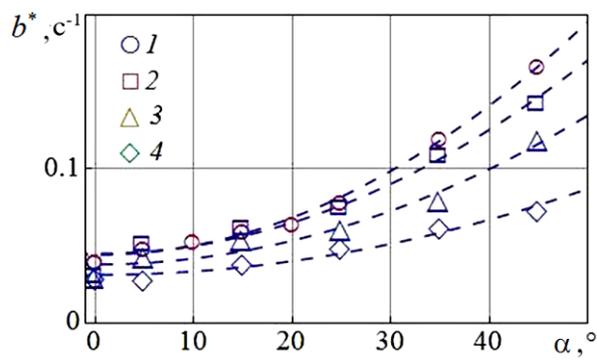


Рис. 18. Зависимости коэффициента затухания волн от углового положения пары пластин ( $l=3$  см) при различной глубине жидкости  $h$ : 1–4–  $h=5, 10, 15, 20$  см: ( $L=50$  см и  $W=10$  см)

**В четвертой главе** взаимодействие длинных поверхностных волн в прямоугольном сосуде с препятствиями на дне исследовалось посредством лабораторного эксперимента, для интерпретации результатов которого использовалась основанная на методе ускоренной сходимости математическая модель сейш в случае резкого возвышения [Akulenko L.D., Nesterov S.V. (2005)].

В приближении длинных волн рассмотрена задача о собственных колебаниях тяжелой идеальной несжимаемой жидкости в протяженном канале переменной глубины. Дно канала содержит участки изменения глубины жидкости  $h(x)$  различного вида – рис. 19. Для моделирования сейшевых колебаний воды над локальными нерегулярностями дна исследовались первая и вторая моды ( $n=1,2$ ) гравитационных стоячих волн на свободной поверхности жидкости в прямоугольном сосуде ( $L=50$  см,  $W=4$  см). При фиксированной амплитуде колебаний сосуда  $s=1.1$  и  $2.5$  см вариации  $\Omega$  обеспечивали изменения высоты волны  $H$  от  $0.5$  до  $2$  см.

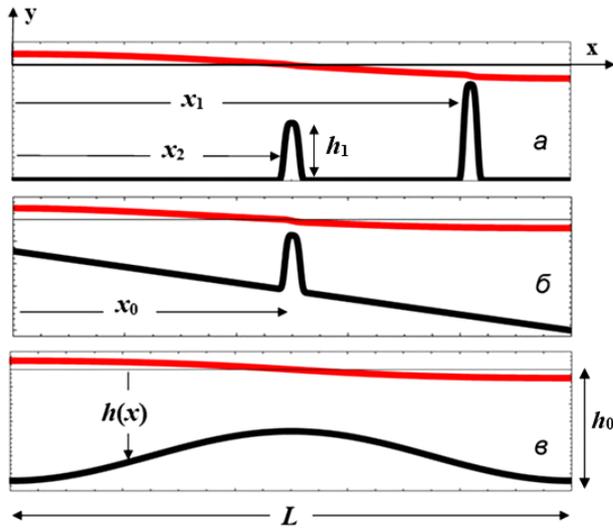


Рис. 19. Стоячие волны в сосуде ( $L= 50$  см,  $W= 4$  см) с различной топографией дна: *a* – два возвышения; *б* – возвышение на линейной отмели; *в* – cos-образное дно

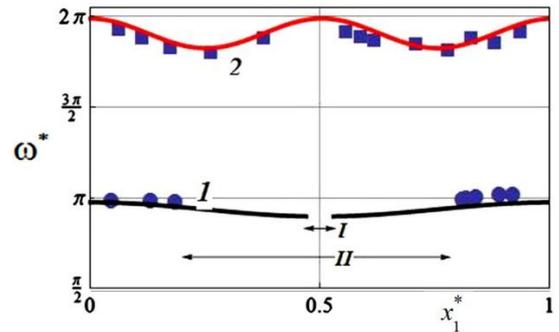


Рис. 20. Зависимость безразмерной частоты  $\omega^* = \omega_n L / \sqrt{gh_0}$  первой *1* и второй *2* волновых мод от относительной горизонтальной координаты  $x_1^* = x_1 / L$  возвышения: *I*, *II* – зоны отсутствия возбуждения первой волновой моды, модель и эксперимент, соответственно

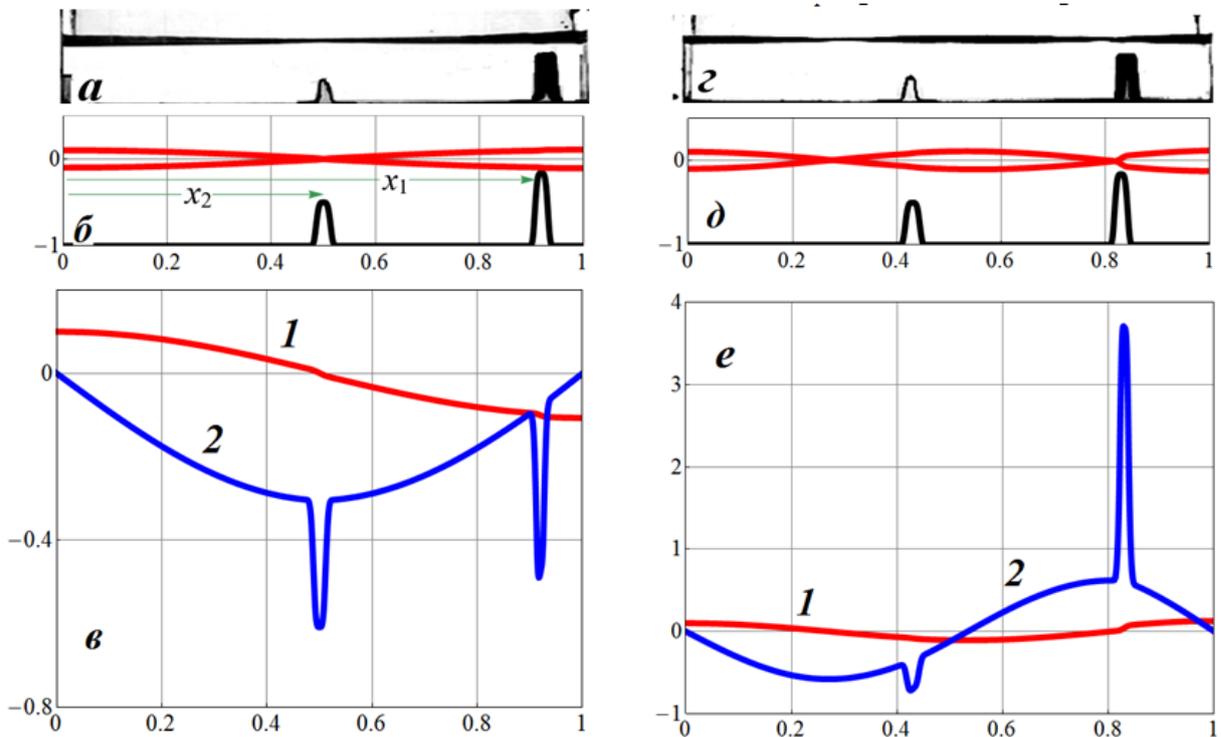


Рис. 21. Наблюдаемые в эксперименте (*a*, *г*) и рассчитанные (*б*, *д*) огибающие свободной поверхности для первой и второй волновых мод, а также графики (*в*, *е*) собственных функций  $W(x)$  (*1*) и их производных  $W'(x)$  (*2*): (*a*-*в*) -  $n= 1$ ,  $x_1=46$  см,  $x_2=25$  см,  $\omega_1=4.763$  с<sup>-1</sup>; (*г*-*е*) -  $n= 2$ ,  $x_1=41.5$  см,  $x_2= 21.6$  см,  $\omega_2=8.18$  с<sup>-1</sup>; *1,2* - графики функций  $W(x)$ ,  $W'(x)$

Исследовано влияние двух возвышений на горизонтальном дне сосуда на волновое движение жидкости (рис. 19, *a*). Положения возвышений высотой  $h_{1max}=5.6$  и  $3.5$  см задавались координатами  $x_1$  и  $x_2$ , для которых определялись частоты волновых мод ( $n=1, 2$ ). В экспериментах  $x_2$

фиксирована, а  $x_1$  варьировалась по длине сосуда. Данные эксперимента и результаты расчетов безразмерной частоты  $\omega^*$  первой и второй волновых мод в зависимости от относительного положения  $x_1^*$  приведены на рис. 20.

Видно, что при фиксированных положениях малого возвышения  $x_2^* = x_2 / L = 0.5$  и  $0.43$  для  $n = 1$  и  $2$  вариации  $x_1^*$  приводят к значительным изменениям  $\omega^*$ . Наличие локальных возвышений на дне сосуда сказывается не только на частоте волн, но и на волновых профилях – рис. 21.

Проведена серия экспериментов по изучению влияния линейной отмели и расположенного на ней отдельного возвышения – рис. 22. Используемая в экспериментах отмель имела уклон  $5:50$  или  $0.1$ . На отмели помещались одиночные возвышения разной высотой, положение которых задавалось координатой  $x_0$ , отсчитываемой от левой торцевой стенки. Оценивались частота и высота первой волновой моды в зависимости от типа и положения возвышения на отмели.

При гладком горизонтальном дне (1) возбуждаемая волна частоты  $\omega = 4.73 \text{ с}^{-1}$  относится к регулярной первой моде малой крутизны  $H / \lambda \approx 0.0086$ . Если пучности волны располагаются на торцевых стенках сосуда, то в центре локализуется ее узел.

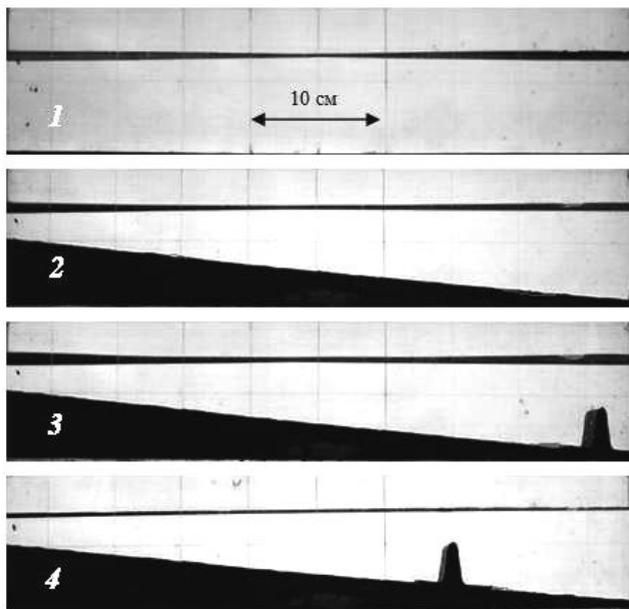


Рис. 22. Огибающие свободной поверхности в случае первой волновой моды над горизонтальным дном (1), линейной отмелью (2) и возвышением высотой  $h_{1\max} = 3.5$  см на наклонном дне (3,4) с координатами  $x_0 = 47, 35$  см: огибающие свободной поверхности получились при наложении волновых профилей за время десяти периодов волны при скорости видеосъемки  $15 \text{ к/с}$

В случае линейной отмели (2) частота возбуждаемой волны малой крутизны составляла  $\omega = 3.92 \text{ с}^{-1}$ , причем на правой стенке (глубокая вода) высота достигала  $H = 0.66$  см, а на левой стенке (мелкая вода) –  $H = 0.95$  см. Пучности также располагаются на торцевых стенках сосуда, однако происходит относительное размытие огибающих в области узла.

При наличии возвышения на наклонном дне и вариации его положения  $x_0$  в диапазоне  $47-35$  см (3,4) наблюдаемые эффекты сохраняются, т.е. частота уменьшается до  $\omega = 3.80 \text{ с}^{-1}$ , на левой стенке (мелкая вода) высота волны на  $30-60\%$  превосходит высоту волны на правой стенке, и наблюдается отсутствие четкого узла волны.

Приведены экспериментальные данные зависимости безразмерной частоты  $\omega^*$  описанной выше первой волновой моды от относительного положения  $x_0^* = x_0 / L$  трех возвышений разной высоты - рис. 23. Нормировка проведена на частоту волны в случае гладкого горизонтального дна и на длину сосуда, соответственно. Для используемых в эксперименте глубин определены критические значения положения возвышения, при котором волна не возбуждается при дальнейшем смещении его к левой боковой стенке сосуда, т.е. при уменьшении  $x_0$ .

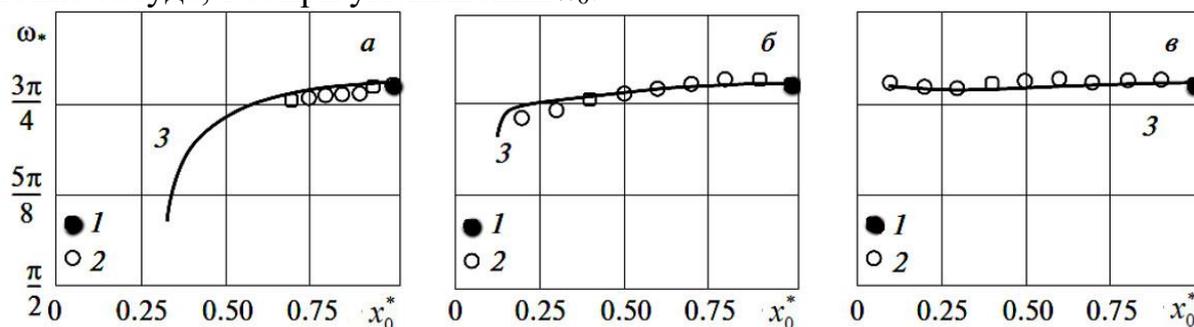


Рис. 23. Зависимость частоты первой волновой моды от локализации неоднородности дна (рис. 19 б): а-в – три возвышения различного размера  $h_{1\max}/h_0=0.50, 0.37, 0.23$ : 1 - линейное наклонное дно; 2 – эксперимент; 3 - результаты расчета

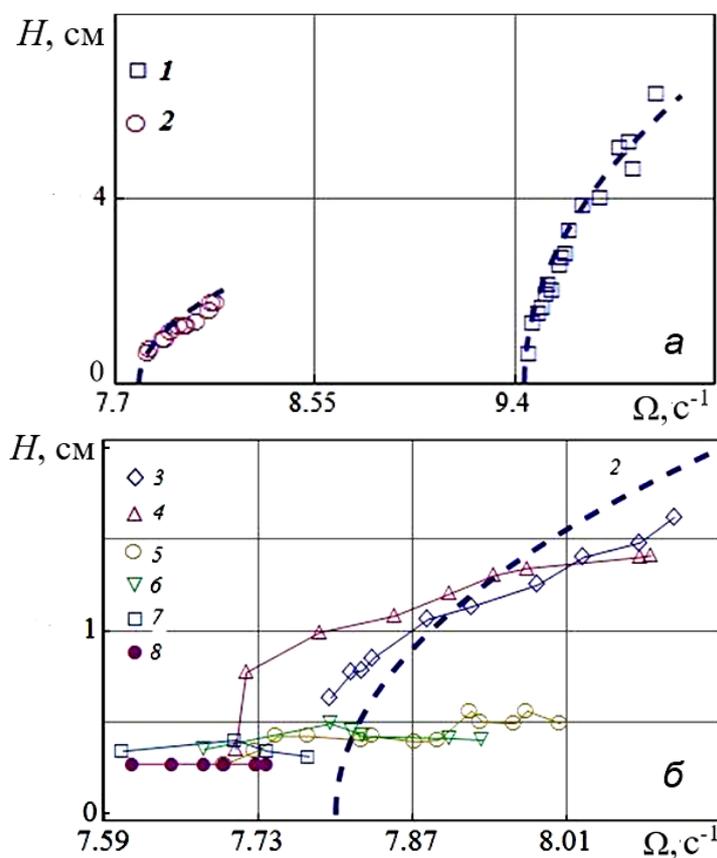


Рис. 24. Зависимости  $H(\Omega)$  первой волновой моды в случае горизонтального дна и линейной отмели (а), а также при различном положении возвышения высотой  $h_{1\max}=3.6$  см на линейной отмели (б): 1- горизонтальное дно; 2- линейная отмель; 3-8 – положение  $x_0=47, 45, 42.5, 40, 37.5$  и 35 см возвышения на наклонном дне

Проведено сравнение резонансных зависимостей  $H(\Omega)$  первой моды стоячих волн в сосуде с горизонтальным дном и линейной отмелью - рис. 24, *а*. Эксперименты показывают значительный относительный сдвиг (15-20%) в низкочастотную область. Отметим также трехкратное уменьшение высоты волн в случае наклонного дна. Наличие одиночного возвышения на отмели приводит к дополнительному подавлению (на 60-70%) волнового движения жидкости с одновременным уменьшением собственной частоты – рис. 24, *б*.

Получены аналогичные результаты при изменении геометрии дна (рис. 19, *в*) по закону  $h(x) = h_0(1 - a \cos(2\pi x / L))$ , где  $h_0 = 7.5$  см;  $a = 2$  см;  $L = 50$  см. Приведены огибающие свободной поверхности для первой волновой моды  $n=1$  – рис. 25. При глубине  $h_0 = 7.5$  см в случае ровного горизонтального дна частота волны составляет  $\omega = 4.85$  с<sup>-1</sup>.

Наличие cos-образного дна в сосуде приводит к уменьшению частоты  $\omega = 4.61$  с<sup>-1</sup>. Наблюдаемый в эксперименте профиль волны на поверхности указывает на существенное влияние геометрии дна – рис. 25, *а*. Проведено сравнение резонансных зависимостей  $H(\Omega/2)$  первой волновой моды в сосуде с гладким горизонтальным дном и cos-образным дном – рис. 26.

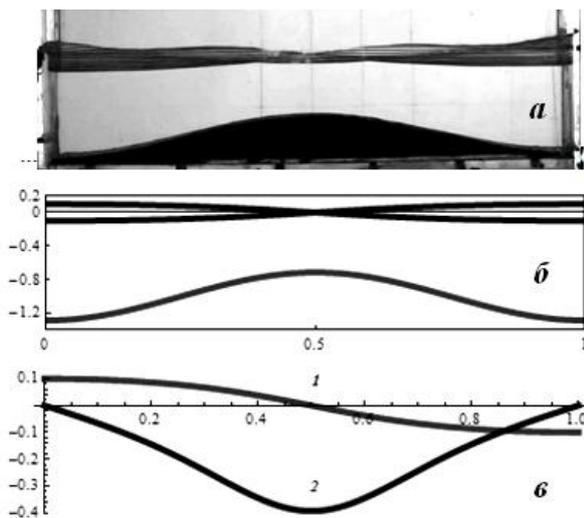


Рис. 25. Наблюдаемые в эксперименте (*а*) и рассчитанные (*б*) огибающие свободной поверхности для первой моды, а также график (*в*) собственной функции  $W(x)$  (1) и ее производный  $W'(x)$  (2):  $h_0 = 7.5$  см,  $\omega = 4.61$  с<sup>-1</sup>

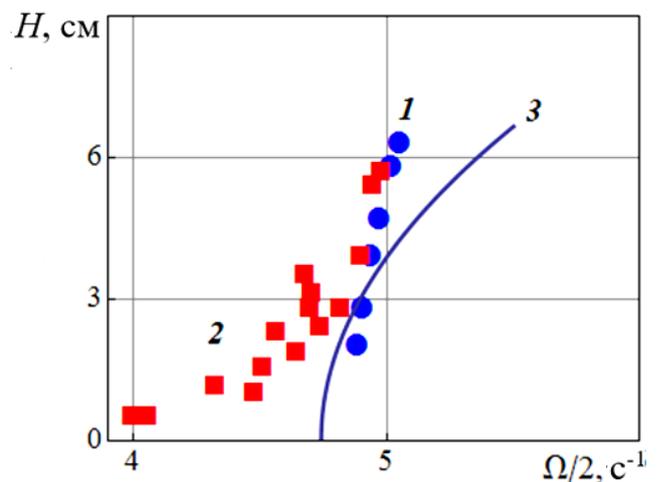


Рис. 26. Зависимости  $H(\Omega/2)$  первой волновой моды в случае cos-образного дна (рис. 19, *в*): 1- гладкое горизонтальное дно; 2- cos-образное дно; 3 – расчетная кривая в случае гладкого дна

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Экспериментально реализовано параметрическое возбуждение гравитационных поверхностных волн в прямоугольном сосуде при сохранении его горизонтальной степени свободы и изучены связанные колебания сосуда с жидкостью.
2. Исследовано влияние поперечных пластин-демпферов на параметры стоячих поверхностных волн в вертикально колеблющемся прямоугольном сосуде и получено критическое перекрытие сосуда для полностью подавления волн.
3. Исследован эффект топографии дна на частоты и формы стоячих поверхностных волн в прямоугольном сосуде и проведено сравнение данных эксперимента с результатами основанной на методе ускоренной сходимости математической модели сейш в случае резкого возвышения.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- 1 *Калиниченко В.А., Со А.Н.* Экспериментальное исследование связанных колебаний сосуда с жидкостью // Вест. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Естественные науки». 2015. №1. С. 13-24. ISSN 1812-3368.
- 2 *Калиниченко В.А., Нестеров С.В., Со А.Н.* Волны Фарадея в прямоугольном сосуде с локальными нерегулярностями дна // Изв. РАН. МЖГ. 2015. №4. С. 83-91.
- 3 *Калиниченко В.А., Со А.Н., Чашечкин Ю.Д.* Вихревое демпирование колебаний жидкости в прямоугольном сосуде // Изв. РАН. МЖГ. 2015. №5. С. 41-53.
- 4 *Со А.Н., Сысоева Е.Я.* Затухание волн в сосуде с пластинами-демпферами // Изв. РАН. МЖГ. 2016. №1. С. 3-8.
- 5 *Со А.Н.* Параметрические колебания маятника на тележке // Молодежный научно-технический вестник. 2013. № 04. 7 с. Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл №. ФС77-51038. ISSN 2307-0609 URL: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/566982.html>
- 6 *Калиниченко В.А., Со А.Н.* Волны Фарадея в подвижном сосуде и их механический аналог // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 12. 11 с.
- 7 *Калиниченко В.А., Коровина Л.И., Нестеров С.В., Со А.Н.* Особенности колебаний жидкости в прямоугольном сосуде с локальными нерегулярностями дна // Инженерный журнал: наука и инновации. 2014. Вып. 12(36). 14 с.
- 8 *Калиниченко В.А., Со А.Н.* Поверхностные волны в подвижном сосуде // Волны и вихри в сложных средах: 4-я Международная школа молодых ученых: 26-29 ноября 2013 г., Москва: Сборник материалов школы. – М.: МАКС Пресс, 2013. – 164 с. (С. 95).
- 9 *Kalinichenko V.A., Soe A.N.* Faraday waves in a freely moving tank and their mechanical analog // Потoki и структуры в жидкостях: Международная конференция 25-28 июня 2013 г., Санкт-Петербург: Сборник избранных трудов конференции. – М.: МАКС Пресс, 2014. – 376 с. С. 152-154.
- 10 *Kalinichenko V.A., Soe A.N., Chashechkin Yu.D.* Vortex damping of surface waves // Physical and Mathematical Problems of Advanced Technology Development: Abstracts of International Scientific Conference / BMSTU, Moscow, 17-19 November 2014. – Moscow: BSTU, 2014. – 125 p. С. 18.
- 11 *Soe A.N., Kalinichenko V.A., Korovina L.I., Nesterov S.V.* Features of liquid oscillations in a rectangular container with local irregularities in the bottom // Physical and Mathematical Problems of Advanced Technology Development: Abstracts of International Scientific Conference / BMSTU, Moscow, 17-19 November 2014. – Moscow: BSTU, 2014. – 125 p. С. 11.

- 12 *Калиниченко В.А., Нестеров С.В., Со А.Н.* Влияние топографии дна на волны Фарадея // Волны и вихри в сложных средах: 5-ая Международная научная школа молодых ученых; 25 – 28 ноября 2014 г., Москва: Материалы школы. (240 с.). – М.: МАКС Пресс. С. 202.
- 13 *Калиниченко В.А., Со А.Н., Чашечкин Ю.Д.* Об одном способе подавления колебаний жидкости в прямоугольном сосуде // Волны и вихри в сложных средах: 5-ая Международная научная школа молодых ученых; 25 – 28 ноября 2014 г., Москва: Материалы школы. (240 с.). – М.: МАКС Пресс.
- 14 *Soe A.N., Kalinichenko V.A.* Vortex damping of liquid oscillations in a rectangular tank // Потoki и структуры в жидкостях: Международная конференция 23-26 июня 2015 г., Калининград: Сборник избранных трудов конференции. – М.: МАКС Пресс, 2015. – 316 с. С. 233-234.
- 15 *Калиниченко В.А., Со А.Н., Сысоева Е.Я.* Стоячие волны в сосуде с пластинами-демпферами // Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: Международная научная школа молодых ученых; 11 – 13 ноября 2015 г., Москва: Сборник тезисов.– М.: МАКС Пресс, 2015. – 164 с. С. 28-31.
- 16 *Со А.Н.* Волны Фарадея в прямоугольном сосуде с локальными нерегулярностями дна // Волны и вихри в сложных средах: 6-ая Международная научная школа молодых ученых; 21 – 23 июня 2015 г., Калининград: Сборник материалов школы.– М.: МАКС Пресс, 2015. – 196 с. С. 157-158.

Аунг Наинг Со

Волны Фарадея в горизонтально подвижном сосуде и  
сосуде с локальными особенностями дна и стенок

Автореферат на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Подписано к печати 12.05.2016 г. Заказ № 10-2016

Тираж 70 экз.

---

Отпечатано в Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН  
119526, Москва, проспект Вернадского, 101, корп. 1