

на правах рукописи

МАХОВСКАЯ ЮЛИЯ ЮРЬЕВНА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ АДГЕЗИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ**

01.02.04 механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва — 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН).

Официальные оппоненты: Тарлаковский Дмитрий Валентинович,
доктор физико-математических наук,
профессор, Научно-исследовательский
институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова,
заведующий лабораторией;

Фрейдин Александр Борисович, доктор физико-
математических наук, профессор, ФГБУН
Институт проблем машиноведения РАН,
заведующий лабораторией;

Шоркин Владимир Сергеевич, доктор физико-
математических наук, профессор, ФГБОУ ВО
«Орловский государственный университет
им. И. С. Тургенева», профессор кафедры
технической физики.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт механики
сплошных сред Уральского отделения
Российской академии наук (ИМСС УрО РАН)

Защита диссертации состоится 12 октября 2017 г. в 15 часов на заседании
диссертационного совета Д002.240.01 при ИПМех РАН по адресу: 119526,
г. Москва, просп. Вернадского, д. 101, корп. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН
и на сайте <http://ipmnet.ru>

Автореферат разослан 30 июня 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д002.240.01
кандидат физико-математических наук

Е. Я. Сысоева

Общая характеристика работы

Актуальность темы диссертации связана с широким распространением приборов и устройств, в которых контактирующие поверхности характеризуются высокой степенью гладкости и малыми размерами. При разработке и оценке работоспособности таких сопряжений традиционные модели контактного взаимодействия, предполагающие только сжимающие напряжения на контактной поверхности и нулевые - на свободной поверхности, оказываются недостаточно точными. Возникает необходимость построения моделей, учитывающих эффекты адгезионного взаимодействия между поверхностями. Эти эффекты определяются влиянием множества факторов, включая геометрические, механические и физические свойства поверхностных слоев взаимодействующих тел, а также тонких поверхностных пленок, способных собираться в мениски, в которых действуют капиллярные силы.

Микрогеометрия поверхностей, обусловленная естественной шероховатостью или искусственно нанесенным рельефом, является существенным фактором, приводящим к дискретному характеру контактирования. Учет формы поверхностного рельефа особенно важен при моделировании адгезионного взаимодействия, поскольку адгезионные силы зависят от величины зазора между поверхностями, которая складывается из начальной геометрии зазора и деформации границ взаимодействующих тел. Изучение роли параметров микрогеометрии (формы выступов, плотности их расположения, распределения по высоте) при контактном взаимодействии поверхностей представляет большой практический интерес, позволяя, в частности, создавать поверхности с заданными свойствами.

Изучение механизмов диссипации энергии при трении поверхностей является одной из фундаментальных задач трибологии. Адгезия приводит к диссипации энергии при образовании и разрыве элементарных контактов, а также влияет на деформационную (механическую) составляющую силы трения за счет перераспределения контактных напряжений и деформаций. Построение моделей, описывающих адгезионную составляющую силы трения, а также влияние адгезии на деформационную составляющую силы трения, позволяет рассчитывать силу трения и диссипацию энергии и управлять этими величинами в зависимости от условий взаимодействия и требований, предъявляемых к сопряжению.

Целью работы является развитие направления механики контактного взаимодействия для деформируемых тел с учетом адгезионного притяжения, включающее в себя следующие задачи:

- развитие общего подхода к решению задач об адгезионном взаимодействии осесимметричных упругих тел;
- постановка и решение контактных задач о капиллярной и молекулярной адгезии упругих тел и об адгезии в дискретном контакте упругих тел;
- расчет потери энергии при циклическом подводе-отводе упругих тел и исследование влияния на эту величину механических и поверхностных свойств взаимодействующих тел;
- разработка моделей для расчета адгезионной составляющей силы трения на основе анализа потери энергии при образовании и разрыве контактов между поверхностными неровностями;
- постановка и решение контактных задач о скольжении отдельной неровности и регулярной волнистой поверхности по поверхности вязкоупругого тела при наличии адгезии;

– анализ влияния параметров адгезии, геометрии поверхностей, механических свойств взаимодействующих тел и условий контактирования (нагрузки и скорости относительного перемещения поверхностей) на контактные характеристики (распределение контактных давлений, размеры и расположение пятен контакта) и деформационную составляющую силы трения.

Методы исследования. В работе использовались методы механики контактного взаимодействия и математического анализа. Задача об адгезии осесимметричных упругих тел решалась на основе кусочно-постоянного представления зависимости удельной силы адгезии от зазора между поверхностями и последующего применения метода разложений в ряды. Задача о дискретном контакте упругих тел при наличии адгезии решалась с использованием метода локализации, предложенного И.Г.Горячевой. Задача о скольжении цилиндра по поверхности вязкоупругого основания при наличии адгезии решалась методом сведения к задаче Римана-Гильберта. Все перечисленные задачи позволили получить распределение давлений и перемещений границы деформируемого тела в аналитическом виде, при этом потребовалось применить методы численного решения систем алгебраических уравнений и численного интегрирования для определения границ областей контакта и адгезионного взаимодействия. При решении задач о скольжении сферического выступа и регулярной поверхности по вязкоупругому основанию применялся метод разбиения области взаимодействия на полосы, при этом решение плоской задачи в каждой полосе строилось аналитически.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Предложен новый подход к решению контактных задач с учетом адгезии, основанный на представлении зависимости удельной силы

адгезии от величины зазора в виде кусочно-постоянной функции и позволяющий анализировать контактные характеристики во всем диапазоне изменения параметров упругости и адгезии.

2. Даны постановки и решения ряда новых задач механики контактного взаимодействия для упругих тел с учетом адгезионного взаимодействия различной природы – молекулярной и капиллярной, а также задачи о дискретном контакте упругих тел при наличии адгезии.

3. Впервые проведен расчет и анализ величины диссипации энергии, возникающей вследствие адгезионного притяжения при циклическом подводе и отводе упругих тел.

4. Предложены новые модели для расчета адгезионной составляющей трения качения и скольжения, основанные на расчете потери энергии при образовании и разрыве контактов между выступами двух поверхностей.

5. Впервые дана постановка и получено решение контактной задачи о скольжении жесткого цилиндра по поверхности вязкоупругого полупространства при наличии адгезии.

6. Впервые проведен анализ влияния адгезионного взаимодействия на деформационную составляющую силы трения при скольжении единичной неровности и поверхности с регулярным рельефом по вязкоупругому телу.

Достоверность и обоснованность результатов. Результаты получены с использованием известных методов механики деформируемого твердого тела и математического анализа. Некоторые решения получены аналитически, их достоверность обеспечивается корректной постановкой задач и аккуратным использованием аналитических методов. Достоверность результатов расчетов подтверждается сравнением полученных решений с известными аналитическими решениями и численными результатами в предельных

случаях. Некоторые из полученных результатов сопоставлены с экспериментальными данными.

Практическая значимость работы. Результаты диссертации используются при решении фундаментальных вопросов трибологии, таких как определение адгезионной и деформационной составляющих силы трения. Полученные результаты используются также для решения прикладных задач, в частности, при расчете силы трения эластомеров в различных условиях взаимодействия и при обработке результатов измерений свойств поверхности, проведенных методом атомной силовой микроскопии. Результаты диссертации могут также служить основой для расчета контактных характеристик сопряжений, используемых в микроэлектронике и микромашинах, моделирования адгезии в биологических системах.

Апробация работы. Основные результаты работы опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК, и международных рецензируемых журналах [1-17], а также в сборниках научных статей [18-22] и материалах конференций [23-40]. Результаты были предметом более чем 20 докладов на российских и международных научных конференциях, таких как:

5th and 9th EUROMECH Solid Mechanics conference (2003, Thessaloniki, Greece, 2015, Madrid, Spain)

21st and 23rd International Congress on Theoretical and Applied Mechanics (2004, Warsaw, Poland, 2012, Beijing, China)

III World Tribology Congress (2005, Washington DC, USA)

Международный симпозиум по проблемам механики деформируемых тел, посвященный памяти А.А.Ильюшина «Упругость и неупругость» (2006, 2011, 2016, Москва)

X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (2011, Нижний Новгород)

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинаре по механике сплошной среды им. Л.А.Галина ИПМех РАН и семинаре по механике деформируемого твердого тела НИИ Механики МГУ.

Личный вклад автора. В работах [1-3] автором проводились расчеты, постановка задач принадлежала И.Г.Горячевой, совместно с ней были разработаны методы решения и проведен анализ результатов. В работах [4,7,8,10] постановка задачи и анализ результатов проводились совместно с И.Г.Горячевой, расчеты проводились автором. Работы [5,6,17,20] выполнены автором диссертации самостоятельно. В работах [9, 11, 14] автору частично принадлежат постановки контактных задач и методы их решения. В работах [12,13,15,16] автором предложены математические постановки и разработаны методы решения задач, а также проведены расчеты; формулировки идей и полученные результаты обсуждались с И.Г.Горячевой.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Количество страниц в диссертации – 286, в том числе иллюстраций – 91, таблиц – 1.

Краткое содержание работы

Во введении обсуждается актуальность работы и формулируются ее цели. Излагается краткое содержание глав диссертации.

Первая глава содержит обзор литературы, посвященной моделированию адгезионного взаимодействия деформируемых тел, включая работы, опубликованные по этой теме автором диссертации.

Вторая глава посвящена моделированию адгезионного взаимодействия осесимметричных упругих тел. Рассмотрены случаи капиллярной адгезии, вызванной наличием в зазоре мениска жидкости, и

адгезии сухих поверхностей, связанной с межмолекулярным притяжением.

Постановка задачи включает в себя рассмотрение взаимодействия осесимметричного индентора, форма которого описывается степенной функцией $f(r) = Ar^s$ произвольной степени $s \geq 1$, с упругим полупространством при наличии адгезионного притяжения, которое задается в виде пригрузки $-p_a(r)$ вне области контакта (рис. 1).

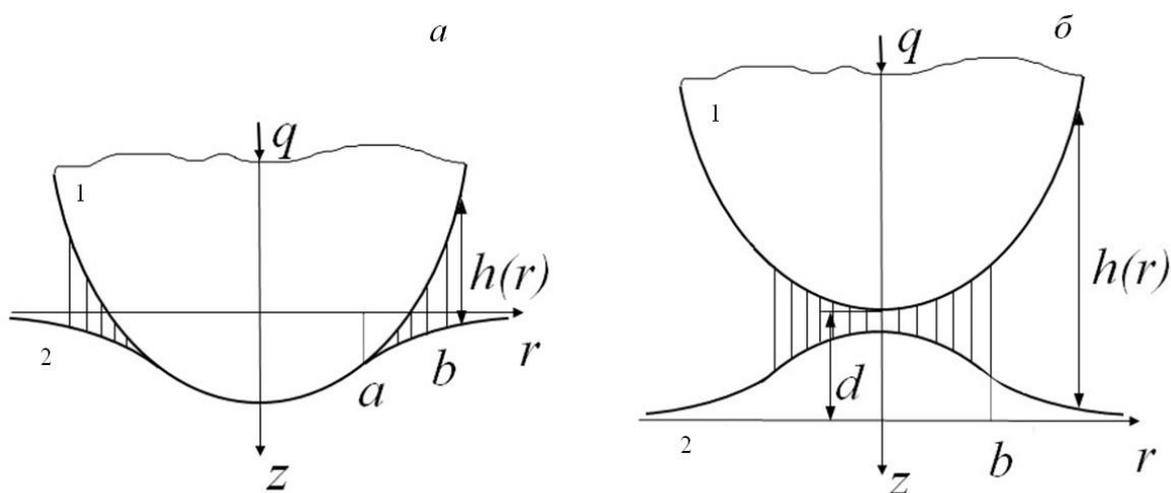


Рис. 1. Схема взаимодействия индентора 1 с упругим полупространством 2 при наличии адгезии в случае контакта (а) и при отсутствии контакта (б).

Величина зазора h между поверхностями индентора и полупространства определяется выражением

$$h(r) = f(r) + u_z(r) + d, \quad (1)$$

где $u_z(r) = u_{z1}(r) + u_{z2}(r)$ — суммарное нормальное смещение поверхностей взаимодействующих тел за счет их деформирования, d — расстояние между телами.

В зависимости от величины зазора в начале координат $h(0)$ возможны два режима взаимодействия: контакт поверхностей при

$h(0)=0$, имеющий место по круговой области $r \leq a$ (рис. 1, а), и случай разделенных поверхностей при $h(0) > 0$ (рис. 1, б). Условия для нормального перемещения и давления на границе полупространства $z=0$ имеют вид

$$u_z(r) = -f(r) - d, \quad 0 < r \leq a \quad (2)$$

$$p(r) = -p_a(r), \quad a \leq r \leq b \quad (3)$$

При $r > b$ поверхность свободна от нагружения. Тангенциальные напряжения и перемещения на границе $z=0$ считаются равными нулю. Адгезионное давление $-p_a(r)$ задается в виде кусочно-постоянной функции:

$$p_a(r) = \begin{cases} p_1, & b_0 \leq r < b_1 \\ p_2, & b_1 \leq r < b_2 \\ \dots & \dots \\ p_N, & b_{N-1} \leq r < b_N \end{cases} \quad (4)$$

где точки с координатами b_i ($i=0, \dots, N$) представляют собой разбиение отрезка $a \leq r \leq b$, т.е., выполняется условие $b_0 \leq b_1 \leq \dots \leq b_{N-1} \leq b_N$.

В силу гладкости индентора, $p(a) = -p_1$. Упругое перемещение $u_z(r)$ связано с давлением $p(r)$ известным соотношением для осесимметричной контактной задачи:

$$u_z(r) = \frac{4}{\pi E^*} \int_0^b p(r') \mathbf{K} \left(\frac{2\sqrt{rr'}}{r+r'} \right) \frac{r' dr'}{r+r'}, \quad 0 \leq r \leq b \quad (5)$$

где E^* — приведенный модуль упругости взаимодействующих тел $(E^*)^{-1} = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2$, E_i и ν_i ($i=1,2$) — соответственно, модули Юнга и коэффициенты Пуассона индентора и полупространства. На индентор действует внешняя нормальная сила q :

$$q = 2\pi \int_0^b rp(r)dr \quad (6)$$

Метод решения задачи в случае контакта поверхностей состоит в использовании замены функции $p(r) = p_*(r) - p_1$, с помощью которой уравнение (5) с учетом условий (2)-(4) приводится к интегральному уравнению

$$\frac{4}{\pi E^*} \int_0^a p_*(r') \mathbf{K} \left(\frac{2\sqrt{rr'}}{r+r'} \right) \frac{r'dr'}{r+r'} = -f_*(r) - d, \quad r \leq a \quad (7)$$

для определения давления $p_*(r)$ в контакте с индентором, форма которого

$$\text{описывается функцией } f_*(r) = f(r) + \frac{4}{\pi E^*} \sum_{i=1}^N (p_{i+1} - p_i) \int_0^{b_i} \mathbf{K} \left(\frac{2\sqrt{rr'}}{r+r'} \right) \frac{r'dr'}{r+r'}.$$

Для решения уравнения (7) использованы соотношения осесимметричной контактной задачи для штампа произвольной формы (Довнорович В. И. и Яшин В. Ф., 1961). Эти соотношения преобразуются с помощью разложения функции $f_*(r)$ в ряд по степеням r . В результате получены аналитические выражения для нагрузки

$$q = E^* A a^{s+1} 2^{s-1} \frac{s^2}{s+1} \frac{\Gamma(s/2)^2}{\Gamma(s)} + 2 \sum_{i=1}^N (p_{i+1} - p_i) b_i^2 \left(\arccos \frac{a}{b_i} + \frac{a}{b_i} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{b_i} \right)^2} \right) \quad (8)$$

и расстояния между индентором и полупространством

$$d = - A a^s 2^{s-2} s \frac{\Gamma(s/2)^2}{\Gamma(s)} - \frac{2}{E^*} \sum_{i=1}^N (p_{i+1} - p_i) b_i \sqrt{1 - \frac{a^2}{b_i^2}}, \quad (9)$$

Выражения для давления $p(r)$ в области контакта и упругого перемещения $u_z(r)$ вне области контакта получены отдельно для случаев четной и нечетной степени s в функции $f(r) = Ar^s$. Аналогичные соотношения получены для случая разделенных поверхностей.

Капиллярная адгезия рассматривается при взаимодействии осесимметричного жесткого штампа с упругим полупространством, при этом в зазоре имеется мениск жидкости. Форма штампа описывается степенной функцией четной степени $f(r) = Ar^{2n}$, где n — целое число. Давление под искривленной поверхностью жидкости в мениске меньше атмосферного на величину p_0 , которая определяется формулой Лапласа

$$p_0 = \gamma_0 (R_1^{-1} + R_2^{-1}) \quad (10)$$

где γ_0 - поверхностное натяжение жидкости, а R_1, R_2 — радиусы кривизны мениска в двух взаимно перпендикулярных направлениях. В предположении, что углы смачивания жидкостью поверхностей взаимодействующих тел равны нулю и $f'(b) \ll 1$, из формулы Лапласа (10) следует выражение для капиллярного давления:

$$p_0 = 2\gamma_0 / h(b) \quad (11)$$

Полагая атмосферное давление равным нулю, получим условие

$$p(r) = -p_0, \quad (12)$$

удовлетворяющееся в области, занятой жидкостью. Задается объем жидкости в мениске v_0 , связанный с геометрией зазора соотношением

$$v_0 = \iint_{\Omega_f} rh(r) drd\varphi \quad (13)$$

Кроме того, выполняются соотношения (6) и (7).

Используется полученное выше решение контактной задачи для частного случая, когда адгезионное давление (4) равно константе: $N = 1$, $p_1 = p_0$, $b_1 = b$ и $s = 2n$. В результате получено выражение для давления под штампом

$$p(r) = \frac{AEa^{2n-1}}{\pi(1-\nu^2)} \left[\frac{(2n)!!}{(2n-1)!!} \right]^2 \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} \sum_{k=1}^n \frac{(2k-3)!!}{(2k-2)!!} \left(\frac{r}{a}\right)^{2(n-k)} -$$

$$- p_0 \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a^2 - r^2}{b^2 - a^2}} \right), \quad r \leq a$$

Из (8) и (9) следуют соотношения для нагрузки q и расстояния между телами d . Они содержат неизвестные величины a , b и p_0 , которые определяются численным решением системы из трех алгебраических уравнений.

В результате проведенных расчетов получены распределения контактного давления и упругого перемещения поверхности полупространства вне области контакта; построены зависимости радиуса области контакта a , ширины $b - a$ области, занятой жидкостью, давления в жидкости p_0 и расстояния d между телами от приложенной нагрузки q для различных значений объема v_0 жидкости в мениске, ее поверхностного натяжения γ_0 , упругой постоянной E^* и показателя n , определяющего форму штампа.

Установлено, что наличие мениска приводит к появлению под штампом отрицательных давлений, увеличению размера области контакта и существованию контакта в некотором диапазоне отрицательных нагрузок (см. рис. 2, иллюстрирующий зависимость безразмерного радиуса области контакта a/D от безразмерной нагрузки $q/(\pi D^2 E^*)$, где $D = A^{-1/(2n-1)}$ — характерный размер штампа). Чем меньше объем v жидкости в мениске и чем больше ее поверхностное натяжение σ , тем сильнее проявляется влияние мениска на контактные характеристики. Это влияние также возрастает для более мягкого полупространства (с уменьшением модуля E^*) и более пологих форм штампа (с

увеличением n). Радиус области контакта a , давление в жидкости p_0 и другие величины неоднозначно определены в некоторой области отрицательных значений нагрузки q .

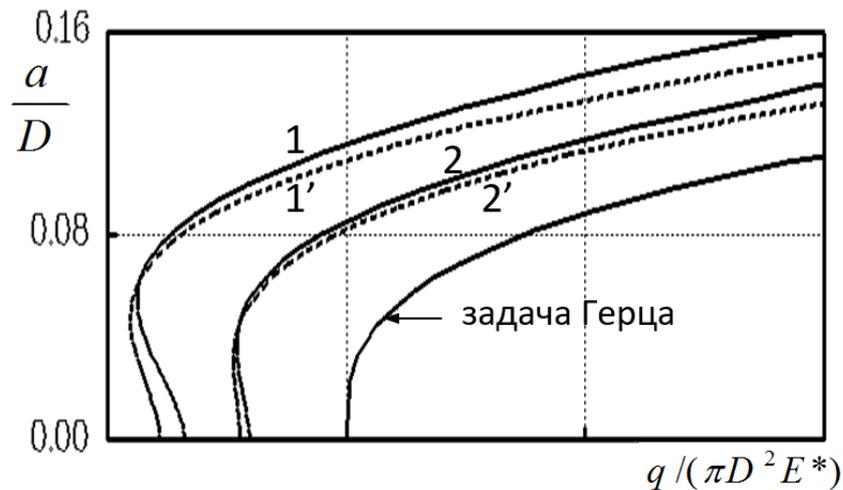


Рис. 2. Зависимости радиуса области контакта a/D от нагрузки $q/(\pi D^2 E^*)$ при $\gamma_0/(\pi D E^*) = 2 \cdot 10^{-4}$ (кривые 1) и 10^{-4} (кривые 2) в случае капиллярной адгезии (штамп в форме параболоида вращения, $n = 1$). Сплошные линии соответствуют $\nu_0/D^3 = 10^{-4}$, штриховые — $\nu_0/D^3 = 2 \cdot 10^{-4}$.

Проведено сравнение решения задачи о капиллярной адгезии для модели упругого полупространства и модели Винклера.

Молекулярная адгезия при взаимодействии осесимметричных упругих тел рассматривается для случая, когда задана зависимость адгезионного давления $p_a(z)$, действующего вне области контакта, от величины зазора между поверхностями z (рис.3, кривая 1):

$$p_a(z) = -\frac{8w_a}{3z_0} \left(\left(\frac{z_0}{z} \right)^3 - \left(\frac{z_0}{z} \right)^9 \right) \quad (14)$$

Эта зависимость следует из межмолекулярного потенциала Леннарда-Джонса. Удельная работа адгезии w_a определяется как

$$w_a = \int_{z_0}^{\infty} p_a(z) dz \quad (15)$$

Полагается, что убывающая с увеличением z часть зависимости $p_a(z)$ (14) соответствует действию упругих сил, а возрастающая – адгезионных. Таким образом, при постановке контактной задачи учитывается только возрастающая часть зависимости $p_a(z)$.

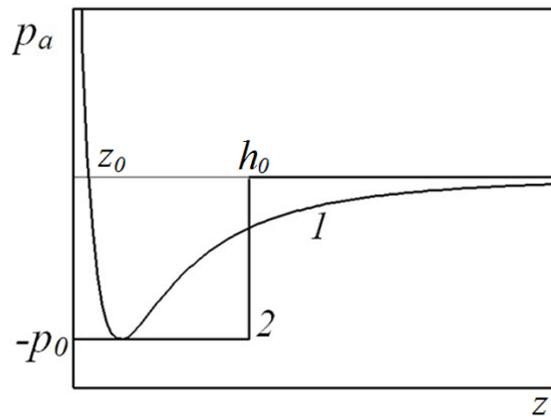


Рис. 3. Зависимость силы молекулярного взаимодействия от величины зазора между двумя поверхностями.

Для решения задачи задается разбиение b_j , $j=1, \dots, N$ области адгезионного взаимодействия $a \leq r \leq b$, а величины p_j считаются неизвестными. Определяя упругие перемещения $u_z(r)$ вне области контакта, можно выразить величины зазора (1) в точках b_j . После этого величины адгезионного давления p_j определяются из системы N алгебраических уравнений

$$p_j = p_a(h(b_{j-1})), \quad j=1, \dots, N \quad (16)$$

которая решается методом Ньютона. Дополнительными уравнениями для определения координат границ a и b областей контакта и адгезии служат условие непрерывности давления на границе области контакта $p(a) = p_1$ (в

случае контакта, когда $a > 0$) и соотношение (7) для заданной внешней нагрузки. Решение построено для случая индентора, форма которого описывается степенной функцией $f(r) = Ar^s$ произвольной степени $s \geq 1$.

Проведен численный анализ влияния количества N отрезков разбиения в кусочно-постоянном представлении адгезионного давления (4) на вид зависимости нагрузки от расстояния между телами. Дано сравнение со случаем $N=1$, который соответствует известной модели Можи-Дагдейла. В этой модели сила адгезионного притяжения поверхностей на единицу площади описывается соотношением (рис. 3, кривая 2):

$$p_a(z) = \begin{cases} -p_0, & 0 < z \leq h_0 \\ 0, & z > h_0 \end{cases} \quad (17)$$

Удельная работа адгезии w_a (15) в этом случае равна

$$w_a = p_0 h_0 \quad (18)$$

Решение задачи о контакте упругих тел при наличии адгезии, описываемой моделью (17)-(18), было получено Д.Можи (1992) для случая индентора, имеющего форму параболоида вращения ($s = 2$).

Установлено, что модель Можи-Дагдейла, аппроксимирующая зависимость адгезионного давления от величины зазора между поверхностями постоянной величиной, может служить для описания зависимости нагрузки от расстояния для инденторов параболической формы и форм, описываемых функциями более высокого порядка ($s \geq 2$) в случае контакта индентора и полупространства.

В случае разделенных поверхностей аппроксимация с малым количеством ступеней может приводить к значительной ошибке, в особенности для индентора конической формы ($s = 1$). Пример зависимостей нагрузки от расстояния приведен на рис.4 для индентора,

форма которого описывается функцией третьей степени, и для различного количества отрезков разбиения N . Для более мягких тел (рис. 4, а) влияние адгезии более выражено, чем для более жестких (рис. 4, б); в первом случае имеет место неоднозначная зависимость силы от расстояния.

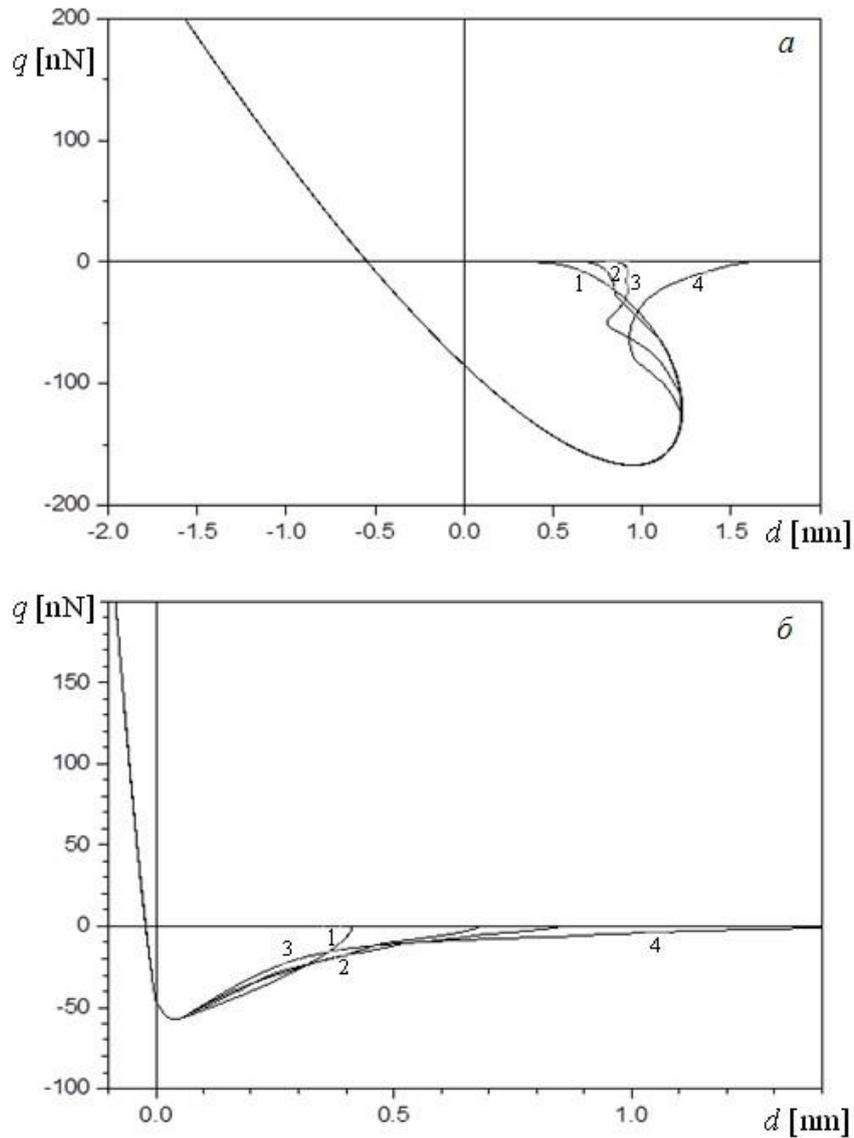


Рис. 4. Зависимость силы от расстояния между поверхностями для случая индентора,

форма которого описывается функцией $f(r) = Ar^3$ при $A = 10^{-9} \text{ м}^{-2}$,

$w_a = 8 \times 10^{-5} \text{ Дж/м}^2$, $z_0 = 0.5 \text{ нм}$, а также $E^* = 10^2 \text{ МПа}$ (а) и $E^* = 10^4 \text{ МПа}$ (б).

Кривые 1, 2, 3 и 4 построены для $N = 1, 3, 5, 20$, соответственно.

Проведено сравнение результатов расчетов, полученных с помощью функции Леннард-Джонса (14), а также линейной и экспоненциальной функций для случая параболического индентора ($s = 2$).

В третьей главе исследуется роль поверхностной шероховатости при адгезионном взаимодействии упругих тел.

Постановка задачи включает в себя рассмотрение периодической системы штампов, расположенных в узлах гексагональной решетки с шагом l и взаимодействующих с упругим полупространством. Форма каждого штампа описывается степенной функцией $f(r) = Ar^{2n}$.

Исследуются два вида адгезионного взаимодействия. В первом случае предполагается, что поверхность полупространства покрыта пленкой жидкости толщины h_1 , которая при взаимодействии со штампами собирается в одинаковые мениски вокруг каждого из них (капиллярная адгезия). Во втором случае штампы и полупространство испытывают молекулярное притяжение друг к другу в соответствии с моделью Можидейла (17)-(18) (адгезия сухих поверхностей). Граничные условия в окрестности каждого штампа аналогичны соответствующим условиям в задачах для одного штампа, рассмотренных в предыдущей главе.

Решение задачи строится с использованием метода локализации (Горячева И. Г., 1998), согласно которому для определения напряженно-деформированного состояния вблизи отдельного пятна контакта учитываются реальные условия контактирования на ближайших пятнах контакта, а влияние остальных пятен заменяется действием осредненного по поверхности давления. В работе рассматривается взаимодействие с полупространством одного штампа при наличии пригрузки в виде номинального (осредненного) давления \bar{p} , действующего в области $r \geq R_{eff}$. Величина R_{eff} определяется из условия равенства среднего

давления в области $r \leq R_{eff}$ и вне ее. В основу решения положен метод, предложенный в главе 2. Решение получено как для контакта поверхностей, так и при отсутствии контакта.

Результаты расчетов использованы для анализа влияния шероховатости на характеристики адгезионного взаимодействия поверхностей (распределения давлений и упругих смещений на границе полупространства, размер пятен контакта, давление жидкости в менисках и т.д.). Шероховатость в данном случае описывается формой выступов и плотностью их расположения (параметрами n и $L = R_{eff} / D$). Полученные решения сравниваются со случаем адгезионного взаимодействия полупространства с одним штампом ($L \rightarrow \infty$).

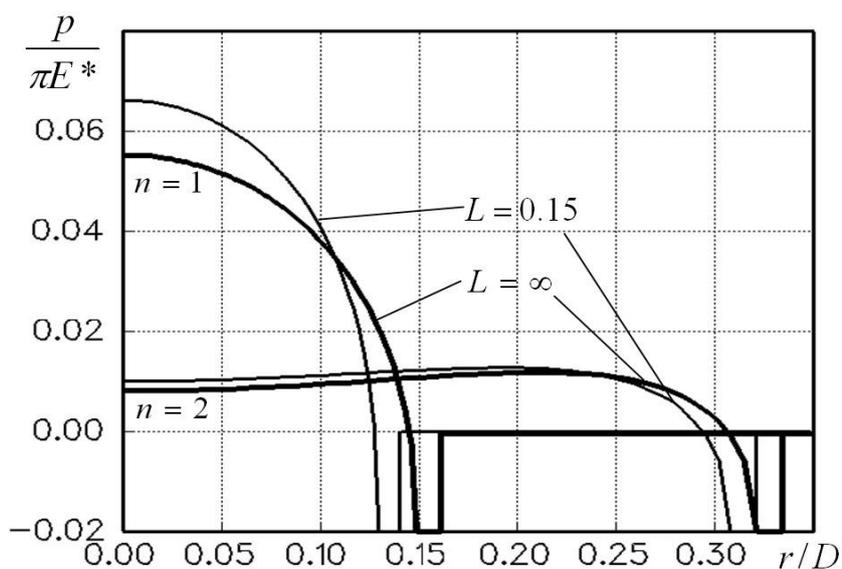


Рис. 5. Распределения контактного давления $p / (\pi E^*)$ по радиальной координате r / D в случае адгезии сухих поверхностей ($w_a / (\pi E^* D) = 5 \times 10^{-5}$, $p_0 / (\pi E^*) = 0.02$) при нагрузке $q / (\pi E^* D^2) = 2 \times 10^{-3}$, приложенной к каждому штампу, для различных форм штампа: $n = 1$ и $n = 2$.

Установлено, что форма выступов, определяемая параметром n , оказывает существенное влияние на распределение контактных давлений в дискретном контакте упругих тел при наличии адгезии (рис. 5). Характер остальных зависимостей при изменении n качественно не меняется.

В случае адгезии сухих поверхностей показано, что эффект плотности расположения штампов проявляется только при достаточно малых расстояниях между ними ($L < 0.5$). Это связано с взаимным влиянием штампов через упругое полупространство. Если сила, приложенная к каждому штампу, положительна ($q > 0$), то уменьшение расстояния L между выступами приводит к увеличению контактных давлений $p(r)$, уменьшению размера a областей контакта и внешнего радиуса b областей, в которых действует адгезионное давление p_0 (рис. 5). В области отрицательных нагрузок ($q < 0$), в которой контакт поверхностей еще имеет место, уменьшение расстояния L между штампами приводит к противоположным эффектам: уменьшению контактного давления $p(r)$, увеличению радиусов a и b .

Случай капиллярной адгезии характеризуется наличием двух механизмов, приводящих к различным эффектам при изменении расстояния L . Во-первых, это взаимное влияние штампов через упругое полупространство, которое имеет место только при малых значениях L . При $q > 0$ это приводит к уменьшению размера области контакта a с уменьшением расстояния L . При $q < 0$ взаимное влияние приводит к увеличению размера a с уменьшением L . Этот механизм аналогичен взаимному влиянию выступов в случае адгезии сухих поверхностей. Второй механизм осуществляется только в случае капиллярной адгезии и связан с тем, что при заданной толщине пленки жидкости h_1 / D увеличение плотности расположения выступов приводит к уменьшению

объема жидкости в мениске вокруг каждого выступа. Вследствие этого размер области контакта a увеличивается с уменьшением расстояния L независимо от знака нагрузки q . Эти два механизма оказывают противоположное влияние на размер области контакта при $q > 0$, что объясняет немонотонный характер кривых 1 и 2 на рис. 6, а. При $q < 0$ эти эффекты усиливают друг друга (монотонная зависимость 1'). Для сравнения на рис. 8, а приведена зависимость для случая дискретного контакта без учета адгезии (кривая 3).

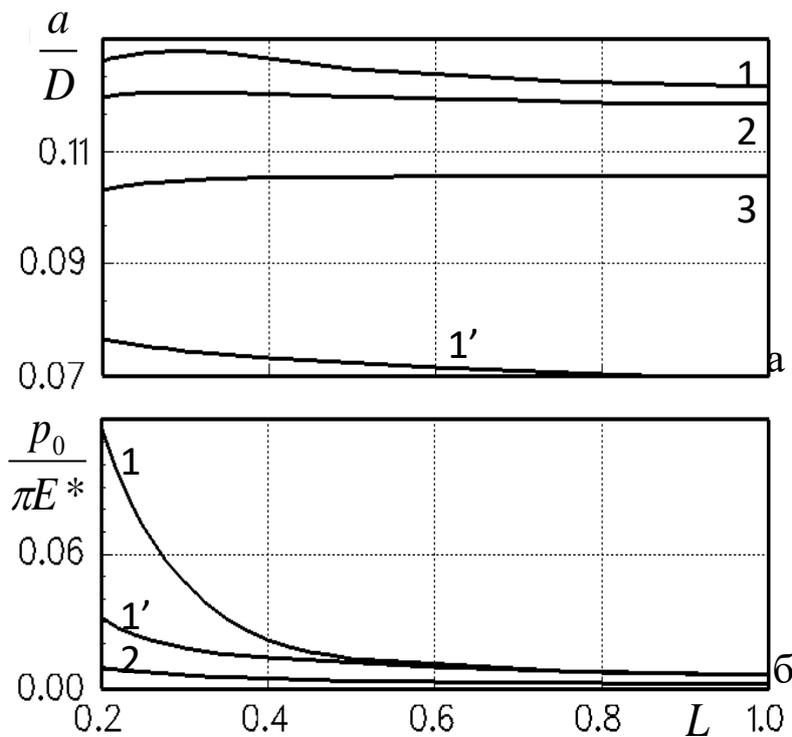


Рис. 6. Зависимости радиуса области контакта a/D (а) и абсолютной величины давления в жидкости $P_0/(\pi E^*)$ (б) от L в случае капиллярной адгезии. Кривые 1, 2, 3 построены при различной толщине пленки жидкости: $h_1/D = 10^{-4}$, 10^{-4} и 0 (контакт без адгезии), соответственно, для значений параметров $n=1$, $\gamma_0/(2\pi E^* D) = 5 \times 10^{-5}$, $q/(\pi E^* D^2) = 10^{-3}$. Кривые 1' построена при $h_1/D = 10^{-4}$ и $q/(\pi E^* D^2) = -10^{-4}$.

Установлено, что при любых нагрузках величина давления в жидкости p_0 растет с уменьшением расстояния между штампами L . Результаты расчетов показали также, что внешний радиус b области, занятой жидкостью, монотонно уменьшается с уменьшением L при любых значениях нагрузки q . Сравнение кривых 1 и 2 на рис. 6 позволяет заключить, что уменьшение толщины пленки жидкости приводит к увеличению размера фактической площади контакта и величины давления в жидкости, а также к более быстрому росту этих величин при уменьшении L .

Податливость шероховатого слоя для модели адгезионного контакта номинально плоских шероховатых поверхностей определена на основе решения предыдущей задачи. Рассмотрен случай адгезии сухих поверхностей, описываемой моделью (17)-(18), выступы шероховатой поверхности моделируются полусферами радиуса R ($n=1$).

Получены аналитические зависимости между безразмерными номинальным давлением p^* и расстоянием между поверхностями d^*

$$p^* = \frac{2}{3} \frac{p}{\pi w_a R \eta_s}, \quad d^* = \frac{4}{3} d \left(\frac{E^{*2}}{\pi^2 w_a^2 R} \right)^{1/3}, \quad (19)$$

где параметр $\eta_s = 2 / (l^2 \sqrt{3})$ определяет плотность выступов. При таком способе параметризации податливость шероховатого слоя (зависимость p^* от d^*) определяется лишь двумя безразмерными параметрами:

$$\lambda = p_0 \left(\frac{9R}{2\pi w_a E^{*2}} \right)^{1/3} \quad (20)$$

$$L_1 = l \left(\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{E^*}{\pi w_a R^2} \right)^{1/3} \quad (21)$$

Параметр, аналогичный параметру λ (20), был впервые использован в работе Д.Можж (1992), этот параметр определяет характер адгезионного взаимодействия. Параметр L_1 характеризует взаимное влияние выступов: при больших L_1 взаимное влияние выступов мало. Результаты показывают, что абсолютная величина растягивающего давления, выдерживаемого адгезионным шероховатым контактом, тем больше, чем выше параметр адгезии λ . Установлено, что величина параметра адгезии λ оказывает существенное влияние на зависимость номинального давления от расстояния между поверхностями. Влияние параметра шероховатости L_1 на результаты незначительно при малых значениях λ ; это влияние становится более заметным при возрастании λ . (см. рис. 7).

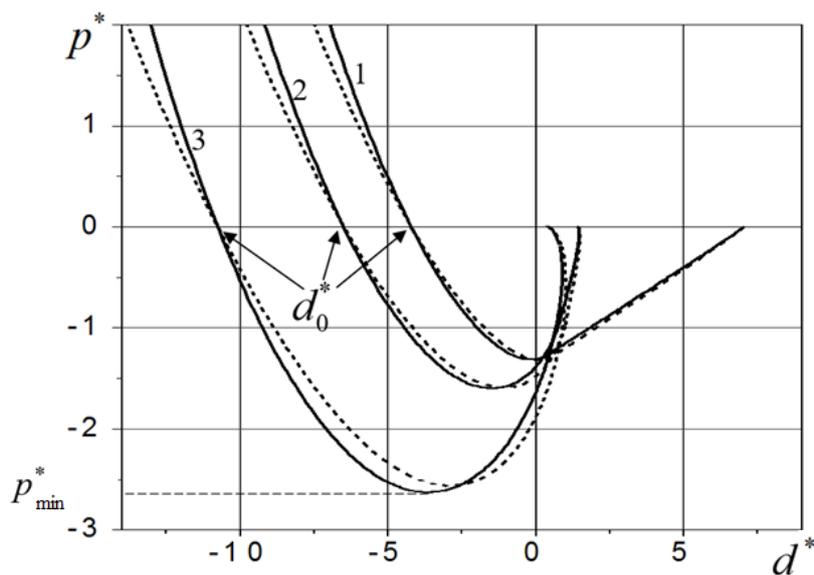


Рис. 7. Зависимость номинального давления p^* от расстояния d^* между поверхностями при $\lambda = 0.1, 0.5$ и 2 (кривые 1, 2, 3). Сплошные линии соответствуют более плотному контакту ($L_1 = 5$), пунктирные – менее плотному ($L_1 = 50$).

Проведен расчет зависимости номинального давления от расстояния между телами $p^* = p^*(d^*)$ (рис. 7), которая является основной механической

характеристикой рассматриваемого шероховатого слоя с учетом адгезионного взаимодействия. Величина $d^* = d_0^*$, при которой номинальное контактное давление p^* меняет знак, определяет равновесное расстояние между номинально плоскими шероховатыми поверхностями. Давление отрыва p_{\min}^* соответствует точке минимума на графике зависимости номинального давления от расстояния.

Результаты расчетов показывают, что увеличение плотности контакта приводит к возрастанию давления отрыва поверхностей, особенно при больших значениях λ . Таким образом, поверхности с более плотным расположением выступов способны удерживать более высокие величины отрицательного (разрывающего контакт) давления.

Для модели шероховатого поверхностного слоя с регулярной системой выступов проведен расчет эффективной удельной работы адгезии, которая позволяет проводить приближенную оценку контактных характеристик для адгезионного контакта шероховатых тел, используя соотношения для гладких тел. Результаты показывают, что параметр адгезии λ существенно влияет на величину эффективной удельной работы адгезии, в то время как параметр L_1 , характеризующий плотность выступов, оказывает заметное влияние только при достаточно больших величинах параметра адгезии λ .

Полученная податливость шероховатого слоя использована для решения задачи об адгезионном контакте шероховатых тел, обладающих заданной макроскопической формой.

В четвертой главе проведен расчет потери энергии при подводе и отводе упругих тел, испытывающих адгезионное притяжение, и предложены модели для расчета адгезионной составляющей силы трения в контакте скольжения и качения.

Анализ зависимостей нагрузки от расстояния между телами, проведенный в работе, позволил изучить процессы сближения и разделения поверхностей при наличии адгезии различной природы. Анализ полученного в главах 2 и 3 решения задачи об адгезионном взаимодействии упругих тел свидетельствует о немонотонной и неоднозначной зависимости силы, действующей на тела, от расстояния между ними. В качестве примера можно рассмотреть кривые 1 и 2 на рис. 8 а и б, соответственно. Если контакт осуществляется при контролируемой (монотонно уменьшаемой) нагрузке q , то при достижении этой нагрузкой минимального значения q_{\min} (точка Е), произойдет скачкообразный отрыв поверхностей в случае как сухих поверхностей, так и капиллярной адгезии при любых значениях параметров. При этом в момент отрыва имеет место контакт поверхностей по конечной области. Если взаимодействие происходит при контролируемом (монотонно увеличиваемом) расстоянии между телами d , то при достижении точки С происходит скачкообразный переход в точку F. И обратно, при уменьшении расстояния d происходит скачок из точки А в точку В. Точки А и F всегда соответствуют отсутствию контакта между поверхностями, в то время как точки В и С могут соответствовать как случаю контакта, так и отсутствия контакта поверхностей, в зависимости от значений параметров задачи. Следовательно, возможно скачкообразное разрушение контакта и вступление поверхностей в контакт.

Неоднозначность зависимостей нагрузки от расстояния между телами, характерная для решения задачи об адгезионном контакте упругих тел и приводящая к скачкообразному вступлению в контакт и выходу из него, впервые была отмечена Гринвудом (J.A.Greenwood, 1997).

Экспериментальные исследования подтверждают существование адгезионного гистерезиса при подводе и отводе поверхностей.

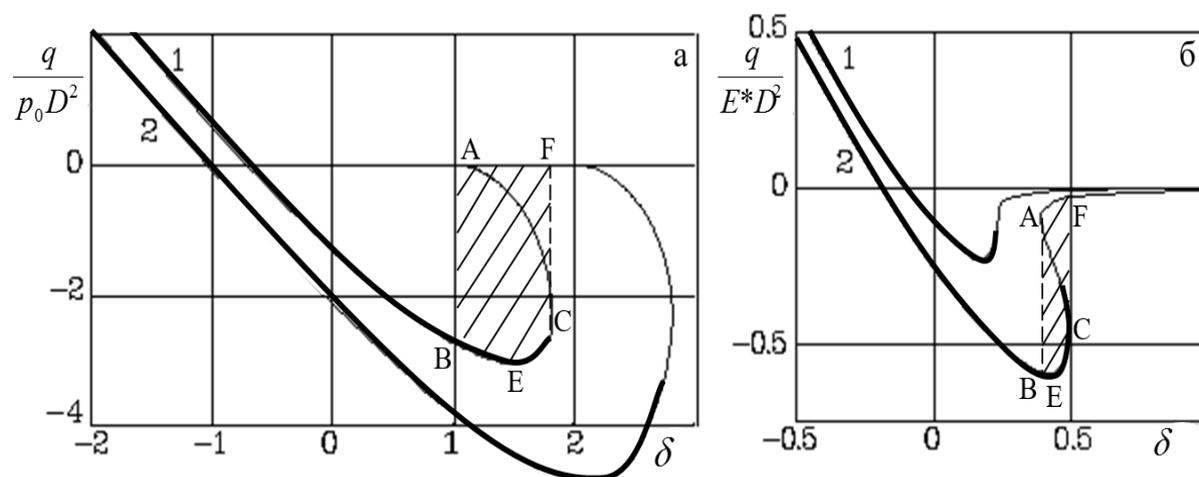


Рис. 8. Зависимости нагрузки от расстояния между телами. Для адгезии сухих поверхностей (а) результаты получены при $w_a / (p_0 D) = 1$ и 2 (кривые 1 и 2) и $E^* / p_0 = 1$. Для капиллярной адгезии (б) результаты получены при $\gamma_0 / (E^* D) = 0.025$ и 0.05 (кривые 1 и 2) и $\nu_0 / D^3 = 0.05$. Толстые линии соответствуют контакту поверхностей, а тонкие — отсутствию контакта.

Потеря энергии при циклическом подводе и отводе поверхностей, определяется площадью заштрихованных областей на рис. 8:

$$\Delta w = \int_{ABCF} q(d) dd \quad (22)$$

Дан анализ величины потери энергии Δw и силы отрыва поверхностей q_{\min} в зависимости от основных параметров задачи как при капиллярной адгезии, так и для адгезии сухих поверхностей.

Результаты расчетов показали, что в случае адгезии сухих поверхностей при увеличении безразмерной удельной энергии адгезии $w_a / (p_0 D)$ потеря энергии увеличивается и при некотором значении $w_a / (p_0 D)$ выходит на постоянную. Потеря энергии больше для

меньших значений параметра E^* / p_0 , т.е. для более мягких тел. Сила отрыва q_{\min} , напротив, неограниченно увеличивается с увеличением $w_a / (p_0 D)$.

При капиллярной адгезии величина потери энергии $\Delta w / (E^* D^3)$ отлична от нуля только начиная с некоторого значения безразмерного поверхностного натяжения $\gamma_0 / (E^* D)$ и возрастает неограниченно при увеличении этого параметра. В этом случае величина потери энергии тем больше, чем меньше объем жидкости в мениске.

Установлено, что в случае тел, обладающих формой параболоидов вращения, зависимость нагрузки от расстояния между телами можно описать одним безразмерным параметром. Соответственно, безразмерная потеря энергии в цикле сближение-разведение тел является функцией единственного параметра, как при адгезии сухих поверхностей, так и при капиллярной адгезии.

В случае молекулярной адгезии сухих поверхностей, описываемой моделью Можи-Дагдейла (17)-(18), зависимость потери энергии от параметра адгезии λ (20) получена аналитически в двух предельных случаях. Случай $\lambda \rightarrow 0$ соответствует известной упрощенной модели адгезии ДМТ (Дерягин, Муллер, Топоров, 1975), а случай $\lambda \rightarrow \infty$ - модели ДКР (Johnson, Kendall, Roberts, 1971).

Проведено сравнение зависимостей потери энергии от параметров задачи для модели упругого полупространства и модели Винклера.

Показано, что полученные аналитические и численные результаты для потери энергии в цикле сближение-удаление поверхностей позволяют провести расчет адгезионной составляющей силы трения в процессе скольжения и качения шероховатых поверхностей.

Скольжение шероховатых тел рассмотрено в предположении, что верхняя и нижняя поверхности характеризуются одним и тем же периодом шероховатости l (рис. 9). Когда каждый выступ верхней поверхности проходит вдоль одного периода нижней поверхности, тангенциальная сила, действующая на этот выступ, совершает работу $A_f = \Delta w$, так что средняя тангенциальная сила, действующая на этот выступ, равна $\Delta w / l$. Поскольку выступ занимает площадь l^2 , получим следующее выражение для средней тангенциальной силы, действующей на верхнюю поверхность:

$$\bar{\tau} = \Delta w / l^3 \quad (23)$$

где Δw - потеря энергии в элементарном цикле сближения-удаления двух выступов в нормальном направлении, или в безразмерном виде

$$\bar{T} = \bar{\tau} l^3 \left(\frac{16E^{*2}}{9\pi^5 w_a^5 R^4} \right)^{1/3} \quad (24)$$

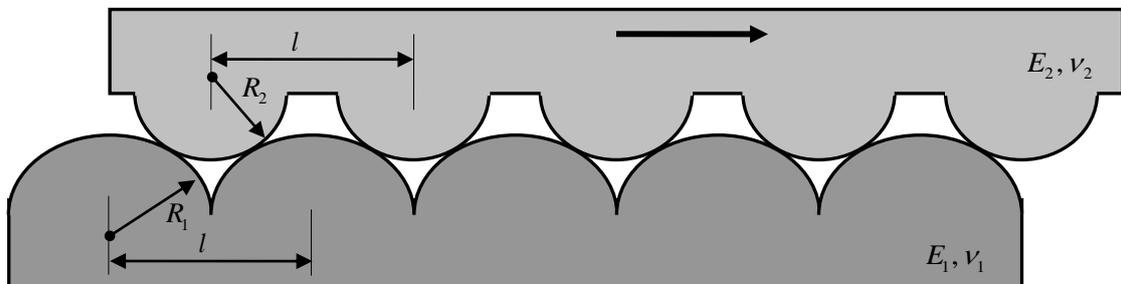


Рис. 9. Схема относительного скольжения двух шероховатых поверхностей.

Безразмерная сила трения (24) является функцией единственного параметра – параметра адгезии λ (20).

В предельных случаях получены аналитические соотношения для силы трения. При $\lambda \rightarrow \infty$ (модель ДКР) имеет место соотношение

$$\bar{T}_{JKR} = \frac{3^{1/3}(2^{1/3} + 12)}{15l^3} \left(\frac{9\pi^5 w_a^5 R^4}{16E^{*2}} \right)^{1/3} \approx 7.09 \frac{w_a^{5/3} R^{4/3}}{l^3 E^{*2/3}} \quad (25)$$

где R – приведенный радиус выступов $1/R = R_1^{-1} + R_2^{-1}$. При малых значениях параметра λ (модель ДМТ) получено выражение

$$\bar{T}_{DMT} = 12 \frac{p_0^5 R^3}{l^3 E^{*4}} \quad (26)$$

Из соотношений (25) и (26) следует, что в обоих предельных случаях адгезионная составляющая силы трения оказывается выше для выступов с большим радиусом кривизны R и для более мягких материалов. То же самое верно для любых значений параметра λ .

Проведен расчет адгезионной составляющей силы трения при различных параметрах шероховатости и величин удельной работы адгезии.

Качение шероховатого цилиндра по упругому полупространству рассматривается в предположении, что поверхность цилиндра покрыта периодической системой одинаковых выступов, расположенных в узлах квадратичной решетки с шагом l . Вершины выступов имеют сферическую форму с радиусом R_0 , где $R_0 \ll R$ (R – радиус цилиндра) (рис. 10).

Проведен расчет контактных характеристик: распределения номинального контактного давления, номинальной и фактической областей контакта. Установлено, что для выступов, приближающихся к полупространству и удаляющихся от него в процессе качения, имеют место разные зависимости силы, действующей на выступ со стороны полупространства, размера области контакта и других контактных характеристик от внедрения выступа в полупространство. Это приводит к возникновению момента сопротивления качению цилиндра.

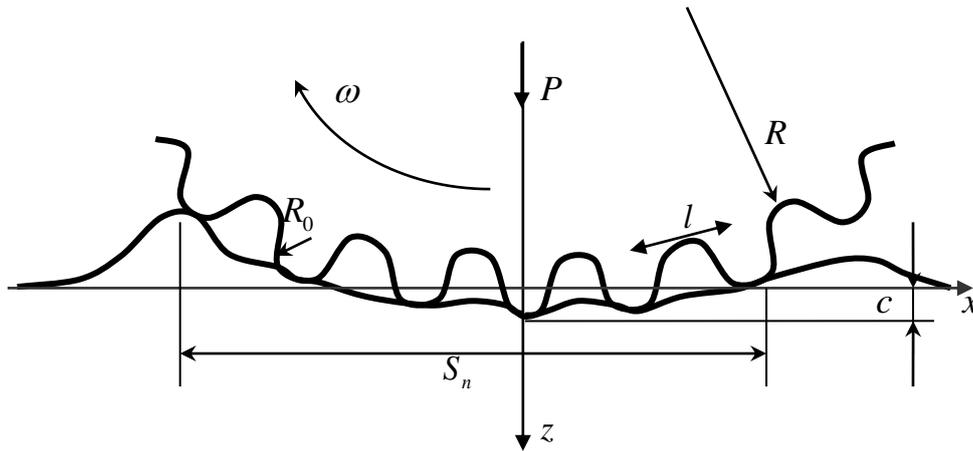


Рис. 10. Схема качения жесткого шероховатого цилиндра по упругому полупространству.

Потеря энергии за полный оборот цилиндра составляет $\Delta w N_1$, где N_1 - число выступов в сечении цилиндра, для которых максимальное внедрение в полупространство за полный оборот цилиндра превышает величину c^{app} , начиная с которой имеет адгезионный гистерезис. Предполагая, что эта потеря энергии равна работе момента сопротивления качению за один оборот цилиндра $2\pi M$, получим для момента сопротивления выражение:

$$M = \frac{\Delta w N_1}{2\pi} \quad (27)$$

Пусть неровности имеют статистическое распределение по высоте:

$$N_1 = N \int_{-\infty}^c \varphi(t) dt \quad (28)$$

где $\varphi(t)$ - плотность распределения, например, по закону Гаусса.

Проведен расчет момента сопротивления качению M (27) в зависимости от удельной энергии адгезии w_a , радиуса кривизны неровностей R_0 и внедрения цилиндра в упругое полупространство c .

В пятой главе исследуется скольжение единичного жесткого выступа и регулярной волнистой поверхности по вязкоупругому основанию при наличии адгезии.

Задача о скольжении цилиндра радиуса R со скоростью V по вязкоупругому полупространству рассматривается в плоской постановке (рис. 11). Форма цилиндра в окрестности области взаимодействия с полупространством описывается функцией $f(x) = x^2 / (2R)$. Предполагается, что тангенциальные напряжения между цилиндром и полупространством отсутствуют, а скорость V много меньше скорости распространения звука в вязкоупругой среде, таким образом, инерционными свойствами полупространства можно пренебречь.

Пусть (x_0, y_0) - неподвижная система координат, связанная с вязкоупругим полупространством. Вводится подвижная система координат (x, y) , связанная с цилиндром:

$$x = x^0 - Vt, \quad y = y^0 \quad (29)$$

Механические свойства вязкоупругого полупространства описываются системой уравнений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x^0} + T_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon_{x^0}}{\partial t} &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_{x^0} + T_\sigma \frac{\partial \sigma_{x^0}}{\partial t} \right) - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left(\sigma_{y^0} + T_\sigma \frac{\partial \sigma_{y^0}}{\partial t} \right) \\ \varepsilon_{y^0} + T_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon_{y^0}}{\partial t} &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_{y^0} + T_\sigma \frac{\partial \sigma_{y^0}}{\partial t} \right) - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left(\sigma_{x^0} + T_\sigma \frac{\partial \sigma_{x^0}}{\partial t} \right) \\ \gamma_{x^0 y^0} + T_\varepsilon \frac{\partial \gamma_{x^0 y^0}}{\partial t} &= \frac{1+\nu}{E} \left(\tau_{x^0 y^0} + T_\sigma \frac{\partial \tau_{x^0 y^0}}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

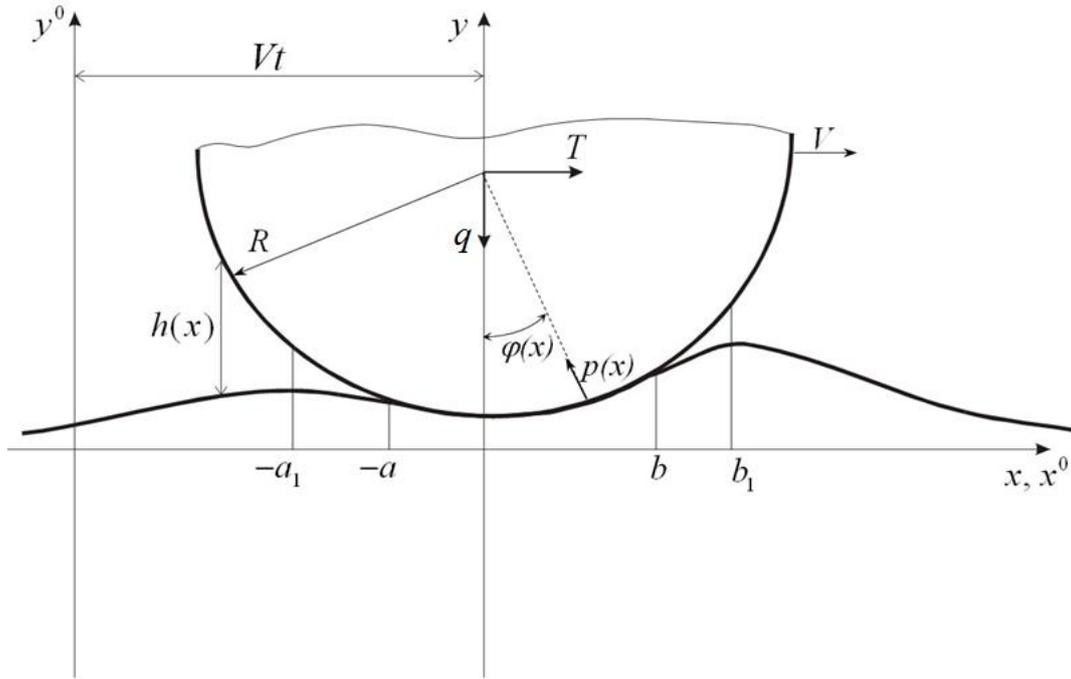


Рис. 11. Схема скольжения цилиндра по вязкоупругому полупространству при наличии адгезии.

где σ_{x^0} , σ_{y^0} , $\tau_{x^0 y^0}$ — компоненты тензора напряжений, ε_{x^0} , ε_{y^0} , $\gamma_{x^0 y^0}$ — компоненты тензора деформаций, T_ε и T_σ характеризуют вязкие свойства полупространства, t — время. Уравнения (30) являются двумерным аналогом модели Кельвина-Фойгта и соответствуют случаю плоской деформации.

В области $-a < x < b$ имеет место контакт поверхностей:

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{x}{R}, \quad \tau_{xy} \Big|_{y=0} = 0, \quad -a < x < b \quad (31)$$

где $u_y(x)$ — нормальное перемещение границы вязкоупругого полупространства. В областях, расположенных вокруг области контакта, $-a_1 \leq x \leq a$, $b \leq x \leq b_1$ действует адгезионное притяжение в соответствии с моделью Можи-Дагдейла (17)-(18). В этих областях задаются граничные условия на напряжения:

$$\sigma_y|_{y=0} = p_0, \quad \tau_{xy}|_{y=0} = 0, \quad -a_1 \leq x \leq a, \quad b \leq x \leq b_1 \quad (32)$$

Вне области взаимодействия выполняется условие отсутствия нагружения:

$$\sigma_y|_{y=0} = 0, \quad \tau_{xy}|_{y=0} = 0, \quad x < -a_1, \quad x > b_1 \quad (33)$$

В подвижной системе координат (x, y) напряжения, деформации и перемещения не зависят явно от времени. Вводятся обозначения

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^* &= \varepsilon_{x^0} - T_\varepsilon V \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^* = \varepsilon_{y^0} - T_\varepsilon V \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x}, \quad \gamma_{xy}^* = \gamma_{x^0 y^0} - T_\varepsilon V \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x} \\ \sigma_x^* &= \sigma_{x^0} - T_\sigma V \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}, \quad \sigma_y^* = \sigma_{y^0} - T_\sigma V \frac{\partial \sigma_y}{\partial x}, \quad \tau_{xy}^* = \tau_{x^0 y^0} - T_\sigma V \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \\ u_y^* &= u_y - T_\varepsilon V \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \quad (34)$$

Тогда уравнения (30) принимают вид, совпадающий по форме с законом Гука для упругого полупространства.

Для того чтобы получить граничные условия для функций со звездочкой (34), используем условия (31)–(33). Из (32) и (33) видно, что функцию σ_y при $y=0$ вне области контакта можно представить с помощью θ -функции Хевисайда

$$\sigma_y|_{y=0} = \begin{cases} p_0 \theta(x + a_1), & x \leq -a \\ p_0 \theta(b_1 - x), & x \geq b \end{cases}$$

С учетом этого получаем следующие граничные условия при $y=0$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_y^*}{\partial x} &= \frac{x - T_\varepsilon V}{R}, \quad \tau_{xy}^* = 0, & -a < x < b \\ \sigma_y^* &= p_0 \theta(x + a_1) - T_\sigma V p_0 \delta(x + a_1), \quad \tau_{xy}^* = 0, & x \leq -a \\ \sigma_y^* &= p_0 \theta(b_1 - x) + T_\sigma V p_0 \delta(b_1 - x), \quad \tau_{xy}^* = 0, & x \geq b \end{aligned} \quad (35)$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция.

Для решения задачи для упругой полуплоскости с граничными условиями (35) использован метод Л. А. Галина, который заключается в

сведения к задаче Римана-Гильберта. После этого истинные напряжения, деформации и перемещения в вязкоупругом полупространстве определяются из решения дифференциальных уравнений (34).

В результате получено выражение для определения контактного давления и система из четырех уравнений для определения четырех неизвестных a , b , a_1 и b_1 , которая решалась численно методом Ньютона. Для частного случая упругой полуплоскости получено аналитическое решение.

В случае отсутствия адгезии ($p_0 = 0$) решение задачи совпадает с решением, полученным И.Г.Горячевой (1973) для задачи о скольжении цилиндра по вязкоупругому основанию.

В результате расчетов построены распределения контактного давления, размера и положения области контакта и деформационной силы сопротивления движению цилиндра в зависимости от адгезионных свойств поверхностей, механических характеристик полупространства и скорости скольжения цилиндра. Пример результатов приведен на рис. 12, где показана зависимость безразмерной ширины области контакта $(a + b) / C$, где C - величина размерности расстояния $C = [R^2 w_a / (9\pi E^*)]^{1/3}$, от параметра скорости $C / (2VT_c)$ при различных внешних нагрузках.

Установлено, что в случае положительных нагрузок (кривая 3 на рис. 12) увеличение скорости скольжения цилиндра V (уменьшение параметра $C / (2VT_c)$) приводит к уменьшению размера площадки контакта. ("эффект всплытия"). Эти эффекты аналогичны тем, что были получены без учета адгезии.

В случае отрицательных значений нагрузки зависимость размера площадки контакта от скорости немонотонна, а именно, при больших значениях скорости скольжения V (малых $C / (2VT_c)$) имеется область, в

которой уменьшение размера площадки контакта происходит при уменьшении скорости скольжения (кривая 2). Эта область расширяется при увеличении абсолютного значения отрицательной нагрузки q . При достаточно больших абсолютных значениях нагрузки уменьшение скорости приводит к уменьшению размера площадки контакта до нуля, за чем следует отрыв взаимодействующих поверхностей (кривая 1). Таким образом, наличие адгезии приводит при отрицательных нагрузках к эффекту, обратному эффекту всплытия: при увеличении скорости разделенные поверхности вступают в контакт, при этом область контакта с возрастанием скорости увеличивается.

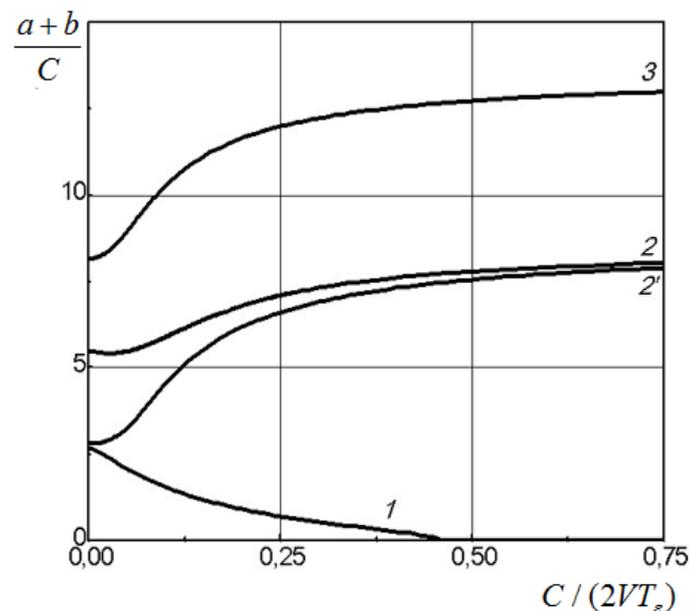


Рис. 12. Зависимость безразмерной ширины области контакта от параметра скорости при $\lambda = 0.5$, $T_\varepsilon / T_\sigma = 3$ и различных нагрузках: $q\lambda / (Cp_0) = -6.3$, -3 и 3 (кривые 1,2,3).

Кривая 2' на рис.12 получена при тех же значениях параметров, что и кривая 2, но при другой вязкости $T_\varepsilon / T_\sigma = 10$. Кривая 2', в отличие от

кривой 2, имеет монотонный характер, т.е., увеличение параметра вязкости T_ε / T_σ привело к уменьшению эффектов, связанных с адгезией.

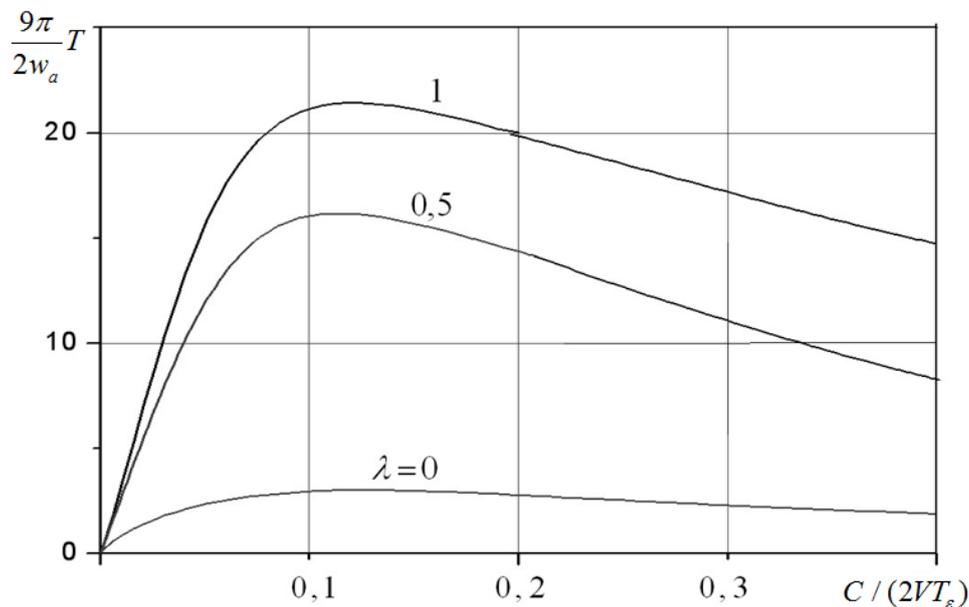


Рис. 13. Зависимость безразмерной деформационной составляющей силы трения от параметра скорости при $T_\varepsilon / T_\sigma = 3$ и разных значениях параметра адгезии λ .

Деформационная составляющая силы трения возникает вследствие смещения области контакта относительно оси симметрии цилиндра, а также несимметрии распределения контактных давлений. Величина этой силы, действующей в направлении, противоположном направлению движения индентора, может быть найдена из соотношения

$$T = \int_{-a_1}^{b_1} p(x) \sin \varphi(x) dx \approx \frac{1}{R} \int_{-a_1}^{b_1} xp(x) dx \quad (36)$$

Установлено, что деформационная составляющая силы трения отлична от нуля в некотором диапазоне значений $C / (2VT_\varepsilon)$ и стремится к нулю при $C / (2VT_\varepsilon) \rightarrow 0$ и $C / (2VT_\varepsilon) \rightarrow \infty$ (рис. 13). Случай $\lambda \rightarrow 0$ соответствует достаточно жестким материалам и слабым адгезионным

силам, когда адгезия не оказывает влияния на распределение контактных давлений; для упругих тел этот случай описывается моделью адгезии ДМТ. Увеличение параметра адгезии λ приводит к возрастанию силы трения и смещению максимума силы трения в сторону меньших скоростей.

Модели скольжения по вязкоупругому слою, свойства которого описываются одномерной моделью Кельвина-Фойгта:

$$u_y + T_\varepsilon \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{(1-\nu^2)H}{E} \left(p + T_\sigma \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (37)$$

где H - толщина слоя, при наличии адгезии построены для инденторов различной формы, в частности, для отдельной неровности и тела с трехмерным регулярным рельефом.

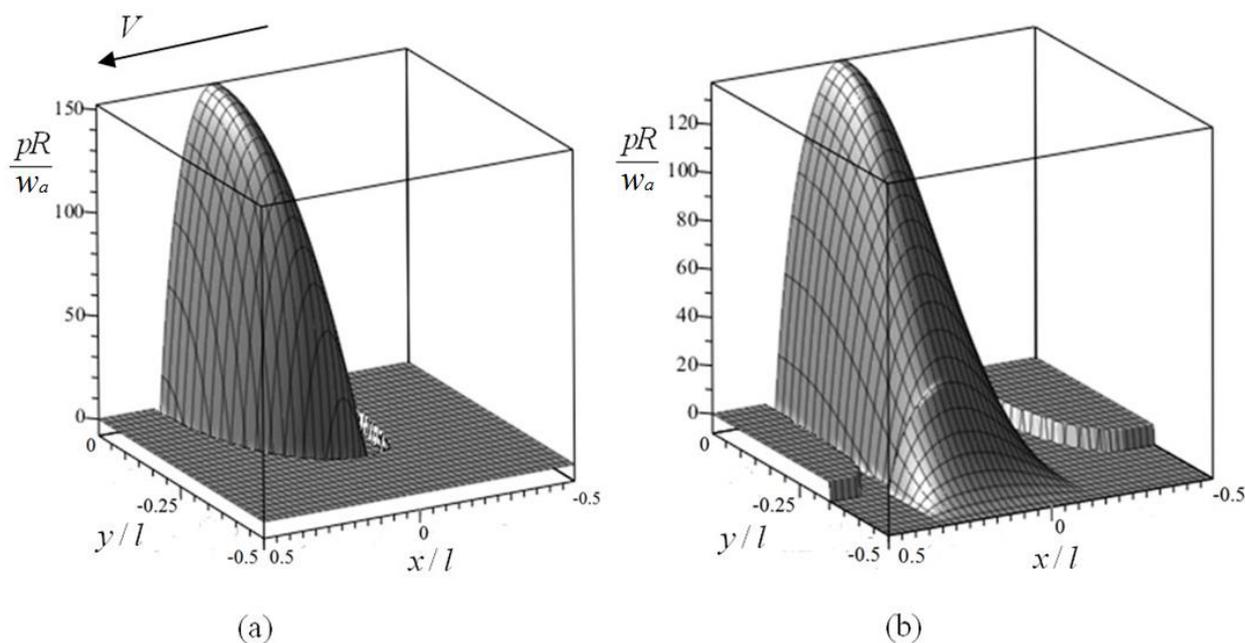


Рис. 14. Распределения контактного давления для отдельного выступа (а) и выступа волнистого индентора (б) при $q/(Rw_a) = 400$, $T_\varepsilon/T_\sigma = 10$, $\lambda_w = 1$, $l/(VT_\varepsilon) = 0.4$, (для волнистой поверхности $l/f_0 = 4$).

Контактные задачи для инденторов различной формы при наличии адгезионного притяжения, описываемого моделью Можи-Дагдейла (17)-(18), решались методом полос (J.J.Kalker, 1991). Этот метод для одномерной модели вязкоупругого слоя (37) является точным. Область взаимодействия индентора и поверхности вязкоупругого слоя разбивается на $2N$ полос равной толщины Δ . В каждой j -й полосе плоская контактная задача решается аналитически для определения контактного давления $p_j(x)$. Границы зоны контакта a_j и b_j и зоны адгезионного взаимодействия, a_{1j} и b_{1j} , рассчитываются для каждой полосы путем численного решения системы алгебраических уравнений. При решении задачи в каждой полосе рассматриваются отдельно различные режимы взаимодействия, включая случай насыщенного контакта поверхностей для случая волнистого индентора.

Распределение давления иллюстрируются на рис. 14 для случая отдельного полусферического выступа с радиусом вершины R (а) и для выступа волнистого индентора (б), высота которого f_0 , а расстояние до соседнего выступа l . К выступам приложена одна и та же внешняя нормальная нагрузка. Параметр $\lambda_w = p_0 (k / w_a)^{1/2}$ - аналог параметра адгезии λ для модели одномерного основания. В случае волнистой поверхности индентора максимальное контактное давление ниже, а области контакта и адгезии шире, чем для случая отдельного выступа.

На рис.15 показано, как изменяется форма областей контакта (темные области) и адгезионного взаимодействия (светлые области) с увеличением нагрузки. Показана ячейка периодичности $x/l \in [-0.5, 0.5]$, $y/l \in [-0.5, 0.5]$. Вязкость материала приводит к тому, что области контакта и адгезионного взаимодействия становятся несимметричными

относительно оси $x = 0$, смещаясь вперед по направлению движения. Установлено, что вследствие вязкости материала эти области становятся вытянутыми вдоль оси y , и их слияние при возрастании нагрузки происходит сначала вдоль оси y , и только потом вдоль оси x .

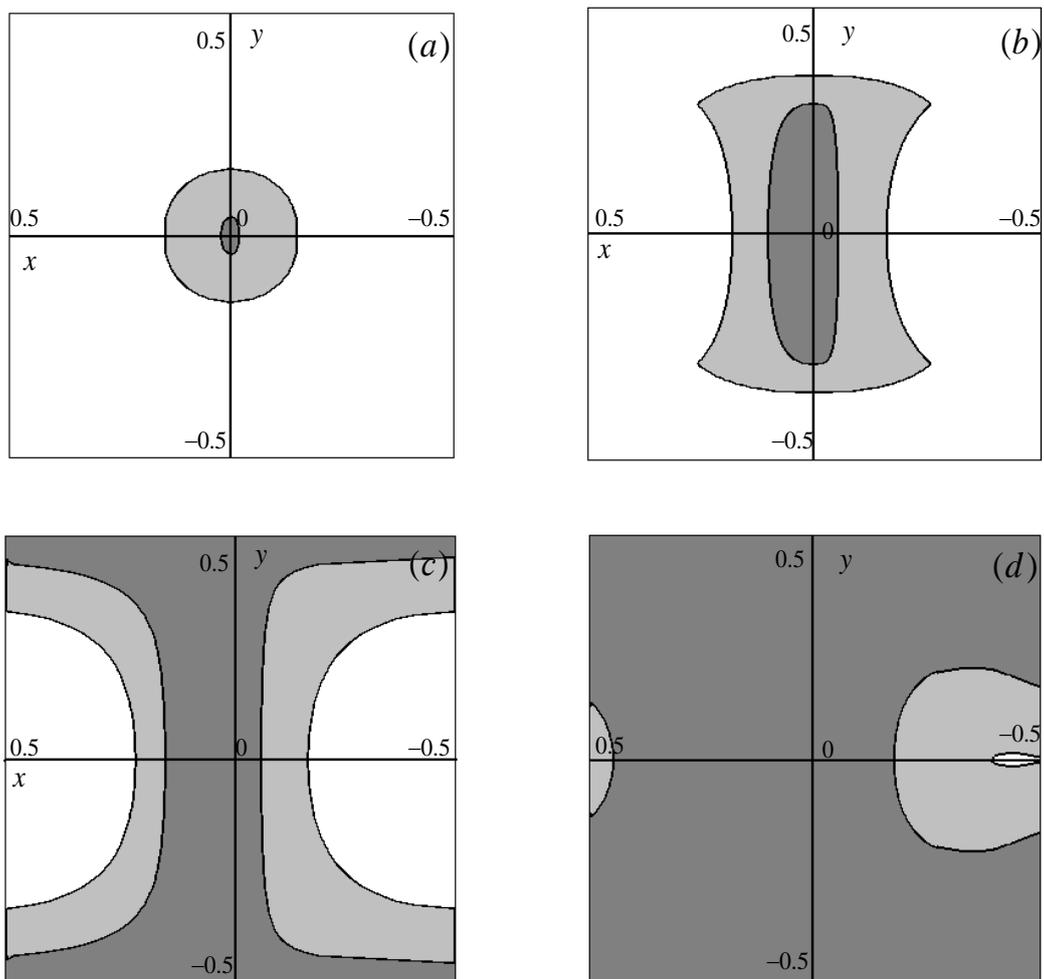


Рис. 15. Форма областей контакта при скольжении индентора с регулярным рельефом при $T_\varepsilon / T_\sigma = 100$, $\lambda_w = 0.5$, $l / (VT_\varepsilon) = 1.5$, $f_0 / l = 0.3$. Случаи a, b, c, d соответствуют нагрузкам $q / (lw_a) = -1, 54, 237, 3334$.

Установлено, что чем больше расстояние l между выступами, тем выше отрицательная нагрузка, которую выдерживает контакт.

Уменьшение расстояния между выступами к уменьшению влияния адгезии, но к более высоким гистерезисным потерям.

Учет адгезии приводит к тому, что деформационная сила трения всегда отлична от нуля при нулевой внешней нагрузке, вследствие чего коэффициент трения $\mu = T / P$ резко возрастает при очень малых нагрузках.

Для случаев отдельной неровности (цилиндрической и сферической) построены модели скольжения по вязкоупругому слою с учетом капиллярной адгезии. Проведен расчет контактного давления при различных скоростях скольжения и объемах жидкости в мениске.

Для одномерного вязкоупругого слоя, который описывается с помощью модели, содержащей спектр из M времен релаксации, получено решение в случае насыщенного (полного) контакта слоя и скользящего по нему волнистого индентора. В частном случае $M = 1$ получено аналитическое выражение для коэффициента трения в условиях насыщенного контакта.

Проведено сопоставление некоторых результатов с имеющимися экспериментальными результатами, полученными для деформационной составляющей силы трения эластомеров.

Основные результаты диссертации

Цель проведенных исследований заключалась в развитии направления механики контактного взаимодействия деформируемых тел при наличии адгезионного притяжения между поверхностями. В работе получены следующие основные результаты.

1. Получено аналитическое решение задачи о контакте без трения упругого полупространства с осесимметричным штампом, форма которого описывается степенной функцией, при наличии вне области контакта

пригрузки, задаваемой кусочно-постоянной функцией. Решение построено на основе интегральных соотношений, связывающих перемещения границы упругого полупространства с действующими на нее нормальными напряжениями для случая осесимметричного нагружения, и применения метода разложений в ряды.

2. Предложен метод решения контактной задачи для упругого полупространства, взаимодействующего с осесимметричным штампом, при наличии молекулярной адгезии, задаваемой потенциалом произвольного вида (в частности, потенциалом Леннарда-Джонса), основанный на представлении зависимости удельной силы адгезии от величины зазора между поверхностями в виде кусочно-постоянной функции. В частном случае штампа параболической формы и упрощенной формы потенциала адгезионного взаимодействия результаты совпадают с результатами известной модели Можи-Дагдейла.

3. Получено решение контактной задачи о капиллярной адгезии при взаимодействии осесимметричного штампа с упругим полупространством. Исследована зависимость контактных характеристик (размеров областей контакта и мениска, распределения контактных давлений и др.) от объема жидкости в мениске и ее поверхностного натяжения.

4. Решена периодическая контактная задача о взаимодействии упругого полупространства с системой штампов при наличии адгезии различной природы – молекулярной и капиллярной. Проведен анализ влияния плотности расположения штампов и их формы на характеристики дискретного контакта.

5. Установлено, что при циклическом подводе и отводе упругих тел, испытывающих адгезионное притяжение, имеет место гистерезис. На основе полученных решений проведен анализ и расчет потери энергии как разности между величинами работы, совершаемыми внешней силой для

подвода поверхностей до контакта друг с другом и их последующего отвода. Исследована зависимость этой диссипации энергии от поверхностных свойств взаимодействующих тел или покрывающих их пленок жидкости, их геометрии и упругих характеристик. Получены аналитические выражения для величины диссипации энергии в предельных случаях, соответствующих известным упрощенным моделям адгезионного взаимодействия ДКР и ДМТ.

6. Предложены модели для расчета адгезионной составляющей силы трения в процессе скольжения и качения шероховатых поверхностей на основе расчета работы силы трения как суммы потерь энергии при образовании и разрыве элементарных адгезионных контактов между неровностями. Исследована зависимость адгезионной составляющей силы трения от параметров шероховатости и поверхностных свойств взаимодействующих тел.

7. Дана постановка и получено решение контактной задачи о скольжении жесткого цилиндра по поверхности вязкоупругого полупространства при наличии молекулярной адгезии. Решение граничной задачи для напряжений и перемещений в полупространстве строилось на основе аналитического метода сведения к задаче Римана-Гильберта. Исследованы распределение контактного давления, размер и положение области контакта и деформационная сила сопротивления движению цилиндра в зависимости от адгезионных свойств поверхностей, механических характеристик полупространства и скорости скольжения цилиндра.

8. Предложены модели, позволяющие рассчитывать контактные характеристики и деформационную силу трения при скольжении отдельной сферической неровности и тела с регулярным рельефом по поверхности вязкоупругого основания при наличии адгезии. Проведен

анализ совместного влияние параметров микрогеометрии контактирующих поверхностей, поверхностных свойств и несовершенной упругости взаимодействующих тел на характеристики контактного взаимодействия.

Результаты опубликованы в следующих работах:

1. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Влияние несовершенной упругости поверхностного слоя на контактные характеристики при скольжении шероховатых упругих тел // Трение и износ, Т. 18, № 1, 1997, С. 5-12.
2. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Контактное взаимодействие упругих тел при наличии капиллярной адгезии // ПММ. 1999. Т. 63. Вып. 1. С. 128-137.
3. Makhovskaya Yu.Yu., Goryacheva I.G. The combined effect of capillarity and elasticity in contact interaction // Tribology Intern. 1999. N 32. P. 507-515.
4. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Адгезионное взаимодействие упругих тел // ПММ. 2001. Т. 65. Вып. 2. С. 279-289.
5. Маховская Ю.Ю. Дискретный контакт упругих тел при наличии адгезии // Изв. РАН. МТТ. 2003. N 2. С. 49–60.
6. Маховская Ю.Ю. Скольжение вязкоупругих тел при наличии адгезии // ПММ. 2005. Т. 69. Вып. 2. С. 334-344.
7. Горячева И. Г., Маховская Ю. Ю. Об одном подходе к решению задач о взаимодействии упругих тел при наличии адгезии // Докл. АН. 2004. Т. 398. № 3. С. 323-327.
8. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Адгезионное сопротивление при качении упругих тел // ПММ. 2007. Т. 71. Вып. 4, С. 534-543
9. Морозов А.В., Маховская Ю.Ю. Теоретико-экспериментальная оценка деформационной составляющей коэффициента трения //Трение и износ, 2007, том 28, № 4, с.335-344.
10. Goryacheva I., Makhovskaya Yu. Adhesion effect in contact interaction of solids // Comptes Rendus Mecanique. 2008. N 336. P. 118-125.
11. Myshkin N., Kovalev A., Makhovskaya Y., Torskaya E., Goryacheva I. Influence of adhesion induced contact areas on sliding friction // Tribology - Materials, Surfaces and Interfaces. 2010. V. 4. № 3. P. 130-135.

12. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Моделирование трения на разных масштабных уровнях // Изв. РАН. МТТ. 2010. № 3. С. 100-110.
13. Goryacheva I., Makhovskaya Yu. A model of the adhesive component of the sliding friction force // *Wear*, 270, 2011, PP 628-633.
14. Горячева И.Г., Губенко М.М., Маховская Ю.Ю. Скольжение сферического индентора по вязкоупругому основанию с учетом сил молекулярного притяжения// ПМТФ, 2014, №1, С. 99-107
15. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Скольжение волнистого индентора по поверхности вязкоупругого слоя при наличии адгезии // Изв. РАН. МТТ, 2015, №4, С. 98-111.
16. Goryacheva I., Makhovskaya Yu., Adhesion effect in sliding of a periodic surface and an individual indenter upon a viscoelastic base// *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 2016, Т. 51, № 4, С. 286-293.
17. Маховская Ю.Ю. Моделирование взаимодействия индентора с упругим полупространством при наличии адгезионного притяжения произвольного вида // *Трение и износ*, 2016, том 37, № 4, С. 393-400.
18. Ноздрин М.А., Маховская Ю.Ю., Шептунов Б.В., Расчет деформационной составляющей силы трения при скольжении тела по вязкоупругому основанию // *Вестник Ивановского государственного энергетического университета*, Вып.3, 2009, С. 48-50.
19. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Модели адгезионного взаимодействия упругих тел// *Актуальные проблемы механики*, под ред. Р.В.Гольдштейна, Москва, Наука, 2009, С. 211-219.
20. Маховская Ю.Ю.. Скольжение шероховатых вязкоупругих тел при наличии адгезии // *Вестник Нижегородского университета*. 2011. №4. часть 4, С. 1613-1614.
21. Goryacheva I., Makhovskaya Yu. Modelling of adhesion effect in friction of viscoelastic materials // *Acta Mechanica et Automatica*, 2011, Volume 4, No. 5, P. 40-45.
22. Галанов Б.А., Горячева И.Г., Валеева И.К., Иванов С.М., Маховская Ю.Ю. Модели адгезионного контакта упругих тел с регулярной шероховатостью // В сборнике под ред. И.Г. Горячевой «Развитие идей Л.А. Галина в механике» – Ижевск. Регулярная и хаотическая динамика, 2012.

23. Горячева И. Г., Маховская Ю. Ю. Адгезия при взаимодействии упругих тел // Международный симпозиум "О природе трения твердых тел". Тезисы докладов. Гомель. 1999. С. 31–32.
24. Goryacheva I. G. and Makhovskaya Yu. Yu. Effects of capillarity and surface energy in contact interaction of elastic bodies// Современная теория фильтрации. Международная конференция, посвященная памяти П.Я.Полубариновой-Кочиной. Тезисы докладов. Москва. 1999. С. 29–31.
25. Goryacheva I., Makhovskaya Yu. Adhesion in contact of deformable solids// Book of Abstracts. 5th Euromech Solid Mechanics conference (ESMC-5), Thessaloniki, Greece, 2003, P. 95.
26. Goryacheva I., Makhovskaya Yu. Adhesive component of the rolling friction force// Mechanics in 21st Century – ICTAM04 CD Proceedings, Warsaw, Poland, 2004.
27. Goryacheva I.G., Makhovskaya Yu Yu, Adhesive component of friction between rough surfaces // Proceedings of the World Tribology Congress III - 2005 World Tribology Congress III, ASME, Tribology Division, Society of Tribologists and Lubrication Engineers STLE. Washington, D.C, P. 241-242
28. Горячева И. Г., Маховская Ю. Ю. Адгезионное взаимодействие деформируемых тел // Упругость и неупругость. Материалы Международного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, Москва, 2006, С. 311-320.
29. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Модели адгезионного взаимодействия деформируемых тел и их применение в трибологии // Сборник трудов международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы трибологии», том 2, Москва, «Машиностроение», 2007, С. 148-149.
30. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Контактное взаимодействие деформируемых тел при наличии адгезии // Полкомтриб-2007: Тезисы докладов международной научно-технической конференции. Гомель. С. 4-5.
31. Makhovskaya Yu.Yu., Goryacheva I.G. Models of adhesive interaction of elastic solids// Topical Problems in Contact Mechanics, Eds. N.K.Gupta and A.V.Manzhirov. Proc. Indo-Russian Workshop, 2008. P. 72-81.
32. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Моделирование фрикционного взаимодействия шероховатых тел, Сборник научных трудов

- международной конференции «Актуальные проблемы механики сплошной среды», ЕГУАС, 2010, т.1, С. 196-200.
33. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Моделирование диссипации энергии и адгезионной составляющей силы трения при скольжении шероховатых упругих тел/ / Упругость и неупругость. Труды Международного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 100-летию со дня рождения А.А.Ильюшина. Изд-во МГУ, 2011, С. 60-72.
 34. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Шпенёв А.Г. Влияние жидкости в зазоре между телами на характеристики контактного взаимодействия// Материалы XVII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова, Ярополец, 14-18 февраля, 2011, Т. 1, С.63-64
 35. Goryacheva Irina, Makhovskaya Yulia, and Shpenev Alexei. Effect of the Gap Conditions in Sliding Contact of the Periodic Punch on the Viscoelastic Layer. CD Proceedings of the ICTAM-2012, Beijing, China, 2012.
 36. Маховская Ю.Ю. Контактное взаимодействие упругих тел при различных видах закона адгезионного взаимодействия поверхностей // Тезисы докладов Международной конференции «Современные проблемы механики деформируемого твердого тела, дифференциальных и интегральных уравнений», Одесса, 2013. С. 90.
 37. Губенко М.М., Маховская Ю.Ю., Скольжение сферического штампа по вязкоупругому основанию при наличии адгезионного взаимодействия поверхностей // Материалы XIX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г.Горшкова. Изд-во МАИ. 2013. С. 78.
 38. Маховская Ю.Ю. Влияние адгезии на силу трения при скольжении вязкоупругих тел// Труды конференции «Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел», Изд-во ИМАШ РАН. 2014, С. 100-106.
 39. Goryacheva I., Makhovskaya Yu., Gubenko M., Sliding contact of a spherical asperity and a viscoelastic base with molecular adhesion// CD Book of Abstracts, Euromech colloquium 575, Lucca, Italy, 2015.
 40. Makhovskaya Yu, Goryacheva I., Adhesion effects in sliding of viscoelastic bodies// 9th European Solid Mechanics Conference ESMC 2015, CD Book of Abstracts, Madrid, Spain, 2015.