

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

**на диссертационную работу Яковенко Анастасии Александровны
«Моделирование дискретного контакта упругих и вязкоупругих тел»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика
деформируемого твердого тела»**

Актуальность работы. Механика контактного взаимодействия упругих и вязкоупругих тел принадлежит к числу очень важных и актуальных областей механики деформируемого твердого тела, поскольку определяет процессы разрушения и износа контактирующих поверхностей элементов машин и механизмов, присутствующих во всех областях нашей жизни. Сама по себе задача описания контактного взаимодействия с учетом реальных особенностей поверхностного рельефа тел является весьма сложной, поскольку приходится учитывать факторы неточной обработки поверхности, наличие микрорельефа, волнистость, шероховатость и т.д., приводящие к тому, что фактическая область контакта является дискретной и сложно устроенной. Поэтому построение аналитических решений контактных задач с учетом макро- и микротопографии их поверхностей, чему и посвящена диссертационная работа Яковенко А.А., является **важной и актуальной задачей**. Аналитический подход к решению контактных задач имеет ряд преимуществ по сравнению с численным, поскольку позволяет определить общие тенденции в контактном поведении и выделить в явном виде существенные параметры модели, а также оценить их влияние на характеристики контактного взаимодействия. Помимо этого, точные аналитические зависимости нужны при планировании эксперимента и при обработке получаемых данных. Однако, многие задачи дискретного контакта остаются малоизученными с позиции аналитических решений, что можно объяснить популярностью численных методов, используемых для их моделирования. Таким образом, диссертационная работа Яковенко А.А.,

сконцентрированная на развитии именно аналитических подходов к решению задач дискретного контакта, представляет собой **актуальное исследование**.

Структура и содержание диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, состоящего из 123 наименований. Общий объем диссертации составляет 127 страниц, включая 40 рисунков.

Во **введении** автором дана постановка задачи дискретного контакта и приведен обзор литературы, дающий представление о современном состоянии исследований в области задач дискретного контакта, аналитических и численных методов их решения, а также методов решения задач дискретного контакта для тел с реологическими свойствами. Помимо этого, во **введении** сформулированы актуальность темы, цель работы, научная новизна и ее практическая значимость, методы исследования, решенные задачи и выносимые на защиту результаты, указан личный вклад соискателя и приведены основные публикации.

Первая глава посвящена исследованию задач дискретного контакта с упругим полупространством. Рассмотрена конечная система одинаковых сферических штампов, а также система разновысотных прямоугольных и узких в плане штампов. Для сферических штампов представлен анализ влияния их пространственного расположения на зависимость приложенной нагрузки от глубины внедрения и на загруженность каждого штампа. А для узких в плане штампов построено аналитическое решение контактной задачи с учетом особенностей их взаимодействия, и также дан анализ влияния их пространственного расположения на характеристики контактного взаимодействия. Учет взаимного влияния прямоугольных штампов позволяет получить такое их распределение по высоте, которое обеспечивает равномерную загруженность всей системы при внедрении в контактное тело.

Во **второй главе** подробно рассмотрена контактная задача о внедрении осесимметричного цилиндрического штампа с различной формой контактной поверхности, описываемой степенной зависимостью, в вязкоупругое

полупространство, а также задача о внедрении цилиндрического штампа с плоской контактной поверхностью в вязкоупругий слой на жестком основании. Эти задачи служат основой для моделирования в дальнейшем дискретного контакта с вязкоупругим основанием. В обеих задачах исследован случай внедрения с постоянной скоростью. В первой задаче получено аналитическое выражение для зависимости общей нагрузки от времени, а также интегральное соотношение для контактных давлений, позволяющее вычислить их в каждой точке в каждый момент времени. Во второй задаче исследуется внедрение цилиндрического штампа в вязкоупругий слой в приближении тонкого и толстого слоя с последующим его там удержанием. Получены аналитические зависимости нагрузки и контактных давлений от времени, и исследованы особенности этих зависимостей для ряда вязкоупругих моделей, описывающих реологическое поведение слоя функциями релаксации экспоненциального и степенного типа. Также представлены результаты для некоторых одномерных моделей механического поведения вязкоупругого основания, для которых определены границы их применимости.

Третья глава посвящена периодическим контактным задачам, а именно, рассмотрен контакт с упругим и вязкоупругим полупространством периодической одноуровневой и двухуровневой системы осесимметричных штампов. Задачи решались на основе принципа локализации и принципа соответствия (в случае вязкоупругого полупространства). Получены решения этих задач в аналитическом виде и проанализировано влияние плотности расположения штампов и параметров нагружения системы на размеры контактной области и распределение контактных давлений. В случае упругого полупространства исследовано влияние разновысотности в двухуровневой системе штампов на контактные характеристики. Для вязкоупругого полупространства рассматривалась одноуровневая система штампов. Во всех этих задачах была получена функция дополнительного смещения, характеризующая влияние формы неровностей и плотности их расположения

на величину внедрения поверхности с микрорельефом в полупространство. Эти результаты используются в дальнейшем при решении контактной задачи о внедрении в вязкоупругий слой цилиндрического штампа с микрорельефом контактной поверхности (т.е. с шероховатым основанием).

В четвертой главе построено решение контактной задачи о внедрении в вязкоупругий слой цилиндрического штампа с шероховатой поверхностью. Шероховатость контактного торца моделировалась на микроуровне периодической системой осесимметричных штампов, исследованных в предыдущей главе. Решение на макроуровне строилось в условиях тонкого слоя и путем введения функции дополнительного смещения поверхности шероховатого слоя, найденной в третьей главе. Такой подход позволяет получить систему двух уравнений для определения глубины внедрения и радиуса пятна контакта в зависимости от времени при заданной постоянной нагрузке, позволяющую исследовать влияние параметров микрогеометрии цилиндра на макроскопические характеристики контакта.

Каждая глава заканчивается формулировкой выводов из проведенного исследования.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Научная и практическая значимость. Результаты, полученные в диссертационной работе, являются **новыми** и имеют теоретическую и практическую значимость. Так, представленная в работе аналитическая модель контактного взаимодействия системы узких в плане штампов с упругим полупространством одним из практических своих применений имеет описание захвата мягких биологических тканей зажимными инструментами, что необходимо при планировании операций и при разработке медицинского оборудования. Результаты второй главы о внедрении цилиндрического штампа в вязкоупругое полупространство и полученные там аналитические зависимости играют важную роль в обработке экспериментальных данных при индентировании материалов с реологическими свойствами, и позволяют, в

частности, выбрать оптимальную форму индентора. Результаты решения периодических контактных задач в вязкоупругом случае, полученные с помощью принципа локализации, позволяют исследовать влияние параметров микрогоометрии контактной поверхности на фактическую область контакта и на распределение контактных давлений, что имеет практическую значимость при определении контактной жесткости, прочности и износа поверхности сопряжения деталей.

Достоверность результатов, полученных в рамках диссертационного исследования, подтверждается корректной постановкой задач, которые решаются математически обоснованными методами с привлечением классических теоретических принципов и апробированных численных методов. Полученные решения задач дискретного контакта в своих предельных случаях сравнивались с соответствующими имеющимися аналитическими решениями. Такой подход является одним из способов верификации полученных в диссертационной работе результатов.

Публикации и апробация. По теме диссертационного исследования автором опубликованы 6 статей из них 4 в журналах, входящих в перечень ВАК РФ и 4 в журналах, индексируемых в базах данных WoS и Scopus. Апробация результатов диссертационной работы проводилась на различных всероссийских и международных научных конференциях. Общее число публикаций 23, включая периодические научные издания, сборники материалов и тезисы докладов всероссийских и международных конференций.

По диссертационной работе Яковенко А.А. можно сделать **следующие замечания:**

1. В работе были рассмотрены различные модели вязкоупругого тела, для которых конкретизировались результаты решения задач дискретного контакта. Это были т.н. модель стандартного вязкоупругого тела, модель Максвелла, степенная модель релаксации и стержневая модель стандартного вязкоупругого тела (“стерженьковая модель”, стр. 67). Во-первых, применяется странная терминология. Дифференциальные

соотношения, определяющие закон деформирования, названный в диссертации “стержневой моделью”, Ржаницын называет “основным упрощенным законом линейного деформирования вязкоупругого тела”, а Работнов как раз моделью “стандартного вязкоупругого тела”. А вот в отношении модели Максвелла и модели стандартного вязкоупругого тела, как это понимается в диссертации следует отметить, что эти модели описываются функциями релаксации или ползучести, которые представляют собой частный случай общего ряда экспонент (или ряда Прони), см. формулы (2.16), (3.37) и (3.41). Для модели Максвелла это одна экспонента, а для модели стандартного тела, это экспонента и константа. В этом смысле модель Максвелла и модель (2.16), являются частным случаем одного и того же математического объекта – ряда Прони. Имел бы смысл дать в задачах контакта результаты для общего случая ряда экспонент, тем более, что это обобщение не вызывает технических трудностей. Общий подход мог бы охватить широкий класс реальных материалов. Удовлетворительная аппроксимация начинается, как минимум, с трех членов ряда Прони – одна константа и две экспоненты с разными показателями. Это связано с тем обстоятельством, что реальные материалы имеют разную скорость релаксации в процессе деформирования, и одной экспоненты недостаточно, чтобы воспроизвести эту особенность.

2. В отношении системы узких в плане штампов (п.1.3), задача решена при определенных упрощающих предположениях, связанных с взаимодействием штампов в поперечном направлении, и с приближенным представлением для решения задачи Галина о давлении узкой балки на упругое полупространство, что накладывает “некоторые ограничения на расстояния между выступами” (стр. 41). В диссертации на это обращается внимание, однако, не дается никаких практических оценок и рекомендаций, которые бы могли дать фактические условия применимости для этих ограничений.

3. При решении задачи о внедрении цилиндра с плоским основанием в вязкоупругий тонкий слой (п. 2.3), используется асимптотическое представление для давления с константами аппроксимации A_0 и A_1 (см. стр 60), для которых не сказано, как их определить через функцию $L(u)$, в отличие от асимптотического представления для толстого слоя, где аналогичные константы были определены однозначно.
4. В отношении численных методов, используемых при расчете конкретных результатов: для вычисления интегралов, входящих в формулы (2.20) и (3.39) для давления в задачах о внедрении цилиндра со степенной формой торцевой поверхности (п.2.2) и о периодической системе штампов (п.3.4) предлагается использовать квадратурную формулу Симпсона для интегрирования сложного аналитического выражения, содержащего негладкие функции. Представляется, что формула Симпсона в данном случае может дать слишком большую погрешность. Гораздо более эффективным инструментом были бы квадратурные формулы Гаусса, которые имеют высокую степень аппроксимации при относительно небольшом числе узлов интегрирования, и хорошо работают при интегрировании сложных аналитических выражений.
5. По ходу диссертации встречается некоторое число мелких опечаток и редакционных погрешностей, которые в целом не приводят к недоразумениям (например, “синусоидальной рельефом” на стр. 10, “следующе формулой”, стр. 39, “интегрально уравнение”, стр. 74 и т.д.).

Сделанные замечания не имеют принципиального значения и не снижают научной ценности работы.

Общее заключение. Представленная к защите диссертационная работа Яковенко А.А. «Моделирование дискретного контакта упругих и вязкоупругих тел» является законченной научно-квалификационной работой, соответствующей всем требованиям «Положения о порядке присуждении ученых степеней», посвящена актуальной теме и выполнена на высоком уровне.

Полученные в работе результаты являются новыми, достоверными и представляют научный и практический интерес, а также соответствуют паспорту специальности 01.02.04 - "Механика деформируемого твердого тела". Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная диссертационная работа Яковенко Анастасии Александровны соответствует всем требованиям ВАК РФ и критериям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09.2013, а ее автор, Яковенко Анастасия Александровна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент

Волков-Богородский Дмитрий Борисович,

кандидат физико-математических наук,

ведущий научный сотрудник

ФГБУН Институт прикладной механики

Российской академии наук (ИПРИМ РАН)

Адрес места работы:

125040, Россия, Москва, Ленинградский проспект, д. 7

e-mail: v-b1957@yandex.ru

тел. +7 495 946-18-06

Специальность ВАК, по которой защищена

диссертационная работа – 01.01.07 «Вычислительная

математика»


(подпись)

Волков-Богородский Д.Б.
(фамилия имя отчество оппонента)

“20” мая 2022 г.

Подпись

Волкова-Богородского Дмитрия Борисовича
(фамилия имя отчество оппонента полностью)

удостоверяю

Ученый секретарь ИПРИМ РАН

(должность)

М.П.


(подпись)

Ю.Н. Карнэт

(Ф.И.О.)

