## ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ ИМ. А.Ю. ИШЛИНСКОГО РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

### ФОФОНОВ ДАНИИЛ МИХАЙЛОВИЧ

# РАЗРАБОТКА РАСЧЕТНО-ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕТОДОВ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ ДЛЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

### ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: Доктор физ.-мат. наук, профессор, академик РАН Суржиков С.Т.

## Содержание

Введение	e6
Глава 1.	Метод расчета аэродинамических характеристик
выс	окоскоростных летательных аппаратов 22
1.1.	Метод касательного клина
1.2.	Анализ применимости метода касательного клина для расчета
	аэродинамических коэффициентов пространственных
	конфигураций
1.3.	Влияние физико-химических процессов в высокоскоростном
	потоке на аэродинамические характеристики несущих
	конфигураций
1.4.	О распределении коэффициента силы трения на поверхности тела 36
1.5.	Программа расчета суммарных и распределенных
	аэродинамических характеристик, определяемых силами
	давления и трения
Выв	юды к Главе 1 49
Глава 2.	Метод локальных вариаций для решения задач оптимизации
фор	мы летательных аппаратов 51
2.1	Постановка задачи оптимизации формы тела
2.2	Алгоритм метода локальных вариаций 55
2.3	Анализ сходимости численного решения вариационной задачи 59
2.4	Анализ влияния параметров $k_1$ , $k_2$ на оптимальную
	конфигурацию 64
2.5	Анализ влияния математической модели взаимодействия тела с
	набегающим потоком на решение задачи оптимизации
2.6	Влияние закона изменения коэффициента трения по поверхности
	тела на его оптимальную форму75
2.7	Программа численного оптимизационного расчета
Выв	юды к Главе 2
Глава 3.	Форма тела максимального аэродинамического качества 90

3.1. Постановка задачи
3.2. Анализ решения вариационной задачи
3.3. Решение задачи при условии параллельности экстремальной
поверхности вектору скорости набегающего потока
3.4. Формы поперечного сечения и аэродинамическое качество
оптимальных тел
3.5. Анализ сходимости численного решения к точному решению
вариационной задачи97
3.6. Оптимальная форма треугольного крыла с затупленной передней
кромкой 101
Выводы к Главе 3 103
Глава 4. Аэродинамическое проектирование высокоскоростных
летательных аппаратов 105
4.1 Оптимизация аэродинамической компоновки возвращаемых
космических аппаратов 106
4.2 Интеграция планера и силовой установки летательного аппарата 111
4.3 Аэродинамическая компоновка при известных габаритах
оборудования ЛА 121
<ol> <li>4.4 Выводы к Главе 4</li></ol>
Заключение
Литература
Приложение А Программный комплекс аэродинамического
проектирования высокоскоростных летательных аппаратов 143

Условные	обозначения и принятые сокращения.
АДК	– аэродинамическое качество
АДХ	– аэродинамические характеристики
ЛА	– летательный аппарат
ГЛА	– гиперзвуковой летательный аппарат
ПВРД	– прямоточный воздушно-реактивный двигатель
КА	<ul> <li>космический аппарат</li> </ul>
BA	<ul> <li>возвращаемый аппарат</li> </ul>
CA	<ul> <li>спускаемый аппарат</li> </ul>
K	– аэродинамическое качество
М	– число Маха
v	– скорость набегающего потока
α	— угол атаки
п	– внешняя нормаль к поверхности
t	– касательная к поверхности
γ	– показатель адиабаты
$k_1, k_2$	– коэффициенты пропорциональности
τ	– коэффициент трения
V	– объем модели
S	– площадь поверхности модели
$S_{pl}$	– площадь проекции модели на горизонтальную плоскость
r <sub>e</sub>	<ul> <li>радиус затупления передней кромки</li> </ul>
$r_n$	– радиус затупления носка
$C_x$	– полное лобовое сопротивление
$C_{xw}$	– волновое сопротивление
$C_{x\!f}$	– сопротивление трения
$C_{xb}$	– донное сопротивление
$C_{xe}$	– сопротивление затупленной кромки
$C_{xn}$	– сопротивление затупленного носка

- С<sub>x0</sub> сопротивление нерассчитываемых элементов
- *C*<sub>z</sub> полная подъемная сила
- *C*<sub>zw</sub> волновая составляющая подъемной силы
- *C*<sub>zf</sub> вклад сил трения в подъемную силу
- *C*<sub>20</sub> вклад нерассчитываемых элементов в подъемную силу
- *m*<sub>y</sub> момент тангажа
- *m*<sub>y0</sub> вклад нерассчитываемых элементов в момент тангажа

#### Введение

Актуальность. Проблемы, связанные с разработкой алгоритмов и соответствующего программного обеспечения определения для аэродинамической формы / компоновки летательных аппаратов (ЛА), совершающих полет в атмосфере с использованием подъемной силы при больших сверхзвуковых скоростях, активно изучаются как в России, так и за рубежом. Актуальность решения этих проблем подчеркивается как неснижаемой активностью научных публикаций, созданием конкретных конструкций для выполнения прикладных исследований Буран, Бор 4, Бор 5, Клипер (РФ) [1–4], Shuttle, X-43 (США) [5], так и разработкой и обсуждением новых проектов таких как LAPCAT – MR2 [6] и экспериментальной модели – демонстратора EFTV [7]. Актуальность разработки цифровых методов механики жидкости, газа и плазмы для аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов определена и «Федеральной космической программой РФ на 2016–2025 годы», одной из задач которой является «проведение научно-исследовательских работ, обеспечивающих создание изделий ракетно-космической техники с использованием систем цифрового проектирования и моделирования». При этом следует отметить, что именно области знания, определяемые как «механика жидкости, газа и плазмы», являются основой аэродинамического проектирования [8, 9].

Решающее значение в развитии сверхзвуковой авиации имела аэродинамика – выбор оптимальной формы крыла, оперения, фюзеляжа, воздухозаборника и т.п. При этом принципиальной являлась проблема выбора формы крыла в плане и его профиля. Формой крыла в плане определяется, в основном, и форма в плане сверхзвукового ЛА в целом [9].

Задача выбора аэродинамической компоновки летательного аппарата (ЛА) на первом/концептуальном этапе проектирования производится либо на базе уже исследованных компоновок и их соответствия заданным требованиям технического задания (ТЗ), либо от приоритетных требований ТЗ к общим требованиям к аэродинамическим характеристикам, размерам, массе и пр. [9].

Решение этой задачи представляет собой итеративный процесс, включающий целенаправленное изменение внешних обводов исходного варианта с целью реализации заданных тактико-технических данных [10]. На каждом этапе упомянутого процесса изменение внешних обводов целесообразно реализовывать на основе методов теории оптимального управления.

По мере развития аэродинамики задачам оптимального профилирования крыльев, головных частей, внешних обводов корпуса и пр. уделялось всё большее внимание. Однако число вариационных задач газовой динамики, которые удается решить точно даже в приближении идеального газа невелико [11]. Поэтому основное внимание при решении вариационных задач уделяется различным приближенным моделям взаимодействия газового потока с обтекаемой поверхностью.

Для сверхзвуковых течений известные модели такого типа достаточно просты – это локальные модели, основанные на применении линейной теории при  $M\alpha \ll 1$ и асимптотических соотношений для параметров гиперзвукового потока при  $M\alpha \approx 1$ ,  $M\alpha \ge 1$ , к которым относятся формулы касательного клина, касательного конуса, формула Ньютона [12] и основанные на этих соотношениях приближенные локальные модели взаимодействия потока с поверхностью ЛА (см. например [13–15]).

В предположении о локальном характере взаимодействия среды с элементом поверхности тела задача оптимизации пространственной формы тела была предметом многочисленных исследований. Однако, даже в рамках законов взаимодействия, её решение непрямыми локальных методами исчисления было найдено вариационного лишь при упрощающих предположениях относительно геометрии тела. При поиске тел минимального сопротивления В большинстве случаев рассматривались тонкие осесимметричные или плоские тела [16], что позволяло свести уравнения Эйлера вариационной задачи к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Сравнительный анализ волнового сопротивления круговых и эллиптических конусов [17] показал, что волновое сопротивление последних может быть

меньше чем у эквивалентных тел вращения такой же длины и объёма. На это обстоятельство указал и Г.И. Майкапар [18] при вычислении волнового сопротивления тел пирамидальных тел со звездообразным поперечным сечением. В этой связи были поставлены и решены соответствующие вариационные задачи [16, 19] о форме тел звездообразного поперечного сечения. При заданной длине тела экстремальные поверхности или образующие могут включать линии или точки, в которых первая производная функции, описывающей поверхность, терпит разрыв [11, 16]. Такая ситуация, имеет место, в том числе, в случаях либо слишком большого, либо слишком малого заданного объёма тела. Если длина тела не фиксирована, то решение задачи поиска пространственных тел минимального волнового сопротивления в рамках локальной модели взаимодействия получено в аналитическом виде [20–22].

Для тонких крыльев в продольном и поперечном направлениях задача о форме тела максимального аэродинамического качества, при использовании формулы Ньютона и известной форме в плане, сводится к двумерной задаче об оптимальной форме продольного профиля [23–25]. Оптимальная форма конических тел треугольной формы в плане исследована в работе [26] при описании формы поперечного сечения нижней и верхней поверхности квадратным полиномом и использовании формулы Ньютона. Вариационная задача об оптимальной форме тонкого треугольного крыла в рамках линейной приближения (Буземана) теории И теории второго при различных изопериметрических условиях рассмотрена В работе [27]. Задача 0 конфигурации максимального аэродинамического качества в классе конических тел, состоящих из V-образного крыла с клиновидным профилем и коническими элементами на верхней и нижней его поверхностях, с использованием линеаризованной модели течения рассмотрена в работе [28]. Решением является конфигурация треугольного поперечного сечения с плоской нижней поверхностью. Близкий результат получен при поиске формы конического тела максимального аэродинамического качества в гиперзвуковом потоке [29, 30].

Решением задачи является треугольное в плане крыло со слегка выпуклой в поток нижней наветренной поверхностью, клиновидным профилем И расположенными ПО потоку плоскими верхними гранями. Причём с увеличением площади донного сечения увеличивается размах крыла при почти неизменной его толщине.

При отсутствии ограничений на толщину тела и его длину решение задачи о форме тела максимального аэродинамического качества при заданном объёме получено в аналитическом виде [31–33]. Наветренная поверхность оптимального тела плоская, а подветренная является линейчатой с образующими параллельными вектору скорости набегающего потока.

Перечисленные выше работы указывают на характерную особенность оптимальной формы тел максимального аэродинамического качества: ориентированная по потоку верхняя поверхность и либо плоская, либо близкая к плоской, нижняя поверхность.

Для тонких тел при умеренных значениях числа Маха и  $M\alpha \ll 1$ применим метод суперпозиции отдельных решений. Примером служит представление крыла через комбинирование срединной поверхности и набора симметричных профилей. При этом срединная поверхность выбирается из условия минимизации сопротивления, связанного с созданием подъёмной силы, а распределение толщин обеспечивает уменьшение волнового сопротивления, обусловленного объёмом [34].

Отдельный класс пространственных тел с высокими значениями аэродинамического качества представляют так называемые волнолеты, наветренная поверхность которых строится как поверхность тока течения за плоским или пространственным скачком уплотнения в сверхзвуковом потоке, их острая передняя кромка лежит на поверхности этого скачка. Верхняя поверхность волнолета на расчетном режиме параллельна вектору скорости набегающего потока либо построена из условия реализации центрированной волны разрежения на передней кромке. Простейшим примером волнолета

является V-образное крыло с присоединенным к передним кромкам плоским скачком уплотнения [35].

История волнолетов насчитывает более 60 лет. К первым исследованиям следует отнести работы 1963 года [36, 37], в которых рассмотрены волнолеты треугольной формы в плане V-образного и W-образного поперечного сечения с плоскими скачками уплотнения на передних кромках. При этом, в работе [37] верхняя поверхность волнолета построена из условия реализации центрированной на передней кромке волны разрежения.

3a прошедшие годы выполнены многочисленные исследования волнолетов, построенных с использованием известных течений за плоскими скачками уплотнения, коническими скачками около круговых и эллиптических конусов, степенными скачками уплотнения и некоторых других. Значительная библиография этих исследований приведена в работах [38-40]. Однако, не существует какого-либо «лучшего» волнолета, хотя все они построены с применением численных методов оптимизации, В частности. метода нелинейного программирования [41]. Вопрос о выборе того или другого течения для получения конфигураций, реализующих оптимальным образом заданные требования, остается открытым. В частности, сопоставление волнолетов, построенных с использованием различных осесимметричных течений около кругового конуса и степенных тел с показателем степени <sup>3</sup>/4 и <sup>1</sup>/<sub>2</sub> показало, что волнолеты на основе течений около степенных тел имеют несколько большее аэродинамическое качество [42]. Построение несущей поверхности волнолета путём задания формы его передней кромки на поверхности ударной волны около кругового конуса рассмотрено в работе [43]. Представлены два семейства конфигураций: волнолеты треугольной формы в плане в виде корпуса с крылом, передняя кромка которых начинается от вершины генерирующего конуса, и волнолеты интегральной компоновки, передняя кромка которых расположена вне вершины генерирующего конуса [43]. Иной способ построения волнолета предложен в работах [44, 45], где пересечения наветренной поверхности волнолёта с линия плоскостью

перпендикулярной оси симметрии конуса задаётся полиномами второй степени  $y = c_1 + c_2 x + c_3 x^2$  или зависимостью  $y = c_4 + c_5 \cos(c_6 x)$ , задаются пять значений х, определяются пять соответствующих значений у и эти десять величин определяют одну из возможных конфигураций. Изменяя коэффициенты c<sub>i</sub> получается множество волнолетов с различными значениями аэродинамического качества или коэффициента лобового сопротивления, среди ищется экстремальная форма. Этот поиск осуществляется с которых использованием симплекс метода [41]. При этом для каждого волнолета определяется коэффициент сопротивления от сил поверхностного трения с использованием интегрального метода расчета пограничного слоя с учетом его перехода и это обстоятельство существенно влияет на форму оптимального Полобные построения волнолета. метолы оптимальных волнолетов использованы многими авторами [39, 40, 46]. Результаты экспериментальных исследований аэродинамики конических волнолетов при числах Маха от 3 до 5 показали, что их максимальное аэродинамическое качество в 2.5 раза больше по сравнению с K<sub>max</sub> эллиптического конуса с отношением полуосей 1,87 [47]. Модельные испытания в аэродинамической трубе волнолетов с элементами двигателя, управляющими поверхностями показали существенное снижение их аэродинамических свойств по сравнению с чистыми волнолетами, однако эти свойства оказались не хуже, чем у обычных компоновок [48].

Простейшие волнолеты, построенные из плоских и конических элементов в потоке за плоским или коническим скачками уплотнения, рассмотрены в работах [49–52]. При этом анализ проводился, как правило, на расчетном режиме обтекания, когда передние кромки крыла лежат на поверхности скачка уплотнения, а верхняя поверхность параллельна вектору скорости набегающего потока и не создаёт подъёмной силы. Сравнительный параметрический анализ аэродинамических характеристик пирамидальных и конических волнолетов с плоскими и коническими скачками уплотнения выполнен в работах [53, 54] в предположении турбулентного состояния пограничного слоя и использования зависимостей работы [57] для определения коэффициента силы поверхностного

трения. Более сложные формы волнолетов с различными поперечными сечениями нижней поверхности, включающими линейный контур, контур в виде дуги окружности, контуры, описываемые с помощью степенных функций и многочленов исследованы в работах [55, 56], где расчетное поле течения описывается с помощью гиперзвуковой теории малых возмущений [58]. Получены данные по аэродинамическому качеству с учетом коэффициента сопротивления турбулентного трения на расчетных режимах обтекания, соответствующих числам Маха набегающего потока 4, 6, 8 и 10. Проведена оптимизация, по методу работы [41], величины аэродинамического качества и сопоставление эквивалентных друг другу конических и плоских волнолетов при различного рода ограничениях на геометрические параметры.

В работах [59–63] проведен анализ аэродинамических характеристик волнолетов в рамках модели вязкого газа в широком диапазоне углов атаки при различных числах Маха. Кратко описана процедура создания виртуальной модели волнолета с использованием невязкого конического поля течения. Выполнены расчеты волнолета объединенного с силовой установкой прямоточного двигателя, определены термодинамические параметры на поверхности такого летательного аппарата. Для численного интегрирования системы уравнений Навье-Стокса использован компьютерный код UST3D, в котором реализован метод расщепления по физическим процессам [64].

Численное моделирование гиперзвукового невязкого обтекания волнолета с использованием модели высокотемпературного воздуха и гибридной архитектуры на основе высокопроизводительных графических процессорных устройств рассмотрено в работе [96].

Завершая краткий обзор работ по аэродинамике волнолетов следует отметить, что несмотря на впечатляющий объём разнообразных исследований их результаты не позволяют дать какие-либо рекомендации в части выбора аэродинамической компоновки летательного аппарата, хотя и дают возможность оценить достижимые значения максимального аэродинамического качества.

Известные решения о форме двумерных и пространственных оптимальных тел также не позволяют формализовать процесс построения оптимальной аэродинамической компоновки с учётом ряда конструктивных параметров летательного аппарата: потребный объём, форма в плане, наличие воздухозаборников, затупленные передние кромки и др.. Поэтому задача построения оптимальной пространственной формы летательного аппарата как важная часть процесса выбора его аэродинамической компоновки остается актуальной и требующей своего исследования и решения.

О сложности этой задачи говорится в монографии [8, стр. 520]: «Следует отдавать себе отчет также в том, какой большой труд следует вложить в общее и хорошо обоснованное решение задачи оптимизации форм. Прежде всего потребуется программа расчета с помощью метода невязкого обтекания произвольного трехмерного крылоподобного тела. Для того чтобы эта программа заслуживала доверия, она должна быть основана на полных уравнениях Эйлера невязкого течения и её логическая структура должна дать возможность учесть ударные волны, положение которых априори неизвестно, возможно расположенные внутри поля течения, равно как и присоединенные к передним кромкам. Необходимы упрощения и они будут возможны, если предположить, что ударные волны везде присоединены, так что верхняя и нижняя стороны независимы. Решение может очень упроститься, если принять предположение о коническом подобии и если течение около передней кромки такое же, как около скользящего клина. Но в принципе необходимо задать поверхность большим неизвестную числом параметров U рассматривать их как независимые неизвестные в некоторой многомерной задаче, метод решения которой станет сам по себе предметом исследования. Решение для невязкого обтекания нужно будет потом соединить с настоящим хорошим расчетом трехмерного сжимаемого пограничного слоя. Очевидно, что нет надежды на общее решение в ближайшее время. Поэтому целью теории такого рода должен быть каталог «хороших» форм вместе с

принятыми для их получения допущениями и оценкой того, как эти допущения отражаются на геометрии.»

Работа [8] опубликована в 1978 году и в настоящее время разработаны методы, необходимые для оптимизации «произвольного трехмерного крылоподобного тела».

Для оптимизации формы волнолетов широко использовался симплекс метод [41], который оперирует только множеством значений оптимизируемой функции в области её определения и не нуждается в вычислении производных. Эта особенность метода приводит к сокращению потребных вычислительных ресурсов и ускорению процесса вычислений.

Применение градиентного метода для оптимизации формы тела с целью повышения его аэродинамического качества представлено в работе [65], в которой в качестве исходной конфигурации принята аэродинамическая компоновка возвращаемого космического аппарата HL-20. Определение аэродинамических коэффициентов в процессе оптимизации выполнялось с использованием локальных соотношений, основанных на формуле Ньютона, местного клина и местного конуса [66].

С применением метода локальных вариаций [67–69] исследованы оптимальные формы крыльев с острыми и затупленными передними кромками, интегральные компоновки, крылатые и бескрылые аэродинамические компоновки ЛА [70–78, 80–82, 90, 92, 94].

Выбор численного метода оптимизации определяется предполагаемой формой оптимизируемых объектов, поверхность которых может описываться функциями, не отвечающими требованиям непрерывной дифференцируемости. К методам подобного типа относятся метод перебора, метод покоординатного спуска, градиентный метод и метод локальных вариаций. При этом последний наиболее экономичен, т.к. необходимо запоминать только одно приближение, применим к широкому классу вариационных задач с ограничениями общего вида, прост по своей логике и легко стандартизируется, что делает его удобным для численного решения [69]. Метод локальных вариаций был использован при

решении вариационных задач о форме тонкого крыла и конического тела при заданных длине и объёме [29, 30, 70]. Повышение производительности компьютеров позволило решить более сложные задачи о форме крылатых и бескрылых конфигураций при различных ограничениях на их форму [71–74]. В частности, были решены задачи об оптимальной форме затупленных треугольных крыльев [82, 94], о влиянии сопла и воздухозаборника на оптимальную форму интегральной компоновки [75–77]. Было показано, что при одинаковом объёме, форме в плане максимальное аэродинамическое качество тел минимального сопротивления и максимального аэродинамического качества имеет одинаковые значения, но реализуется при различных углах атаки [78].

Проведенный выше анализ показывает, что в настоящее время имеются все необходимые компоненты для формализации решения задачи оптимизации пространственных форм и выбора аэродинамической компоновки ЛА, движущегося с большой сверхзвуковой скоростью.

Целью работы является разработка расчетно-оптимизационных методов механики жидкости, газа и плазмы для аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов, совершающих полет в атмосфере с использованием подъемной силы, разработка соответствующих программных кодов (комплексов) для цифровизации процесса аэродинамического проектирования с использованием разработанных методов, а также расчетно-теоретическое исследование оптимальных аэродинамических конфигураций высокоскоростных ЛА.

#### Основные задачи исследования:

1. Разработка простых приближенных методов расчета аэродинамических характеристик тел с кусочно-гладкой и априори неизвестной поверхностью при больших сверхзвуковых скоростях для применения в численной процедуре метода локальных вариаций.

2. Разработка алгоритмов оптимизации формы тела с целью достижения наибольших значений максимального аэродинамического качества

либо минимального коэффициента сопротивления при задании числа Маха, коэффициента трения, угла атаки и различного рода объемных и геометрических ограничений на его форму.

3. Создание программного кода (комплекса), реализующего разработанные алгоритмы оптимизации.

4. Разработка метода аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов, совершающих полет в атмосфере с использованием подъемной силы, основанного на разработанном программном коде.

5. Численное исследование оптимальных аэродинамических конфигураций высокоскоростных ЛА.

#### Предметом исследования являются

Анализ работоспособности локальной модели взаимодействия при расчете аэродинамических характеристик ЛА, совершающих полет в атмосфере с использованием подъемной силы при больших сверхзвуковых скоростях,

Анализ точности и сходимости разработанных алгоритмов оптимизации, сравнение результатов численной оптимизации с известными решениями об оптимальной форме тела, а также с точным решением вариационной задачи.

Анализ влияния математической модели взаимодействия тела с набегающим потоком на решение задачи оптимизации.

Объектом исследования являются: пространственные конфигурации ЛА, совершающих полет в атмосфере с использованием подъемной силы при больших сверхзвуковых обладающие скоростях И минимальным сопротивлением ИЛИ максимальным аэродинамическим качеством при различных изопериметрических условиях: объём, затупление передних кромок, воздухозаборник, сопло, форма полезной нагрузки, форма в плане и пр..

#### Методы исследования включают

- математическое моделирование сверхзвукового обтекания пространственных тел с использованием модели локального взаимодействия, моделей равновесного и неравновесного вязкого и идеального газов;

- прямой вариационный метод локальных вариаций;

- непрямой вариационный метод определения экстремума функционала от функции двух переменных.

#### Научная новизна работы

1. Разработан приближенный метод расчета аэродинамических характеристик тел с кусочно-гладкой и априори неизвестной поверхностью при больших сверхзвуковых скоростях для применения в численной процедуре метода локальных вариаций. Выполнен анализ точности предложенного метода расчета аэродинамических характеристик высокоскоростных летательных аппаратов.

2. На основе численного метода локальных вариаций разработаны алгоритмы оптимизации формы тела с целью достижения максимального аэродинамического качества либо минимального коэффициента сопротивления при задании числа Маха, коэффициента трения, угла атаки и различного рода объемных и геометрических ограничений на его форму.

3. Решена вариационная задача о форме тела максимального аэродинамического качества в сверхзвуковом потоке в рамках локальной модели взаимодействия сверхзвукового потока с поверхностью тела.

4. Создан авторский программный код (комплекс), реализующий разработанные алгоритмы оптимизации.

5. Разработан метод аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов

6. Представлены результаты аэродинамического проектирования интегральной компоновки планера и силовой установки ЛА; аэродинамической компоновки ЛА при заданных форме и габаритах отсеков размещения оборудования полезной нагрузки. Разработан численный расчетно-И оптимизационный метод механики жидкости, газа И плазмы ДЛЯ аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов, совершающих полет в атмосфере с использованием подъемной силы

Достоверность результатов диссертации подтверждается физической обоснованностью постановок задач и строгим аналитическим характером их рассмотрения с применением современных теоретических концепций и математических средств механики жидкости, газа и плазмы, сравнением собственных численных результатов с расчетами других авторов, а также соответствием численных и аналитических решений.

**Практическая значимость**. Разработанный авторский программный код (комплекс) позволяет выполнять аэродинамическое проектирования высокоскоростных летательных аппаратов, совершающих полет в атмосфере с использованием подъемной силы, в широком диапазоне изменения чисел Маха, Рейнольдса, углов атаки при заданной форме в плане с учетом различных конструктивных требований. К таким требованиям могут относиться габаритные размеры силовой установки, полезной нагрузки, объём фюзеляжа, крыла и пр., радиус затупления носка и передних кромок крыла и др.

#### Основными защищаемыми положениями и результатами являются:

- алгоритмы оптимизации формы тела с целью достижения максимального аэродинамического качества либо минимального коэффициента сопротивления при задании числа Маха, коэффициента трения, угла атаки, объемных и геометрических ограничений на его форму;

- авторский программный код (комплекс), реализующий разработанные алгоритмы оптимизации;

- метод аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов, совершающих полет в атмосфере с использованием подъемной силы, основанный на разработанном программном коде;

- приближенный метод расчета аэродинамических характеристик тел с кусочно-гладкой и априори неизвестной поверхностью при больших сверхзвуковых скоростях для применения в численной процедуре метода оптимизации.

Рекомендации по внедрению Результаты работы могут быть рекомендованы для использования:

- в учебном процессе системы высшего образования РФ по специальностям «Аэродинамика и процессы теплообмена летательных аппаратов», «Механика жидкости, газа и плазмы»;

- в конструкторских и научных организациях при создании новых образцов ЛА.

Научные исследования, проведенные в работе, были выполнены в рамках проектов РФФИ: 12-01-00626; 09-01-00171; 06-01-00236; 03-01-00280.

Личное участие автора в получении результатов, изложенных в Разработка диссертации: уточненного метода касательного клина, локальных вариаций конкретизация алгоритма метода для решения аэродинамических задач, создание программного обеспечения, проведение расчётов, их анализ и обобщение.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных профильных научных конференциях и семинарах:

1. Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем» (АФМ), Москва, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2019, 2020, 2022 гг.

Семинар «Теория управления и динамика систем», руководитель:
 Ф.Л. Черноусько, Москва, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского
 РАН, 15 апреля 2020 г.

3. IX Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Нижний Новгород, 22-28 августа 2006г.; X Всероссийский съезд ..., Нижний Новгород, 24-30 августа 2011г.; XI Всероссийский съезд ..., Казань, 20-24 августа 2015г.

4. Школа-семинар «Современные проблемы аэрогидродинамики», Сочи, Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова. 2007, 2011, 2014 гг.

5. Научно-техническая конференция по аэродинамике. ЦАГИ, п. Володарского Московской обл., 2013, 2015 гг.

6. International Conference on the Methods of Aerophysical Research, (ICMAR) Novosibirsk, 2004, 2006, 2008, 2010, 2012, 2014 гг.

7. European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS), 2005, 2007, 2011, 2013 гг.

8. West-East High Speed Flow Field Conference, 19-22 November, 2007, Moscow, Russia.

9. 1<sup>st</sup> International High-Speed Flow Conference, Beijing China, May 13-14, 2014.

10. 6<sup>th</sup>, Sina-Russia High-Speed Flow Conference, Meyang, China, June 22-25, 2006.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 статей из которых 8 индексированы в базах данных «Сеть науки» (Web of Science) или «Скопус» (Scopus) и входят в список рекомендуемых изданий ВАК, а также 24 международных и всероссийских конференций. Получено 5 свидетельств о регистрации прав на программное обеспечение.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из Введения, 4-х глав, Заключения, списка литературы и Приложения. Общий объем работы составляет 161 страницу, включая 124 рисунка и 16 таблиц. Список литературы содержит 103 наименования.

Во введении отражена актуальность рассматриваемой проблемы, сформулирована цель работы и кратко отражена структура диссертации.

В первой главе рассматривается приближенный метод расчета аэродинамических характеристик пространственных тел, основанный на локальном методе касательного клина уточненного по результату единичного расчета обтекания тела идеальным газом. Представлен анализ точности метода, влияния эффектов реального гиперзвукового течения на результаты расчета, приведены зависимости для определения коэффициента трения.

Во второй главе изложен алгоритм метода локальных вариаций для оптимизации формы пространственных тел с целью максимизации аэродинамического качества или минимизации лобового сопротивления.

Исследованы единственность и сходимость численного решения, влияние параметров метода касательного клина, математической модели сверхзвукового потока и закона изменения коэффициента трения на поверхности тела на его оптимальную форму.

В третьей главе сформулирована и решена вариационная задача о форме тела максимального аэродинамического качества при заданной площади его донного сечения и постоянном значении коэффициента трения на его поверхности, а также влияние радиуса затупления передней кромки треугольного крыла на его оптимальную форму.

В четвертой главе изложен метод аэродинамического проектирования и представлены примеры его применения для некоторых моделей ЛА.

В приложении дано описание программного комплекса «Программный комплекс аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов» и инструкция по его применению

В заключении кратко формулируются основные выводы, полученные в диссертации.

# Глава 1. Метод расчета аэродинамических характеристик высокоскоростных летательных аппаратов

В данной главе приведены элементы теории, положенной в основу разработки авторского метода расчета аэродинамических характеристик.

Наряду с методами расчета аэродинамических характеристик летательных аппаратов (ЛА), основанных на численном интегрировании уравнений движения вязкого или идеального газов, в инженерной практике нашли широкое применение и так называемые «локальные» методы (ЛМ). Согласно этим методам, коэффициент давления на поверхности тела определяется углом между вектором нормали в рассматриваемой точке его поверхности ( $\vec{n}$ ) и вектором скорости набегающего потока ( $\vec{v}$ ). Простейшим примером локального метода является формула Ньютона:

$$C_p = k\cos^2(\vec{n}, \vec{v}), \cos(\vec{n}, \vec{v}) > 0$$
$$C_p = 0, \cos(\vec{n}, \vec{v}) \le 0$$

Другими примерами являются методы касательного конуса или клина [12– 14], которые нашли широкое применение в аэродинамике сверхзвуковых скоростей.

Использование уравнений Эйлера или Навье-Стокса для описания взаимодействия сверхзвукового потока с поверхностью ЛА при решении задач оптимизации его аэродинамической компоновки требует огромных затрат машинного времени и сопряжено с определенными трудностями, связанными с необходимостью разработки численных методов расчета обтекания кусочногладких поверхностей с заранее неопределенной конфигурацией.

Локальные методы свободны от этих недостатков, однако их точность априори неизвестна. Ниже предложены формулы для определения коэффициента давления  $C_p$ , в которых, для повышения их точности, введены параметры, определяемые по результатам единичного расчета с использованием численных методов интегрирования уравнений движения идеального газа.

Величина коэффициента сопротивления трения в задачах оптимизации является параметром, однако функциональная зависимость изменения коэффициента трения по поверхности тела может иметь влияние на оптимальную форму. В связи с этим ниже проведен анализ и приведены приближенные зависимости для определения коэффициента трения.

Высокие скорости воздушного потока обуславливают повышение температуры газа в окрестности поверхности тела, что потребовало анализа влияния этого фактора на величину аэродинамических коэффициентов.

#### 1.1. Метод касательного клина

Рассмотрим обтекание пластины плоским сверхзвуковым потоком с числом Маха M, расположенной под углом атаки  $\alpha$  к набегающему потоку. Если угол атаки не превосходит некоторой предельной величины, зависящей от  $\alpha$  и M, то на подветренной стороне пластины от её передней кромки формируется волна разряжения, а на наветренной стороне – присоединенный плоский скачок уплотнения слабого семейства.

Течение разрежения представляет собой систему плоских звуковых волн, вдоль которых параметры потока постоянны. Условие изэнтропичности течения и интеграл Бернулли позволяют выразить давление, плотность, скорость потока, местную скорость звука, местное число Маха набегающего потока и угол между направлением скорости в данной точке и направлением невозмущенного потока. Газ на наветренной стороне движется параллельно пластине, и его параметры определяются формулами косого скачка уплотнения. При больших числах Маха и  $M\alpha > 1$   $M\alpha \sim 1$  для совершенного газа с постоянными теплоемкостями давление на пластине определяется формулами [11]:

$$C_{p} = \frac{2}{\gamma M^{2}} \left[ \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{2} M \alpha \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right] -$$
подветренная сторона,  
$$C_{p} = 2\alpha^{2} \left[ \frac{\gamma + 1}{4} + \sqrt{\left(\frac{\gamma + 1}{4}\right)^{2} + \frac{1}{M^{2} \alpha^{2}}} \right] -$$
наветренная сторона.

Приведенные выше выражения для коэффициента давления на пластине получены при достаточно сильных ограничениях на величины M и  $\alpha$ . Вместе с тем известно, что замена  $\alpha$  на sin $\alpha$  в последней формуле позволяет хорошо описывать зависимость коэффициента нормальной силы наветренной стороны треугольной пластины от угла атаки [79].

Для тела произвольной формы приведенные выше формулы перепишутся в следующем виде:

$$C_{p} = k_{1} \cos^{2}(\vec{n}, \vec{v}) \left[ \frac{\gamma + 1}{4} + \sqrt{\left(\frac{\gamma + 1}{4}\right)^{2} + \frac{1}{A^{2}}} \right], \quad \cos(\vec{n}, \vec{v}) > 0$$

$$C_{p} = \frac{k_{2}}{\gamma \left(M^{2} - 1\right)} \left[ \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2}A\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right], \quad \cos(\vec{n}, \vec{v}) \le 0 \quad (1.1)$$

$$C_{p} = -\frac{k_{2}}{\gamma \left(M^{2} - 1\right)}, \quad 1 - \frac{\gamma - 1}{2}A < 0$$

$$A^{2} = \left(M^{2} - 1\right) \cos^{2}(\vec{n}, \vec{v}), \quad A > 0$$

Здесь  $\vec{n}$  – вектор местной нормали к поверхности тела,  $\vec{v}$  – вектор скорости набегающего потока,  $k_1$ ,  $k_2$  – параметры, зависящие от формы тела.

Эти формулы назовём формулами касательного клина для расчета аэродинамических коэффициентов пространственных конфигураций.

Легко убедиться, что при  $k_1 = 2$  и  $A \to \infty$  зависимости (1.1) соответствуют закону сопротивления Ньютона:

$$C_{p} = \begin{cases} (\gamma + 1)\cos^{2}(\vec{n}, \vec{v}), & \cos(\vec{n}, \vec{v}) > 0\\ 0, & \cos(\vec{n}, \vec{v}) \le 0 \end{cases}$$

При малых сверхзвуковых скоростях  $A \rightarrow 0$  и  $k_1 = k_2 = 2$  зависимости (1) соответствуют формулам Аккерета для плоской пластины, расположенной под малым углом атаки  $\alpha = \arcsin(\cos(\vec{n}, \vec{v}))$ .

$$C_{p} = \begin{cases} 2\cos(\vec{n},\vec{v})(M^{2}-1)^{-1/2}, & \cos(\vec{n},\vec{v}) > 0\\ -2\cos(\vec{n},\vec{v})(M^{2}-1)^{-1/2}, & \cos(\vec{n},\vec{v}) \le 0. \end{cases}$$

Изменяя параметры  $k_1$  и  $k_2$ , мы получаем различные значения коэффициента  $C_p$ , что может быть использовано для повышения точности метода касательного клина.

Действительно, естественно предположить, что значения  $k_1$  и  $k_2$  могут быть приняты неизменными для определенного класса тел: затупленные конусы, треугольные крылья, более сложные конфигурации. При этом целесообразно определение значений  $k_1$  и  $k_2$  проводить путем сравнения значений аэродинамических коэффициентов  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , полученных с применением формул (1.1) и путем численного интегрирования уравнений движения идеального газа.

Заметим, что достаточно провести упомянутое интегрирование при одном угле атаки и любом числе Маха M > 5, например, при M = 10. Определенные таким образом  $k_1$  и  $k_2$  позволяют получать значения аэродинамических коэффициентов рассматриваемой конфигурации при значениях угла атаки, скольжения, крена и числах Маха, соответствующих безотрывным режимам обтекания.

Запишем также необходимые в дальнейшем изложении формулы для отношения температуры поверхности пластины к полной температуре набегающего потока, при обтекании пластины под углом атаки  $\alpha$  сверхзвуковым потоком с числом Маха  $M_1$  [11, с.43-49].

На стороне разрежения (подветренная сторона пластины):

$$\frac{T}{T_0} = \frac{T}{T_1} \frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{M_1}{M}\right)^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_1^2\right)$$

$$\frac{M_1}{M} = 1 - \frac{\gamma - 1}{2}M_1 \sin \alpha = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}}$$

$$C_p = 2\frac{p - p_1}{\rho_1 v_1^2} = 2\frac{p_1}{\rho_1 v_1^2} \left(\frac{p}{p_1} - 1\right) = \frac{2}{\gamma M_1^2} \left(\frac{p}{p_1} - 1\right)$$

$$\frac{p}{p_1} = \frac{\gamma M_1^2}{2}C_p + 1$$
(1.2)

$$g_{w} = \frac{T}{T_{0}} = \left(1 + \frac{\gamma M_{1}^{2}}{2}C_{p}\right)^{2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_{1}^{2}\right)$$
(1.3)

На стороне давления (наветренная сторона пластины):

$$\frac{T}{T_0} = \frac{T_1 T}{T_0 T_1} = M_1^2 \sin^2 \alpha \frac{\gamma(\gamma - 1)}{2} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right)$$
(1.4)

$$M = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2}{\gamma(\gamma - 1)}}$$
(1.5)

Аэродинамические коэффициенты пространственной конфигурации определяются по следующему алгоритму:

1. При заданных значениях (M,  $\alpha$ ), например (10, 5°), проводится численный (точный) расчет обтекания пространственной конфигурации в рамках модели идеального газа и определяются аэродинамические коэффициенты  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , K;

2. При заданных значениях (M,  $\alpha$ ) с использованием формул (1.1), определяются аэродинамические коэффициенты  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , K и путем сравнения с результатами расчета по пункту 1 подбираются значения параметров  $k_1$ ,  $k_2$ , обеспечивающих близость к данным точного расчета;

3. В расчетном диапазоне изменения чисел M и  $\alpha$  аэродинамические коэффициенты  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , K определяются с использованием формул (1.1) при определенных в п. 2 значениях  $k_1$ ,  $k_2$ .

Данная технология расчета изложена в работах [71–73, 77].

## 1.2. Анализ применимости метода касательного клина для расчета аэродинамических коэффициентов пространственных конфигураций

Для оценки работоспособности формул (1.1) были проведены расчеты обтекания трех конфигураций спускаемых космических аппаратов [71, 73]: затупленные треугольные крылья со стреловидностью  $\chi = 60^{\circ}$  и  $\chi = 75^{\circ}$  (рис. 1.1, 1.4), КА «Клипер» РКК Энергия типа «несущий корпус» (рис. 1.7) [1] и «несущий корпус» с крылом (рис. 1.10) [2], крылатый вариант ВКА «Клипер» ФГУП «ЦАГИ» (рис. 1.13) [3].

В соответствии с изложенной технологией расчета сначала было проведено численное моделирование перечисленных конфигураций при угле атаки  $\alpha = 15^{\circ}$  и числе Маха M = 10, а затем по результатам этих расчетов были выбраны значения параметров  $k_1$  и  $k_2$  и рассчитаны аэродинамические коэффициенты  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , Kпо методу касательного клина. Результаты этих расчетов приведены на рис. 1.2, 1.3, 1.5, 1.6, 1.8, 1.9, 1.11, 1.12. Там же нанесены значения соответствующих коэффициентов, полученных путем численного интегрирования уравнений движения идеального газа.

Зависимость коэффициента давления от координаты *х* вдоль средней линии на нижней поверхности крылатого варианта КА Клипер РКК «Энергия» и распределение давления по его нижней поверхности представлены на рис. 1.14 и 1.15 соответственно. В целом, приведенные графики демонстрируют хорошую корреляцию результатов точных и приближенных расчетов.



Рис. 1.1 – Треугольное крыло стреловидности  $\chi = 60^{\circ}$ , V = 0.0438,  $r_{\rm e} = 0.005$ ,

M = 10



Рис. 1.2 – АДК треугольного крыла стреловидности  $\chi = 60^{\circ}$  при M = 10



Рис. 1.3 – АДХ треугольного крыла стреловидности  $\chi = 60^{\circ}$  при M = 10



Рис. 1.4 – Треугольное крыло стреловидности  $\chi = 75^{\circ}$ , V = 0.0204,  $r_{\rm e} = 0.005$ ,

M = 10



Рис. 1.5 – АДК треугольного крыла стреловидности  $\chi = 75^{\circ}$  при M = 10



Рис. 1.6 – АДХ треугольного крыла, стреловидности  $\chi = 75^{\circ}$  при M = 10



Рис. 1.7 – СА «Клипер» ЦАГИ [9]



Рис. 1.8 – АДК СА «Клипер» ЦАГИ при *M* = 10



Рис. 1.9 – АДХ СА «Клипер» ЦАГИ при M = 10



Рис. 1.10 – СА «Клипер» Энергия [8]



Рис. 1.11 – АДК СА «Клипер» Энергия при *M* = 10



Рис. 1.12 – АДХ СА «Клипер» Энергия при *M* = 10

Приведенные графики показывают, что значения аэродинамического качества рассмотренных конфигураций надежно определяется при  $k_1 = k_2 = 2$ .



Рис. 1.13 – СА «Клипер» РКК «Энергия» в крылатой компоновке [10]



Рис. 1.14 – Распределение коэффициента давления вдоль средней линии на нижней поверхности крылатого CA «Клипер» Энергия при M = 10, α = 15°:
— – Метод местных клиньев, **о** – Уравнения Эйлера.



Рис. 1.15 – Распределение коэффициента давления по нижней поверхности крылатого СА Клипер Энергия при *M* = 10, *α* = 15°:

сверху – Уравнения Эйлера, снизу – Метод местных клиньев

В случае затупленных передних кромок значения коэффициента  $k_1$  следует изменять в зависимости от расположения расчётной ячейки — на затуплении или вне его. Значение коэффициента  $k_1$  на затупленной кромке обозначено как  $k_{1B}$ .

Значения коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{1B}$  слабо зависят от изменения параметров  $(M, \alpha)$  и могут быть определены для одного режима обтекания  $(M, \alpha)$  из рассматриваемого диапазона изменения углов атаки и чисел Маха, что иллюстрируется данными таблицы 1.1.

Таблица 1.1 – Результаты расчёта АДХ треугольного крыла

$M = 6; k_1 = 2.0; k_2 = 1.8; k_{1B} = 1.25 (= k_1 = 2.0)$												
α	$\alpha \qquad C_x \cdot 10^3$		$C_y \cdot 10^2$		$-m_z \cdot 10$			<b>K</b> <sub>max</sub>				
8	5.84	9.67	5.73	9.41	9.78	9.23	0.62	0.64	0.62	4.90	4.12	4.89
12	5.48	9.46	5.71	17.0	17.6	16.58	1.12	1.15	1.10	4.06	3.71	4.02
16	5.74	9.90	6.14	25.9	26.7	25.10	1.71	1.75	1.66	3.22	3.05	3.19

$M = 10; k_1 = 2.0; k_2 = 1.8; k_{1B} = 1.55 (= k_1 = 2.0)$												
α	$\alpha \qquad C_x \cdot 10^3$		$C_y \cdot 10^2$		$-m_z \cdot 10$			<b>K</b> <sub>max</sub>				
8	7.10	9.20	6.83	7.38	7.58	6.82	0.48	0.49	0.45	4.17	3.75	4.10
12	7.41	9.61	7.24	13.9	14.2	13.27	0.91	0.93	0.87	3.72	3.52	3.70
16	8.20	10.5	8.05	22.2	22.6	21.47	1.45	1.48	1.41	3.06	2.96	3.05

В этой таблице приведены результаты расчёта аэродинамических коэффициентов треугольного крыла (рис. 1.16) с углом стреловидности  $\chi = 70^{\circ}$ , радиусом затупления передней кромки  $r_e/l = 0.01$  (l = 1 - длина корневой хорды), объёмом V = 0.0195 при  $C_{p_{\theta}} = 0$ . Здесь каждая величина представлена тремя столбцами: с использованием формул (1.1) – левый столбец, тоже, но при  $k_{1b} = k_1 = 2.0$  – средний столбец и численным интегрированием уравнений движения идеального газа – правый столбец.



Рис. 1.16 — Треугольное крыло стреловидности  $\chi = 70^{\circ}$ , V = 0.0195,  $r_{\rm e} = 0.01$ , M = 10

# 1.3. Влияние физико-химических процессов в высокоскоростном потоке на аэродинамические характеристики несущих конфигураций

Спускаемый аппарат при возвращении на Землю движется с большими сверхзвуковыми скоростями. На этих режимах полета необходимо учитывать происходящие в воздухе при высоких температурах реальные физико-химические процессы (возбуждение внутренних степеней свободы молекул, диссоциацию молекул кислорода и азота и т. д.). Это приводит к увеличению теплоемкости газа (уменьшению показателя адиабаты) и существенному изменению газодинамической среды, в которой находится возвращаемый аппарат.

Для анализа влияния этих процессов на аэродинамику несущих конфигураций были проведены расчёты обтекания упомянутого выше (рис. 1.16) треугольного крыла при M = 15, v = 5 км/с, H = 50км,  $\alpha = 12^{\circ}$ , Re  $= 1.2 \cdot 10^{6}$  в

рамках моделей идеального газа, равновесного и неравновесного течений вязкого газа [82]. Заметим, что при угле атаки  $\alpha = 12^{\circ}$  аэродинамическое качество крыла близко к его максимальному при M = 15 значению. Картина течения около крыла (изобары) показана на рис. 1.17.



Рис. 1.17 — Картина течения около треугольного крыла  $\chi = 70^{\circ}$ ,  $r_e = 0.01$ ,  $\alpha = 12^{\circ}$ , M = 15, Re  $= 1.2 \cdot 10^{6}$ , v = 5 км/с, H = 50 км (а – вид сбоку, б – сзади, в – спереди)

Здесь и ниже расчёт невязкого течения проводился по методу, описанному в работе [83], а вязкого течения – с использованием алгоритмов, описанных в работах [84, 85]. В расчётах коэффициент донного давления принят равным нулю.

В таблице 1.2 приведены коэффициенты аэродинамических сил в связанной системе координат,  $C_{xp}$ ,  $C_{xf}$  – коэффициенты продольной силы давления и трения, соответственно.

	$C_{xp} \cdot 10^3$	$C_y \cdot 10$	$m_z \cdot 10^2$	$C_{xf} \cdot 10^3$
Неравновесный вязкий газ	9.11	1.19	7.79	6.73
Равновесный вязкий газ	9.05	1.16	7.53	6.61
Равновесный невязкий газ	7.96	1.18	7.73	—
Идеальный газ	7.75	1.20	7.85	_

Таблица 1.2 – Коэффициенты аэродинамических сил

Результаты расчёта характеристик крылатого летательного аппарата (рис. 1.13), описанного в работе [3], приведены в таблице 1.3 для скорости полёта v = 5150 м/с, на высоте H = 63 км и v = 5950 м/с, на высоте H = 70 км, при угле атаки  $\alpha = 35^{\circ}$  для условий равновесного течения (eq) и неравновесного (g001) течений при вероятности  $\gamma = 0.01$  гетерогенной рекомбинации атомов О и N. Принятые обозначения: NS – уравнения Навье-Стокса, Euler – уравнения Эйлера. При расчёте вязкого и невязкого течений использовалась расчётная сетка, содержащая около 500000 узлов. Индексы «*p*» и «*f*» в таблице 1.3 определяют источник аэродинамической нагрузки – давление и трение, соответственно.

	H6.	3eq	H63g001	H7	0eq	H70g001
	NS Euler		NS	NS	Euler	NS
$C_{xp}$	0.1122	0.1107	0.1100	0.1132	0.1108	0.1102
$C_{xf}$	0.0146		0.0128	0.0251		0.0212
$C_x$	0.1268		0.1229	0.1383		0.1314
$C_{yp}$	0.9593	0.9617	0.9556	0.9556	0.9541	0.9509
$C_{yf}$	0.0030		0.0028	0.0045		0.0042
$C_{v}$	0.9621		0.9584	0.9603		0.9556
$M_{zp}$	0.6532	0.655	0.6505	0.6483	0.6475	0.6465
$M_{zf}$	0.0027		0.0024	0.0045		0.0040
$M_z$	0.6559		0.6529	0.6528		0.6505

Таблица 1.3 – Аэродинамические характеристики крылатого ЛА

Данные таблиц 1.2 и 1.3 свидетельствуют о слабом влиянии физикохимических процессов, сопровождающих полёт рассмотренных высокоскоростных летательных аппаратов, на их аэродинамические характеристики. Проведенные в ЦАГИ и ЦНИИмаш совместные исследования сверхзвукового обтекания крылатого спускаемого аппарата [86] также показали слабое влияние физико-химических процессов в ударном слое на величину аэродинамических коэффициентов летательных аппаратов с высоким аэродинамическим качеством. Этот вывод коррелирует с исследованиями, проведенными в США по результатам измерений аэродинамических и тепловых нагрузок при полетах КА Shuttle [87], а также с расчетными исследованиями обтекания волнолета [96].

Приведенные данные показывают близость значений  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , K, полученных с использованием «приближенного» и «точного» методов, и иллюстрируют эффективность предложенной вычислительной технологии. Следует заметить, что значения  $K(\alpha)$  слабо зависят от величины параметров  $k_1, k_2$ , т.е. значения аэродинамического качества спускаемых аппаратов можно определять при  $k_1 = k_2 = 2$ . На графиках приведены значения  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , K, рассчитанные как при  $k_1 = k_2 = 2$ , так и при специально подобранных величинах  $k_1$  и  $k_2$ . Можно видеть, что при  $k_1 = k_2 = 2$  значения  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , как правило, значительно отличаются от результатов численного интегрирования уравнений движения идеального газа.

#### 1.4. О распределении коэффициента силы трения на поверхности тела

При решении задач об оптимальной форме тел в гиперзвуковом потоке, как правило, принимается, что коэффициент трения на поверхности тела постоянен [15, 20]. Это допущение существенно упрощает решение задачи, но противоречит результатам экспериментальных и теоретических исследований и в силу этого может привести к ошибочным выводам. Коэффициент сопротивления тела за счет сил трения при оптимизации его формы является параметром задачи, но не результатом её решения, и от способа его задания в большей или меньшей степени зависит оптимальная форма тела. Ниже предложены зависимости распределения коэффициента трения по поверхности тела, используемые при оптимизации его формы наряду с  $C_f = \text{const.}$ 

#### 1.4.1. Ламинарный пограничный слой

В предположении о степенном законе изменения давления на поверхности тела и ламинарном режиме гиперзвукового течения такая зависимость была
предложена в работах [88, 89], в соответствии с которыми значение коэффициента трения пропорционально корню квадратному из отношения безразмерного давления на поверхности тела к текущему числу Рейнольдса.

$$C_f(x) = k \sqrt{\frac{p_w}{p_\infty} \operatorname{Re}_l} \left(\frac{l}{x + 0.01}\right)^n, n \approx 0.5, C_f = \frac{2\tau_w}{\rho_\infty v_\infty^2}$$
(1.6)

Здесь  $p_w$  и  $p_\infty$  – давление на границе пограничного слоя и в набегающем потоке, l – характерный размер, x – расстояние от передней кромки до рассматриваемой точки вдоль оси ОХ. Коэффициент k является параметром задачи и определяется при задании коэффициента сопротивления тела от сил трения  $C_{xf}$ . Справедливость такой зависимости рассмотрим на примерах обтекания гиперзвуковым потоком затупленного треугольного крыла, конфигураций типа несущий корпус [1] и несущий корпус с крылом [3].

Расчет параметров обтекания представленных ниже пространственных тел и крыльев выполнялся на основе численного интегрирования системы уравнений химических Навье-Стокса, дополненных уравнениями сохранения массы компонент [84, 85]. При решении уравнений Навье-Стокса, записанных в консервативном виде в произвольной криволинейной системе координат, использовалась неявная итерационная схема, представляющая собой вариант точечного метода Гаусса-Зейделя. Для описания неравновесно диссоциирующего воздуха использовалась пятикомпонентная модель среды. Подробности численного метода и физико-химической модели воздуха описаны в [84].

Поскольку головная ударная волна рассчитывалась насквозь, на входной границе расчетной области задавались условия невозмущенного потока. Поверхность предполагалась умеренно каталитической с вероятностью гетерогенной рекомбинации атомов О и N равной 0.01. Температура поверхности определялась из условия адиабатичности, когда конвективный тепловой поток равен лучистому потоку, излучаемому нагретой поверхностью:  $q_w = \varepsilon \sigma T^4$ , где  $\varepsilon = 0.8$  – коэффициент черноты. Расчетная сетка – 61-50-61.

В рамках этой математической модели были проведены расчеты обтекания треугольного крыла с клиновидным профилем и плоской нижней поверхностью

(рис. 1.18) неравновесным потоком воздуха при v = 5 км/с,  $\text{Re}_l = 10^6$  в диапазоне углов атаки  $\alpha$  от 0 до 12° [58, 73]. Радиусы затупления носка и передних кромок равны  $r_e = 0.01l$ , где l - длина корневой хорды крыла, угол стреловидности передней кромки  $\chi = 70^\circ$ , объём  $V = 0.0195l^3$ .



Рис. 1.18 – Крыло с клиновидным профилем и плоской нижней поверхностью, угол стреловидности  $\chi = 70^\circ$ ,  $r_e = 0.01$ ,  $V = 0.0195l^3$ 

Зависимости коэффициента  $C_f(x)$  на наветренной и подветренной сторонах крыла в сечениях плоскостями параллельными плоскости симметрии крыла z = const приведены на рис. 1.19. В окрестности передней кромки и на всей подветренной поверхности крыла эти зависимости характеризуются большими отрицательными градиентами и значения коэффициента трения на этой поверхности во много раз меньше по сравнению с наветренной. Так при  $\alpha = 12^\circ$ , если на наветренной стороне среднее значение  $C_f \approx 0.003$ , то на подветренной это значение  $C_f \approx 0.0004$ .



Рис. 1.19 – Изменение  $C_f$  по поверхности треугольного крыла при неравновесном режиме течения (v = 5 км/с,  $\text{Re}_l = 10^6$ ,  $\alpha = 12^\circ$ ):

1 – наветренная поверхность, 2 – подветренная поверхность

Представляет интерес корреляция результатов расчетов по формуле (6) и гиперзвукового вязкого обтекания упомянутых конфигураций. Анализ результатов расчетов величины  $C_f(x)$  и вычислений по формуле (1.6) показал, что их лучшее совпадение наблюдается при n = 0.4. Так как давление торможения на передней кромке ( $p_{w0}$ ) практически постоянно по размаху крыла и не зависит от угла атаки при малых  $\alpha$ , значение коэффициента k для треугольных крыльев с одинаковой стреловидностью также не зависит от  $\alpha$ , что согласуется с результатами проведенных расчетов в диапазоне  $|\alpha| < 14^\circ$ .

Сравнение расчетных значений  $C_f(x, z)$  на поверхности крыла, полученных в рамках решения уравнений Навье-Стокса, и по формуле (1.6), приведенные на рис. 1.20–1.21, иллюстрируют удовлетворительную точность приближенной зависимости (1.6) за исключением окрестности плоскости симметрии на поверхности крыла. Формула (1.6) хорошо описывает изменение  $C_f$  и по поверхности более сложных конфигураций. В качестве примера на рис. 1.22–1.23 приведены зависимости  $C_f(x)$  в различных продольных сечениях конфигурации типа несущий корпус [1] и на рис. 1.24, 1.25 крылатого возвращаемого аппарата [3]. За исключением окрестности затупленной носовой части значения  $C_f$  в наветренной и подветренной областях течения, полученные как в рамках решения задачи вязкого обтекания, так и по формуле (1.6), близки друг к другу.



Рис. 1.20 – Точные и приближенные значения  $C_f(x, z)$  на поверхности треугольного крыла при неравновесном режиме течения (k = 0.143, n = 0.4,

$$v = 5 \text{ km/c}, \text{ Re}_l = 10^6, \alpha = 12^\circ)$$

сплошная линия – уравнения Навье-Стокса; пунктир – формула (6)



Рис. 1.21 — Точные и приближенные значения  $C_f(x, z)$  на поверхности треугольного крыла при неравновесном режиме течения

$$(k = 0.143, n = 0.4, v = 5 \text{ km/c}, \text{Re}_l = 10^\circ, \alpha = 0^\circ)$$

сплошная линия – уравнения Навье-Стокса; пунктир – формула (6)



Рис. 1.22 – Точные и приближенные значения C<sub>f</sub> (x) на поверхности КА Клипер при неравновесном режиме течения в сечениях z = 0 и y = 0, x – в мм сплошная линия – формула (6), пунктир – уравнения Навье-Стокса;

 $(\gamma_{\rm a}=0.01, H=51.9$  км, v=5 км/с,  $\alpha=20^{\circ}, k=0.47, n=0.4)$ 



Рис. 1.23 – Точные и приближенные значения  $C_f(x)$  на кромке КА Клипер при неравновесном режиме течения, x - в мм,

сплошная линия – формула (6), пунктир – уравнения Навье-Стокса;

 $(\gamma_{\rm a} = 0.01, H = 51.9$  км, v = 5 км/с,  $\alpha = 20^{\circ}, k = 0.47, n = 0.4)$ 



Рис. 1.24 — Точные и приближенные значения  $C_f(x)$  на плоскости симметрии

(z = 0) КА при неравновесном режиме течения, x – в мм, сплошная линия – формула (6), пунктир – уравнения Навье-Стокса;

 $(\gamma_{\rm a}=0.01, H=63$  км, v=5151 м/сек,  $\alpha=20^{\circ}, k=0.31, n=0.4)$ 





сплошная линия – формула (6), пунктир – уравнения Навье-Стокса;

$$(\gamma_{\rm a} = 0.01, H = 63 \text{ км}, v = 5151 \text{ м/сек}, \alpha = 20^{\circ}, k = 0.31, n = 0.4),$$

Удовлетворительная корреляция на большей части поверхности тела результатов точного расчета и по формуле (1.6) позволяет использовать эту зависимость для определения коэффициента трения при решении задач поиска оптимальной формы тела в высокоскоростном потоке.

## 1.4.2. Турбулентный пограничный слой

Для моделирования распределения коэффициента трения по поверхности тела при турбулентном пограничном слое используем формулу Л. Козлова [25, стр. 210] с коэффициентом *k*, значение которого определяется исходя из заданного при решении задачи оптимизации коэффициента сопротивления от сил трения.

$$C_{f} = k0.058 g_{w}^{-0.27} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} 0.89 M^{2} \right)^{-0.55} \operatorname{Re}_{x}^{-0.2}$$
(1.7)  
$$g_{w} = \frac{T}{T_{0}} = \left( 1 + \frac{\gamma M_{1}^{2}}{2} C_{p} \right)^{2} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1}^{2} \right)$$

 $g_{\rm w}$  — отношение температуры поверхности тела к полной температуре набегающего потока  $(T/T_0)$ ;

*М*<sub>1</sub> – число Маха на границе пограничного слоя.

При определении коэффициента трения на поверхности тела используются формулы (1.2), (1.3) при  $C_p \le 0$  и (1.4), (1.5) при  $C_p > 0$ .

Значение коэффициента k при заданном  $C_{xf}$  определяется из уравнения:

$$C_{xf} = k \iint_{\Sigma} C_f dS$$

где интегрирование производится по поверхности тела, а C<sub>f</sub> определяется по формулам (1.6) или (1.7).

# **1.5.** Программа расчета суммарных и распределенных аэродинамических характеристик, определяемых силами давления и трения

На основе предложенных методов был разработан алгоритм и создана программа «Расчет аэродинамических характеристик сверхзвуковых летательных аппаратов модифицированным методом местных клиньев».

Программа предназначена для математического моделирования процесса аэродинамического нагружения летательных аппаратов при сверхзвуковых режимах полёта, в широком диапазоне углов атаки, при различных параметрах набегающего потока.

Программа «Расчет аэродинамических характеристик сверхзвуковых летательных аппаратов модифицированным методом местных клиньев» написана на языке высоко уровня С++.

В Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам автором получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ от 27.05.2009 № 2009612691.

## 1.5.1. Задание модельного тела

Модельное тело аппроксимируется поверхностной расчетной сеткой, состоящей из элементарных треугольных ячеек, вершины которых (узлы сетки) лежат на поверхности тела (рис. 1.26).

Узлы расчетной сетки хранятся в виде одномерного несортированного массива, проиндексированного от 1 до N. Элементами этого массива являются записи вида  $\{x_i, y_i, z_i\}$  (i = 1 ... N) – координаты узлов сетки.

Ячейки сетки хранятся в виде одномерного несортированного массива, элементами которого являются записи вида  $\{a_j, b_j, c_j\}$  (j = 1 ... M). Здесь  $a_j, b_j, c_j -$  индексы узлов сетки из массива узлов, являющихся вершинами *j*-й ячейки.



Рис. 1.26 – Модельное тело с построенной расчетной сеткой

## 1.5.2. Задание параметров расчета

В качестве исходных данных в программу расчета передаются параметры потока и модели, приведенные в таблицах 1.4 и 1.5 соответственно.

Таблица 1.4 – Параметры набегающего потока и модельного тела

Параметр	Обозначение	Допустимые значения	
Число Маха	М	230	
Угол атаки	α	0 179°	
Угол рыскания	β	0 179°	
Показатель адиабаты	γ	>0	
Коэф-т трения	τ	$\geq 0$	
Коэф-т подобия на наветренной стороне	$k_1$	>0	
Коэф-т подобия на подветренной стороне	$k_2$	> 0	

Параметр	Обозначение	Допустимые значения
Радиус затупления передней кромки	r <sub>e</sub>	$\geq 0$
Радиус затупления носка	$r_n$	$\geq 0$
Признак учета донного давления		0/1
	$C_{x0}$	$\geq 0$
Нерассчитываемые параметры модели	$C_{y0}$	$\geq 0$
	$C_{z0}$	$\geq 0$

## 1.5.3. Расчет аэродинамических характеристик

На рис. 1.27 представлена элементарная ячейка расчетной поверхностной сетки модели в связанной системе координат.



Рис. 1.27 – Элементарная ячейка в связанной системе координат

Ниже приведена интерпретация выбранных для расчета АДХ формул в данной программе для некоторой элементарной ячейки *j*.

1. Единичный вектор скорости набегающего потока:

$$\vec{\upsilon} = \left\{ \upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z \right\}$$
$$\upsilon'_x = \cos(\alpha)\cos(\beta)$$
$$\upsilon'_y = \cos(\alpha)\sin(\beta)$$
$$\upsilon'_z = \sin(\alpha)$$
$$\Delta_{\upsilon} = \sqrt{\left(\upsilon'_x\right)^2 + \left(\upsilon'_y\right)^2 + \left(\upsilon'_z\right)^2}$$

$$\upsilon_{x} = \upsilon'_{x} / \Delta_{\upsilon}$$
$$\upsilon_{y} = \upsilon'_{y} / \Delta_{\upsilon}$$
$$\upsilon_{z} = \upsilon'_{z} / \Delta_{\upsilon}$$

2. Вершины элементарной ячейки:

$$\mathbf{v}_{j1} = \{ \mathbf{x}_{j1}, \, \mathbf{y}_{j1}, \, \mathbf{z}_{j1} \}, \\ \mathbf{v}_{j2} = \{ \mathbf{x}_{j2}, \, \mathbf{y}_{j2}, \, \mathbf{z}_{j2} \}, \\ \mathbf{v}_{j3} = \{ \mathbf{x}_{j3}, \, \mathbf{y}_{j3}, \, \mathbf{z}_{j3} \}$$

3. Радиус-вектор элементарной ячейки:

$$r_{j} = \left\{ r_{jx}, r_{jy}, r_{jz} \right\}$$
$$r_{jx} = \frac{x_{j1} + x_{j2} + x_{j3}}{3}$$
$$r_{jy} = \frac{y_{j1} + y_{j2} + y_{j3}}{3}$$
$$r_{jz} = \frac{z_{j1} + z_{j2} + z_{j3}}{3}$$

4. Ребра элементарной ячейки рассматриваются как векторы:

$$\vec{e}_{j1} = \{x_{j2} - x_{j1}, y_{j2} - y_{j1}, z_{j2} - z_{j1}\}$$
$$\vec{e}_{j2} = \{x_{j3} - x_{j2}, y_{j3} - y_{j2}, z_{j3} - z_{j2}\}$$

5. Единичный вектор местной внешней нормали к поверхности:

$$\vec{n}_{j} = \left\{ n_{jx}, n_{jy}, n_{jz} \right\}$$

$$\vec{n}_{j} = \frac{\vec{e}_{j1} \times \vec{e}_{j2}}{\left| \vec{e}_{j1} \times \vec{e}_{j2} \right|}$$

$$\vec{n}'_{j} = \vec{e}_{j1} \times \vec{e}_{j2}$$

$$n'_{jx} = \left( y_{j2} - y_{j1} \right) \left( z_{j3} - z_{j2} \right) - \left( z_{j2} - z_{j1} \right) \left( y_{j3} - y_{j2} \right)$$

$$n'_{jy} = \left( z_{j2} - z_{j1} \right) \left( x_{j3} - x_{j2} \right) - \left( x_{j2} - x_{j1} \right) \left( z_{j3} - z_{j2} \right)$$

$$n'_{jz} = \left( x_{j2} - x_{j1} \right) \left( y_{j3} - y_{j2} \right) - \left( y_{j2} - y_{j1} \right) \left( x_{j3} - x_{j2} \right)$$

$$\Delta_{jn} = \sqrt{\left( n'_{jx} \right)^{2} + \left( n'_{jy} \right)^{2} + \left( n'_{jz} \right)^{2}}$$

$$n_{jx} = n'_{jx} / \Delta_{jn}$$
$$n_{jy} = n'_{jy} / \Delta_{jn}$$
$$n_{jz} = n'_{jz} / \Delta_{jn}$$

6. Аналогично рассчитывается единичный вектор касательный к поверхности и лежащий в плоскости векторов  $\vec{v}$  и  $\vec{n}_j$ :

$$\vec{t}_j = \frac{\vec{l}_j \times \vec{n}_j}{\left| \vec{l}_j \times \vec{n}_j \right|}$$
, здесь  $\vec{l}_j = \vec{n}_j \times \vec{\upsilon}$ 

7. Косинус угла между местной нормалью и вектором скорости:

$$\cos\left(\vec{n}_{j},\vec{\upsilon}\right) = n_{jx}\upsilon_{x} + n_{jy}\upsilon_{y} + n_{jz}\upsilon_{z}$$

8. Если в качестве математической модели принят закон Ньютона, то коэффициент давления на поверхности ячейки рассчитывается по следующим формулам:

$$C_{pj} = \begin{cases} (\gamma + 1)\cos^{2}(\vec{n}_{j}, \vec{\upsilon})/2, & \cos(\vec{n}_{j}, \vec{\upsilon}) < 0 \\ 0, & \cos(\vec{n}_{j}, \vec{\upsilon}) \ge 0 \end{cases}$$

Если расчет ведется в рамках математической модели местного клина, то коэффициент давления на поверхности ячейки рассчитывается по формулам:

$$A_j = \sqrt{(M^2 - 1)\cos^2(\vec{n}_j, \vec{\upsilon})}$$

если  $\cos\!\left(\vec{n}_{j}, \vec{\upsilon}\right) < 0$ , то

$$C_{pj} = k_1 \cos^2(\vec{n}_j, \vec{\upsilon}) \left[ \frac{\gamma + 1}{4} + \sqrt{\left(\frac{\gamma + 1}{4}\right)^2 + \frac{1}{A_j^2}} \right]$$

если  $\cos\left(\vec{n}_{j}, \vec{\upsilon}\right) \ge 0$ , то

$$C_{pj} = \frac{k_2}{\gamma (M^2 - 1)} \left[ \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{2} A_j \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right]$$

причем, если  $1 - \frac{\gamma - 1}{2} A_j < 0$ , то

$$C_{pj} = -\frac{k_2}{\gamma \left(M^2 - 1\right)}$$

9. После того, как в соответствии с принятой математической моделью, рассчитан коэффициент давления, его составляющие рассчитываются по формулам:

$$C_{pjx} = -n_{jx}C_{pj}$$
$$C_{pjy} = -n_{jy}C_{pj}$$
$$C_{pjz} = -n_{jz}C_{pj}$$

10. Аналогично производится расчет коэффициента трения и его составляющих:

$$C_{fj} = \tau$$
$$C_{fjx} = t_{jx}C_{fj}$$
$$C_{fjy} = t_{jy}C_{fj}$$
$$C_{fjz} = t_{jz}C_{fj}$$

11. Расчет суммарных характеристик и аэродинамического качества:

$$C_{x} = \sum_{j=1}^{M} \left( C_{pjx} + C_{fjx} \right) + C_{xe} + C_{xn} + C_{x0}$$

$$C_{y} = \sum_{j=1}^{M} \left( C_{pjy} + C_{fjy} \right) + C_{y0}$$

$$C_{z} = \sum_{j=1}^{M} \left( C_{pjz} + C_{fjz} \right) + C_{z0}$$

$$C_{xa} = C_{z} \upsilon_{z} + C_{x} \upsilon_{x}$$

$$C_{za} = C_{z} \upsilon_{x} - C_{x} \upsilon_{z}$$

$$K = \frac{C_{za}}{C_{xa}}$$

$$m_{y} = \sum_{j=1}^{M} \left( C_{pjx} r_{jz} - C_{pjz} r_{jx} \right)$$

Здесь  $C_{xe}$ ,  $C_{xn}$ ,  $C_{x0}$ ,  $C_{y0}$  и  $C_{z0}$  – сопротивление затупленной кромки, сопротивление затупленного носка, сопротивление несчитаемых элементов

компоновки, вклад несчитаемых элементов компоновки в боковую и подъемную силы соответственно.

## 1.5.4. Результаты работы компьютерного кода

По результатам работы программы происходит выдача аэродинамических коэффициентов, аэродинамического качества и других аэродинамических и геометрических показателей модельного тела.

Таблица 1.6 – Рассчитываемые показатели модельного тела

Параметр	Обозначение	
Объем	V	
Площадь в плане	$S_{pl}$	
Площадь	S	
Аэродинамическое качество	K	
Суммарный коэф-т сопротивления	$C_x$	
Коэф-т волнового сопротивления	$C_{xw}$	
Коэф-т сопротивления трения	$C_{xf}$	
Коэф-т донного сопротивления	$C_{xb}$	
Коэф-т сопротивления кромок	$C_{xe}$	
Коэф-т сопротивления носка	$C_{xn}$	
Суммарный коэф-т боковой силы	$C_y$	
Коэф-т волновой составляющей боковой силы	$C_{yw}$	
Коэф-т составляющей трения боковой силы	$C_{yf}$	
Суммарный коэф-т подъемной силы	$C_z$	
Коэф-т волновой составляющей подъемной силы	$C_{zw}$	
Коэф-т составляющей трения подъемной силы	$\overline{C_{zf}}$	

## Выводы к Главе 1

Разработан локальный метод расчета аэродинамических характеристик летательного аппарата в сверхзвуковом потоке совершенного газа, основанный на анализе сверхзвукового обтекания плоской пластины под углом атаки.

Сравнительные исследования в рамках невязкого обтекания показали хорошую сходимость результатов расчетов с использованием приближенного и CFD методов при определении аэродинамических характеристик спускаемых летательных аппаратов и треугольных затупленных крыльев.

Предложена приближенная зависимость для определения коэффициента сопротивления трения на поверхности спускаемых летательных аппаратов, верификация которой выполнена путем сравнения с опубликованными результатами расчетов равновесного и неравновесного обтекания затупленного треугольного крыла и крылатого летательного аппарата вязким сверхзвуковым потоком при ламинарном режиме течения в пограничном слое.

Представлен программный комплекс для приближенного расчета аэродинамических коэффициентов пространственных тел в сверхзвуковом потоке.

# Глава 2. Метод локальных вариаций для решения задач оптимизации формы летательных аппаратов

В данной главе рассматривается метод решения задачи поиска формы пространственного тела обладающего оптимальными аэродинамическими характеристиками.

Дальность полета ЛА на крейсерском режиме, а также его маневренность, наряду с удельным импульсом двигателя, определяются аэродинамическим качеством аппарата, увеличение которого в диапазоне больших чисел Маха (M > 5) возможно лишь при переходе от традиционной аэродинамической компоновки оперенного корпуса к концепции несущего корпуса [8] и определение формы ЛА, обладающего максимальным значением  $K_{\text{max}}$ , остаётся актуальной задачей аэродинамики. Решению этой задачи посвящено большое число работ, как в нашей стране, так и за рубежом, однако все они, как правило, рассматривают лишь отдельные элементы ЛА: носовая часть, крыло, корпус. Попытки формализации решения вариационной задачи форме 0 пространственного тела максимального аэродинамического качества связаны с использованием поверхностей тока известных точных решений задач сверхзвукового обтекания клина или конуса в качестве поверхности ЛА. Построенные таким образом конфигурации получили название «волнолёт». Исследование аэродинамических свойств волнолётов позволяет представить основные особенности интегральной аэродинамической формы гиперзвуковых соответствующие летательных аппаратов И этим формам величины аэродинамического качества. Однако известные формы таких волнолетов весьма далеки от реальных ЛА, что затрудняет их использование для решения задачи о выборе аэродинамической компоновки при задании формы ЛА в плане, формы и размеров отдельных элементов его внешней и внутренней компоновки.

В связи с этими обстоятельствами ниже рассмотрен прямой метод оптимизации формы пространственного тела при произвольных, но разумных изопериметрических условиях, основным из которых является форма ЛА в плане.

Это базовое условие связано с тем, что в настоящее время накоплена обширная база данных о форме в плане различных ЛА и их проектирование начинается именно с выбора формы летательного аппарата в плане [9].

Ниже рассматривается задача поиска оптимальной формы высокоскоростного (M > 5) летательного аппарата, которая обеспечивает ему максимальное аэродинамическое качество, либо минимальное лобовое сопротивление.

Исследования автора в рассматриваемом направлении изложены в работах [31, 33, 71-78, 80-82, 93, 94].

### 2.1 Постановка задачи оптимизации формы тела

Рассмотрим в связанной системе координат (рис. 2.1) обтекание тела высокоскоростным потоком газа. Ось ОХ направлена вдоль продольной оси летательного аппарата, ось ОZ направлена вертикально вверх, а ось ОУ дополняет систему координат до правой. Вектор скорости набегающего потока составляет угол α с осью ОХ.



Рис. 2.1 – Тело в связанной системе координат

Для определенности рассмотрим тела симметричные относительно вертикальной плоскости XOZ. Аэродинамические коэффициенты пространственного тела определяются формулами:

$$C_{x} = \frac{1}{S} \iint_{\Sigma} \left[ C_{p}(x, y) \cos(\vec{n}, \vec{x}) + C_{f}(x) \cos(\vec{t}, \vec{x}) \right] dS$$

$$C_{z} = \frac{1}{S} \iint_{\Sigma} \left[ C_{p}(x, y) \cos(\vec{n}, \vec{z}) + C_{f}(x) \cos(\vec{t}, \vec{z}) \right] dS$$

$$C_{xa} = C_{z} \sin \alpha + C_{x} \cos \alpha$$

$$C_{za} = C_{z} \cos \alpha - C_{x} \sin \alpha$$

$$K = \frac{C_{za}}{C_{xa}}$$

$$K = \frac{C_{za}}{C_{xa}}$$

$$(2.2)$$

Здесь *C<sub>x</sub>*, *C<sub>z</sub>*, *m<sub>y</sub>*, – аэродинамические коэффициенты, определенные в связанной с телом системе координат.

Поверхность тела задаётся в виде:

$$z - f(x, y) = 0$$
 (2.3)

*S* – площадь проекции тела на плоскость XOY

*С<sub>x</sub>* – коэффициент лобового сопротивления;

*C*<sub>z</sub> – коэффициент подъемной силы;

К-аэродинамическое качество.

Здесь Σ – проекция тела на плоскость ХОУ или форма тела в плане.

На границе Г области Σ допускается расположение элементов поверхности тела, которые остаются неизменными в процессе оптимизации (затупленный носок, затупленные передние кромки, и др.)

Примем, что длина тела L = 1.

Запишем оптимизируемый функционал в виде

$$J = \Phi(J_1, J_2)$$

$$J_1 = C_x = \frac{1}{S} \iint_{\Sigma} C_p \cos(n, x) \frac{dxdy}{|\cos(n, z)|} + \frac{C_f}{S} \iint_{\Sigma} \frac{\cos(\vec{\tau}, \vec{x})}{|\cos(n, z)|} dxdy + \frac{2}{\gamma M^2} \frac{S_{\text{дон}}}{S} + C_{xo} \quad (2.4)$$

$$J_2 = C_z = \frac{1}{S} \iint_{\Sigma} C_p \cos(n, z) \frac{dxdy}{|\cos(n, z)|} + \frac{C_f}{S} \iint_{\Sigma} \frac{\cos(\vec{\tau}, \vec{z})}{|\cos(n, z)|} dxdy$$

n – единичный вектор внешней нормали к поверхности:

$$\vec{n} = \frac{\operatorname{sgn}(f_x)}{\Delta} \{f_x, f_y, -1\}, \quad \Delta^2 = 1 + f_x^2 + f_y^2$$

Здесь  $\vec{\tau}$  – вектор, касательный к поверхности тела и лежащий в плоскости векторов  $\vec{n}$  и  $\vec{v}$ . При этом  $\cos(\tau, x) > 0$ ,  $\vec{\tau} = \frac{1}{\Delta \Delta_1} \{ \Delta_1^2, -f_x f_y, f_x \}$ ,  $\Delta_1^2 = 1 + f_y^2$ .

Задача заключается в определении функции z = f(x, y), сообщающей максимум (максимальное аэродинамическое качество) или минимум (минимальное сопротивление) функционалу (2.5) при ограничениях (2.6) – (2.8)

$$J = \iint \left( x, y, z, \partial f / \partial x, \partial f / \partial y \right)$$
(2.5)

при «*f*» определенной в области Σ, удовлетворяющей ограничениям:

$$(x, y, z) \in U, (x, y) \in \Sigma$$
 (2.6)

где *U* – заданное множество в трёхмерном пространстве. В качестве изопериметрических условий могут быть заданы: объём тела:

$$V = \iint_{\Sigma} f(x, y) dx dy$$
(2.7)

форма донного сечения тела,

форма и объёмы элементов, расположенных в области  $\Sigma$  и на её границе Г.

$$\Sigma_i \in \Sigma, U_i \in U , \qquad (2.8)$$

где *i* – номер элемента.

В качестве таких элементов могут быть носок фюзеляжа, крыло, воздухозаборник и др.

На функцию *f*(*x*, *y*) условия непрерывной дифференцируемости не налагаются.

Форма и объёмы элементов могут служить альтернативой условию постоянного объема. В этом случае ограничение на объем тела может быть исключено.

Сформулированная изопериметрическая вариационная задача не может быть решена непрямыми методами вариационного исчисления и для численного

её решения следует пользоваться непосредственно её вариационной формулировкой.

Коэффициент давления на поверхности тела определяется по методу касательного клина, изложенному в первой главе.

## 2.2 Алгоритм метода локальных вариаций

В качестве прямого вариационного метода решения сформулированной задачи выбран численный метод локальных вариаций [67-69], что связано с рядом обстоятельств. Прямые вариационные методы решения сформулированной вариационной задачи предполагают итерационный процесс последовательных приближений, где необходимо хранить информацию, по крайней мере, о значениях  $f_i$  искомой функции и частных производных  $\partial J/\partial f_i$  на предыдущем приближении. Это означает, что если число значений f<sub>i</sub> равно N, то для получения следующего приближения необходимо хранить в памяти компьютера не менее 2N чисел. Метод локальных вариаций оперирует только N числами на каждом приближении. Кроме того, метод по логике весьма прост, его сходимость к абсолютному экстремуму определяется разумным, т. е. обоснованным физическими соображениями, начальным приближением. Большое потребное вычислений нивелируется простотой время алгоритма И растущим быстродействием вычислительных устройств. Метод хорошо зарекомендовал себя при решении задач об оптимальной форме тел в гиперзвуковом потоке [29, 30, 70, 77, 93].

Разобьем расчетную область  $\Sigma$  на треугольные элементы, как показано на рис. 2.2. Разбиение проводится следующим образом: отрезок оси ОХ [0, 1] делится на N малых отрезков  $\Delta x$ , длина которых может быть различной:

$$x_i = \sum_{k=1}^{l} \Delta x_k$$



Рис. 2.2 – Расчетная область с разбиением



Рис. 2.3 – Треугольные элементы на поверхности тела и вариация

Отрезки линий  $x_i$  = const, расположенные внутри расчетной области  $\Sigma$  делятся на отрезки  $\Delta y$ , длина которых также может быть различной. Координата

$$y_j$$
 каждой точки  $y_j = \sum_{k=1}^j \Delta y_{kj}$ .

Таким образом, в расчетной области образовано множество точек  $(x_i, y_{kj})$ , i = 0, 1, 2, ..., n; j = 0, 1, 2, ..., m, соединяя которые определенным образом получаем разбиение области  $\Sigma$  на элементарные треугольники, которые и являются элементарными областями интегрирования (рис. 2.2). Соответственно поверхность тела также разбивается на треугольные элементы (рис. 2.3). Каждой точке  $(x_i, y_{ij})$  соответствуют, как правило, два значения z и для того, чтобы избежать неоднозначности z = f(x, y), расчетные точки на поверхности нумеруются сквозным образом  $z_{i,l}(x_i, y_{i,j})$ ; = 0,1,...,m; l = 0 = 0,1,...,2m.

Вследствие такого разбиения поверхность тела заменяется совокупностью элементарных плоских треугольных площадок (рис. 2.3), к каждой их которых строятся векторы  $\vec{n}_{i,j}$  и  $\vec{\tau}_{i,j}$ . Аэродинамические коэффициенты каждой элементарной площадки записываются в виде:

$$S\Delta C_{x} = C_{p}f_{x}\Delta x\Delta y \operatorname{sgn} f(x) + C_{f}\sqrt{1 + f_{y}^{2}}\Delta x\Delta y,$$
  
$$S\Delta C_{z} = -\operatorname{sgn} f(x)C_{p}\Delta x\Delta y + C_{f}f_{x}\frac{1}{\sqrt{1 + f_{y}^{2}}}\Delta x\Delta y.$$

Значение  $C_{pb}$  присутствует только при рассмотрении точек поверхности, соответствующих x = 1.

В формулы для определения  $\Delta C_x$  и  $\Delta C_z$  входят  $f_x, f_y$ . Для их определения найдем уравнение плоскости, проходящей через три точки с координатами  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)$ :

$$z - ax - by + c = 0$$

Очевидно, что  $f_x = a, f_y = b$ .

Определяя  $\Delta C_x$ ,  $\Delta C_z$  для каждого элемента поверхности, получим:

$$SC_{x} = \sum_{i} \sum_{l} \left[ \left( C_{p} \operatorname{a} \operatorname{sgn}(a) + C_{f} \sqrt{1 + b^{2}} \right) \Delta x \Delta y \right]_{i,l} + \frac{2}{\chi M^{2}} \frac{S_{b}}{S} + C_{xo},$$

$$SC_{z} = \sum_{i} \sum_{l} \left[ \left( C_{p} \operatorname{sgn}(a) + C_{f} \sqrt{1 + b^{2}} \right) \Delta x \Delta y \right]_{i,l}.$$
(2.9)

Алгоритм метода локальных вариаций заключается в следующем:

1. Задается исходная конфигурация, которая имеет заданный объем и форму в плане (на плоскости *XOY*), расчетная сетка, вариация  $h \le \Delta x$  ординаты  $z_{il}$ .

2. Определяется значение функционала *J* исходной конфигурации с использованием формул (2.9).

3. Выполняется вариация  $(h, \Delta z_{jk})$ : изменяются ординаты точек  $z_{il} = z_{il} + h$  и  $z_{jk} = z_{jk} + \Delta z_{jk}$ , где  $\Delta z_{jk}$  определяется из условия  $\Delta V = 0$  или V = const.

4. Если эта вариация увеличивает значение K, то точкам (i, l) и (j, k)присваиваются ординаты  $z_{i,1} = z_{i,1} + \Delta z_{i,1}$  и  $z_{j,k} = z_{j,k} + \Delta z_{j,k}$  и процедура определения K повторяется в соседней точке иначе задаётся вариация  $(-h, \Delta z_{jk})$ .

5. Если вариация  $\pm h$  не увеличивает значение *K*, величины  $\Delta z_{i,1} = 0$ ,  $\Delta z_{j,k} = 0$  и рассматривается вариация в следующей точке поверхности. Описанная выше вариация иллюстрируется на рис. 2.4 для сечения поверхности тела  $x = x_i$ .



Рис. 2.4 – Локальная вариация

6. Если при переборе всех точек  $(x_i, y_{ij})$  значение *K* не изменяется, то уменьшается значение  $h^* = h/2$  и варьирование  $z_{ij}$  повторяется. Количество таких уменьшений следует определить в процессе расчета в зависимости от потребной точности определения значений  $z_{ij}$ .

При определении значений аэродинамических характеристик разработанный метод оптимизации использует локальную модель взаимодействия набегающего сверхзвукового потока с поверхностью тела, который является методом приближенным, что может влиять на решение задачи. В связи с этим необходимо исследовать как влияние используемой математической модели на форму оптимального решения, так и влияние коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$ , а также способа задания коэффициента трения на поверхности тела – постоянный или переменный, состояние пограничного слоя. Очевидно, что влияние существует, но насколько оно велико и можно ли его не учитывать. Эти вопросы рассмотрены ниже, также как и единственность численного решения.

## 2.3 Анализ сходимости численного решения вариационной задачи

С помощью реализованного программного комплекса был проведен ряд исследований сходимости вариаций. Исследования метода локальных форм полученных в проводились путем сравнения оптимальных ходе оптимизации при одинаковых изопериметрических условиях и параметрах набегающего потока, но при использовании различных исходных конфигураций.

В первом исследовании рассматривалась оптимизация треугольного крыла полуразмаха b = 0.5, имеющего заданный постоянный объем V = 0,033333, при угле атаки  $\alpha = 0^{\circ}$  и параметрах потока M = 15 и  $C_f = 0,002$ . Поверхностная расчетная сетка половины модели (рис. 2.5 а, в, д) разбивает поверхность крыла на 16 сечений в продольном направлении и на 16 в поперечном и состоит из 543 треугольных ячеек, включая донные.

Оптимизация велась от трех начальных конфигураций:

- ромбовидное донное сечение, симметричное относительно горизонтальной плоскости (*XOY*) (рис. 2.5 а);
- треугольное донное сечение, весь объем тела расположен ниже XOY (рис. 2.5 в);
- треугольное донное сечение, весь объем тела расположен выше XOY (рис. 2.5 д).

На рис. 2.5 б, г, е приведены формы, полученные в результате данных расчетов. Формы донных сечений исходных и оптимальных крыльев приведены на рис. 2.6. Видно, что сечения оптимальных крыльев совпадают. Зависимость аэродинамического качества от угла атаки начальных и оптимальных треугольных крыльев представлены на рис. 2.7.

Представленные данные свидетельствуют о том, что, независимо от исходной формы, решение задачи при всех трех начальных вариантах оказывается одинаковым. При этом максимальное аэродинамическое качество оптимального крыла во всех случаях точно равно K = 4,061.



Рис. 2.5 – Начальные (а, в, д) и оптимальные (б, г, е) формы треугольного крыла постоянного объема



Рис. 2.6 – Формы донных сечений исходных (а, в, д) и оптимальных (б, г, е) конфигураций треугольного крыла постоянного объема



Рис. 2.7 – Зависимость  $K(\alpha)$  для начальных и оптимальных треугольных

#### крыльев

Во втором случае исследовалась оптимизация крыла аналогичного рассмотренному в первом случае, при аналогичных угле атаки и параметрах потока:  $\alpha = 0^{\circ}$ , M = 15,  $C_f = 0,002$ , но не имеющего заданного объема V. Поверхностная расчетная сетка использовалась та же. Отдельно стоит отметить, что объем исходных конфигураций в этом случае был различным.

Оптимизация велась от трех начальных конфигураций:

- ромбовидное донное сечение, симметричное относительно горизонтальной плоскости (*XOY*), объем V = 0.033333 (рис. 2.8 а);
- треугольное донное сечение, весь объем тела расположен ниже *XOY*, объем V = 0.016667 (рис. 2.8 в);
- треугольное донное сечение, весь объем тела расположен выше *XOY*, объем V = 0.05 (рис. 2.8 д).



Рис. 2.8 – Начальные (а, в, д) и оптимальные (б, г, е) формы треугольного крыла свободного объема

Все три оптимизационных расчета дали одинаковый результат. При этом крыло вырождается в пластину нулевой толщины (V = 0.000126). Форма данной пластины стремится к плоскости расположенной под оптимальным углом атаки (рис. 2.8 б, г, е). Аэродинамическое качество таких оптимальных крыльев

K = 4.805. Формы донных сечений исходных и оптимальных крыльев приведены на рис. 2.9. Видно, что сечения оптимальных крыльев совпадают. Зависимости аэродинамического качества от угла атаки исходных конфигураций и треугольной пластины приведены на рис. 2.10.



Рис. 2.9 – Формы донных сечений исходных (а, в, д) и оптимальных (б, г, е) конфигураций треугольного крыла свободного объема



Рис. 2.10 – Зависимость  $K(\alpha)$  для начальных и оптимальных треугольных крыльев при  $C_f = 0.002, M = 15.$ 

## 2.4 Анализ влияния параметров k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub> на оптимальную конфигурацию

Значения  $C_p(x, y)$ , аэродинамических коэффициентов, аэродинамического качества зависят от параметров  $k_1$  и  $k_2$  (Глава 1), что может отразиться на результате оптимизации формы тела. При этом значения этих коэффициентов, справедливые для начальной конфигурации, могут не соответствовать оптимальной. В этой связи следует изучить степень влияния  $k_1$  и  $k_2$  на результат численного решения задачи оптимизации, т.е. на оптимальную форму, определенного с использованием формул (1.1).

Анализ влияния значений  $(k_1, k_2)$  на оптимальную форму тела выполним для конфигурации треугольной формы в плане с объёмом V = 0.0333, длиной l = 1, углом стреловидности  $\chi = 63,43^{\circ}$  (рис. 2.11) при M = 6,  $\alpha = 0$ ,  $C_f = 0.002$  и значении коэффициента донного давления, определенного по формуле (1.1).

Поверхностная расчетная сетка половины модели (рис. 2.11) разбивает поверхность крыла на 8 сечений в продольном направлении и на 8 в поперечном и состоит из 143 треугольных ячеек, включая донные.



Рис. 2.11 — Начальная конфигурация треугольной формы в плане с объёмом V = 0.0333, длиной l = 1, углом стреловидности  $\chi = 63,43^{\circ}$ 

При четырёх различных значениях  $(k_1, k_2)$ : (2.0, 2.0), (1.5, 2.0), (2.0, 1.0), (1.5, 1.0) были определены оптимальные формы (рис. 2.12–2.15). Соответствующие им значения максимального аэродинамического качества приведены в таблице 2.7 в знаменателе дроби.

В числителе дроби в этой таблице приведены значения максимального аэродинамического качества тела, оптимального при  $k_1 = k_2 = 2.0$ , но

рассчитанные при других, указанных выше, значениях  $(k_1, k_2)$ , т.е. форма тела не изменялась, а менялись значения  $k_1$ ,  $k_2$  в формулах (1.1). На рис. 34 приведены донные сечения исходной и оптимизированных при различных сочетаниях  $(k_1, k_2)$ конфигураций. Донные сечения всех оптимизированных конфигураций очень близки, хотя и смещены по оси OZ относительно друг друга вследствии незначительных отличий в значении угла атаки, соответствующего  $K_{\text{max}}$ (рис. 2.16). Близость величин в числителе и знаменателе дробей таблицы 7 свидетельствует о том, что значения  $(k_1, k_2)$ , по крайней мере из исследованного диапазона их изменения, не влияют на величину  $K_{\text{max}}$ .

$k_1$ $k_2$	2	1.5
2	<u>3.75</u> 3.75	<u>3.50</u> 3.52
1	<u>3.94</u> 3.98	<u>3.70</u> 3.71

Таблица 2.1 – Значения *К*<sub>тах</sub> треугольной конфигурации



Рис. 2.12 — Форма оптимальная при  $k_1 = k_2 = 2.0$ 



Рис. 2.13 — Форма оптимальная при  $k_1 = 1.5, k_2 = 2.0$ 



Рис. 2.14 — Форма оптимальная при  $k_1 = 2.0, k_2 = 1.0$ 



Рис. 2.15 – Форма оптимальная при  $k_1 = 1.5, k_2 = 1.0$ 



Рис. 2.16 – Донные сечения исходной и оптимизированных при различных сочетаниях (k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>) конфигураций

Зависимости  $K(\alpha)$  оптимальных конфигураций (рис. 2.17) показывают реализацию Ктах при одном и том же угле атаки, что также иллюстрирует консервативность оптимальной формы по отношению к изменению параметров  $k_1, k_2$ . Иными словами, оставаясь в исследованном диапазоне изменения значений  $k_1, k_2$ , оптимальная форма может определяться при  $k_1 = k_2 = 2.0$ , а её аэродинамические коэффициенты определяются либо в соответствии с методикой Главы 1, либо с использованием более точных численных методов. Следует отметить характерную особенность оптимальной формы треугольного крыла – нулевую толщину профиля на его концах, что иллюстрируют рис. 2.12-2.16.



Рис. 2.17 – Зависимости качества от угла атаки ( $K(\alpha)$ ) оптимальных тел.

Установленная консервативность оптимальной формы по отношению к значениям  $k_1$ ,  $k_2$  хорошо коррелирует с отмеченной в классе двумерных конфигураций удивительной точностью простейших локальных подходов, основанных на формуле Ньютона и формулах линейной теории, «...при решении именно вариационных задач. Установлено, что эти формулы, особенно формула Ньютона, определяют образующие, весьма близкие к оптимальным...» [20].

# 2.5 Анализ влияния математической модели взаимодействия тела с набегающим потоком на решение задачи оптимизации

В рассматриваемой задаче оптимизации формы тела максимального аэродинамического качества для определения коэффициента давления используется представленный в Главе 1 метод касательного клина. Этот метод позволяет определять аэродинамические характеристики тела с точностью сопоставимой с результатами численного решения задачи сверхзвукового обтекания тела идеальным газом.

Вместе с тем остается вопрос о влиянии математической модели взаимодействия тела с набегающим сверхзвуковым потоком на результат решения задачи оптимизации. В связи с этим был проведен сравнительный анализ решения задачи о форме тела максимального аэродинамического качества, как с

использованием метода касательного клина, так и путем численного решения задачи обтекания тела потоком идеального газа (точная модель).

Очевидно, что применение модели идеального газа приводит к катастрофическому увеличению времени расчёта. Поэтому оптимизация в рамках модели идеального газа выполнялась в классе конических треугольных крыльев с затупленными кромками, верхняя и нижняя поверхности которых в процессе оптимизации оставались плоскими.



Рис. 2.18 – Исследуемое тело в связанной системе координат

Крыло рассматривается в связанной системе координат, вектор скорости набегающего потока параллелен оси *OX* (рис. 2.18).

Анализ эффективности использования локальной модели взаимодействия проводился путём сравнения оптимальных форм и их аэродинамического качества, полученных с использованием локальной и точной моделей.

Донное сечение таких крыльев приведено на рис. 2.19. В этом случае форма крыла при заданных радиусе затупления, объеме и форме в плане определяется координатами точек донного сечения  $(h_1, 0), (h_2, 0), (h_3, \operatorname{ctg}(\chi))$  при x = 1. Здесь  $\chi$  – угол стреловидности проекции передней кромки крыла на плоскость z = 0. Оптимизация формы крыла сводится к определению оптимальных значений  $(h_1, h_2, h_3)$ , что существенно сокращает потребное время вычислений при использовании модели идеального газа.

Рассматривалось треугольное крыло полуразмаха  $b = \text{ctg}(\chi) = 0.5$ , объема V = 0.0266, с радиусом затупления передней кромки  $r_e = 0.005$  при угле атаки

 $\alpha = 0^{\circ}$ , числе Маха M = 10 и постоянном коэффициенте трения  $C_f = 0,001$ . При использовании метода касательного клина  $k_1 = k_2 = k_{1B} = 2$ .

Расчет обтекания крыла потоком идеального газа проведен с использованием программы, разработанной В.А. Михалиным [83], методом установления конического течения продольной координате «х».Для по требований соблюдения точности И сходимости расчета, распределение расчетных точек по контуру донного сечения требовалось осуществить с поджатием к кромке крыла. Число расчетных точек на нижней стороне крыла составляло 50, на верхней стороне – 50, на затуплении – 20 (рис. 2.20).



Рис. 2.19 – Донные сечения исходного и оптимальных крыльев



Рис. 2.20 – Распределение расчетных точек по контуру поперечного сечения исходного треугольного крыла



Рис. 2.21 – Аэродинамическое качество оптимальных крыльев

Таблица 2.2 – Координаты  $h_i$  оптимальных форм и соответствующие им

значения  $K_{\text{max}}$ 

	$-h_1$	$-h_2$	$-h_3$	$K_{\rm max}$
метод касательного клина	0.1686	0.0086	0.113	4.44
модель идеального газа	0.1638	0.0038	0.142	4.53

Результаты расчетов оптимальной формы крыла, выполненных в рамках метода касательного клина и модели идеального газа приведены на рис. 2.19 и 2.21. На рис. 2.19 приведены контуры донных сечений исходного крыла и оптимизированных с использованием модели идеального газа и метода касательного клина. На рис. 2.21 приведены зависимости аэродинамического качества от координаты  $h_3$  в окрестности максимального значения  $K_{\text{max}}$ . Координаты  $h_i$  оптимальных форм и соответствующие им значения  $K_{\text{max}}$  приведены в таблице 2.2.

Следует отметить слабую зависимость K от  $h_3$  в окрестности  $K_{\text{max}}$  (рис. 2.21), что снижает точность определения значения  $h_3^*$ , соответствующего  $K_{\text{max}}$ . Наблюдаемое отличие в положении передней кромки и в значении  $K_{\text{max}}$  связано как со слабой зависимостью  $K(h_3)$  в окрестности  $h_3 = h_3^*$  (рис. 2.21), так и с принятым при оптимизации значением  $k_{1B} = 2$ . При задании  $k_{1B} = 1.55$  различия в значениях  $K_{\text{max}}$  исчезают.

Таким образом, при решении задачи оптимизации формы тела, обладающего максимальным аэродинамическим качеством, использование метода касательного клина эквивалентно использованию модели идеального газа.

Обратимся теперь к волнолету с затупленной передней кромкой, построенного в работе [94] и представленной на рис. 2.22.

При длине L = 1, объем волнолета V = 0.0156, площадь в плане  $S_{pl} = 0.203$ . передняя кромка с радиусом затупления  $r_e = 0.01$  лежит в плоскости, составляющей с плоскостью *XOY* угол 3.6°.

Расчеты проводились в прямоугольной системе координат с осью ОХ параллельной вектору скорости набегающему потока при угле атаки  $\alpha = 0^{\circ}$ , ось ОZ направлена вертикально вверх, ось ОY направлена поперек потока и дополняет систему координат до правой.

Оптимальная форма волнолета, обладающего максимальным значением  $K_{\text{max}} = 4.677$  при M = 4, угле атаки  $\alpha = 5^{\circ}$ , коэффициенте трения  $C_f = 0.002$  [45] приведена на рис. 2.22.



Рис. 2.22 – Оптимальная форма и расчетная сетка волнолета.  $M=4,\ \alpha=5^{\circ},$   $K_{\rm max}=4.677$ 

Для проверки работоспособности алгоритма оптимизации в качестве первого теста была выполнена оптимизация при задании оптимальной формы в качестве начального приближения при  $\alpha = 5^{\circ}$  и  $\alpha = 0$ . Расчетная поверхностная сетка половины модели состояла из 2514 треугольных ячеек.

Применение процедуры оптимизации к исходной форме, при условии неизменности ее объема и расположения в пространстве затупленной передней
кромки и  $\alpha = 5^{\circ}$ , как и следовало ожидать, не изменило значения  $K_{\text{max}}$  и весьма незначительно повлияло на форму исследуемого волнолета. При  $\alpha = 0$  его аэродинамическое качество составляет K = 1,996, что хорошо согласуется с точными данными [94], приведенными на рис. 2.23.

Оптимизация исходной конфигурации при  $\alpha = 0$  приводит к существенному изменению формы тела, объем которого смещается вниз относительно фиксированной в пространстве передней кромки (рис. 2.24). При этом у новой оптимальной конфигурации  $K_{\text{max}} = 4,694$  при  $\alpha = 0$  (рис. 2.23), т.е. отличается от максимального качества исходного тела менее чем на 0,3%.



Рис. 2.23 – Аэродинамическое качество волнолетов, оптимальных при углах

атаки 5°, 0 и -3.6°



Рис. 2.24 – Форма и расчетная сетка тела оптимизированного при  $\alpha = 0$ 

Формы донных и продольных сечений исходного и обоих опимизированных тел приведены на рис. 2.25 и 2.26.

Видно, что донное сечение тела оптимизированного при угле атаки  $\alpha = 5^{\circ}$ , соответствующем максимальному качеству исходного волнолета, очень близко к форме донного сечения исходного тела. При оптимизации на нулевом угле атаки видно существенное отличие оптимальной формы от исходной. В этом случае весь объем тела сместился вниз, на величину, в донном сечении приблизительно равную максимальной толщине исходного тела.



Рис. 2.25 – Донные сечения исходного и оптимизированных при углах атаки 5° и

0° тел



Рис. 2.26 – Продольные (вдоль средней линии) сечения исходного и оптимизированных при углах атаки 5° и 0° тел.

На рис. 2.23 приведены зависимости аэродинамического качества от угла атаки для исследуемых тел. Представлены зависимости для исходного тела, геометрически идентичного взятому из [94], и оптимизированных при углах атаки  $\alpha = 5^{\circ}$  и 0° соответственно. Приведенные зависимости показывают, что значения

*K*<sub>max</sub> рассмотренных тел практически одинаковы, но реализуются при разных углах атаки.

Максимальное качество тела оптимизированного при  $\alpha = 5^{\circ}$  составляет  $K_{\text{max}} = 4,680$ , т.е. практически совпадает с исходным. Максимальное качество тела оптимизированного при  $\alpha = 0^{\circ}$  составляет  $K_{\text{max}} = 4,694$ , т.е. отличается от исходного менее чем на 0,3%.

В заключении рассмотрим волнолет минимального сопротивления, оптимизировав исходную конфигурацию при  $\alpha = -3.6^{\circ}$ . Форма такого волнолета приведена на рис. 2.27, а его аэродинамическое качество на рис. 2.23. Максимальное аэродинамическое качество этого волнолета  $K_{\text{max}} = 4.78$  при  $\alpha = 2.2^{\circ}$  и практически не отличается от его значений у рассмотренных выше волнолетов.

Результаты данного исследования дают дополнительное подтверждение сходимости метода локальных вариаций к единой конечной форме при различных начальных приближениях



Рис. 2.27 – Волнолет минимального сопротивления при угле атаки -3.6°

# 2.6 Влияние закона изменения коэффициента трения по поверхности тела на его оптимальную форму

В подавляющем большинстве работ, посвященных оптимизации формы тела в потоке больших сверхзвуковых скоростей, коэффициент поверхностного

трения принимается постоянным. Поэтому представляет интерес вопрос о коэффициента влиянии переменности поверхностного трения на форму Подобная оптимальных тел. задача 0 форме минимального полного сопротивления в классе двумерных и осесимметричных тел рассмотрена в работе [16], в которой показано, что между экстремальными решениями при постоянном и переменном коэффициентах трения имеется небольшое различие в случае ламинарного режима течения, однако оно весьма мало в случае турбулентного режима. При турбулентном режиме течения вполне допустимо принять коэффициент поверхностного трения постоянным при определении оптимальной формы.

Подобные исследования о влиянии поверхностного трения на оптимальную форму волнолета и его максимальное аэродинамическое качество показали, что отсутствуют значимые различия в форме и значении  $K_{\text{max}}$ , полученных при переменном значении коэффициента  $C_f$  (ламинарный, переходный, турбулентный погранслой) или при осредненном значении  $C_f = \text{const} [44, 45, 95].$ 

Анализ влияния закона изменения коэффициента трения по поверхности тела на его оптимальную форму выполним для двух конфигураций: треугольного крыла с острыми передними кромками и волнолёта. Задача заключается в определении формы тела с максимальным значением  $K_{\text{max}}$  при заданных форме в плане, объёме, затуплении передней кромки и носка. Коэффициент поверхностного трения задаётся в виде степенной зависимости:

$$C_f = A_n \times \left(x\right)^{-n},\tag{2.9}$$

n=0 – постоянный коэффициент трения, n=0,5 – ламинарный пограничный слой, n=0,2 – турбулентный пограничный слой.

Значение  $C_{f0}$  при n = 0 является параметром задачи, которое определяет коэффициент сопротивления трения  $C_{xf}$ 

$$C_{xf} = C_{f0} \times \oiint \cos(\tau, x) ds$$
(2.10)

*т* – единичный вектор касательный к поверхности тела.

Значение А определяется программным путём из уравнения:

$$C_{f0} \times \iint \cos(\tau, x) ds = A \times \iint \cos(\tau, x) \cdot (x)^{-n} ds$$

с интегрированием по поверхности исходного тела / начального приближения, что обеспечивает равенство коэффициента сопротивления трения во всех трёх вариантах расчета: n = 0; 0.5; 0.2.

Анализ влияния закона изменения коэффициента трения по поверхности тела на его оптимальную форму выполним для конфигурации треугольной формы в плане с клиновидным профилем, объёмом V = 0.0333, длиной l = 1, углом стреловидности формы в плане  $\chi = 63.43^{\circ}$  и  $r_e = 0$  (рис. 2.28) при M = 10,  $\alpha = 0$ ,  $C_{fo} = 0.002$ .

Поверхностная расчетная сетка половины модели (рис.2.28) разбивает поверхность крыла на 16 сечений в продольном направлении и на 16 в поперечном и состоит из 543 треугольных ячеек, включая донные.



Рис. 2.28 – Исходное тело с поверхностной расчетной сеткой

На рис. 2.29 представлено тело, форма которого была получена путем оптимизационного расчета при постоянном по поверхности коэффициенте трения n = 0. Формы, полученные при коэффициенте n = 0.5 и n = 0.2, представленные на рис. 2.30 и рис. 2.31, внешне не отличаются друг от друга.



Рис. 2.29 — Тело оптимальное при n = 0.



Рис. 2.30 — Тело оптимальное при n = 0.5.



Рис. 2.31 — Тело оптимальное при n = 0.2.

Поскольку отличие данных оптимальных форм невозможно оценить без дополнительных построений, то на рис. 2.32и 2.33 представлены продольные (в вертикальной плоскости симметрии) и поперечные (донные) сечения полученных фоне соответствующих сечений исходного тел на тела. Видно, что представленные сечения оптимальных тел практически неотличимы вне зависимости от использованной локальной модели трения.



Рис. 2.32 – Продольные сечения исходного и оптимальных тел в плоскости



симметрии.

Рис. 2.33 – Донные сечения исходного и оптимальных тел.

На рис. 2.34 приведены зависимости аэродинамического качества от угла атаки для исходного и оптимальных тел. Как и в случае характерных сечений полученных оптимальных тел, зависимости аэродинамического качества от угла атаки для них также практически совпадают.



Рис. 2.34 – Зависимость аэродинамического качества от угла атаки для исходного и оптимальных тел

Таким образом показано, что использование предложенных локальных моделей распределения коэффициента трения по поверхности тела на его оптимальную форму не дало значимо различающихся результатов. Из проведенного анализа следует вывод о допустимости использования модели с постоянным коэффициентом трения при построении оптимальных пространственных тел.

Данные исследования иллюстрируют сходимость численного решения к единственному при одинаковых изопериметрических условиях, параметрах набегающего потока и от различных начальных конфигураций.

### 2.7 Программа численного оптимизационного расчета

На основе предложенных методов был разработан алгоритм и создана программа «Оптимизация форм гиперзвуковых летательных аппаратов».

Программа позволяет решать задачу поиска оптимальной аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата с целью максимизации его аэродинамического качества или минимизации сопротивления.

Задача поиска оптимальной аэродинамической компоновки может решаться при различных параметрах набегающего потока, в широком диапазоне углов атаки, допущениях и/или ограничениях на форму ЛА. Программа моделирует

обтекание летательного аппарата с помощью модифицированного метода местного клина и численно решает задачу оптимизации с помощью метода локальных вариаций.

Программа «Оптимизация форм гиперзвуковых летательных аппаратов» написана на языке высоко уровня С++.

В Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам автором получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ от 27.05.2009 № 2009612692.

## 2.7.1 Задание параметров расчета

В качестве исходных данных в программу расчета передаются параметры потока и модели, приведенные в таблицах 2.3 и 2.4 соответственно.

Параметр	Обозначение	Допустимые	
		значения	
Число Маха	M	230	
Угол атаки	α	0 179°	
Угол рыскания	β	0 179°	
Показатель адиабаты	γ	> 0	
Коэф-т трения на наветренной стороне	$ au_1$	$\geq 0$	
Коэф-т подобия на наветренной стороне	$k_1$	> 0	
Коэф-т подобия на подветренной стороне	$k_2$	> 0	

Таблица 2.3 – Параметры набегающего потока и математическая модель

## Таблица 2.4 – Параметры модельного тела

Параметр	Обозначение	Допустимые значения
Радиус затупления передней кромки	r <sub>e</sub>	$\geq 0$
Радиус затупления носка	$r_n$	$\geq 0$
Признак учета донного давления		0 / 1
	$C_{x0}$	$\geq 0$
Нерассчитываемые параметры модели	$C_{y0}$	$\geq 0$
	$C_{z0}$	$\geq 0$

### 2.7.2 Подготовка модельного тела для оптимизационного расчета

Задается исходное модельное тело, для которого определяется некоторый набор изопериметрических условий (заданный объем, форма в плане и другие). Расчетная поверхность тела аппроксимируется непрерывным, замкнутым набором плоских треугольных элементов (ячеек), не имеющим разрывов и взаимных пересечений.

Следует отметить, что в расчете может участвовать только половина исследуемого тела, лежащая в области положительных значений поперечной координаты у. Узлы данной сетки принадлежат поверхности модельного тела, а треугольные ячейки являются элементарными областями интегрирования (рис. 2.35).

Узлы расчетной сетки хранятся в виде одномерного несортированного массива, проиндексированного от 1 до N. Элементами этого массива являются записи вида  $\{x_i, y_i, z_i\}$  (i = 1 ... N) – координаты узлов сетки.

Ячейки сетки хранятся в виде одномерного несортированного массива, элементами которого являются записи вида  $\{a_j, b_j, c_j\}$  (j = 1 ... M). Здесь  $a_j, b_j, c_j -$ индексы узлов сетки (из массива узлов) являющихся вершинами *j*-й ячейки.



Рис. 2.35 – Аппроксимация исходной поверхности треугольной сеткой.

На рис. 2.36 показана некоторая элементарная ячейка на фоне вектора скорости набегающего потока, с построенными для нее вектором нормали и касательным вектором, в связанной системе координат.



Рис. 2.36 – Элементарная ячейка в связанной системе координат.

Ниже, аналогично приведенной в п. 1.5 приведена интерпретация выбранных для расчета АДХ формул в данной программе для некоторой элементарной ячейки *j*.

1. Единичный вектор скорости набегающего потока:

$$\vec{\upsilon} = \left\{ \upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z \right\}$$
$$\upsilon'_x = \cos(\alpha) \cos(\beta)$$
$$\upsilon'_y = \cos(\alpha) \sin(\beta)$$
$$\upsilon'_z = \sin(\alpha)$$
$$\Delta_\upsilon = \sqrt{\left(\upsilon'_x\right)^2 + \left(\upsilon'_y\right)^2 + \left(\upsilon'_z\right)^2}$$
$$\upsilon_x = \upsilon'_x / \Delta_\upsilon$$
$$\upsilon_y = \upsilon'_y / \Delta_\upsilon$$
$$\upsilon_z = \upsilon'_z / \Delta_\upsilon$$

2. Вершины элементарной ячейки:

$$\mathbf{v}_{j1} = \{ \mathbf{x}_{j1}, \mathbf{y}_{j1}, \mathbf{z}_{j1} \}, \\ \mathbf{v}_{j2} = \{ \mathbf{x}_{j2}, \mathbf{y}_{j2}, \mathbf{z}_{j2} \}, \\ \mathbf{v}_{j3} = \{ \mathbf{x}_{j3}, \mathbf{y}_{j3}, \mathbf{z}_{j3} \}$$

3. Радиус-вектор элементарной ячейки:

$$r_{j} = \left\{ r_{jx}, r_{jy}, r_{jz} \right\}$$
$$r_{jx} = \frac{x_{j1} + x_{j2} + x_{j3}}{3}$$

$$r_{jy} = \frac{y_{j1} + y_{j2} + y_{j3}}{3}$$
$$r_{jz} = \frac{z_{j1} + z_{j2} + z_{j3}}{3}$$

4. Ребра элементарной ячейки рассматриваются как векторы:

$$\vec{e}_{j1} = \{x_{j2} - x_{j1}, y_{j2} - y_{j1}, z_{j2} - z_{j1}\}$$
$$\vec{e}_{j2} = \{x_{j3} - x_{j2}, y_{j3} - y_{j2}, z_{j3} - z_{j2}\}$$

5. Единичный вектор местной внешней нормали к поверхности:

$$\vec{n}_{j} = \left\{ n_{jx}, n_{jy}, n_{jz} \right\}$$

$$\vec{n}_{j} = \frac{\vec{e}_{j1} \times \vec{e}_{j2}}{\left| \vec{e}_{j1} \times \vec{e}_{j2} \right|}$$

$$\vec{n}_{j}' = \vec{e}_{j1} \times \vec{e}_{j2}$$

$$n'_{jx} = \left( y_{j2} - y_{j1} \right) \left( z_{j3} - z_{j2} \right) - \left( z_{j2} - z_{j1} \right) \left( y_{j3} - y_{j2} \right)$$

$$n'_{jy} = \left( z_{j2} - z_{j1} \right) \left( x_{j3} - x_{j2} \right) - \left( x_{j2} - x_{j1} \right) \left( z_{j3} - z_{j2} \right)$$

$$n'_{jz} = \left( x_{j2} - x_{j1} \right) \left( y_{j3} - y_{j2} \right) - \left( y_{j2} - y_{j1} \right) \left( x_{j3} - x_{j2} \right)$$

$$\Delta_{jn} = \sqrt{\left( n'_{jx} \right)^{2} + \left( n'_{jy} \right)^{2} + \left( n'_{jz} \right)^{2}}$$

$$n_{jx} = n'_{jx} / \Delta_{jn}$$

$$n_{jz} = n'_{jz} / \Delta_{jn}$$

6. Аналогично рассчитывается единичный вектор касательный к поверхности и лежащий в плоскости векторов  $\vec{v}$  и  $\vec{n}_j$ :

$$\vec{t}_j = \frac{\vec{l}_j \times \vec{n}_j}{\left| \vec{l}_j \times \vec{n}_j \right|}$$
, здесь  $\vec{l}_j = \vec{n}_j \times \vec{\upsilon}$ 

7. Косинус угла между местной нормалью и вектором скорости:

$$\cos\left(\vec{n}_{j},\vec{\upsilon}\right) = n_{jx}\upsilon_{x} + n_{jy}\upsilon_{y} + n_{jz}\upsilon_{z}$$

Выбранным методом расчета АДХ (см. п. 1.5) определяются аэродинамические коэффициенты каждой ячейки –  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , K. После перехода

в скоростную систему координат ищется начальное аэродинамическое качество модели:  $K_0 = C_{xa} / C_{ya}$ .

Для каждого узла i = 1 .. N задается вариация координаты  $z - \Delta z_i$  следующим образом:

- выбирается  $\Delta V$  величина, на которую должен изменяться объем модели при смещении любого узла i = 1 ... N на искомое  $\Delta z_i$ ,
- рассчитывается, для каждого узла *i*, площадь проекции в плане всех элементарных ячеек, одной из вершин которых этот узел является dS<sub>i</sub> (рис. 2.37), назовем эти ячейки присоединенными к узлу *i*,
- тогда размеры вариации  $\Delta z_i$  рассчитываются по формуле:



$$\Delta z_i = 3\Delta V/dS_i$$

Рис. 2.37 – Ячейки, присоединенные к вершине *i*, проекция в плане.

## 2.7.3 Оптимизационный расчет

- 1. Прямым перебором, начиная с i = 1, выбирается некоторый узел i и смещается по Z на  $\Delta z_i$ . Для всех элементарных ячеек, вершинами которых является узел i и подвергающихся изменению при его смещении, пересчитывается локальное изменение аэродинамических коэффициентов  $\Delta C_{xi}$ ,  $\Delta C_{yi}$ .
- Также простым перебором ищется такой узел *j* (начиная с *j* = 1), компенсирующий изменение объема (V = const), что при его смещении на −∆*z<sub>j</sub>* увеличивалось бы аэродинамическое качество модели. Для

каждого *j* в процессе поиска происходит пересчет аэродинамических коэффициентов ( $\Delta C_{xj}$ ,  $\Delta C_{yj}$ ) всех присоединенных к нему элементарных ячеек. С учетом локальных изменений АДХ модельного тела при смещении узлов *i* и *j*, производим пересчет его качества, обозначив его « $K_{ij}$ ».

- 3. Новое значение аэродинамического качества *K*<sub>*ij*</sub> сравниваем с начальным значением *K*<sub>0</sub>:
- Если для данного *i* не нашлось *j* такого, что K<sub>ij</sub> > K<sub>0</sub>, то узел *i* возвращается в исходное положение, а значения АДХ ячеек, присоединенных к узлам *i* и *j*, приводятся к начальным, значение начального качества не изменяется;
- Если найдены вершины *i* и *j*, удовлетворяющие всем предъявляемым требованиям, то узлы *i* и *j* остаются в положениях  $z_i = z_i + \Delta z_i$  и  $z_j = z_j \Delta z_j$  соответственно (рис. 2.38), сохраняются новые значения АДХ ячеек, присоединенных к узлам *i* и *j*. За «нулевое» качество модели теперь принимаем  $K_{ij}$  ( $K_0 = K_{ij}$ ).
- 4. Пункты 1 3 алгоритма повторяются для вершины i + 1, и так далее.
- 5. Если в процессе полного перебора всех возможных сочетаний *i* и *j* не находится вариации, увеличивающей значение АДК, величины Δ*z* для всех вершин пропорционально уменьшаются (например вдвое).
- Пункты 1 5 алгоритма повторяются до тех пор, пока АДК модели не перестанет увеличиваться или увеличение качества не станет меньше некоторой заданной величины.



Рис. 2.38 – Пример локальной вариации.

## 2.7.4 Сохранение оптимизированной модели

Оптимизированное модельное тело сохраняется в формате использованном для задания начального приближения (см. п. 2.7.2). Кроме того, сохраняются аэродинамические характеристики оптимизированного тела (таблица 2.5).

Параметр	Обозначение
Объем	V
Площадь в плане	${S}_{pl}$
Площадь	S
Аэродинамическое качество	K
Суммарный коэф-т сопротивления	$C_x$
Коэф-т волнового сопротивления	$C_{xw}$
Коэф-т сопротивления трения	$C_{xf}$
Коэф-т донного сопротивления	$C_{xb}$
Коэф-т сопротивления кромок	$C_{xe}$
Коэф-т сопротивления носка	$C_{xn}$
Суммарный коэф-т боковой силы	$C_y$
Коэф-т волновой составляющей боковой силы	$C_{yw}$
Коэф-т составляющей трения боковой силы	$C_{yf}$
Суммарный коэф-т подъемной силы	$C_z$
Коэф-т волновой составляющей подъемной силы	$C_{zw}$
Коэф-т составляющей трения подъемной силы	

Таблица 2.5 – Рассчитываемые показатели модельного тела

Ниже (рис. 2.39) приведена блок-схема, условно отражающая предложенный алгоритм метода локальных вариаций.



Рис. 2.39 – Условная блок-схема алгоритма локальных вариаций

## Выводы к Главе 2

На основе численного вариационного метода локальных вариаций разработан алгоритм оптимизации формы тела максимального аэродинамического качества, а также минимального сопротивления в потоке больших сверхзвуковых скоростей.

Получено аналитическое решение задачи о форме тела максимального аэродинамического качества при заданной площади донного сечения. Сравнение результатов аналитического и численного решения вариационной задачи показало их идентичность.

Путём оптимизации формы треугольного крыла и волнолета продемонстрирована близость оптимальных форм, полученных в рамках локального метода касательного клина и CFD-методов.

Единственность и сходимость численного решения вариационной задачи при задании формы тела в плане или формы его донного сечения обоснована сравнением с результатами аналитического решения о форме тела максимального аэродинамического качества при заданной площади донного сечения и расчетами от различных начальных конфигураций при заданной форме в плане.

Исследовано влияние радиуса затупления передней кромки треугольного крыла на его оптимальную форму.

Проведенные расчёты свидетельствуют о допустимости предположения о постоянном коэффициенте трения при построении оптимальной поверхности пространственных тел.

## Глава 3. Форма тела максимального аэродинамического качества

В данной главе проводится анализ результатов работы предложенных методов поиска тела оптимальной формы и их сходимости к точному решению вариационной задачи.

Простота зависимостей для определения коэффициента давления, возможность учёта влияния числа Маха позволяют использовать метод касательного клина для решения вариационных задач аэродинамики в сверхзвуковом диапазоне скоростей потока.

Как правило, при использовании метода касательного клина не удаётся получить аналитическое решение вариационной задачи о форме оптимального тела. Однако, если оптимизируемый функционал зависит только от первых производных искомой функции, то существует первый интеграл уравнений Эйлера, что позволяет в ряде случаев найти аналитическое решение [23]. Именно к такому классу относятся задачи о форме оптимальной поверхности минимального сопротивления или максимального аэродинамического качества при заданной площади донного сечения тела.

В частности, решение задачи о форме пространственного тела минимального сопротивления без ограничений на его толщину получено в работах [20–22] для произвольной модели локального взаимодействия.

Представленное ниже решение опубликовано в работах [31, 33].

### 3.1. Постановка задачи.

Рассматривая сверхзвуковое обтекание произвольного пространственного тела предположим, что вектор скорости набегающего потока v параллелен оси *OX* декартовой системы координат *OXYZ*. Ось *OY* направлена вверх, а направление оси *OZ* соответствует правой системе координат. Считаем, что тело имеет плоское основание, лежащее в плоскости *OYZ*, а поверхность тела *S*, обращенная в сторону потока, однозначная функция координат точек основания: x = f(y, z). Поверхность тела задаётся выражением x + f(y, z) = 0.

Формулы метода касательного клина для определения коэффициента давления на поверхности тела запишем в виде:

$$C_{p} = k_{1} \cos^{2}(\vec{n}, \vec{v}) \left[ \frac{\gamma + 1}{4} + \sqrt{\left(\frac{\gamma + 1}{4}\right)^{2} + \frac{1}{A^{2}}} \right], \cos(\vec{n}, \vec{v}) > 0$$

$$C_{p} = \frac{k_{2}}{\gamma \left(M^{2} - 1\right)} \left[ \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2}A\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right], \cos(\vec{n}, \vec{v}) \le 0$$

$$C_{p} = -\frac{k_{2}}{\gamma \left(M^{2} - 1\right)}, 1 - \frac{\gamma - 1}{2}A < 0$$

$$A^{2} = \left(M^{2} - 1\right) \cos^{2}(\vec{n}, \vec{v}), A > 0$$
(3.1)

Здесь  $\gamma = 1,4$  – отношение удельных теплоёмкостей, *n* – единичный вектор внешней нормали к элементу поверхности тела.

При сделанных предположениях  $\cos(\vec{n}, \vec{v})$  определяется формулой

$$\cos(\vec{n},\vec{v}) = \left(1 + f_y^2 + f_z^2\right)^{-1/2} = \left(1 + \delta^2\right)^{-1/2}, \ \delta^2 = f_y^2 + f_z^2$$

и зависимости (1.1) могут быть записаны в обобщённом виде:

$$C_p = \Psi(\delta, M)$$

Предполагая далее, что коэффициент трения  $C_f$  постоянен по поверхности тела, а касательные напряжения, действующие на её элемент, лежат в плоскости векторов  $\vec{n}$  и  $\vec{v}$  так, что соответствующий им касательный вектор  $\vec{\tau}$  компланарен векторам  $\vec{n}$  и  $\vec{v}$ . При сделанных предположениях и  $\cos(\vec{n},\vec{v}) \neq 0$ аэродинамические коэффициенты подъёмной силы  $C_{za}$  и силы лобового сопротивления  $C_{xa}$  определяются формулами

$$S \cdot C_{za} = \iint_{\Sigma} \left( \Psi(\delta) - C_{f} / \delta \right) u dz dy,$$
  

$$S \cdot C_{xa} = \iint_{\Sigma} \left( \Psi(\delta) + C_{f} \cdot \delta \right) dz dy.$$
(3.2)

Здесь:

$$u = \frac{\partial f}{\partial y}, w = \frac{\partial f}{\partial z}, d^2 = u^2 + w^2$$

$$S = \iint_{\Sigma} dz dy$$
 – площадь донного сечения,

Σ – поверхность основания тела.

Аэродинамическое качество тела определяется соотношением

$$K = C_{za} / C_{xa} \tag{3.3}$$

Задача поиска формы тела, обладающего максимальным аэродинамическим качеством, заключается в определении функции f(y,z), которая реализует максимум функционала (3.3). При этом площадь донного сечения может быть как заданной, так и не заданной. Функционал (3.3) зависит также от числа Маха и коэффициента трения, которые являются параметрами задачи.

Задача о максимуме функционала (3.3) при заданной площадидонного сечения эквивалентна задаче о максимуме следующего функционала [24]

$$\Phi = \iint_{\Sigma} F(\delta, u) dz dy,$$

$$F(\delta, u) = \left(\Psi(\delta) - C_f / \delta\right) u - K \left(\Psi(\delta) + C_f \delta\right) + \lambda.$$
(3.4)

Здесь: λ – множитель Лагранжа; δ, и – функции переменных у и z.

## 3.2. Анализ решения вариационной задачи.

Подынтегральная функция *F* функционала (3.4) зависит только от функций *u*, *w*. В этом случае уравнения Эйлера для экстремальной поверхности запишутся в виде:

$$\frac{\partial F}{\partial u} = 0, \frac{\partial F}{\partial w} = 0 \tag{3.5}$$

Используя для F выражение (3.4), соотношения (3.5) перепишутся в виде следующей системы уравнений

$$\Psi(\delta) - C_{f} / \delta + \left[ u \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} + C_{f} / \delta^{2} \right) - K \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} + C_{f} \right) \right] \frac{u}{\delta} = 0,$$

$$\left[ u \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} + C_{f} / \delta^{2} \right) - K \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} + C_{f} \right) \right] \frac{w}{\delta} = 0.$$
(3.6)

Система уравнений (16) имеет два решения:

$$\begin{cases} w = 0 \\ \Psi(u) + \left[ u \frac{\partial \Psi}{\partial u} - K \left( \frac{\partial \Psi}{\partial u} + C_f \right) \right] = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} + C_f / \delta^2 \right) - K \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} + C_f \right) = 0 \\ \Psi(\delta) - C_f / \delta = 0 \end{cases}$$
(3.8)

Решение (3.7) определяет семейство плоскостей, параллельных оси *OZ*, наклон которых к плоскости *XOZ* определяется параметрами  $C_f$ , *M* и *K*. При w = 0,  $\cos(\vec{n}, \vec{v}) = (1+u^2)^{-1/2}$ , из (3.7) получаем значение  $u = u_1 = \text{const}$  и это решение определяет семейство плоскостей, параллельных оси *OZ*:

$$x + u_1 y + c_1 = 0, c_1 = \text{const}$$
 (3.9)

Плоскости расположены к потоку под углом атаки  $\beta_1$ , где  $\beta_1 = \arcsin(1+u_1^2)^{-1/2}$ . Отметим, что при  $u_1 > 0$  участки плоскостей (3.9) вносят положительный вклад в коэффициент подъемной силы  $C_{za}$ , тогда как при  $u_1 < 0$  этот вклад отрицательный.

Решение (3.8) определяет поверхности, для которых величина  $\Psi(\delta) - C_f/\delta = 0$  и, согласно (3.2),  $C_{za} = 0$ , и, в соответствии с формулой (3.3), аэродинамическое качество K = 0. При этом первое уравнение удовлетворяется тождественно, а условие K = 0 определяет поверхности параллельные вектору скорости набегающего потока. Таким поверхностям соответствует значение  $\cos(\vec{n}, \vec{v}) = 0$ .

Заметим, что  $\lim_{\cos(n,v)\to 0} (\delta) \to \infty$  и рассматривая систему (3/8) как предел при  $\delta \to \infty$  мы заключаем, что поверхности, удовлетворяющие условию  $\cos(\vec{n}, \vec{v}) = 0$ , являются краевым экстремумом решения сформулированной задачи. Для построения этих экстремалей следует включить в класс допустимых поверхностей те, которые параллельны вектору скорости.

## **3.3.** Решение задачи при условии параллельности экстремальной поверхности вектору скорости набегающего потока.

Предположим теперь, что экстремаль содержит поверхности, на которых  $\cos(\vec{n}, \vec{v}) = 0$  с общей площадью  $S_{0.}$  Их присутствие не вносит вклада в коэффициент подъёмной силы, но изменяет величину лобового сопротивления и аэродинамическое качество тела теперь определяется выражением:

$$K = C_{z} / (C_{x} + C_{f} \Delta_{0}), \Delta_{0} = S_{0} / S$$
(3.10)

Здесь  $C_x$  и  $C_z$  коэффициенты лобового сопротивления и подъёмной силы участков поверхности тела где  $\cos(\vec{n}, \vec{v}) \neq 0$ .

Условие равенства нулю первой вариации  $\delta K = 0$  приводит к выражению:

$$\delta \left( C_z - K C_x \right) - K C_f \delta \Delta_0 = 0 \tag{3.11}$$

Условие (3.11) должно выполняться для любой допустимой вариации, включая вариации с  $\delta\Delta_0 = 0$ . Но тогда на участках экстремали, где справедливо условие  $\cos(\vec{n}, \vec{v}) \neq 0$  должны выполняться уравнения (3.6) и решение для нижней части экстремальной поверхности, которая создает подъёмную силу, является, как и выше, плоскостью параллельной оси *OZ* и расположенной под углом атаки  $\beta_1 = \arcsin(1+u_1^2)^{-1/2}$  к вектору скорости набегающего потока. На остальной (верхней) части тела выполняется условие  $\cos(\vec{n}, \vec{v}) = 0$  и она должна обеспечить минимум  $\Delta_0$ . Выражение (3.10) принимает вид:

$$K = \left(\Psi\left(u\right) \cdot u - C_{f}\right) \left[\Psi\left(u\right) + C_{f} \cdot u + S_{0}C_{f}/S\right]^{-1}$$
(3.12)

Определим  $S_0$ , исходя из следующих предположений. Ввиду симметрии тела относительно вертикальной плоскости рассмотрим его половину. Донное сечение этой половины, расположенное в плоскости *YOZ*, ограничено осями Y = 0, Z = 0 и направляющей цилиндрической (верхней) поверхности тела y = y(z)(рис. 3.1). Тогда:

$$S_0 = u \int_0^{z_0} y \sqrt{1 + {y'}^2} dz, \qquad y' = dy/dz$$



Рис. 3.1 – Модельное тело

Таким образом, исходя из проведенного анализа структуры оптимальной поверхности, аэродинамическое качество оптимального тела запишется в виде:

$$K = \left(\Psi(u)u - C_{f}\right) \left[\Psi(u) + C_{f}u \left(1 + \frac{1}{S}\int_{0}^{z_{0}}y\sqrt{1 + {y'}^{2}}dz\right)\right]^{-1}$$
(3.13)

Нижней (наветренной) поверхностью оптимального тела служит плоскость *u* = const, которая создаёт подъёмную силу.

Величина аэродинамического качества зависит от параметров *и* и  $\Delta_0$  и их значения могут быть найдены независимо друг от друга.

Из выражения (3.13) следует, что существует верхняя граница значений  $K < K_0$ . Действительно, так как  $\Delta_0 \ge 1$ ,то при  $\Delta_0 = 1$  имеем y' = 0,  $y(z) \equiv 0$  и  $K = K_0$ . В этом случае оптимальное тело вырождается в двумерный клин, образованный двумя плоскостями, одна из которых параллельна плоскости *XOZ*, а вторая содержит ось *OZ* и расположена под углом  $\beta_1$  по отношению к вектору скорости набегающего потока.

Значение  $K_0$  не зависит от  $S_0$  и определяется значением  $u_1$ . При известной зависимости  $C_p(\delta)$  можно найти значения  $u_1$  и  $\beta_1$ , при которых Ко максимально. Оптимальные значения Ко и угла атаки нижней поверхности оптимального клина  $\beta_1$  приведены в таблицах 3.1 и 3.2 для различных  $C_f$  и M и эти клинья являются абсолютно оптимальными телами, а значения  $K_0$  являются верхней границей значений аэродинамического качества оптимальных тел при указанных  $C_f$  и M.

Cf M	0.001	0.002	0.003
6	4.32	6.00	7.23
10	5.32	7.17	8.47
15	5.96	7.81	9.08
8	6.76	8.50	9.70

Таблица 3.1 – Угол атаки оптимального клина β<sub>1</sub> (град.)

Таблица 3.2 – АДК оптимального клина Ко

Cf M	0.001	0.002	0.003
6	7.362	5.440	4.581
10	6.395	4.859	4.157
15	5.985	4.632	3.999
8	5.597	4.430	3.861

# 3.4. Формы поперечного сечения и аэродинамическое качество оптимальных тел

Очевидно, что максимум *К* (3.13) реализуется при минимуме функционала:

$$\Phi = \int_{0}^{z_0} y \sqrt{1 + {y'}^2} dz$$
 при  $S = \int_{0}^{z_0} y dz = \text{const}$ 

Задача о минимуме Ф при заданном *S* эквивалентна задаче на безусловный минимум функционала:

$$\Phi_1 = \int_0^{z_0} F(y, y') dz, F = y\sqrt{1 + {y'}^2} + \lambda_1 y$$

Уравнение Эйлера для экстремали y = y(z) имеет первый интеграл  $F - y'F_{y'} = C$ .

При свободных граничных условиях (условия трансверсальности) на осях y = 0 и z = 0 решением этого уравнения является прямая y = 0, что не имеет практического интереса.

В этой связи рассмотрим задачу о минимуме функционала  $\Phi_1$  при заданных  $y_0 = f(0)$  и площади *S*. В этом случае граничными условиями являются  $y = y_0$  при  $z = 0, F - y'F_{y'} = 0$  при y = 0, и, следовательно, C = 0.

Решением уравнения Эйлера является прямая:

$$y = y_0 - \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_1^2} - 1\right)} \cdot z$$

Таким образом, при заданных (*y*<sub>0</sub>, *S*) оптимальным телом является треугольное крыло с клиновидным профилем, верхняя поверхность которого параллельна вектору скорости набегающего потока. Значение аэродинамического качества такого крыла определяется выражением:

$$K = \left(\Psi(u) \cdot u - C_{f}\right) \left[\Psi(u) + C_{f} \cdot u \left(1 + \sqrt{1 + \frac{y_{0}^{2}}{z_{0}^{2}}}\right)\right]^{-1}, S = \frac{1}{2}y_{0}z_{0}$$
(3.14)

Нижняя поверхность оптимального крыла есть участок плоскости (3.9), расположенной под углом атаки  $\beta_1 = \arcsin(1 + u_1^2)^{-1/2}$  к набегающему потоку. Значение  $u_1$  определяется из уравнения  $dK/du_1 = 0$ , в котором для записи *K* используется выражение (3.14) и в зависимости от изопериметрических условий  $u_1$  и *K* оптимального крыла будут различны.

При  $\frac{1}{z_0} \to 0$  решением является двумерный клин, рассмотренный в предыдущем параграфе.

## 3.5. Анализ сходимости численного решения к точному решению вариационной задачи

Анализ сходимости численного решения по методу локальных вариаций к точному проведем на примере оптимальных крыльев с фиксированной длиной L = 1.

Аэродинамическое качество оптимального треугольного (рис. 3.2) крыла единичной длины при заданных *у*<sub>0</sub> и *S* определяется выражением:

$$K(u_{1}) = \left[u_{1}C_{p}(u_{1}) - C_{f}\right] \left[C_{p}(u_{1}) + u_{1}C_{f}\left(1 + \frac{1}{\sin(\varphi)}\right)\right]^{-1}$$

$$C_{p}(u_{1}) = 2\left[\frac{(\gamma + 1)}{4} + \sqrt{\left(\frac{\gamma + 1}{4}\right)^{2} + \frac{1 + u_{1}^{2}}{M^{2} - 1}}\right] (1 + u_{1}^{2})^{-1} \qquad (3.15)$$

tg  $\varphi = z_0/y_0$ ,  $z_0 = y_0$  tg  $\varphi$ 

$$y_0 = 1/u_1 = tg \beta_1$$



Рис. 3.2 – Треугольное крыло единичной длины

Определяя  $u_1$  из уравнения dK/du = 0 в зависимости от угла  $\varphi$  и сравнивая полученные значения  $\beta_1 = \arcsin(1+u_1^2)^{-1/2}$ ,  $K(u_1)$  с результатами численного решения можно оценить степень его сходимости к аналитическому решению. Результаты такого сравнения, приведенные на рис. 3.3 и 3.4, демонстрируют высокую степень сходимости численного решения к точному аналитическому.



Рис. 3.3 – Сравнение значений угла атаки  $\beta_1$  оптимального треугольного крыла в численном и аналитическом решениях при M = 6, 10, 15 и  $C_f = 0.002$ 

о – численное решение; — – аналитическое решение



Рис. 3.4 – Сравнение значений аэродинамического качества оптимального треугольного крыла в численном и аналитическом решениях при *M* = 6, 10, 15 и

$$C_f = 0.002$$

о – численное решение; — – аналитическое решение

Заметим, что значение  $\beta_1$  слабо зависит от угла  $\varphi$  в рассмотренном диапазоне изменения чисел *M*.

В случае задания контура y = y(z) эта кривая служит направляющей цилиндрической верхней поверхности тела с образующими, параллельными оси *OX.* В качестве примера на рис. 3.5 приведены формы оптимальных тел с различной формой основания: 1 – полукруг, 2 – треугольник, 3 – треугольная полузвезда, построенные при одинаковых величинах *S* и  $y_0$ :  $S/y_0 = \pi/2$ . Пары значений ( $\beta_1$ , *K*), для расчета которых использовалась зависимость (3.16) при M = 15 и  $C_f = 0.002$ , следующие: 1 – (8.073°, 4.422), 2 – (8.079°, 4.482), 3 – (8.141°, 4.473).



Рис. 3.5 – Формы оптимальных тел с различной формой основания при M = 15,

 $C_f = 0.002, y_0 = 0.2, S = 0.02\pi$ 

Зависимости максимального аэродинамического качества и расчетного угла атаки конфигураций, представленных на рис. 3.5, приведены на рис. 3.6 и 3.7. Заметим, что длины конфигураций рис. 3.5 различны.



Рис. 3.6 – Зависимость аэродинамического качества оптимальных тел от числа Маха, ◊ – полукруг, □ – треугольник, Δ – полузвезда



Рис. 3.7 – Зависимость угла атаки оптимальных тел от числа Маха,

 $\diamond$  – полукруг,  $\Box$  – треугольник,  $\Delta$  – полузвезда

# 3.6. Оптимальная форма треугольного крыла с затупленной передней кромкой

Рассматривая динамику изменения оптимальной формы крыла в зависимости от числа Маха и радиуса затупления передней кромки, примем, что передняя кромка крыла представляет собой круговой цилиндр с осью, расположенной в плоскости XOZ, а радиус затупления носка совпадает с радиусом цилиндра.

В отличие от предыдущего анализа численное решение вариационной задачи выполнялось при заданной треугольной форме крыла в плане в соответствии с описанным в разделе 2.2 алгоритмом.

В качестве исходной конфигурации было принято треугольное в плане крыло единичной длины с симметричным затупленным клиновидным профилем и углом стреловидности  $\chi = 70^{\circ}$ . Объём крыла V = 0.028 и радиус передней кромки в процессе решения не изменялись.

Формы донного сечения оптимальных крыльев и их 3D-изображения при постоянном коэффициенте трения  $C_f = 0.002$  приведены на рис. 3.8 и 3.9 для чисел Маха M = 6 и M = 10, соответственно. Там же указаны значения угла  $\alpha^*$ ,

соответствующие  $K_{max}$ . Значения коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{1B}$  были приняты в соответствии с Таблицей 1.1 Главы 1.

Приведенные оптимальные формы имеют в окрестности передней кромки область малой толщины  $\delta \approx 2r$ , размер которой в поперечном направлении уменьшается с ростом числа M.

На рис. 3. 8 и 3.9 приведены также значения  $K_{max}$  и соответствующих углов атаки  $\alpha_p$  затупленных крыльев с плоскими гранями и плоской наветренной поверхностью, объем, угол стреловидности и радиусы затупления кромок которых равны соответствующим параметрам оптимальных крыльев. Профиль таких крыльев представляет собой затупленный клин. Эти значения близки к  $K_{max}$ оптимальных крыльев. В частности, упомянутое различие не превышает  $\Delta K_{max} = 5\%$  при r = 0.005 и  $\Delta K_{max} = 1\%$  при r = 0.02 и уменьшается с увеличением числа M.

Следует также отметить характерную особенность оптимальной формы – подветренная поверхность крыла при  $\alpha = \alpha^*$  находится в области течения разрежения и с увеличением радиуса затупления передней кромки степень этого разрежения увеличивается.



Рис. 3.8 – Форма и значения  $K_{max}$  оптимальных треугольных крыльев ( $V \approx 0.028$ ,  $\chi = 70^{\circ}$ ) с затупленной передней кромкой. M = 6,  $C_f = 0.002$ 



Рис. 3.9 – Форма и значения  $K_{max}$  оптимальных треугольных крыльев ( $V \approx 0.028$ ,  $\chi = 70^\circ$ ) с затупленной передней кромкой.  $M = 10, C_f = 0.002$ 

## Выводы к Главе 3

В локальной модели взаимодействия тела с набегающим рамках сверхзвуковым потоком определены формы максимального тел аэродинамического качества при заданной площади донного сечения. Эти тела имеют плоскую наветренную и цилиндрическую подветренную поверхность, образующие которой параллельны вектору скорости набегающего потока. Форма донного сечения тела определяет форму его подветренной поверхности. Максимально возможным аэродинамическим качеством обладает двумерный клин, верхняя плоскость которого параллельна вектору скорости набегающего потока, а нижняя расположена к нему под углом атаки.

При задании площади донного сечения и его высоты оптимальной формой донного сечения является треугольник, а абсолютно оптимальной формой максимального аэродинамического качества является треугольное крыло с плоской наветренной поверхностью.

Проведенная проверка сходимости численного решения вариационной задачи к её аналитическому решению продемонстрировала их хорошую корреляцию и единственность численного решения.

При задании формы в плане оптимальные треугольные крылья с затупленной передней кромкой имеют слегка выпуклую, близкую к плоской, наветренную поверхность. Подветренная поверхность оптимальных крыльев при режиме  $K_{\text{max}}$  находится в области разрежения потока.

### Глава 4. Аэродинамическое проектирование высокоскоростных

#### летательных аппаратов

В данной главе представлены примеры применения разработанных методов аэродинамического проектирования и рассмотрены результаты решения предложенных задач.

Подробный анализ работоспособности разработанного вычислительного алгоритма в части оптимизации формы пространственного тела с учетом числа Маха, угла атаки, коэффициента трения на его поверхности, различных изопериметрических условий позволяет использовать созданный на его основе программный комплекс при выборе оптимальной аэродинамической формы летательного аппарата, т. е. для его аэродинамического проектирования. Иными словами, этот комплекс даёт возможность в ограниченное время рассмотреть различные альтернативные аэродинамические компоновки и оценить их аэродинамические характеристики в процессе проектирования ЛА, не ограничиваясь каким-либо заранее выбранным классом тел.

Единственным ограничением, обусловленным принятой в данной работе методикой оптимизационного поиска, является форма тела в плане. Поскольку варьирование точек поверхности тела производится только в направлении вертикальной оси координат, то обводы модели в проекции на горизонтальную плоскость остаются постоянными. Это означает, что исходная форма моделируемого объекта В плане, остающаяся постоянной в процессе оптимизации, должна быть выбрана исходя из целей оптимизации, назначения искомой конфигурации или принята как аналог реального или проектного прототипа летательного аппарата [9].

Одновременно с большинство попыткой снять геометрических ограничений, связанных с методикой поиска, предлагается приблизить решение задачи оптимизации К практическим инженерным, проектным И С требованиям. конструкторским этой предлагается целью ввести опциональный учет различных дополнительных условий. Рассматриваемые в этой работе условия приведены ниже.

Основным изопериметрическим условием, является заданный И фиксированный объем модельного тела. При ЭТОМ объем искомого оптимального тела принимается равным объему исходной модели и не изменяется в процессе оптимизации. Данное условие следует использовать в отсутствие иных ограничений и в целях предотвращения «схлопывания» модели к плоской пластине, которая при равных прочих условиях обладает минимальным лобовым сопротивлением и, следовательно, максимальным аэродинамическим качеством, стремящимся к бесконечности, т.е. является оптимальным телом с нулевым объемом (см. п. 2.4.2).

Форма и габариты полезной нагрузки могут служить альтернативой условию постоянного объема. В случае если форма полезной нагрузки, внутренних конструкций, узлов и агрегатов летательного аппарата известны, ограничение на объем тела может быть снято, как препятствующее достижению большего качества или меньшего сопротивления.

Форма донного сечения, в сочетании с постоянным объемом и (или) формой полезной нагрузки, может являться актуальной в случае поиска оптимальной формы головной части или обтекателя для летательного аппарата. Отдельные элементы аэродинамической компоновки могут оставаться неизменными в процессе оптимизации.

Исследования автора в рассматриваемом направлении изложены в работах [71, 75, 76, 82, 94, 98].

## 4.1 Оптимизация аэродинамической компоновки возвращаемых космических аппаратов

В России в 2000-х годах рассматривался проект спускаемого аппарата «Клипер» [1, 2] разработки РКК «Энергия» с достижимым значением  $K_{\text{max}} = 0.8-1.0$ . Такие значения  $K_{\text{max}}$  обеспечивают значительный боковой маневр ( $\approx$ 1000 км) и комфортные условия для экипажа на траектории спуска. Форма этого аппарата приведена на рис. 4.1 и может быть отнесена к классу ЛА типа «несущий корпус» и его  $K_{\text{max}} \approx 1.1$ .

Для изменения аэродинамической компоновки этого КА с целью увеличения его  $K_{\text{max}}$  используем разработанный программный комплекс оптимизации формы тела.



Рис. 4.1 – Внешний вид фюзеляжа КА «Клипер».

Значения коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$  в формулах (1.1) зависят от формы исследуемых тел. Конфигурация типа несущий корпус представляет собой сильно затупленное тело со значительными градиентами давления при переходе от наветренной стороны тела к подветренной и существенно пространственной структурой течения. Для определения коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$ , в соответствии с технологией, описанной в Главе 1, при расчете конфигурации типа КА «Клипер» было проведено численное моделирование обтекания КА «Клипер» сверхзвуковым потоком идеального газа по методу, изложенному в работе [99]. Результаты расчетов аэродинамических коэффициентов  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ , полученных по формулам (1.1) и путем численного моделирования, сравнивались друг с другом, и определялись значения  $k_1$ ,  $k_2$  соответствующие максимальной близости результатов точного и приближенного расчетов. В качестве примера в таблице 4.1 приведены результаты расчетов при  $k_1 = k_2 = 2$ и  $k_1 = 1.54$ ,  $k_2 = 2$ , которые иллюстрируют возможную точность приближенных вычислений.

Таблица 4.1 – Результаты расчетов

Модель	Уравнени	Уравнения Эйлера		$k_1 = k_2 = 2$		$k_1 = 1.54, k_2 = 2$	
α, град.	10	30	10	30	10	30	

K	1.007	0.935	1.068	0.980	1.075	0.987
X/qS	0.061	0.092	0.082	0.118	0.063	0.090
Y/qS	0.088	0.302	0.126	0.424	0.097	0.328
$M_z/qSl$	-0.041	-0.162	-0.063	-0.235	-0.049	-0.182
	ä					

Здесь: *S* – характерная площадь тела, *l* – длина тела.

Приведенные данные показывают, что изменение значений позволяет повысить точность определения аэродинамических коэффициентов рассматриваемой конфигурации. При этом изменение значений практически не влияет на величину  $C_x$ ,  $C_z$ ,  $m_y$ .

При оптимизации аэродинамической компоновки спускаемого космического аппарата, в качестве начальной конфигурации следует принять такую, для которой определены потребные затупления носка, форма и площадь в плане. В связи с этим, в качестве начальной была принята конфигурация, близкая к КА «Клипер». В процессе решения задачи форма затупления, форма в плане и объем тела не изменялись и при этом коэффициент  $k_1$  принимался равным  $k_1 = 1.54$ . Начальная форма модели КА подобна корпусу КА «Клипер» и показана на рис. 4.2, а оптимальная конфигурация приведена на рис. 4.3. Зависимости аэродинамического качества этих моделей от угла атаки при M = 6 приведены на рис. 4.4. Число точек на поверхности модели составляло 518.

Оптимальная форма КА характеризуется плоскими боковыми поверхностями. Нижняя поверхность имеет малую кривизну в продольном и поперечном направлениях. Верхняя поверхность имеет переменный угол наклона к оси ОХ, который уменьшается по мере приближения к донному срезу. Поперечное сечение тела имеет форму «перевернутого ведра» (рис. 4.3). Отмеченная особенность формы оптимальной конфигурации характерна для  $\tau = V^{2/3}/S > 0.5$  и обусловлено параметра значением тел с большим ограниченной шириной формы КА в плане, благодаря чему увеличение объёма может происходить только за счёт увеличения ординат точек верхней поверхности. Максимальное значение аэродинамического качества достигается на угле атаки, при котором вектор скорости параллелен верхней образующей носовой части тела. Оптимизация формы КА позволила повысить значение K<sub>max</sub>
от 1,18 до 1,40. Сила сопротивления трения на поверхности КА ничтожна по сравнению с волновым и донным сопротивлением и значение коэффициента трения, в разумных пределах, не влияет на оптимальную форму. В расчетах принято  $C_f = 0.002$ .



Рис. 4.2 – Начальная форма КА

Рис. 4.3 – Оптимальная форма КА



Рис. 4.4 – Зависимости аэродинамического качества начальной и оптимальной конфигураций КА от угла атаки.  $M = 10, C_f = 0.002, k_1 = 1.5, k_2 = 0.1$ 

Для обеспечения устойчивости и управляемости КА в его донной области устанавливаются щитки (рис. 4.5). Расчёт аэродинамических характеристик спускаемого аппарата со щитками, отклоненными на угол  $\delta$ , производится по программе, описанной в Главе 1 при принятых выше значениях  $k_1$ ,  $k_2$ .



Рис. 4.5 – Аэродинамическая компоновка КА с управляющими щитками.

Пример такого расчета приведен на рис. 4.6, где даны зависимости момента тангажа  $m_y(\alpha)$  относительно центра тяжести (x = 0.65, y = 0.08) при M = 10 и различных углах отклонения щитка  $\delta$ . Размеры щитков соответствуют щиткам КА «Клипер». При  $\delta = 0$  балансировочный угол атаки ( $m_y(\alpha) = 0$ ) оптимального КА  $\alpha \approx 35^\circ$  и  $K \approx 0.9$ . При  $\delta = 10^\circ$  балансировочный угол атаки  $\alpha \approx 20^\circ$  и  $K \approx K_{\text{max}} = 1.5$ .



Рис. 4.6 – Аэродинамическое качество и момент тангажа КА со щитками при

M > 6.

Следует отметить, что зависимости  $K(\alpha)$ , приведенные на рис. 4.6, определены для спускаемого аппарата со щитками.

## 4.2 Интеграция планера и силовой установки летательного аппарата

Рассматривая задачу интеграции силовой установки, примем ее форму заданной. Интеграция силовой установки и планера в данном случае сводится к определению формы фюзеляжа (при неизменных обводах силовой установки) и угла установки крыла.



Рис. 4.7 – Схема ЛА

Задача формулируется следующим образом:

1. найти такую форму фюзеляжа, которая при заданных геометрических и объемных параметрах обеспечивает максимальное аэродинамическое качество,

2. изучить влияние коэффициента нормальной силы сопла  $C_{z0}$  на форму оптимального тела,

3. изучить влияние коэффициента сопротивления воздухозаборника *C*<sub>x0</sub> на форму оптимального тела.

При этом коэффициент нормальной силы сопла и коэффициент сопротивления воздухозаборника не вычисляются, а принимаются в качестве параметров задачи.

В качестве прототипа рассматривается конфигурация, близкая к широко обсуждаемому экспериментальному высокоскоростному летательному

аппарату X-43A [5]. Размеры и форма силовой установки была принята в соответствии с данными работы [100]. Эскиз модели приведен на рис. 4.7, трехмерное изображение - на рис. 4.8. Исходные данные: M = 8, L = 1, V = 0,0033, радиусы затупления носовой части  $r_n = 0,002$  коэффициент трения  $C_f = 0,002$ .



Рис. 4.8 – Общий вид исходной модели

В силу того, что некоторые элементы конструкции аппарата (камера сгорания ГПВРД, кили) остаются неизменными в процессе оптимизации, а их вклад в силу сопротивления и в подъемную силу учтен в коэффициентах  $C_{x0}$  и  $C_{z0}$  соответственно, эти элементы удалены из исходной модели.

# 4.2.1 Исследование влияния нормальной силы сопла С<sub>20</sub>

Для анализа влияния параметра  $C_{z0}$  на интегральную аэродинамическую компоновку ВЛА поступим следующим образом. Определим оптимальные аэродинамические формы при  $C_{z0} = 0$ ; 0,02; 0,035; 0,05. После этого зададим применительно к каждой из полученных конфигураций  $C_{z0} = 0$  и построим зависимости  $K(\alpha)$  для всех четырех форм. Результаты такого расчета представлены на рис. 4.9 и свидетельствуют о том, что  $K_{\text{max}}$  всех четырех оптимальных форм при одинаковом значении  $C_{z0} = 0$  (так же, как и при одинаковых значениях  $C_{z0} \neq 0$ ) имеют одинаковую величину. Различие только в том, что  $K_{\text{max}}$  реализуется при разных углах атаки  $\alpha^*$ , значение которого зависит

от  $C_{z0}$ . Это означает, что влиянием параметра  $C_{z0}$  в рассмотренном диапазоне его изменения можно пренебречь при оптимизации аэродинамической компоновки



Рис. 4.9 – АДК оптимальных конфигураций при  $C_{z0}$  приведенном к нулю: —  $C_{z0} = 0, - C_{z0} = 0,02 \rightarrow 0, - C_{z0} = 0,035 \rightarrow 0, - C_{z0} = 0,05 \rightarrow 0$ 

Интегрированные конфигурации при различных значениях  $C_{z0}$  практически не отличаются друг от друга; оптимальные при  $C_{z0} = 0$  и  $C_{z0} = 0.05$  формы приведены на рис. 4.10.



Рис. 4.10 – Оптимальные конфигурации ГЛА для различных  $C_{z0}$ .

## 4.2.2 Исследование влияния сопротивления воздухозаборника

Для анализа влияния параметра  $C_{x0}$  на интегральную аэродинамическую компоновку ГЛА поступим следующим образом. Определим оптимальные аэродинамические формы при  $C_{x0} = 0$ ; 0.001; 0.002; 0.003. После этого построим зависимости  $K(\alpha)$  для всех упомянутых оптимальных форм в предположении, что для каждой из них коэффициент  $C_{x0} = 0$ . Результаты такого расчета представлены на графике (рис. 4.11) и свидетельствуют о том, что  $K_{\text{max}}$  всех четырех оптимальных форм имеют одинаковую величину

Это означает, что при оптимизации аэродинамической компоновки аппарата влиянием параметра  $C_{x0}$  в рассмотренном диапазоне его изменения также можно пренебречь.



Рис. 4.12 – Оптимальные конфигурации ГЛА для различных С<sub>х0</sub>.

Из проведенного рассмотрения следует, что параметры  $C_{x0}$ ,  $C_{z0}$  силовой установки не влияют на форму оптимальной аэродинамической компоновки.

Поэтому задача интеграции планера и силовой установки при «разумном» задании формы и параметров последней может решаться независимо от оптимизации силовой установки.

# 4.2.3 Построение оптимальной аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата с интегрированной силовой установкой

Целью оптимизационного расчета в данном случае являлся поиск формы фюзеляжа ВЛА и угла установки крыльев, создающих максимальное аэродинамическое качество для подобной модели. Задача решалась при постоянном объеме фюзеляжа и неизменной геометрии силовой установки (воздухозаборник, камера сгорания, сопло).

В качестве исходного тела для задачи оптимизации выбран геометрический аналог высокоскоростного летательного аппарата X-43. Форма исходного тела, имеющего подобную X-43 форму в плане и объем, приведено на рис. 4.13 [101, 102].



Рис. 4.13 – Исходная конфигурация исследуемой модели

Расчеты велись в прямоугольной системе координат, такой, что ось X сонаправлена набегающему потоку при угле атаки  $\alpha = 0^{\circ}$ , ось Z направлена вертикально вверх, ось Y направлена поперек потока и дополняет систему координат до правой.

Целью оптимизационного расчета являлся поиск формы фюзеляжа ВЛА и угла установки крыльев при неизменной геометрии силовой установки, создающих максимальное аэродинамическое качество. Поэтому из оптимизационного расчета были исключены геометрические элементы, соответствующие камере сгорания. Кроме того, из оптимизационного расчета были исключены кили, как не создающие подъемной силы. Оптимизируемая часть исследуемого тела показана на рис. 4.14. Расчетная поверхностная сетка половины модели состоит из 3082 треугольных ячеек.



Рис. 4.14 – Оптимизируемая часть исследуемой модели

Оптимизация велась при следующих условиях: число Маха M = 10, угол атаки  $\alpha = 10^{\circ}$ , коэффициент трения  $\tau = 0.002$  (соответствует режиму полета на

высоте 40 км.). При данных условиях аэродинамическое качество исходного тела составляет *K* = 3.098.

После завершения оптимизационного расчета исследуемое тело пробрело форму, представленную на рис. 4.15. Далее к модели были присоединены элементы, не участвовавшие в оптимизации, было скорректировано положение крыльев. Окончательная форма исследуемого тела представлена на рис. 4.16.

На рис. 4.17 приведены графики зависимостей аэродинамического качества исходного и оптимизированного тела от угла атаки. На рис. 4.18 приведены графики зависимости аэродинамических характеристик исходного и оптимизированного тела от угла атаки. Графики на рис. 4.17 и 4.18 построены для тел включающих все элементы компоновки.

Максимальное аэродинамическое качество оптимальной конфигурации, включающей элементы, не участвовавшие в оптимизации, при угле атаки  $\alpha = 6^{\circ}$  составляет *K* = 3.268, что на 5.5 % выше, чем у исходной.



Рис. 4.15 – Оптимальная форма исследуемой модели



Рис. 4.16 – Конечная конфигурация исследуемой модели



Рис. 4.17 – Зависимость аэродинамического качества исходной и оптимизированной модели от угла атаки



Рис. 4.18 – Зависимость коэффициента сопротивления исходной и оптимизированной модели от угла атаки



Рис. 4.19 – Зависимость коэффициента подъемной силы исходной и оптимизированной модели от угла атаки

Оптимальная форма высокоскоростного летательного аппарата, полученная по критерию максимального аэродинамического качества при заданной форме в плане и геометрии силовой установки, близка к аэродинамической компоновке прототипа ВЛА Х-43, что свидетельствует о работоспособности разработанного программного обеспечения.

Характерными особенностями оптимальной конфигурации являются дугообразная форма поперечного сечения фюзеляжа на подветренной стороне и плоские поверхности под оптимальным углом атаки на наветренной стороне.

Использованный для решения задачи оптимизации авторский решатель позволяет формализовать и решать различные задачи по улучшению АДХ ВЛА на высоком научно-техническом уровне.

# 4.3 Аэродинамическая компоновка при известных габаритах оборудования ЛА

Разработанный программный комплекс позволяет формализовать процесс выбора аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата (ВЛА) при заданных габаритах полезной нагрузки и форме в плане [77].

# 4.3.1 Построение оптимальной формы треугольного в плане тела с заданной геометрией полезной нагрузки

Рассмотрим высокоскоростной летательный аппарат типа «летающее крыло». Начальная форма ЛА приведена на рис. 4.20 и представляет собой треугольную в плане пластину постоянной толщины с размещенной внутри этой пластины элементами полезной нагрузки. Расчет проведен при числе Маха M = 15, угле атаки  $\alpha = 12^{\circ}$ , коэффициенте трения  $C_f = 0.002$ .

Критерием при выборе аэродинамической компоновки являлось аэродинамическое качество, максимизация которого являлась целью оптимизационного расчета.

Поскольку расчет велся при неизменной геометрии полезной нагрузки, то в данной постановке задачи условие постоянства объема снято.

Расчеты велись в прямоугольной системе координат, такой, что ось ОХ параллельна набегающему потоку при угле атаки  $\alpha = 0^{\circ}$ , ось ОZ направлена

вертикально вверх, ось ОУ направлена поперек потока и дополняет систему координат до правой.



Рис. 4.20 – Исходная форма исследуемого тела с полезной нагрузкой

Расчетная поверхностная сетка модели показана на рис. 4.21. Половина расчетной поверхностной сетки состоит из 2111 треугольных ячеек.



Рис. 4.21 – Расчетная сетка

Максимальное аэродинамическое качество начальной модели составляет K = 0.906 при угле атаки  $\alpha = 33^{\circ}$ . Аэродинамическая компоновка ЛА в результате оптимизации принимает вид, приведенный на рис. 4.22. Наветренная поверхность оптимизированной конфигурации подобна наветренной поверхности волнолетов и близка к плоскости, в то время как верхняя поверхность обтекает элементы полезной нагрузки и характеризуется течением разрежения в кормовой части.



Рис. 4.22 – Аэродинамическая компоновка ЛА при заданных элементах полезной нагрузки при *M* = 15

На рисунке 97 приведены зависимости аэродинамического качества исходной и оптимизированной модели от угла атаки. На рисунках 98 и 99 – зависимости аэродинамических характеристик исходной и оптимизированной модели от угла атаки.

Максимальное качество оптимальной модели составляет  $K_{\text{max}} = 2.632$  и реализуется при угле атаки  $\alpha = 12^{\circ}$ , который соответствует ориентации верхней поверхности носовой части по вектору скорости набегающего потока.

Зависимости аэродинамического качества начальной и оптимизированной форм от угла атаки приведены на рис. 4.23.



Рис. 4.23 – Зависимость аэродинамического качества исходной и

оптимизированной модели от угла атаки



Рис. 4.24 – Зависимость коэффициента сопротивления исходной и оптимизированной модели от угла атаки

Зависимости аэродинамических характеристик  $C_x$  и  $C_z$  начальной и оптимизированной конфигураций от угла атаки приведены на рис. 4.24 и 4.25. Обращает на себя внимание близость  $C_z(\alpha)$  начальной и оптимальной форм, что объясняется одинаковой формой в плане, которая и определяет величину нормальной силы.

Приведенный пример оптимизации аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата иллюстрирует хорошую работоспособность разработанных алгоритмов и программного комплекса оптимизации аэродинамической формы ЛА.



Рис. 4.25 – Зависимость коэффициента подъемной силы исходной и оптимизированной модели от угла атаки

Показано, что с помощью оптимизационного расчета из «заготовки» не обладающей аэродинамическими свойствами высокоскоростного летательного аппарата можно построить конфигурацию, обладающую высокими аэродинамическими характеристиками.

Характерными особенностями оптимальной конфигурации являются форма поперечного сечения, повторяющая обводы полезной нагрузки на верхней поверхности и стремящиеся к плоскости под оптимальным углом атаки на наветренной стороне.

Использованный для решения задачи оптимизации авторский решатель позволяет формализовать и решать различные задачи по улучшению АДХ ВЛА на высоком научно-техническом уровне.

### 4.3.2 Аэрокосмический самолет многоразового использования Х-34

Прототипом оптимизируемой конфигурации в данном оптимизационном расчете является аАэрокосмический самолет многоразового использования Х-34 [97, 103], изображение которого приведено на рис. 4.26.

Оптимизационный расчет проводился при неизменных габаритах силовой установки и заданной форме в плане. В качестве исходной конфигурации была выбрана пластина постоянной толщины, имеющая форму в плане аналогичную приведенной на чертеже. Данная «заготовка» ЛА показана на рис. 4.27 и имеет толщину чуть большую, чем у исходной конфигурации. Расчетная поверхностная сетка половины модели состоит из 2472 треугольных ячеек.

Целью оптимизационного расчета являлся поиск формы фюзеляжа ЛА и угла установки крыльев, создающих максимальное аэродинамическое качество. Из оптимизационного расчета были исключены геометрические элементы соответствующие соплу, щиткам и килям, как не создающие подъемной силы или не подлежащие оптимизации.



Рис. 4.26 – Чертеж самолета многоразового использования Х-34

Оптимизация велась при числе Маха M = 4, угле атаки  $\alpha = 8^{\circ}$  и коэффициенте трения  $C_f = 0.002$ . При данных условиях максимальное аэродинамическое качество исходной модели при угле атаки  $\alpha = 28^{\circ}$  составляет K = 1.085.



Рис. 4.27 – Оптимизируемая часть исследуемой модели

После завершения оптимизационного расчета исследуемое тело пробрело форму, представленную на рис. 4.28.



Рис. 4.28 – Оптимальная форма исследуемого тела

По окончанию расчета к модели были присоединены элементы, не участвовавшие в оптимизации.

Окончательная аэродинамическая компоновка оптимального по  $K_{\text{max}}$  при  $\alpha = 8^{\circ}$  ВЛА представлена на рис. 4.29. Ее характерной особенностью является фюзеляж с плоскими боковыми гранями, аналогично фюзеляжу КА Х-34, и кормовой частью квадратного поперечного сечения. Следует отметить, что форма кормовой части определена принятыми в расчете габаритами силовой установки.



Рис. 4.29 – Конечная компоновка исследуемой модели

Полученная в численном расчете оптимальная конфигурация ВЛА хорошо коррелирует с реальным прототипом, что свидетельствует о работоспособности представленного программного обеспечения.

На рис. 4.30 приведены зависимости аэродинамического качества исходного и оптимизированного тела от угла атаки. На рис. 4.31, 4.32 – зависимости аэродинамических характеристик исходного и оптимизированного тела от угла атаки. Максимальное качество оптимального тела при угле атаки  $\alpha = 7^{\circ}$  составляет K = 4.518.



Рис. 4.30 – Зависимость аэродинамического качества исходной и

оптимизированной модели от угла атаки



Рис. 4.31 – Зависимость коэффициента сопротивления исходной и оптимизированной модели от угла атаки



Рис. 4.32 – Зависимость коэффициента подъемной силы исходной и оптимизированной модели от угла атаки

Приведенный пример оптимизации аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата подтверждает хорошую применимость предложенных методов повышения аэродинамического качества.

Показано, что с помощью оптимизационного расчета из «заготовки» не обладающей аэродинамическими свойствами высокоскоростного летательного аппарата можно построить конфигурацию аналогичную выбранному прообразу и обладающую высокими аэродинамическими характеристиками.

Оптимальная форма высокоскоростного летательного аппарата, полученная по критерию максимального аэродинамического качества при заданной форме В плане и геометрии полезной нагрузки, близка к аэродинамической компоновке прототипа ВЛА, что свидетельствует 0 работоспособности разработанного программного обеспечения.

Характерными особенностями оптимальной конфигурации являются форма поперечного сечения фюзеляжа, повторяющая обводы полезной нагрузки и имеющая близкие к вертикальным «борта», и плоские поверхности под оптимальным углом атаки на наветренной стороне.

Использованный для решения задачи оптимизации авторский решатель позволяет формализовать и решать различные задачи по улучшению АДХ ВЛА на высоком научно-техническом уровне.

#### 4.4 Выводы к Главе 4

Представлены примеры применения разработанного метода оптимизации аэродинамических форм для аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов, включая:

- спускаемый аппарат типа «несущий корпус»;

- интегрированная компоновка планера и силовой установки;

летательные аппараты с заданными формой в плане и элементами полезной нагрузки

Результаты решения рассмотренных задач аэродинамического проектирования находятся в хорошем соответствии с существующими аналогами.

Проведено исследование влияния нормальной силы сопла и сопротивления воздухозаборника на оптимальную форму ВЛА с ПВРД и показано, что оптимизация формы фюзеляжа и элементов силовой установки может проводиться независимо друг от друга.

Представлен способ аэродинамического проектирования планирующих летательных аппаратов при заданных форме и габаритах отсеков размещения оборудования и полезной нагрузки.

#### Заключение

В настоящей диссертации были получены следующие основные результаты:

Разработан локальный метод расчета аэродинамических характеристик летательного аппарата в сверхзвуковом потоке совершенного газа, основанный на анализе сверхзвукового обтекания плоской пластины под углом атаки.

Эффективность локального метода обоснована сравнительными расчетами в рамках невязкого обтекания с использованием приближенного и CFD методов при определении аэродинамических характеристик спускаемых летательных аппаратов типа несущий корпус, крылатых конфигураций и треугольных затупленных крыльев.

Предложена приближенная зависимость для определения коэффициента сопротивления трения на поверхности спускаемых летательных аппаратов, верификация которой выполнена путем сравнения с опубликованными результатами расчетов равновесного и неравновесного обтекания затупленного треугольного крыла и крылатого летательного аппарата вязким сверхзвуковым потоком при ламинарном режиме течения в пограничном слое.

Разработан программный комплекс для расчета аэродинамических коэффициентов пространственных тел в сверхзвуковом потоке.

На основе численного вариационного метода локальных вариаций разработаны алгоритм оптимизации формы тела максимального аэродинамического качества, а также минимального сопротивления в потоке больших сверхзвуковых скоростей и соответствующий программный комплекс.

Решена вариационная задача 0 форме тела максимального заданной площади аэродинамического качества при донного сечения. Проведено сравнение результатов аналитического и численного решения вариационной задачи. Показано, что при задании площади донного сечения и его высоты оптимальной формой донного сечения является треугольник, а абсолютно оптимальной формой максимального аэродинамического качества является треугольное крыло с плоской наветренной поверхностью.

Путём оптимизации формы треугольного крыла и волнолета продемонстрирована близость оптимальных форм, полученных в рамках локального метода касательного клина и CFD-методов.

Единственность и сходимость численного решения вариационной задачи при задании формы тела в плане или формы его донного сечения обоснована сравнением с результатами аналитического решения о форме тела максимального аэродинамического качества при заданной площади донного сечения и расчетами от различных начальных конфигураций при заданной форме в плане.

Исследовано влияние радиуса затупления передней кромки треугольного крыла на его оптимальную форму.

Описан метод аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов, и приводятся результаты его применения.

Представлено решение задачи построения оптимальной конфигурации спускаемого аппарата типа «несущий корпус».

Предложено решение задачи интеграции планера и силовой установки ПВРД планирующего летательного аппарата. Проведено исследование влияния нормальной силы сопла и сопротивления воздухозаборника на оптимальную форму ВЛА с ПВРД.

Представлен способ аэродинамического проектирования планирующих летательных аппаратов при заданных форме и габаритах отсеков размещения оборудования и полезной нагрузки.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю академику РАН, д.ф.-м.н., профессору С.Т. Суржикову за руководство работой, постоянное внимание и ценные советы, а также благодарит коллектив лаборатории радиационной газовой динамики Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН за плодотворные обсуждения и полезные замечания, сделанные при подготовке диссертации.

# Литература

1. Semenov Yu.P., Reshetin A.G., Dyadkin A.A., Petrov N.K., Simakova T.V., Tokarev V.A. Aerodynamic of Reentry Vehicle Clipper at Descent Phase. Proceedings of the 5th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. 8-11 November 2004. SP-563. Cologne, Ger many. pp.127-130

2. Sevastiyanov N.N., Bryukhanov N.A. Clipper Reusable Transport System. 57th International Astronautical Congress. IAC-06-D2.4.01

3. Dmitriev V.G., Vaganov A.V., Gorshkov A.B., Lapygin V.I., Galaktionov A.Yu., Mikhalin V.A. Analysis of aerothermodynamic parameters of Reusable space wing vehicle / 2nd EUROPEAN CONFERENCE FOR AERO-SPACE SCIENCES. Brussels, Belgium, July 1–6, 2007.

4. G. Lozino-Lozinsky, V. Timoshenko. Lessons Learned from the BOR Flight Compaign. Proceedings of the Third European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 24-26 November 1998,pp.675-683.

5. NASA X-43. https://ru.wikipedia.org/wiki/NASA\_X-43

6. J. Steelant and T. Langener. The Lapcat-Mr2 Hypersonic Cruiser Concept. 29<sup>th</sup> Congress of the ICAS. St. Petersburg, Russia, September 7-12, 2014.

7. J. Steelant , T. Langener, F. Di Matteo, K. Hannemann , J. Riehmer , M. Kuhn , C. Dittert , F. Scheuerpflug , M. Marini, G. Pezzella, M. Cicala, L. Serre. Conceptual Design of the High-Speed Propelled Experimental Flight Test Vehicle. AIAA 2015-3539.

8. Д. Кюхеман. Аэродинамическое проектирование самолетов. М., Машиностроение, 1983, 656с.

9. Г.С. Бюшгенс-ред. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. М., Наука, Физматлит, 1998, 811с.

10. А.В. Бобылёв, А.В. Ваганов, В.Г. Дмитриев, С.М. Задонский, А.Ю.Киреев, А.С. Скуратов, Э.А.Степанов, В.А. Ярошевский. Разработка аэродинамической компоновки и исследования аэротермодинамических характеристик малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата. Ученые записки ЦАГИ, Том XL, 2009, №3, с.3-15.

11. А.Н. Крайко. Вариационные задачи газовой динамики. М., Наука, 1979, 447 с.

12. Г.Г. Чёрный. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959. 220с.

13. В.С. Николаев. Аппроксимационные зависимости для локальных аэродинамических характеристик тел типа крыла в вязком гиперзвуковом потоке в широком диапазоне параметров подобия // Учёные записки ЦАГИ, 1981, т.12, №4.

14. В.Ю. Александров, В.С. Галкин, Г.Г. Нерсесов, В.С. Николаев. Приближенный метод аэродинамического расчета летательных аппаратов при больших сверхзвуковых скоростях полета. Труды ЦАГИ, 1990, вып. 2492, 18с.

15. А.Б. Горшков, В.И. Лапыгин, В.А. Михалин, Т.В. Сазонова, Д.М. Фофонов. Об использовании модели идеального газа в задаче оптимизации формы тела в сверхзвуковом потоке. Космонавтика и ракетостроение. № 3(72), 2013, 33-42сс.

16. А.Миеле – ред. Теория оптимальных аэродинамических форм. Приложение. А.Л. Гонор, А.Н. Крайко. Некоторые результаты исследования оптимальных форм при сверх- и гиперзвуковых скоростях. М., МИР, 1969, 507с.

17. A. Ferry, N. Ness, R. Kaplita. Supersonic flow over conical bodies without axial symmetry, JAS, 20,№8 (1953).

18. Г.И. Майкапар, О волновом сопротивлении неосесимметричных тел при сверхзвуковых скоростях, ПММ, 23, вып. 2, 1959.

19. А.Л. Гонор. Определение формы пространственного оптимального тела с учетом силы трения. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, №4, 1965.

20. А.Н. Крайко, Д.Е. Пудовиков, Г.Е. Якунина. Теория аэродинамических форм, близких к оптимальным. М., «ЯНУС-К», 2001, 132 сс.

21. Г.Е. Якунина. К построению оптимальных пространственных форм в рамках модели локального взаимодействия. ПММ, 2000, т. 64, вып. 2, с.299-310.

22. Г.Е. Якунина. Об оптимальных неконических и несимметричных конфигурациях. ПММ, 2000, т. 64, вып. 4, с.605 -614.

23. A. Miele. The Extremization of Products of Powers of Functionals and Its Applications to Aerodynamics. Astronaut. Acta, v.12, №1, 1966.

24. A. Miele, D.G. Hull., Tree – Dimensional Wings of Maximum Lift to Drag Ratio in Hypersonic Flow, Rice University, Aero- Astronautics Report № 27, 1966.

25. Г.И. Майкапар, Крыло с максимальным аэродинамическим качеством при гиперзвуковых скоростях. ПММ, т.30, вып.1, 1966.

26. В.П. Кутухин, Л.Д. Фёдоров, Б.А. Эльгудина. Исследование оптимальной формы несущих тел в гиперзвуковом потоке. Ученые Записки ЦАГИ, т. III, № 3, 1972, с. 38-47.с.

27. В.С. Николаев. Треугольное крыло оптимальной формы в сверхзвуковом потоке. Ученые Записки ЦАГИ, т. IX, № 6, 1978, с. 100-106.

28. В.И. Лапыгин, П.В. Третьяков. Коническое крыло максимального аэродинамического качества в сверхзвуковом потоке газа // Известия АН СССР, Механика жидкости и газа, 3,1986, 128-133с.

29. А.Л. Гонор, В.И. Лапыгин, Н.А. Остапенко. Обтекание и оптимальная форма конического крыла при гиперзвуковых скоростях. Отчёт НИИ Механики МГУ, № 981, 1969.

30. В.И. Лапыгин. Тела максимального аэродинамического качества в гиперзвуковом потоке. Научные Труды НИИ Механики МГУ, № 11, 1971.

31. V.I. Lapygin, D.M. Fofonov. Absolutely Optimal Configurations with Maximum Lift – to – Drag Ratio at High Supersonic Flow Velocity// Proceeding of the West- East High Speed Flow Field Conference 19-22, November, 2007, Moscow, Russia.

32. В.И. Лапыгин, Г.Е. Якунина. О формах тел с максимальным аэродинамическим качеством в сверхзвуковом потоке. ПММ. 2009 г. Т.73. Вып.5. С.717-730.

33. В.И. Лапыгин, Д.М. Фофонов. Оптимальные конфигурации максимального аэродинамического качества в рамках модели локального взаимодействия. XIV Международная конференция "Методы аэрофизических исследований", Новосибирск, июнь 30-июль 6. 2010 г.

34. С.А. Таковицкий. Оптимизационные задачи сверхзвуковой аэродинамики. М., Наука, 2015, 236 сс

35. T. Nonweiler. Aerodynamic Problems of Manned Space Vehicles // Journal of the Royal Aeronautical Society, vol.63, No585, pp.521-528, September 1959

36. T. Nonweiler. Delta wings of Shapes Amenable to Exact Shock-Wave Theory // Journal of the Royal Aeronautical Society, vol.67, Jan. 1963, pp.39-40.

37. J.W. Flower. Configurations for High Supersonic Speeds Derived from Simple Shock-Waves and Expansions // Journal of the Royal Aeronautical Society. Vol.67. No 629. pp.287- 290.1963.

38. Aerodynamic Problems of Hypersonic Vehicles. AGARD LS №42. July 1972.

39. Kashif H. Javaid. Development Of Conceptual And Preliminary Design Methodologies For Hypersonic Military Aircraft. Department of Aeronautic Imperial College London. 2005. 225pp. 40. Nastassja Dasque. Development And Validation Of A Hypersonic Vehicle Design Tool Based On Waverider Design Technique. North Carolina Agricultural and Technical State University. 2014.

41. J. A. Nelder and R. Mead. "A Simplex Method for Function Minimzation", Computer Journal, Vol. 7, Jan. 1965, pp. 308-313.

42. S. Corda and J. D. Anderson, Jr., Viscous Optimized Hypersonic Waveriders Designed from Axisymmetric Flow Fields. AIAA-88-0369. 13pp.

43. J. G. Jones and B. A. Woods. The Design of Compression Surfaces for High Supersonic Speeds Using Conical Flow Fields. Reports and Memoranda No. 3539. London: Aeronautical Research Council, 1968.

44. K.G. Boucutt, J.D. Andersen, Jr., D.P. Capriotty. Numerical Optimizations of Conical Flow Waverider Including Detailed Viscous Effects, AGARD – CPP – 428 Aerodynamics of Hypersonic Lifting Vechicles, March 1987, pp.27/1-27/23.

45. K.G. Boucutt, J.D. Andersen, Jr., D.P. Capriotty. Viscous optimized hypersonic waveriders. AIAA Paper, №87-272, 1987, pp.1-18.

46. J.D. Andersen Jr., M.J. Lewis, A.P. Kothari. Hypersonic Waveriders for Planetary Atmospheres. J. Spacecraft, vol.28, №4, 1991, 401 – 410 pp.

47. M. L. Rasmussen. Experimental Forces and Moments on Cone-Derived Waveriders for M = 3 to 5 //Journal of Spacecraft and Rockets. 1982. Vol. 19. No. 6. Pp. 592–598.

48. C.E. Cockrell, Jr., L.D. Huebner, and D. B. Finle. Aerodynamic Characteristics of Two Waverider-Derived Hypersonic Cruise Configuration. NASA Technical Paper 3559. July 1996.

49. Г.И. Майкапар. О построении сверхзвукового течения обтекания твердых тел при помощи плоских скачков уплотнения. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, №5, 1964, с.142-144.

50. Г.И. Майкапар, Тела, образованные поверхностями тока конических течений. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, №1, 1966, с.126-127.

51. В.В. Келдыш. Аэродинамическое качество конического сектора с крылом на режимах, соответствующих вырезкам из течения в окрестности круглого конуса под нулевым углом атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, №6, 1968, с.118-121.

52. В.В. Келдыш, Г.И. Майкапар. Газодинамическое конструирование гиперзвуковых самолетов. Изв. АН СССР, МЖГ, №3, 1969, с.178-185

53. И.И. Мажуль, И.И. Яковлев. К выбору оптимальных форм простых волнолетов. Препринт № 9 – 89, ИТПМ РАН, Новосибирск, 1989, 36сс.

54. И.И. Мажуль. Оптимизация аэродинамического качества волнолетов с поверхностями сжатия, построенными на основе осесимметричных конических течений // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5, № 1. С. 37–43.

55. И.И. Мажуль Некоторые возможности описания волнолетов с использованием степенных функций и многочленов // Теплофизика и аэромеханика. 2002. Т. 9, № 2. С. 233–246.

56. И.И. Мажуль. Сравнительный анализ аэродинамики волнолетов, построенных на основе конических и плоских течений. Теплофизика и аэромеханика. 2007.т.14.№1.с.99-111.

57. В.М. Коваленко. Расчет коэффициентов турбулентного трения и теплопередачи гладкой пластины при сверхзвуковых скоростях и наличии теплообмена. Труды ЦАГИ, 1967, вып. 1084.

58. Kim B.S., Rasmussen M.L., Jischke M.C. Optimization of waverider configurations generated from axisymmetric conical flows // J. Spacecraft and Rockets. 1983. Vol. 20, No. 5. P. 461–469

59. С.Т. Суржиков, Д.С. Яцухно. Метод расщепления по физическим процессам в задаче моделирования обтекания перспективного высокоскоростного летательного аппарата. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2018. № 1. С.20-33.

60. D.S. Yatsukhno. Computational study of the waverider aerothermodynamics by the UST3D computer code // J. of Physics: Conf. Series. 2018. Vol. 1009. No. 01200.

61. Д.С. Яцухно. Исследование аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов с использованием моделей совершенного и реального газа. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. ИТПМ РАН. 2019

62. Яцухно Д.С. Численное моделирование аэродинамики волнолетов построенных на скачках уплотнения различной формы // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. 21, № 1.

63. Яцухно Д.С. «О некоторых особенностях анализа экспериментальных данных по аэродинамике волнолетов». Физико-химическая кинетика в газовой динамике 2020 Т.21(2)

64. S.T. Surzhikov. Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data Journal of Physics: Conference Series 815 012023, 2017.

65. D.J. Kinney. Aerodynamic Shape Optimization of Hypersonic Vehicles. AIAA 2006-239, 7pp.

66. D.J. Kinney. "Aero-Thermodynamics for Conceptual Design", AIAA Paper 13382, January 2004, Reno Nevada.

67. Ф.Л. Черноусько. Метод локальных вариаций для численного решения вариационных задач. Ж. Выч. мат. и мат. физ. Т. 5. №4. 1965.

68. Н.В. Баничук, В.М. Петров, Ф.Л. Черноусько. Метод локальных вариаций для вариационных задач с неаддитивными функционалами. Ж. Выч. мат. и мат. физ. Т.9. №3, 1969

69. Ф.Л. Черноусько, Н.В. Баничук. Вариационные задачи механики и управления. М., Наука, 1973, 238сс

70. В.Д. Перминов. Крылья с оптимальными характеристиками в гиперзвуковом потоке. Известия АН СССР, Механика жидкости и газа, №6, 1969, 67-73с.

71. Lapygin V.I., Galaktionov A.Yu., Kazakov M.N., Mikhalin V.A., Fofonov D.M. Trade-off of Aerodynamic Configuration for a Descent Vehicle // Proceedings of the 6<sup>th</sup> European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS), July 1-7, 2007, Brussels, Belgium.

72. В.И. Лапыгин, Д.М. Фофонов. Тела максимального аэродинамического качества в гиперзвуковом потоке. IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Доклады, т.2, 22-28 августа 2006г.

73. В.И. Лапыгин, Т.В. Сазонова, Д.М. Фофонов. «Оптимальные несущие конфигурации в сверхзвуковом потоке» // XV Международная конференция "Методы аэрофизических исследований", Новосибирск, 1-6 ноября 2010 г.

74. Lapygin V.I., Kudryavtsev V.V Mikhalin V.A., Fofonov D.M. Hypersonic Aerodynamic Configurations with Maximum Lift-to-Drag Ratio // Fifth European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. (Cologne, Germany, 2004). pp.221-228.

75. V.I. Lapygin, D.M. Fofonov. Airframe Integration at High Supersonic Speeds Using Variational Procedures. European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. Moscow, Russia, 2005.

76. В.И. Лапыгин, Д.М. Фофонов. Интеграция планера и силовой установки гиперзвукового летательного аппарата. Космонавтика и ракетостроение, №4 (45), 2006 г., с. 39-47.

77. Д.М. Фофонов. Оптимизация аэродинамической компоновки гиперзвуковых летательных аппаратов. Космонавтика и ракетостроение. 2010, № 1(58), с.17-26.

78. А.Б. Горшков, В.И. Лапыгин, В.А. Михалин, Т.В. Сазонова, Д.М. Фофонов. Обтекание треугольного крыла при минимальном тепловом потоке к его поверхности.Космонавтика и ракетостроение, №4 (83), 2015 г., сс.36-42.

79. Лапыгин В.И. Нормальная сила плоского треугольного крыла в сверхзвуковом потоке // Изв. РАН. МЖГ. 1977. №5, сс162-164.

80. Горшков А.Б., Лапыгин В.И., Михалин В.А., Сазонова Т.В., Фофонов Д.М. Об использовании модели идеального газа в задаче оптимизации формы тела в сверхзвуковом потоке. ICMAR XV1. Международная конференция «Методы аэрофизических исследований», г.Казань, 20-26 августа 2012

81. В.И. Лапыгин, А.Б. Горшков, Д.М. Фофонов, Т.В. Сазонова, В.А. Михалин. Построение формы тела с высоким аэродинамическим качеством при минимизации теплового потока к его боковой поверхности. ICMAR XV11. Международная конференция «Методы аэрофизических исследований», Новосибирск, июнь 30 – июль 6, 2014.

82. Фофонов Д.М. О построении оптимальной аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата с заданной геометрией полезной нагрузки. Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Институт механики МГУ (Москва). 2021. том 22. № 6

83. Ерёмин В.В., Михалин В.А., Родионов А.В Расчет аэродинамической интерференции элементов ракет-носителей при сверхзвуковых скоростях // Аэромеханика и газовая динамика. 2000. №1 С.24-35

84. Горшков А.Б. Численное исследование вязкого гиперзвукового обтекания треугольного крыла с затупленными кромками // ЖВМ и МФ. 2009. Т.49. № 9. С.1697-1707.

85. Власов В.И., Горшков А.Б., Ковалев Р.В., Лунев В.В. Тонкая треугольная пластина с притупленным носком в вязком гиперзвуковом потоке // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 4. С.133-144.ние, №3(72), 2013,с.33-42.

86. А.В. Ваганов, С.М. Дроздов, А.П. Косых, Г.Г. Нерсесов, И.Ф. Челышева, В.Л. Юмашев. Численное моделирование аэродинамики крылатого возвращаемого космического аппарата . Ученые записки ЦАГИ, Том XL, 2009, №2, с.3-15.

87. Maus J.R., Griffith B.J., Szema K.Y., Best J.T. Hypersonic Mach number and real gas effects on Space Shuttle orbiter aerodynamics. AIAA Paper, 1983, №3, 7

88. Li Ting-Yi, and Nagamatzu Henry T. Similar Solutions of Compressible Boundary Layer Equations // Journ.Aero.Scie. 1955. vol.22, No 9, pp.607-616.

89. Mitchel H. Bertram and William V. Feller. Simple method for determining heat transfer, skin friction, and boundary-layer thicken ss for hypersonic laminar boundary layer flows in a pressure gradient. NASA.MEMO 5-24-59L. 1954. 60 pp.

90. А.Б. Горшков, В.И. Лапыгин, В.А. Михалин, Т.В. Сазонова, Д.М. Фофонов. Приближенные зависимости для определения коэффициента трения и теплового потока на поверхности тела при гиперзвуковых скоростях. Материалы XXVI научно-технической конференции по аэродинамике. ЦАГИ, 26-27 февраля 2015.

91. И.П. Гинзбург. Теория сопротивления и теплопередачи. Л. Изд-во Ленинградский университет, 1970, 376 с.

92. А.Н. Крайко. Теоретическая газовая динамика: классика и современность. Торус Пресс. М. 2010. 440 сс.

93. В.И. Лапыгин, В.А. Михалин, Д.М. Фофонов. Аэродинамические формы максимального качества при гиперзвуковых скоростях полета. Международная конференция «Фундаментальные проблемы высокоскоростных течений». Жуковский, Московская область, Россия, сентябрь 21-24, 2004.

94. Д.М. Фофонов. Оптимизация аэродинамической формы волнолета с затупленной передней кромкой. Ученые записки ЦАГИ, Изд. отдел ЦАГИ (Жуковский), том 52, № 6, с. 26-29.

95. K.G. Boucutt. Optimization of Hypersonic Waveriders Derived from I Cone Flows Including Viscous Effects. Ph.D. Dissertation, Dept. of Aerospace Engineering, University of Maryland, College Park, Maryland, 1986.

96. К.Н. Волков, Ю.В. Добров, А.Г. Карпенко, С.И. Мальковский, А.А. Сорокин Моделирование газовой динамики гиперзвуковых летательных аппаратов с использованием модели высокотемпературного воздуха и графических процессоров. Вычислительные методы и программирование. 2021. т. 22. с.29-45.

97. Orbital Sciences X-34. https://en.wikipedia.org/wiki/Orbital\_Sciences\_X-34

98. Фофонов Д.М. О построении оптимальной аэродинамической компоновки высокоскоростного летательного аппарата с интегрированной силовой установкой. Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Институт механики МГУ (Москва). 2021. том 22. № 6

99. А.А. Крылов, В.А. Михалин, А.Д. Савельев. Опыт применения параболическоголения генератора сеток в задачах вычислительной газовой динамики. Ж. Выч. мат. и мат. физ.Т.43, №7, 2003.

100. Бафталовский С.В., Крайко А.Н., Макаров В.Е., Тилляева Н.И. Оптимизация силовой установки гиперзвукового летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем. Изв. РАН. МЖГ. 1997. №4. С.126-135.

101. Железнякова А. Л., Суржиков С. Т. Численное моделирование гиперзвукового обтекания модели летательного аппарата X-43//Физикохимическая кинетика в газовой динамике. 2011. Т. 11.

102. Сильвестров П. В., Суржиков С. Т. Расчет аэротермодинамики высокоскоростного летательного аппарата X-43 с использованием компьютерных кодов UST3D и UST3D-AUSMPW//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т.20, вып. 4.

103. A.L. Zheleznyakova. A Unified Approach to Building Complex Virtual Surfaces and Computational Grids for the Comprehensive 3D Simulation of Aerospace Industry Products. Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics 2016 V17 (2).

## Приложение А

# Программный комплекс аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов

#### А.1 Описание программного комплекса

С использованием вышеописанных методов и разработанных алгоритмов был создан программный комплекс аэродинамического проектирования высокоскоростных летательных аппаратов – «Optimize». Программный комплекс написан на языке высоко уровня C++, в среде разработки Microsoft Visual Studio.

Программы комплекса позволяют быстро его освоить, располагают широким набором сервисных функций, позволяют быстро обнаружить ошибку в подготовке исходных данных, графически проконтролировать их правильность, отслеживать в динамике процесс оптимизации как в главном окне приложения, так и в окне трехмерного изображения, представить результаты расчета в графическом виде.

Объем оперативной памяти, занимаемый программой, объем памяти носителя, занимаемый расчетной моделью, время загрузки исходной модели и время оптимизационного расчета зависят от сложности (числа ячеек) расчетной модели.

На рисунке А.1 изображено главное окно программного комплекса.



Рисунок А.1 – Главное окно программного комплекса

# А.2 Подготовка модели

# А.2.1 Создание расчетной

Программный комплекс может использовать в качестве исходных моделей файлы типов 3dsmax ASCII Scene Export (\*.ASE), DirectX file (\*.X) и формат собственной разработки Model txt file (\*.TXT).

Формат Model txt file (\*.ТХТ) аналогичен формату DirectX file (\*.Х) в части хранящей описание поверхностной сетки модели, но кроме того содержит параметры набегающего потока, параметры и условия оптимизационного расчета, некоторые аэродинамические и геометрические характеристики модели. В случае необходимости в файл данного формата могут быть добавлены описания геометрии полезной нагрузки и элементов модели.
Создать исходную модель в формате «ASE» и «Х» можно при помощи программы трехмерного моделирования 3D Studio Max (версии 2.0 или выше), необходимо удостовериться в возможности экспортировать модели в формате «ASE» или «Х».

Возможно, также, создать исходную модель в формате «Х» при помощи любого текстового редактора, например для Windows – Блокнот (Notepad.exe). Пример такого файла приведен ниже:

```
xof 0303txt 0032
Header {
 1;
 0;
 1;
}
Mesh {
 9;
   0.000000; 0.000000; 0.000000;,
   0.500000; 0.0000000; 0.100000;,
   1.000000; 0.000000; 0.200000;,
   0.500000; 0.200000; 0.000000;,
   1.000000; 0.200000; 0.100000;,
   1.000000; 0.400000;
                          0.000000;,
   0.500000; 0.0000000; -0.100000;,
   1.000000; 0.000000; -0.200000;,
   1.000000;
              0.200000; -0.100000;;
 11;
 3;
     Ο,
         1,
             3;,
 3;
     1,
         2,
             4;,
     1,
 3;
         4,
             3;,
 3;
     3,
         4,
             5;,
 3;
     Ο,
         3,
             6;,
 3;
     6,
         8,
             7;,
 3;
     3,
         8,
             6;,
 3;
     3,
         5,
             8;,
```

3; 2, 7, 8;, 3; 2, 8, 4;, 3; 4, 8, 5;; }

Здесь

xof 0303txt 0032
Header {
 1;
 0;
 1;
}

- неизменяемые строки,

Mesh  $\{$ 

- начало списка вершин/полигонов модели,

#### 9;

- число вершин.

Строки вида

0.000000; 0.000000; 0.000000;,

- определения вершин (X; Y; Z;), разделены «,», в конце списка «;»,

### 11;

- число полигонов,

строки вида

3; 0, 1, 3;,

– определения полигонов (число вершин полигона = 3; номер первой вершины

(i); второй (j); третьей (k);), разделены «,», в конце списка «;»,

– конец списка вершин/полигонов модели.

}

Создать исходную модель в формате «ТХТ» можно также при помощи любого текстового редактора. Пример такого файла:

```
Model txt
Parameters:
Vol = 2.667e - 002
S pl = 2.000e-001
Mach = 15
Tau = 0.002
R ed = 0.002
R fr = 0.004
Back = 1
Math = Lcl.Wedges
Task = Max LDR
Sqr = 5.343e-001
LDR =-2.023e-016
    = 4.287e - 002
Cx
Cxw = 3.503e - 002
Cxf = 4.472e - 003
Cxe = 2.971e - 003
 Cxv = 3.948e - 004
     =-8.674e-018
Cz
Czw = -8.674e - 018
 Czf = 0.000e+000
Mesh {
 9;
   0.000000; 0.000000; 0.000000;,
   0.500000; 0.000000; 0.100000;,
   1.000000; 0.000000; 0.200000;,
   0.500000; 0.200000; 0.000000;,
   1.000000; 0.200000;
                         0.100000;,
```

	1.00	00000	;	0.400000;	0.000000;,
	0.50	00000	;	0.000000;	-0.100000;,
	1.00	00000	;	0.000000;	-0.200000;,
	1.00	00000	;	0.200000;	-0.100000;;
11	L;				
3	; (	),	1,	3;,	
3	; 1	L,	2,	4;,	
3	; 1	L,	4,	3;,	
3	; 3	З,	4,	5;,	
3	; (	),	з,	6;,	
3	; 6	5,	8,	7;,	
3	; 3	З,	8,	6;,	
3	; 3	З,	5,	8;,	
3	; 2	2,	7,	8;,	
3	; 2	2,	8,	4;,	
3	; 4	ł,	8,	5;;	
}					

Здесь:

## Model txt

– обязательный, неизменяемый заголовок,

строки

Vol = ... ... ... Czf = ...

– список параметров (необязательные строки),

структура

Mesh  $\{$ 

```
····
····
}
```

– аналогична структуре для формата «Х».

Обязательные условия, предъявляемые к поверхностной сетке модели:

- Так как программа оперирует симметричными моделями, с носком в точке (0; 0) и длиной = 1, то исходная модель может быть задана половиной лежащей в области Y≥0;
- Модель не должна иметь разрывов поверхности, взаимных пересечений ребер и полигонов (Рисунки 21, 22);
- Крайне желательно чтобы донное сечение модели не содержало вершин и каждый полигон дна модели имел одно вертикальное (или близкое к вертикальному) ребро, идущее от нижней до верхней поверхности модели.

Примечание: все полигоны с нормалью сонаправленной оси ОХ рассматриваются как донные и могут быть принудительно исключены из расчета.



Рисунок А.2 – Пример корректной исходной модели.



Рисунок А.3 – Пример некорректной исходной модели.

## А.2.2 Загрузка исходной модели

При запуске программа автоматически открывает диалог выбора исходной модели (рисунок А.4).

Initial Model			? 🔀
<u>П</u> апка:	C Models	<b>_</b>	⊨ 🗈 💣 III-
Недавние документы Рабочий стол Мои документы	<ul> <li>01</li> <li>chelnok</li> <li>K_M_Cf</li> <li>Main</li> <li>New</li> <li>Results</li> <li>x</li> <li>00.txt</li> <li>001.txt</li> <li>1x1.txt</li> <li>1x1_res.txt</li> <li>4x4.txt</li> <li>8x8.txt</li> </ul>	<ul> <li>8x8_bott.txt</li> <li>8x8_M06.txt</li> <li>8x8_M6_b.txt</li> <li>8x8_M6_b.txt</li> <li>8x8_M6_bef.txt</li> <li>8x8_M6_T2_efb.txt</li> <li>8x8_M06_T06.txt</li> <li>8x8_M10_txt</li> <li>8x8_M10_txt</li> <li>8x8_M10_T2_efb.txt</li> <li>8x8_M15_txt</li> <li>8x8_M15_b.txt</li> <li>8x8_M15_lw.txt</li> </ul>	<ul> <li>8x8_M15_T6.txt</li> <li>8x8_M15_T6_b.txt</li> <li>8x8_res1.txt</li> <li>8x8_res2.txt</li> <li>8x8_test1.txt</li> <li>8x8_test2.txt</li> <li>8x8_top.txt</li> <li>16x16_M06.txt</li> <li>16x16_M10_txt</li> <li>16x16_M10_txt</li> <li>16x16_r50.txt</li> <li>16x16_r70.txt</li> </ul>
Мой компьютер	<		>
Сетевое окружение	<u>И</u> мя файла: <u>Т</u> ип файлов:	16x16.txt All Formats (*.X; *.ASE; *.TXT) П Только утение	<ul> <li><u>О</u>ткрыть</li> <li>Отмена</li> </ul>

Рисунок А.4 – Диалог выбора исходной модели.

Во время работы программы (если запущена оптимизация, ее надо остановить или дождаться окончания), нажав клавиши «Ctrl+O» или выбрав пункт меню «File → Open», можно задать новую исходную модель.

## А.2.3 Геометрические преобразования модели

Перед началом оптимизации с исходной моделью могут быть произведены следующие геометрические преобразования:

Действие	Сочетание клавиш	Пункт меню
Перемещение	Ctrl+M	Модель → Переместить
Зеркальное отражение	Ctrl+I	Модель → Отразить

Таблица А.1 – Геометрические преобразования

Поворот	Ctrl+R	Модель → Повернуть
Масштабирование	Ctrl+L	Модель → Масштаб
Нормализация	Ctrl+N	Модель → Нормализовать
Цэнтрирование	Ctrl+E	Модель → Центрировать

Scale	X
<b>On</b> X 100	percents
0nY 100	percents
0nZ 100	percents
ОК	Cancel

Рисунок А.5 – Диалог масштабирования.

- Центрирование модели, клавиши «Ctrl+E» или пункт меню «Model → Center».

## А.З Оптимизация

## А.3.1 Начальные условия и параметры расчета

Перед началом оптимизации необходимо установить начальные условия и выбрать математическую модель. По нажатию клавиш «Ctrl+T» или при выборе пункта меню «Model → Parameters» открывается диалоговое окно установки параметров расчета:

Параметры	X
Поток Число Маха 15 Альфа 0 Бета 0 Козф. трения 0.002 Гамма 1.4 k_1 2 k_2 2	Аппарат R <sub>n</sub> 0 R <sub>e</sub> 0 С <sub>x0</sub> 0 С <sub>y0</sub> 0 М <sub>20</sub> 0 Центр масс Х 0
Математическая модель Метод местн. клина 💌 🔽 Донное давление Модель обтекания	У 0 Z 0
Вдоль ОХ •	Параметры оптимизации Дельта Vo 0.1 Zmin -100 Zmax 100 Свободный объем

Рисунок А.6 – Диалог параметров оптимизации.

Здесь устанавливаются параметры потока, параметры ЛА, математическая модель, цель оптимизации и прочие параметры.

В таблице А.3 приведены все входные параметры и все рассчитываемые характеристики модели.

Наименование	Формат	Допустимые
Паимспованис	строки	значения
Объем	Vol =	
Площадь в плане	S pl =	
Число Маха	Mach =	230
Угол атаки	Alpha =	0180
Угол рыскания	Beta =	0180
Коэффициент трения	Tau =	01.0
Модель трения	FMod =	

Таблица А.2 – Параметры и характеристики модели

Радиус затупления передней кромки	R ed	=	≥0
Радиус затупления носка	R ns	=	≥0
Признак учета донного давления	Base	=	1,0
Математическая модель	Math	=	
Цель оптимизации	Task	=	
Площадь	Sqr	=	
Аэродинамическое качество	LDR	=	
Суммарный коэф-т сопротивления	Cx	=	
Коэф-т волнового сопротивления	Cxw	=	
Коэф-т сопротивления трения	Cxf	=	
Коэф-т донного сопротивления	Cxb	=	
Коэф-т сопротивления кромок	Cxe	=	
Коэф-т сопротивления носка	Cxn	=	
Вклад нерассчитываемых составляющих	Cxo	=	≥0
Суммарный коэф-т боковой силы	Су	=	
Коэф-т волновой составляющей боковой силы	Cyw	=	
Коэф-т составляющей трения боковой силы	Cyf	=	
Вклад нерассчитываемых составляющих	Суо	=	≥0
Суммарный коэф-т подъемной силы	Cz	=	
Коэф-т волновой составляющей подъемной силы	Czw	=	
Коэф-т составляющей трения подъемной силы	Czf	=	
Вклад нерассчитываемых составляющих	Czo	=	≥0
Момент тангажа	My	=	
Вклад нерассчитываемых составляющих	Муо	=	$\geq 0$
Момент рыскания	Mz	=	
Вклад нерассчитываемых составляющих	Mzo	=	≥0

# А.З.2 Запуск оптимизационного расчета

После того как все параметры заданы, нажатием «Ctrl+P» или выбором пункта меню «Model  $\rightarrow$  Optimize» запускается оптимизация. Ход оптимизации можно проследить по чертежу на главном окне программы.

Принудительно остановить оптимизацию можно нажатием клавиш «Ctrl+B» или выбором пункта меню «Model → Break».

# А.4 Результаты оптимизации

# А.4.1 Обработка

После окончания или принудительной остановки оптимизации на экране появляется соответствующее сообщение:



Сообщение об окончании оптимизации.

Визуально оценить результаты оптимизации можно по чертежу в главном окне программы и по объемному изображению модели в специальном окне, открывающемся по нажатию "Alt+v" или через меню: "View → Perspective".



Рисунок А.7 – Трехмерное изображение модели, режим 1 – фиксированные элементы выделены красным.



Рисунок А.8 – Трехмерное изображение модели, режим 2 – распределение давления.

После нажатия и удерживания левой кнопки мыши в окне "Перспектива" курсор примет вид как на рис. 19а, после этого, перемещая курсор по окну, можно вращать изображение модели.

После нажатия и удерживания правой кнопки мыши в окне "Перспектива" курсор примет вид 19б, после этого, перемещая курсор вверх и вниз, можно масштабировать изображение модели.



Рисунок А.9 – Курсоры

Построение поляр оптимального тела производится по нажатию "Ctrl+A" или выбором пункта меню "Model → Build Polars".

Polars Building		
Angles [degrees]	Final 10.0	Step 1.0
Show result		Prouse
	OK	Cancel

Рисунок А.10 – Диалог построения поляр

Для построения поляр необходимо задать начальный и конечный углы, шаг, имя файла с расширением ".plr", в который будет сохранена таблица поляр.

## А.4.2 Сохранение

Сохранение полученной в результате оптимизации модели возможно в форматах "Х" и "ТХТ", которые были описаны выше. Для сохранения модели надо нажать клавиши "Ctrl+S" или выбрать пункт меню "File → Save".

Model Saving			? 🗙
<u>П</u> апка:	C Models	- E 😤 🖃 -	
Недавние документы Рабочий стол Мои документы	<ul> <li>01</li> <li>chelnok</li> <li>K_M_Cf</li> <li>Main</li> <li>New</li> <li>Results</li> <li>x</li> <li>x43</li> <li>00.txt</li> <li>0001.txt</li> <li>1x1_res.txt</li> <li>1x1_res.txt</li> <li>4x4.txt</li> </ul>	8x8.txt                8x8_M15_b.txt               8x8_M15_b.txt                 8x8_M06.txt               8x8_M15_T6.txt                 8x8_M6.txt               8x8_M15_T6_b.txt                 8x8_M6_b.txt               8x8_M15_T6_b.txt                 8x8_M6_b.txt               8x8_M15_T6_b.txt                 8x8_M6_b.txt               8x8_M15_T6_b.txt                 8x8_M6_b.txt               8x8_res1.txt                 8x8_M6_T2_efb.txt               8x8_test1.txt                 8x8_M6_T6.txt               8x8_test2.txt                 8x8_M6_T6.txt               8x8_test2.txt                 8x8_M6_T6.txt               8x8_test2.txt                 8x8_M10_T0.txt                 8x8_M10_T2_efb.txt                 8x8_M10_T06.txt                 8x8_M10_T06.txt                 8x8_M10_T06.txt                 8x8_M10_T06.txt                 8x8_M10_T06.txt	<pre>16x16_t 16x16_t 16x16_t 16x16_t 16x16_t axis.x.t: cone8x. cone8x. cone8x. cone64. cone64. cone_05 cone_05 flat01.t: flat01.t: flat.txt</pre>
Мой компьютер	<		>
Сетевое окружение	<u>И</u> мя файла: <u>Т</u> ип файла:	Model txt file (*.TXT)	Со <u>х</u> ранить Отмена

Рисунок А.11 – Диалог сохранения модели.

Примечание: в файлах форматов «DAT», «STL», «Х» сохраняется только геометрия модели, без ее аэродинамических характеристик. Только формат "TXT" включает, также, условия оптимизации и результирующие параметры модели.

#### А.4.3 Входные и выходные данные

Программа оптимизации может использовать в качестве входных данных файлы типов 3dsmax ASCII Scene Export (\*.ASE), DirectX file (\*.X) и Model txt file (\*.TXT).

Создать исходную модель в формате "ASE" и "Х" можно при помощи программы трехмерного моделирования 3D Studio Max (версии 2 или выше), необходимо удостовериться в возможности экспортировать модели в формате "ASE" или "Х".

Сохранение выходных данных полученных в результате оптимизации модели возможно в форматах "Х" и "ТХТ", которые были описаны выше.

Примечание: в файле формата "Х" сохраняется только геометрия модели, без ее аэродинамических характеристик. Только формат "ТХТ" включает, также, условия оптимизации и результирующие параметры модели.

#### А.5 Тестовые расчеты

Для проверки комплекса на том же носителе передаются файлы, с именами "test01.txt", "test02.txt", "test03.txt". Указанные файлы являются исходными данными для проведения тестовых расчетов по проверке комплекса.

Для тестирования комплекса необходимо запустить оптимизацию модели записанной в одном из приведенных выше файлов, не внося никаких дополнительных изменений в исходные данные.

Результаты оптимизации должны полностью совпасть с параметрами и геометрией моделей записанных в файлах, передаваемых на том же носителе, "test01\_res.txt", "test02\_res.txt" и "test03\_res.txt" соответственно.

158

Начальная Модель ?					
<u>П</u> апка:	C Models	•	= 🗈 📸 🎫		
Недавние документы Рабочий стол Мои документы	<ul> <li>1x1.txt</li> <li>1x1_01.txt</li> <li>1x1_02.txt</li> <li>1x1_Rc1.txt</li> <li>1x1_Rc1.txt</li> <li>1x1_Rc_res.txt</li> <li>1x1_res.txt</li> <li>2D_txt</li> <li>2D_01.txt</li> <li>2D_FB.txt</li> <li>4x4_txt</li> <li>4x4_opt.txt</li> <li>8x8_txt</li> <li>8x8_01.txt</li> </ul>	<ul> <li>8x8_bott.txt</li> <li>8x8_CfCon.txt</li> <li>8x8_CfVar.txt</li> <li>8x8_M06.txt</li> <li>8x8_M6_b.txt</li> <li>8x8_M6_b.txt</li> <li>8x8_M6_bef.txt</li> <li>8x8_M6_T2_efb.txt</li> <li>8x8_M6_T6.txt</li> <li>8x8_M10_txt</li> <li>8x8_M10_T2_efb.txt</li> <li>8x8_M10_T2_efb.txt</li> <li>8x8_M10_T06.txt</li> <li>8x8_M10_T06.txt</li> <li>8x8_M15.txt</li> </ul>	8x8_M15_b.txt         8x8_M15_lw.txt         8x8_M15_T6_b.txt         8x8_M15_T6_b.txt         8x8_res1.txt         8x8_res2.txt         8x8_res3.txt         8x8_tes1.txt         8x8_tes2.txt         8x8_tes1.txt         8x8_tes1.txt         8x8_tes1.txt         8x8_tes1.txt         8x8_tes2.txt         8x8_tes1.txt         8x8_tes2.txt         8x8_tes1.txt         8x8_tes1.txt         8x8_tes1.txt         16x16.txt		
Мой компьютер	<		>		
Сетевое окружение	<u>И</u> мя файла: <u>Т</u> ип файлов:	8x8.txt All Formats (*.X; *.ASE; *.TXT; *.DAT) Только <u>ч</u> тение	<ul> <li> <u>О</u>ткрыть Отмена         </li> </ul>		

Рисунок А.12 – Окно выбора исходной модели.

Переместить	
Положение	Смещение Х: 0.0
Y: 0.0	Y: 0.0
Z: 0.0	Z: 0.0
	ОК Отмена

Рисунок А.13 – Окно перемещения модели (или элемента).

Отразить	
∏ ОсьХ	
🗌 Ось Ү	
🗌 Ось Z	🗌 Копировать
ОК	Отмена

Рисунок А.14 – Окно отражения модели (или элемента).



Рисунок А.15 – Трехмерное изображение модели, режим 1 – фиксированные элементы выделены красным.



Рисунок А.16 – Трехмерное изображение модели, режим 2 – распределение давления.



Рисунок А.17 – Блок-схема программы.