

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу
Дигилова Александра Вячеславовича «Несовместные деформации в гибких
пластинах. Теория и эксперимент», представленную на соискание ученой сте-
пени кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.8 — Механика деформируемого твёрдого тела

Несовместные деформации возникают как в технологических процессах в результате температурных воздействий, фазовых и химических превращений, при формировании слоистых структур различной природы, в том числе при формировании поверхностных слоев, так и при необратимых деформационных процессах. В частности, в элементах МЭМС всегда присутствуют несовместные деформации, порождающие остаточные напряжения, которые могут быть довольно большими и оказывать влияние на прочность и жесткость элементов.

В случае конечных деформаций описание несовместных деформаций требует адекватного задания геометрии – декомпозиции деформаций, вообще говоря, неоднозначной, и задания соответствующих определяющих соотношений. Этим определяется **актуальность данной работы**, посвященной развитию методов исследования напряженно-деформированного состояния в тонкостенных упругих элементах, имеющих нано- и микрометровые масштабы, более точных, чем существующие, с учетом несовместных деформаций, возникающих на технологических стадиях создания этих элементов, и порождаемых ими напряжений. Конкретно работа сфокусирована на развитии методов математического моделировании конечных несовместных деформаций в гибких элементах МЭМС и их экспериментальной валидации.

Следует отметить, что сочетание в одной работе развития теории, разработки соответствующих численных алгоритмов для ее реализации и методик экспериментальных исследований, нацеленных на определение параметров модели и проверку полученных результатов, имеет самостоятельное методологическое значение и соответствует современным тенденциям развития науки.

Научные новизна и значимость работы заключаются в получении из вариационного принципа новых нелинейных уравнений для определения напряженно-

деформированного состояния в гибких тонкостенных элементах с учетом несовместных деформаций, получении решений соответствующих краевых задач и, в целом, развитии языка дифференциально-геометрических подходов к описанию несовместных деформаций.

Практическая значимость результатов определена их нацеленностью на более точное определение напряженно-деформированного состояния в элементах МЭМС и подтверждена использованием результатов при разработке датчиков давления и оптических элементов, а также при выполнении проектов РНФ и госзаданий.

Обоснованность и достоверность результатов обеспечены строгостью математических выводов, подтверждены сравнением с известными приближенными решениями, экспериментальными данными, полученными методом голографической интерферометрии, и вычислительными экспериментами.

Структура и содержание работы.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и 5 приложений. Объем работы составляет 243 страницы с 51 рисунком и 24 таблицами. Список литературы содержит 229 наименований.

Во **введении** представлен достаточно развернутый и весьма интересный обзор, отражающий историю развития теории пластин и ее современное состояние. Сформулированы цели и задачи работы, положения, выносимые на защиту, коротко представлены методы исследования, определены научная новизна работы, ее практическая значимость, достоверность результатов. Приведены сведения об апробации работы и публикациях автора по теме диссертации.

В **первой главе**, из общих уравнений трехмерной нелинейной теории упругости выводятся новые уравнения теории пластин с учетом несовместности деформаций. Вывод непротиворечив, основан на принципе наименьшего действия и использует сформулированную С.А. Лычевым гипотезу локальной разгрузки, согласно которой окрестность любой материальной точки, принадлежащей телу, может быть переведена в ненапряженное состояние некоторой деформацией. Расширенная вариационная формулировка, включающая вариации координат несовместных деформаций

ций, естественным образом приводит к тензору напряжений Эшелби и конфигурационной силе.

Строится асимптотика по двум малым параметрам, связанным с толщиной пластины и нормой тензора дисторсии. Последнее позволяет, в частности, оценить влияние отвечающих за нелинейность старших членов, пройти от трехмерной упругости до мембраны, оценить влияние толщины пластины и применимость различных моделей.

Вторая глава посвящена методам решения нелинейных уравнений изгиба пластин с несовместными деформациями на примере модифицированных уравнений Феппля – фон Кармана. Получены решения для круглой и прямоугольной пластин. Использован метод последовательных приближений. Специальное внимание уделено вопросам сходимости. В результате для круглой области предложен итерационный алгоритм построения решения и проведена серия модельных расчетов, позволяющая оценить влияние несовместных деформаций на жесткость пластины. Для прямоугольной области на основе решения, построенного методом Галеркина, также проведена серия расчетов с учетом несовместных деформаций. В результате показано, что влияние несовместных деформаций может существенно зависеть от геометрии пластины.

В третьей главе представлены результаты экспериментальных исследований тонких пластин с несовместными деформациями методом голографической интерферометрии. Разработан алгоритм автоматической идентификации интерференционных полос на цифровом изображении, позволяющий представить интерференционные полосы в аналитическом виде, допускающем последующую реконструкцию всей поверхности прогибов.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы.

Основные новые результаты, полученные в диссертации.

1. На основе развитой методологии, основанной на использовании вариационных подходов и развитии языка дифференциально-геометрических подходов к описанию несовместных деформаций, получены новые уравнения для конечных несовместных деформаций гибких пластин. Теоретически и экспериментально показано, что разработанный новый подход может быть использован для разработки

моделей тонкостенных элементов, учитывающих конечные несовместные деформации, возникающие в пластинах нанометрового масштаба.

2. Построена иерархия моделей пластин, учитывающих различные порядки несовместных деформаций и толщины пластин, и дана оценка областей применения асимптотических представлений в зависимости от двух малых параметров - относительной толщины и отношения толщины к прогибу.

3. Получены новые решения задачи об изгибе круглой и прямоугольной пластины Феппля –фон Кармана. Построенные решения обобщены на случай пластин с несовместными деформациями.

4. Развита и алгоритмизирована экспериментальная методика идентификации перемещений пластин нанометрового масштаба методом голографической интерферометрии. На основе методики проведена валидация построенных решений.

5. Показано, что несовместные деформации могут оказывать значительное влияние на жесткость пластинчатого элемента, существенно увеличивая или уменьшая его упругий отклик.

Замечания по работе.

1. Автор претендует на моделирование напряженно-деформированного состояния тонкостенных элементов с характерным размером от десятков нанометров. Было бы уместным дополнительно прокомментировать, насколько эти масштабы соответствуют возможности применения механики сплошных сред или подчеркнуть, что соответствие полученных теоретических и экспериментальных результатов, показывает эту возможность.
2. Хотелось бы увидеть более подробное обоснование предположения о непрерывности изменения разгружающих линейных отображений от точки к точке.
3. Доказательство сходимости итерационного процесса построения решения для круглой пластины дается для весьма ограниченного класса функций. Можно ли расширить доказательство для общего случая?
4. Интересный для практики случай отрыва мембраны от подложки обсуждается лишь на качественном уровне.

5. Краевая задача в прямоугольной области сводится к системе кубических уравнений, которая может иметь множество решений. С технической точки зрения был бы желателен более подробный комментарий о выборе решения.
6. Терминологическое замечание: автор использует термин «поле импланта» как общеупотребимый. Было бы уместным дать дополнительное пояснение.
7. В обзоре литературы были бы уместны ссылки на работы Л.М. Зубова с учениками, посвященные описанию дислокаций в нелинейно-упругих телах.
8. Описывая структуру работы, автор пишет, что она содержит 40 рисунков и 23 таблицы. Я насчитал 50 рисунков в основном тексте и еще 1 рисунок и еще 1 таблицу в приложениях.

Общее заключение. Замечания не снижают положительную оценку диссертационной работы. Работу отличают фундаментальность подхода, желание исходить из первооснов, строгость математических выводов. Работа в целом хорошо написана, помимо представления результатов содержит много информации, касающейся истории вопроса, работу интересно читать. Оценивая диссертацию в целом, можно заключить, что она представляет собой завершенную научно-квалификационную работу, в которой развиты теоретические и экспериментальные методы моделирования несовместных деформаций гибких элементов.

Результаты апробированы на международных и всероссийских конференциях и семинарах и опубликованы в 8 работах, из которых четыре статьи опубликованы в изданиях из списка ВАК, четыре - в издании, индексируемом в международной базе математических журналов. Автореферат хорошо представляет работу.

Диссертационная работа А.В. Дигилова «Несовместные деформации в гибких пластинах. Теория и эксперимент» является законченной научно-квалификационной работой, выполненной на высоком научном уровне, и отвечает всем требованиям п.9 «Положения о присуждении научных степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ №842 от 24 сентября 2013 года в редакции от 18 марта 2023 года, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Дигилов Александр Вячеславович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела.

Я, Фрейдин Александр Борисович, даю согласие на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.

Официальный оппонент:

заведующий лабораторией математических методов
механики материалов, главный научный сотрудник,
ФГБУН «Институт проблем машиноведения Российской академии наук»,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела,
старший научный сотрудник



Фрейдин Александр Борисович

07.09.2026

Тел.: +7(921) 349-78-49 (моб)

E-mail: alexander.freidin@gmail.com

Институт проблем машиноведения РАН,

Большой пр. 61, В.О., 199178 Санкт-Петербург



Подпись: Фрейдина А.Б.
СЕРИЮ: ПОМОЩНИК ДИРЕКТОРА
ИПМ РАН
Евф - /Е.В. Серого/
сентябрь 2026 г.