

ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук
старшего научного сотрудника Айзиковича Сергея Михайловича
на диссертационную работу Дигилова Александра Вячеславовича на тему
«Несовместные деформации в гибких пластинах. Теория и эксперимент»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

Актуальность работы. Диссертационная работа А.В. Дигилова посвящена развитию методов математического моделирования тонкостенных элементов микроэлектромеханических систем (МЭМС). Технологии изготовления упругих элементов современных МЭМС представляют собой аддитивные процессы (наращивание или удаление вещества), в результате которых в элементе неизбежно возникают остаточные напряжения. Хотя интенсивность остаточных напряжений может быть уменьшена с помощью дополнительных технологических операций, их никогда не удастся исключить полностью, а из-за нанометрового форм-фактора элементов МЭМС, даже малые остаточные напряжения могут оказывать существенное влияние на их деформативность. Таким образом, тема диссертационного исследования является **важной и актуальной.**

Научная новизна заключается в следующем:

1. На основе принципа стационарности действия и вариационных симметрий были получены новые уравнения поля, законы сохранения и краевые условия для тонкостенных элементов с распределенными несовместными деформациями.
2. Представлены численно-аналитические решения нелинейных уравнений Феппля – фон Кармана, обобщенных на случай наличия несовместных деформаций.
3. Предложен новый способ регуляризации итерационной процедуры построения решения задачи об изгибе гибкой круглой пластины. Регуляризованный процесс позволяет проводить расчеты при давлениях, вызывающих прогибы порядка радиуса пластины, за счет лучшей сходимости, что подтверждается теоретическими оценками и численными экспериментами, представленными в работе.
4. Получено решение задачи об изгибе гибкой прямоугольной пластины с новыми краевыми условиями, более строго учитывающими условия жесткого защемления на краях пластины. Показано, что принимаемое в литературе упрощающее допущение о деформируемости краев пластины в продольном направлении может существенно влиять на точность моделирования ее напряженного состояния, особенно в окрестности границы, что в свою очередь может приводить к ошибочной оценке прочности пластины.
5. Даны оценки влияния параметров дополнительного поля несовместных деформаций на гибкость круглой и прямоугольной защемленной пластин. Оценки подтверждены сравнением с результатами проведенного автором экспериментального исследования.

Практическая значимость результатов. Представленные постановки задач и соответствующие решения позволяют принципиально улучшить точность

моделирования упругих элементов МЭМС, что наглядно продемонстрировано сравнением теоретических оценок с результатами испытаний тонкой алюминиевой пластины нанометрового масштаба, проведенным автором.

Обоснованность и достоверность. Обоснованность полученных уравнений обеспечивается соответствием принимаемых допущений характерным особенностям элементов МЭМС. Достоверность построенных решений продемонстрирована прямыми оценками невязок рассматриваемых дифференциальных уравнений, а также сравнением с известными приближенными решениями и результатами проведенного экспериментального исследования.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в восьми статьях в рецензируемых научных изданиях, четыре из которых включены в перечень ВАК, и доложены на четырех международных и всероссийских конференциях.

Соответствие паспорту специальности 1.1.8. Диссертация Дигилова А.В. полностью соответствует паспорту специальности 1.1.8. по пунктам 1, 3, 6, 12 и 13 паспорта специальности.

Структура и содержание работы. Диссертационная работа включает в себя введение, три главы, заключение и 5 приложений. Диссертация изложена на 243 страницах машинописного текста. Иллюстративный материал представлен 40 рисунками 23 таблицами. Список литературы содержит 229 наименований.

Во введении сформулирована цель исследования, обоснована актуальность темы диссертации, приведены методы исследования, положения, выносимые на защиту, их научная новизна, практическая значимость, апробация результатов и личный вклад автора. Обоснована достоверность полученных результатов. Представлен подробный литературно-исторический обзор основных работ по теории тонких пластин. Продemonстрирован вывод ряда основополагающих результатов, в том числе получены уточненные оценки собственных частот пластины со свободными краями. Обзор завершается подробным анализом современных работ, посвященных тонким гибким пластинам и вопросам учета в них остаточных напряжений.

Первая глава работы посвящена общему выводу уравнений поля и законов сохранения для тонкостенных элементов с несовместными деформациями из принципа стационарности действия и вариационных симметрий. Несовместные деформации учитываются с помощью дополнительного тензорного поля, включаемого в аргументы функции плотности действия – импланта. Построение двумерных уравнений осуществляется двумя способами: переходом к модели типа континуума Коссера, что требует введения дополнительного независимого импланта, ассоциированного с собственными поворотами элементарных объемов или прямой редукцией по двум малым параметрам, ассоциированным с толщиной пластины и ожидаемой нормой тензора конечной деформации. В рамках второго подхода построено обобщение уравнений Феппля – фон Кармана, учитывающее несовместные деформации. Представлены оценки влияния старших слагаемых асимптотических разложений. Установлены границы применимости известных моделей различных асимптотических порядков: короткий толстый цилиндр (большая толщина, малая деформация), пластина Софи Жермен (малая толщина и малая деформация), упрощенная модель Феппля – фон Кармана (малая толщина, умеренная деформация) и нелинейная мембрана Грина – Ривлина – Адкинса (малая толщина, значительная деформация). Решения для трех последних моделей реализованы по известным алгоритмам, а для короткого цилиндра построено оригинальное решение.

Вторая глава развивает методы построения численно-аналитических решений нелинейных уравнений изгиба пластин. Для круглых пластин реализован итерационный процесс построения решения, на каждом шаге которого решается линейная задача с уточняемой правой частью. Дана оценка сходимости решения и указан способ ее улучшения. Сходимость регуляризованной процедуры строго доказана при определенных условиях, накладываемых на функцию нагружения. Проведена серия расчетов при различных значениях параметров, отвечающих за распределение несовместных деформаций и проведена оценка их влияния.

Прямоугольная пластина рассматривалась в двух постановках: в упрощенной формулировке, допускающей продольное деформирование защемленных краев пластины, и в постановке, строго учитывающей условия жесткой заделки контура пластины. Решение строилось методом Галеркина, адаптированным для систем нелинейных уравнений. Показано, что классические уравнения Феппля – фон Кармана (равно как и их обобщенный вариант) могут быть сведены к счетномерной системе кубических уравнений, которая может быть эффективно решена методом редукции с последующей линеаризацией. Для прямоугольных пластин, описываемых классическими уравнениями Феппля – фон Кармана, проведена серия расчетов в двух постановках. Показано, что прогнозируемые деформации отличаются незначительно, в то время как напряжения могут различаться весьма существенно. Обобщенные уравнения Феппля – фон Кармана рассматривались при различных значениях параметров несовместной деформации без учета недеформируемости краев. Для этого случая представлены оценки влияния параметров несовместной деформации на гибкость пластины.

Третья глава работы посвящена экспериментальному исследованию изгиба защемленных гибких пластин под действием равномерного давления. Для оценки эффекта предварительного натяжения, нагружение пластины осуществлялось в две стадии: сперва пластина загружалась значительным опорным давлением, обеспечивающим ее натяжение, а затем донагружалась малым давлением. Измерение деформации в результате донагружения осуществлялось методом голографической интерферометрии. Рассматривались образцы двух типов: медная квадратная пластина с толщиной около 180 микрон и алюминиевая круглая пластина с толщиной порядка 750 нанометров. Показано, что классические уравнения Феппля – фон Кармана, в целом, адекватно описывают изгиб пластины макроскопического масштаба, в то время как результаты для пластины нанометровой толщины существенно расходятся с прогнозом. Показано, что такие пластины могут быть хорошо описаны в широком диапазоне давлений обобщенными уравнениями Феппля – фон Кармана при выборе подходящего параметра, ассоциированного с предзаданным натяжением пластины.

В заключении работы сформулированы основные результаты работы и сделаны выводы.

Диссертационная работа также включает 5 приложений. **Приложение А** содержит вспомогательные сведения из дифференциальной геометрии. **Приложение Б** – уточненные оценки собственных частот пластины со свободными краями, полученные в работе. **Приложение В** – рассчитанные функции прогибов для круглой пластины при некоторых давлениях, представленные в виде коэффициентов степенного ряда. **Приложение Г** – вывод соотношений, описывающих схемы нумерации собственных функций для решения методом Галеркина, приведенного в основной части работы. Представлено две схемы нумерации – для пластин близких к квадратным и для вытянутых вдоль одной из сторон. **Приложение Д** содержит ряд вспомогательных

выражений, упрощающих формулировку системы кубических уравнений, возникающих при решении задачи об изгибе прямоугольной пластины.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Замечания по диссертационной работе.

1. В первой главе из нетеровых симметрий выводятся законы сохранения, включающие в себя конфигурационные силы, которые в данном случае как раз и отвечают за миграцию дефектов. В дальнейшем эти уравнения практически не рассматриваются, хотя их анализ мог бы дать больше информации о характере распределения и эволюции несовместных деформаций в пластине.
2. Полученная зависимость прогиба полюса круглой пластины от интенсивности равномерного давления сравнивается только с аппроксимацией Взя, хотя в литературе представлены более современные и точные аппроксимации (например, формула McPherson или Chien).
3. В экспериментальной части исследования опущены детали проведения эксперимента. В частности, не представлена схема закрепления образца и способ его нагружения.

Сделанные замечания не являются принципиальными и не снижают научной и практической ценности работы.

Заключение. Считаю, что диссертационная работа на тему: «Несовместные деформации в гибких пластинах. Теория и эксперимент» соответствует требованиям действующего Положения о порядке присуждения учёной степени кандидата наук, а ее автор, Дигилов Александр Вячеславович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник,
заведующий лабораторией функционально-градиентных
и композиционных материалов

Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования

«Донской государственный технический университет»

С. Айзикович

Сергей Михайлович Айзикович

Контактная информация:

344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, корп. 2, ауд. 308

Тел.: +7 863 238 15 58

E-mail: saizikovich@gmail.com

Подпись С.М. Айзиковича удостоверяю.

Ученый секретарь Ученого совета ДГТУ

08.09.2026



Владимир Николаевич Анисимов