



А. Ю. ИШЛИНСКИЙ

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕХАНИКИ КАК НАУКИ

В ряду естественных научных дисциплин наука о законах движения и равновесия тел — механика — занимает исключительное положение. По существу ни одно явление природы не может быть в должной мере понятно без уяснения его механической стороны и ни одно творение механики нельзя создать, не принимая в расчет те или иные механические закономерности. В этом, разумеется, нет ничего удивительного, так как любое явление в окружающем нас макром мире в конечном счете есть механическое движение и, следовательно, не может не иметь того или иного отношения к механике.

Для многих областей естествознания механика составляет их главное научное содержание. Она является вместе с тем научной основой целых отраслей промышленности и сельского хозяйства, транспорта и строительства. В самом деле, механика необходима при изучении поведения плазмы в магнитном поле, т. е. исследовании одной из самых острых проблем современной физики — управления термоядерной реакцией. В свою очередь управление химическими реакциями при производстве новых материалов требует глубокого понимания законов движения исходных веществ и катализаторов. Надо знать механику при расчете технологических процессов в машиностроении, в металлургии, при производстве синтетических полимеров, в легкой промышленности, при добыче полезных ископаемых, в технологических процессах пищевой промышленности, в сельскохозяйственном производстве — при обработке почвы, внесении удобрений, поливке, при уборке урожая и многом другом. Механика пронизывает все виды строительства — от сооружений плотин, мостов и дорог до возведения грандиозных зданий, элеваторов и высочайших башен телевидения, весь транспорт — от морских кораблей и железнодорожных поездов до воздушного лайнера, катера на подводных крыльях и экипажей на воздушной подушке.

Механика составляет значительную часть науки о Земле — науки о движении воздушных масс (динамическая метеорология), о движении океанских волн и течений рек и ледников, о геологических преобразованиях земной тверди, о землетрясениях (сейсмология), о вулканической деятельности.

Законам механики подчинены передвижение животных по суше, полет птиц и насекомых, плавание рыб и морских животных, процесс кровообращения и движение лимфы в живом организме, процессы деления клеток и образования мускульной силы. Медицина использует механику при диагностике болезней и создании искусственных органов человеческого тела.

Механика сыграла основную роль в развитии теоретических основ воздухоплавания и теории движения ракет. Она

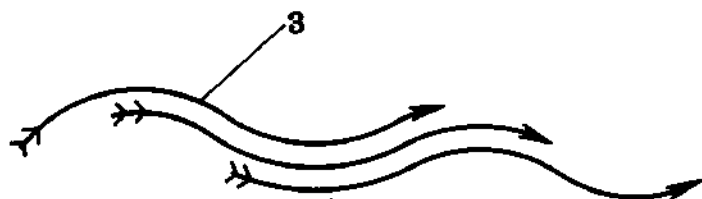
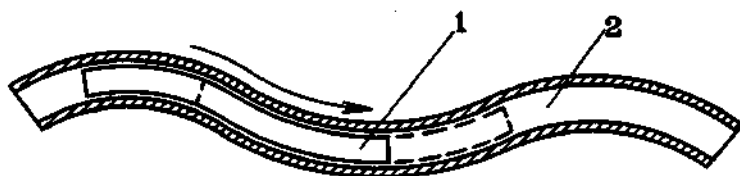


Рис. 1. Как плавает рыба. Волнообразно изгибающийся стержень 1 может перемещаться даже внутри абсолютно гладкого канала 2 с периодически изменяющейся по длине кривизной. Аналогично движется рыба в воде. Роль стенок канала играет инерция окружающей рыбу жидкости. На рисунке каждое последовательное схематическое изображение рыбы 3 сдвинуто немного вниз.

научила инженеров производить сложные расчеты на прочность и устойчивость летательных аппаратов, а также избавляться от губительных вибраций крыльев самолетов и двигателей ракет. Безошибочный полет отечественных космических кораблей по заданным орбитам обеспечили сверхточные гироскопические и иные командные приборы, основанные на использовании тончайших особенностей механических явлений. Подобные же приборы безотказно провели советскую подводную лодку подо льдами Северного полюса.

Содержание любой науки отнюдь не исчерпывается совокупностью ее законов, подобно тому, как давно установленные правила стихосложения не перевели поэзию в разряд общедоступного мастерства, а строгие законы полифонии не устранили в музыке свободы творчества композитора. Естественно, что и механика, основные законы которой, казалось бы, открыты Ньютоном уже около трех веков назад, а многие частные закономерности были известны еще в древнем мире Архимеду и позднее Галилею, ни в коей мере не свелась к совокупности раз и навсегда установленных правил и схем решения ее конкретных задач. К тому же основных законов механики, законов Ньютона—Галилея, оказывается недостаточно для решения ряда коренных проблем движения и равновесия изменяемых твердых тел, а также тел жидких и газообразных, т. е.

для задачи так называемой механики сплошной среды. Действительно, сопротивление материалов, теория упругости и теория пластичности, гидравлика и гидродинамика, аэро- и газодинамика — все эти механические дисциплины используют, помимо исходных законов механики, также и законы физики о поведении макрочастиц среды при изменении их формы. К сожалению, пока далеко не для всех сред такие законы известны. Вследствие этого не завершена, например, теория возникновения и развития турбулентного (пульсирующего, самоперемешивающегося) потока жидкости, имеющая большое значение и для науки, и для техники. Нет полной ясности в механизме пластической деформации металлов, вследствие чего задерживается развитие теории прочности и теории разрушения твердых тел. Требуют уточнения законы гидротермохимии — науки о механических процессах в жидких и газообразных телах, вступающих в химические реакции (горение, синтез новых химических продуктов). Не выяснена природа многих сил, действующих в живом организме, в частности, производящих деление клеток. Очень сложна внутренняя механика полимеров. Законы изменения надмолекулярной структуры полимеров нуждаются в пристальном изучении. Они в значительной мере определяют многие свойства полимерных материалов при их практическом использовании.

Строгое разрешение многих проблем механики чаще всего оказывается крайне сложным. Поэтому при решении задач механики конкретной сплошной среды, например воды, асфальта, бетона, природного газа, капрона и т. п., ученому приходится обычно допускать упрощающие предположения о поведении такой среды при ее движении и деформации. Тем самым уравнения движения или равновесия фактически составляются для некоторой воображаемой среды, лишь с приближением отображающей существенные в данном процессе свойства реальной среды. Такая «подмена» реальной среды воображаемой называется построением модели сплошной среды. На модели можно математическими методами изучить важнейшие обстоятельства рассматриваемого движения или равновесия упругого и пластического тела, жидкости, газа, плазмы. Вот несколько примеров.

Воду при изучении законов ее движения, в частности перемещения гигантских волн — тихоокеанских цунами — можно считать несжимаемой идеальной, т. е. лишенной внутреннего трения, жидкостью. Асфальт при быстром деформировании и комнатной температуре можно считать упругим хрупким телом, а при очень медленном изменении формы — весьма вязкой жидкостью. В ряде случаев, например при пробитии брони кумулятивным снарядом, даже металл можно принять за идеальную несжимаемую жидкость. Сложна модель бетона; его свойства заметно меняются со временем — он подвержен процессу «старения». Капрон деформируется

еще долгое время после приложения к нему нагрузки. Это свойство, называемое последствием, также надлежит учитывать при построении механической модели капрона. Еще более сложны модели стеклопластиков, в которых тончайшие стеклянные нити образуют единое целое с синтетической смолой.

2. ЗНАЧЕНИЕ ОТКРЫТИЯ НОВЫХ ЯВЛЕНИЙ В РАЗВИТИИ МЕХАНИКИ

Существенную, а иногда и определяющую роль в развитии естественных наук — механики, физики, химии, биологии — играет открытие новых явлений или эффектов. Нередко новое при первом ознакомлении с ним представляется чуть ли не парадоксальным, противоречащим здравому смыслу, не согласующимся с основными законами науки или их прямыми следствиями. Исследование и объяснение нового эффекта неизменно обогащает науку и приводит к важным теоретическим и практическим выводам. Так, обнаружение Кеплером явления движения планет по эллипсам и некоторых особенностей этого движения привело к открытию Ньютоном закона всемирного тяготения и в дальнейшем — к точному предсказанию небесных явлений (например, затмений Луны и Солнца), а также расчету траекторий космических кораблей.

Новые эффекты в механике обнаруживаются чаще всего в результате заранее непредвиденного поведения творений техники — сооружений и машин — иногда и с аварийным исходом, а также приборов, экспериментальных установок и разнообразных технологических процессов. Многочисленные неполадки из-за вибраций машин привели к созданию разветвленной теории резонансных явлений, имеющей большое практическое значение не только в механике, но также в электротехнике и электронике.

Исследованное Эйлером явление выпучивания в сторону сжатого в продольном направлении стержня привело к созданию теории устойчивости строительных конструкций. Интересен недавно открытый эффект образования гофра при обжатии трубы силами взрыва, а также появление нескольких полуволн продольного изгиба при внезапном сжатии стержня вдоль его оси. Гирскопический эффект, изученный сто лет назад Фуко, послужил основой идеи построения гирскопического компаса и других важных гирскопических приборов и устройств. Правильное понимание механических явлений при трении позволило советским ученым создать новые материалы с необычайно большим сроком службы — ретинакс для тормозов и аман для подшипников.

Исследование явлений неодушевленной и живой природы имеет большое значение для развития механики. Реки в северном полушарии подмывают правые берега. Перемещение

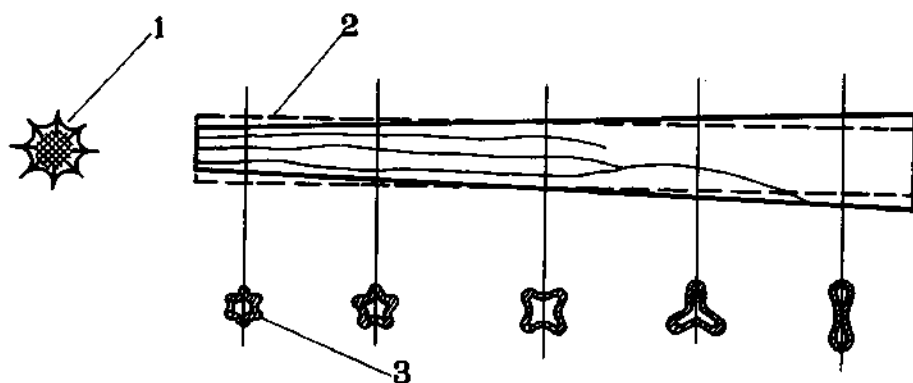


Рис. 2. Действие внезапно приложенных нагрузок. Содержащая воздух тонкостенная труба 2 сплющивается при подводном взрыве лишь вдали от места подрыва заряда 1. В результате взрыва на трубе образуется гофр, число волн которого тем больше, чем ближе сечение трубы 3 к заряду.

воздушных масс неизбежно приводит к зарождению циклонов. Причина обоих явлений — поворотная сила инерции при движении относительно вращающейся Земли — была открыта немногим более века тому назад Кориолисом. Без учета этой силы немислимо правильно рассчитывать, например, полеты ракет, и поведение гироскопических приборов на подвижных объектах.

Большое познавательное значение имеет открытие акустической локации у летучих мышей и гироскопического эффекта вибрирующих жужжалец у двукрылых насекомых. Известно, как быстро плавают дельфины. Установлено, что сопротивление воды движению дельфина в несколько раз меньше, чем его буксируемой деревянной модели. Разгадка этого явления открыла бы путь к значительному совершенствованию подводного флота.

К числу неразгаданных тайн природы относится явление шаровой молнии, в которой механические движения переплетены с химическими и электродинамическими процессами. Возможно, что решение проблемы шаровой молнии повлечет за собой ряд других открытий.

В некоторых случаях новые эффекты механики предсказываются в результате математического анализа свойств того или иного движения тел. Исследуя движение твердых тел в неограниченном объеме несжимаемой идеальной жидкости, Даламбер в результате математических выкладок пришел к парадоксальному выводу: при прямолинейном равномерном поступательном движении тело не должно встречать со стороны такой жидкости никакого сопротивления. В реальных жидкостях из-за возникновения вихрей этот вывод не оправдывается. Н. Е. Жуковский, смело взяв за модель воздуха

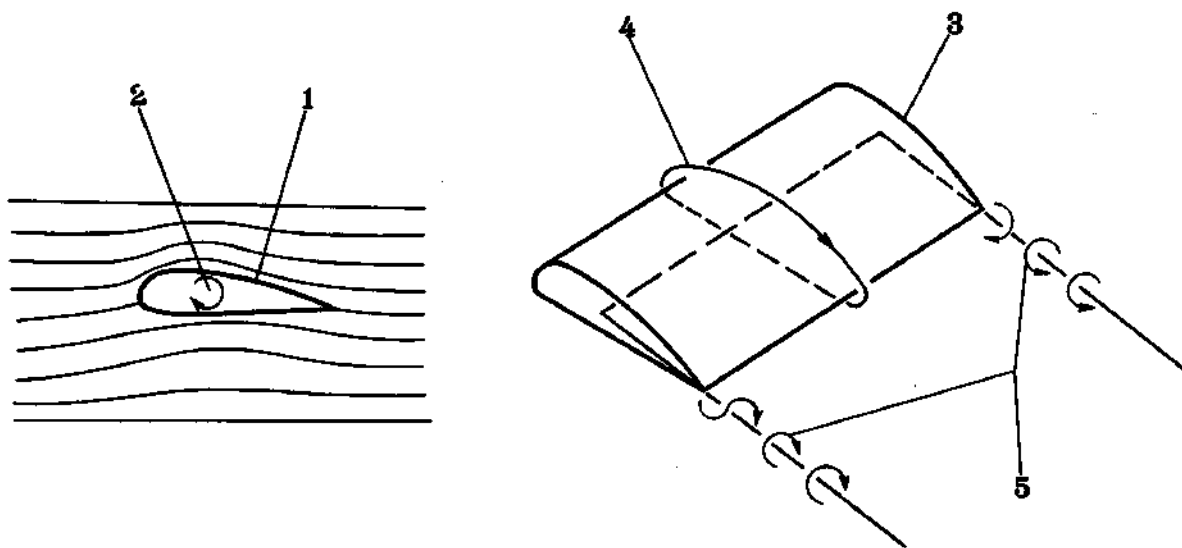


Рис. 3. Присоединенный вихрь Жуковского. Плавное обтекание профиля крыла 1 происходит так, как если бы на жидкость было наложено дополнительное движение, соответствующее вихрю с осью 2 внутри крыла. При обтекании крыла конечного размаха 3 этот «присоединенный» вихрь 4 образует две реально существующие вихревые линии 5.

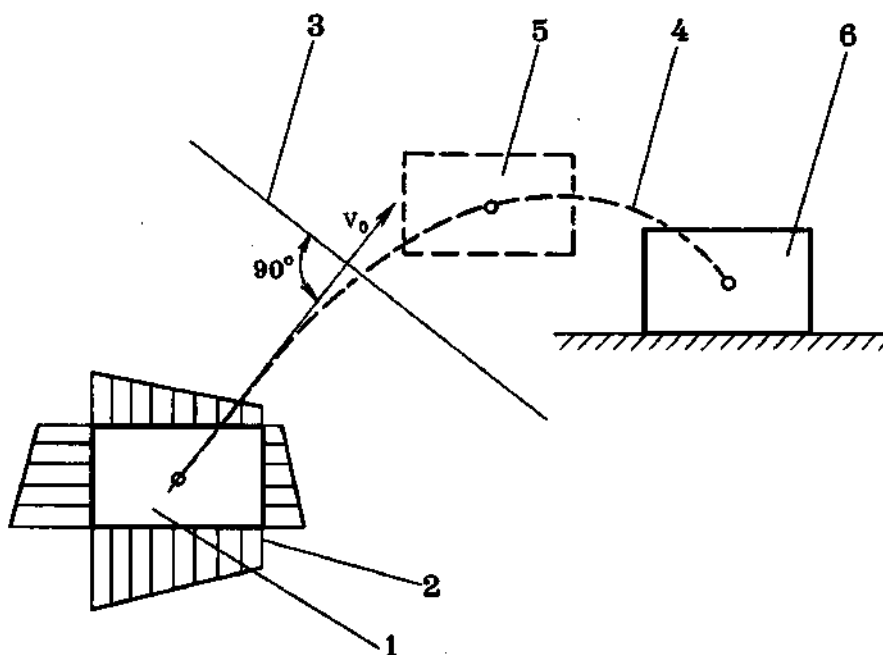


Рис. 4. Направленный взрыв Лаврентьева. Если обложить массив грунта 1 взрывчаткой 2 так, чтобы толщина заряда была пропорциональна расстоянию до некоторой плоскости 3, то в результате взрыва массив начнет перемещаться поступательно как единое твердое тело с начальной скоростью V_0 , перпендикулярной плоскости 3. На рисунке показана траектория полета центра тяжести массива 4 и его последовательные положения 1, 5 и 6.

идеальную несжимаемую жидкость и введя дополнительный («присоединенный») вихрь, вывел формулу для подъемной силы аэроплана.

Весьма полезен эффект направленного взрыва, открытый академиком М. А. Лаврентьевым совместно с группой его учеников. Считая грунт как бы несжимаемой жидкостью, они показали, что можно перебросить целый массив грунта без изменения его формы в заданном направлении, если в нужной пропорции обложить его со всех сторон взрывчаткой. Распределение толщины заряда должно быть таким, как и распределение давления в гидростатике, т. е. пропорциональным удалению от плоскости, перпендикулярной направлению желаемой начальной скорости массива. Это совсем так же, как в целиком наполненном графине возникает дополнительное давление его стенок на воду при внезапном придании графину движения в заданном направлении. Теоретическими и экспериментальными исследованиями по механике взрыва занимаются издавна, а эффект М. А. Лаврентьева обнаружен несколько лет назад. Это показывает, что даже к простому научному результату зачастую ведет долгий творческий путь ученых.

Наконец, замечателен эффект, относящийся к механике тяготеющих друг к другу масс, открытый и исследованный в космогонических целях три года назад академиком Я. Б. Зельдовичем. Им доказано, что рой частиц, равномерно заполняющих в начальное мгновение времени эллипсоид, сохраняет вид эллипсоида, правда, уже переменной формы, если только начальное распределение скоростей частиц следовало некоторому простому закону, в частности, если в начальное мгновение частицы вообще не имели скоростей или они были у них такими, как у произвольно вращающегося твердого тела.

3. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ВКЛАДА СОВЕТСКИХ УЧЕНЫХ В МЕХАНИКУ

Механика уже давно успешно развивалась во многих странах, в частности в Англии, Франции, Германии, Италии, Союзных Штатах Америки, Японии. И, тем не менее за последние 50 лет существенная, если не большая часть научных результатов в области механики и примыкающих к ней дисциплин получена советскими учеными. Они не только продолжили и значительно развили работы сравнительно немногочисленных крупных механиков дооктябрьского периода — И. А. Вышнеградского, Н. Е. Жуковского, А. М. Ляпунова, С. А. Чаплыгина и некоторых других, но и создали новые направления исследований почти во всех разделах этой фундаментальной науки.

В первые годы Советской власти в основном развиваются исследования по механике идеальной несжимаемой жидкости

и по теории упругости — в областях, где отечественная наука имела большие традиции и которые были тесно связаны с запросами авиации и строительства. В связи с потребностью увеличения скоростей самолетов и ограниченностью схемы идеальной жидкости для решения новых вопросов техники возникают работы советских ученых по механике сжимаемой и вязкой жидкости. Одновременно появляются исследования по механике абсолютно твердого тела и теории гироскопов. Последнее способствовало как успехам приборостроения, так и развитию общих методов аналитической динамики.

В конце 20-х — начале 30-х годов возникают новые научные направления в механике. Широко исследуются нелинейные колебания механических систем. Классическая теория упругости становится основой для теории пластин и оболочек, имеющих широчайшее применение на практике; успешно развивается механика стержневых систем. С другой стороны, необходимость в ряде случаев учитывать большие отклонения реальных тел от модели идеальной упругости заставила обратиться к исследованиям теории пластичности и механики тел несовершенной упругости.

В аналитической механике обстоятельно изучаются проблемы устойчивости движения. Теория фильтрации, основы которой были заложены еще в двадцатые годы, становится самостоятельной дисциплиной. Много внимания уделяется теории турбулентности, вязкой жидкости, динамической метеорологии.

В 40-х годах решаются важные задачи об упругих колебаниях крыльев самолетов, вызванных встречным потоком воздуха, задачи об ударных волнах при взрыве в среде неограниченного газа, задачи, относящиеся к теории пластичности и механике сыпучей среды.

Последняя треть рассматриваемого периода заполнена серьезными исследованиями советских механиков в самых различных областях механики. Развивается механика плазмы, механика горения и взрыва, динамика космических полетов, механика гироскопических явлений, теория фильтрации жидкостей и газа, динамика грунтовых масс, механика тел несовершенной упругости (полимеров), механика неньютоновской (аномальной) вязкой жидкости и многое другое, а также общие вопросы моделирования сплошной среды.

Советские ученые-механики приняли непосредственное участие в решении ряда практических задач авиации, ракетостроения, атомной энергетики, строительства, транспорта и технологии производства. Основная часть их теоретических и экспериментальных исследований проведена в связи с насущными потребностями народного хозяйства и обороны страны.

Среди научных результатов советских ученых немало открытий, имевших принципиальное значение для понимания

механических явлений и определивших дальнейшее развитие науки и техники. Приведем лишь некоторые из них и покажем, вместе с тем, сколь многочисленны разделы современной механики и сколь обширен круг изучаемых ею вопросов.

4. РАЗВИТИЕ В СОВЕТСКОМ СОЮЗЕ ОБЩЕЙ МЕХАНИКИ

1. Аналитическая механика. Обратимся, прежде всего, к разделу механики, в котором изучается движение системы материальных точек и абсолютно твердых тел, т. е. к аналитической механике.

Материальные точки вместе с абсолютно твердым телом являются наиболее абстрактными, но вместе с тем и наиболее простыми моделями реальных тел. Тем не менее, во многих случаях такие модели позволяют правильно описать «внешние» движения тел, незначительно изменяющих в процессе движения свою форму. Таковы, например, задачи небесной механики о движении планет. Солнце и планеты (а также и их спутники) можно считать здесь материальными точками, т. е. телами, обладающими массой, но не имеющими размеров. Они притягиваются друг к другу по законам всемирного тяготения. В случае же изучения либраций — видимых угловых движений Луны, в результате которых с Земли можно наблюдать больше половины ее поверхности, — Луну можно принять за абсолютно твердое тело.

Однако значение аналитической механики выходит за рамки упомянутых выше случаев. «Внутренние» движения изменяемых твердых тел, а также жидкостей и газов нередко можно с достаточным приближением описать конечным числом параметров, значения которых являются искомыми функциями времени. Эти параметры можно рассматривать как обобщенные координаты некоторой воображаемой системы материальных точек, массы которых в общем случае оказываются переменными.

Значительное продвижение аналитической механики в исследовании уравнений в групповых переменных (уравнения Пуанкаре) принадлежит Н. Г. Четаеву; эти исследования были продолжены А. А. Богоявленским. Н. Г. Четаев дал новую формулировку принципа Гаусса, рассматривая наряду с линейными также и нелинейные дифференциальные связи между точками механической системы. Большую четкость в вопросе об освобождении системы от связей внес Н. Е. Кочин. Дальнейшее расширение принципа Гаусса при рассмотрении механических систем с сухим трением принадлежит Г. К. Пожарицкому.

Механике систем с дифференциальными (неголономными) связями в дооктябрьский период был посвящен ряд исследований С. А. Чаплыгина, П. В. Воронца и Я. И. Грдины. В советское время эти исследования были продолжены в направле-

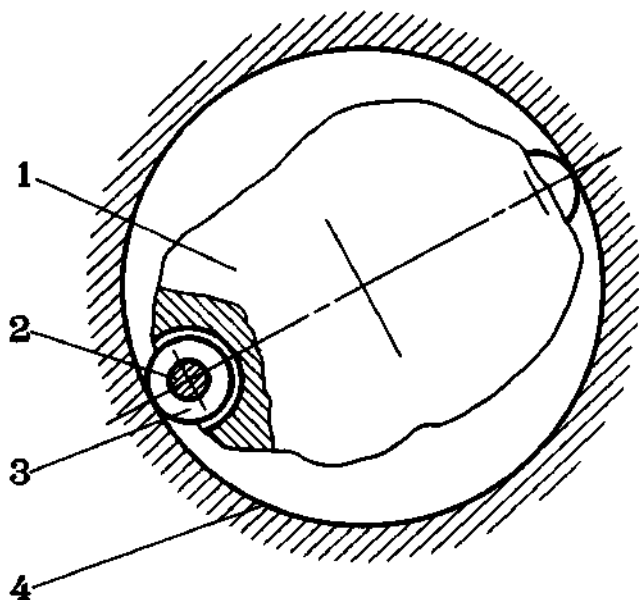


Рис. 5. Пример неголономного движения твердого тела, указанный Вагнером. Угловая скорость тела 1 в любое мгновение времени лежит в плоскости, содержащей оси обоих колесиков 2 с острыми ребрами 3, изнутри катящихся по сферической полости 4.

нии составления уравнений движения и рассмотрения новых примеров неголономных систем (В. В. Вагнер), траектории возможных перемещений при нелинейных дифференциальных связях (Н. Г. Четаев, Ю. И. Неймарк, Н. А. Фуфаев, А. И. Лурье) и малых колебаний неголономных механических систем (М. А. Айзерман, Ф. Р. Гантмахер).

В проблеме трех и многих притягивающихся друг к другу материальных точек были развиты вопросы теории особых траекторий (Ю. Д. Соколов) и рассмотрен принципиальный для космогонии вопрос о возможности захвата в систему двух тел третьего, пришедшего издалека (Г. Ф. Хильми).

Был достигнут успех и в сложных задачах равновесия и движения идеальной нити (П. А. Кузьмин, А. П. Минаков).

Классическая задача движения абсолютно твердого тела вокруг неподвижной точки была дополнена рядом исследований советских механиков (Г. Г. Аппельрот, В. В. Голубев, П. Я. Полубаринова-Кочина, И. И. Мерцалов, Л. Н. Сретенский). Следует отметить также результат В. И. Арнольда, рассмотревшего методом А. Н. Колмогорова быстрое вращение несимметричного в динамическом отношении тяжелого тела.

К особым задачам вращения твердого тела вокруг неподвижной точки можно отнести исследование движения искусственного спутника Земли вокруг его центра масс. Как оказалось, спутник можно стабилизировать на орбите, используя его динамическую несимметрию и непараллельность действующих на него сил тяготения (Д. Е. Охочимский, В. А. Сарычев, В. В. Белецкий).

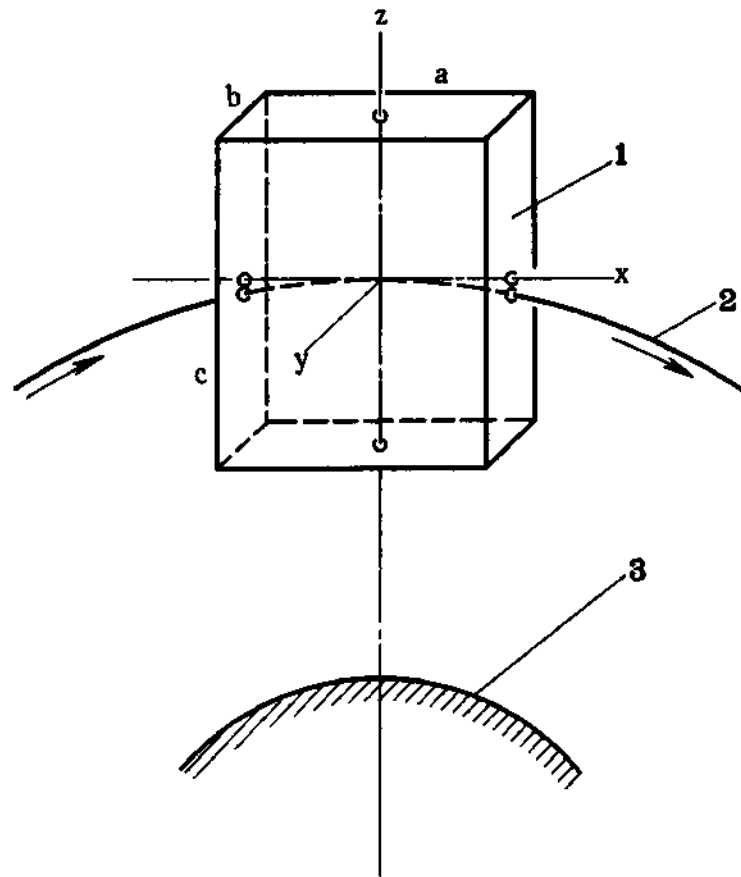


Рис. 6. Гравитационная стабилизация спутника на круговой орбите. Если спутник динамически эквивалентен однородному параллелепипеду 1, ребра которого удовлетворяют условию $b < a < c$, то возможно устойчивое движение, при котором ось z постоянно проходит через центр Земли 3 и вместе с осью x лежит в плоскости орбиты 2. Земля при этом принимается приближенно за шар с радиально-симметричным распределением плотности.

Строгую теорию возмущений стационарного движения механических систем, описываемых каноническими уравнениями, дал А. Н. Колмогоров. Важный для проблем устойчивости в небесной механике частный («вырожденный») случай канонической системы уравнений движения был рассмотрен В. И. Арнольдом.

Механика переменной массы, точнее, систем переменного состава, развивалась на основе уравнений И. В. Мещерского. Были обобщены на случай переменной массы вариационные принципы механики и рассмотрены многие задачи об оптимальном расходе массы (А. А. Космодемьянский, Ф. Р. Гантмахер, Д. Е. Охоцимский, Т. М. Энеев, В. Ф. Кротов).

Теория расчета ракет и их практическое осуществление — великая заслуга К. Э. Циолковского и С. П. Королева.

Изучение движения искусственного спутника в несимметричном поле тяготения Земли потребовало новых приемов расчета. То же относится к расчету траектории космических аппаратов, облетавших Луну с возвращением к Земле или становившихся спутниками Луны а также к расчету траекторий, ведущих к Венере и Марсу. Советские ученые успешно справились с этими трудными задачами, используя и аналитический аппарат, и мощные средства современной вычислительной математики.

2. Теория устойчивости. Исследование устойчивости положений равновесия и конкретных движений механических систем требует четкой постановки соответствующей задачи механики и строгого ее разрешения. В противном случае даже при рассуждениях, кажущихся естественными в силу своей наглядности, легко впасть в ошибку и прийти к неверным методам расчета и ложным оценкам. Точная постановка задачи об устойчивости движения принадлежит А. М. Ляпунову, создавшему строгие методы исследования устойчивости, обладающие большой общностью. Трудными советских ученых методы А. М. Ляпунова и результаты его исследований получили дальнейшее развитие и широкое применение для строгого решения вопросов прикладного характера, например для расчета устойчивости полета самолетов, движения вихрей за плохо обтекаемым телом, вращения тела с жидким наполнением, стабилизации искусственных спутников Земли, устойчивости движения гироскопов и гироскопических систем (Н. Г. Четаев, Н. Е. Кочин, В. В. Румянцев, Г. К. Пожарицкий).

Исследование устойчивости траекторий движения — так называемой орбитальной устойчивости — имеет самостоятельный интерес и начато еще Н. Е. Жуковским. Ряд интересных исследований по орбитальной устойчивости проведен советскими учеными (В. В. Степанов, Н. Д. Моисеев, Г. Н. Дубошин, М. Ш. Аминов). Значительное продвижение в этом вопросе достигнуто посредством применения нового метода в теории возмущений (А. Н. Колмогоров).

Плодотворные методы построения функций А. М. Ляпунова¹ в виде линейной комбинации левых частей первых интегралов движения и некоторое интегральное выражение были предложены Н. Г. Четаевым и А. И. Лурье.

Н. Г. Четаев существенно обобщил методы построения функций А. М. Ляпунова и дополнил его результаты, относящиеся к проблеме «первого приближения», когда устойчивость системы, описываемой линеаризованными уравнениями движения, казалось бы гарантирует устойчивость исходной системы. Уже в простейших вопросах решения этой проблемы не-

¹ Это функции координат системы, по знаку которых и знаку их производных (в силу возмущенных уравнений движения системы) можно судить об ее устойчивости или неустойчивости.

малую трудность составляют так называемые особые случаи, когда среди собственных значений матрицы коэффициентов линеаризованных уравнений имеются нулевые или чисто мнимые. Исчерпывающим образом дополнили исследования А. М. Ляпунова по этому важному вопросу Г. В. Каменков и И. Г. Малкин.

В практически важных случаях бывает необходимо достичь асимптотической устойчивости в целом, при которой возмущения с течением времени исчезают при любых начальных условиях. Для осуществления такой асимптотической устойчивости требуется соблюдение дополнительных условий, касающихся дифференциальных уравнений, которыми описывается поведение изучаемой механической системы (В. А. Барбашин, Н. Н. Красовский).

Некоторые новые задачи устойчивости привели к необходимости использования математических средств, отличных от аппарата обыкновенных дифференциальных уравнений. Так, в связи с управлением на расстоянии, в последнее время возникли проблемы устойчивости, которые сводятся к исследованию дифференциальных уравнений с так называемым запаздывающим аргументом (А. Д. Мышкис). Исследование электромеханических систем релейного типа, допускающих лишь дискретные состояния, требует применения дифференциально-разностных уравнений (Я. З. Цыпкин). При решении конкретных задач устойчивости равновесия и движения сплошных сред еще во многом используются упрощенные приемы расчета. Строгое рассмотрение этих задач приводит к исследованию трудных проблем теории дифференциальных уравнений в частных производных, а также интегральных и интегродифференциальных уравнений.

Следует, наконец, отметить появление новых значительных результатов по обобщению и углублению методов М. А. Ляпунова применительно к системам весьма общего вида (Н. Н. Красовский, М. Г. Крейн).

3. Теория колебаний. В разделе механики, посвященном колебаниям, изучается поведение механических систем вблизи положения равновесия или установившегося движения. Теория колебаний имеет приложения и ко многим другим дисциплинам, например к электро- и радиотехнике. До двадцатых годов изучались, в основном, малые колебания, математическим аппаратом которых были линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Наибольшие трудности при этом представляло определение собственных частот и декрементов затухания, а также подсчет амплитуд вынужденных колебаний. Были разработаны многие остроумные методы исследования малых колебаний, использующие, в частности, матричное исчисление, резко сокращающие объем вычислений (А. Н. Крылов, В. Я. Натанзон, Б. В. Булгаков). Теперь с появлением быстродействующих вычислительных машин

многие из этих методов оказались ненужными. Однако сама теория малых, или линейных, колебаний не потеряла своего значения для изучения новых явлений в механике и до наших дней.

В 20-е годы в радиотехнике и почти одновременно в механике появились задачи, которые уже нельзя было разрешить методами линейных колебаний. К ним относились задачи об установлении автоколебаний (незатухающих колебаний с амплитудой, определяемой параметрами системы), о характере релаксационных колебаний, о затыгивании частоты автоколебаний при периодическом возмущении системы и многие другие, непосредственно связанные с запросами техники. Примерами могут служить следящие системы, генераторы на электронных лампах, различные акустические приборы, часы, гироскопы, коленчатые валы, центрифуги, уравнивательные резервуары гидротехнических сооружений, самолеты и ракеты. Для решения этих новых задач возникла так называемая нелинейная теория колебаний, аппаратом которой уже оказались нелинейные дифференциальные уравнения различного вида.

Основные работы по изучению нелинейных колебаний выполнены двумя научными школами нашей страны, на много опередившими в этом отношении ученых всех других стран. Одна из них возглавлялась Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папа-

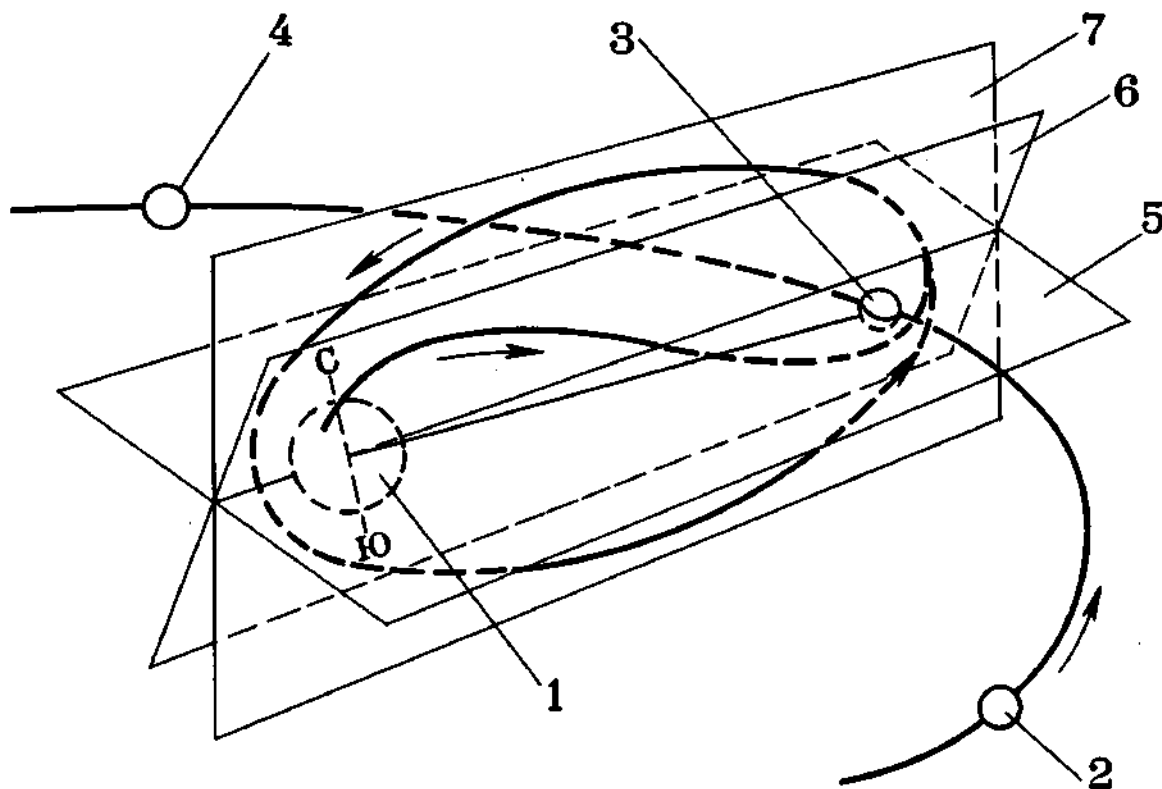


Рис. 7. Вид траектории ракеты, посредством которой была сфотографирована обратная сторона Луны. На рисунке: 1 — Земля, 2, 3 и 4 — последовательные положения Луны в мгновение старта ракеты, во время облета и концу первого витка траектории ракеты; 5 — плоскость орбиты Луны, 6 — плоскость траектории ракеты до облета Луны и 7 — плоскость траектории, когда она после облета Луны стала искусственным спутником Земли.

лекси, другая — Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым. В первой (А. А. Андронов, А. Л. Витт, С. Э. Хайкин, Л. С. Понтрягин) были широко использованы топологические методы качественной теории дифференциальных уравнений, а в расчетных целях применялся метод малого параметра и «склеивания» двух и более аналитически отличающихся решений дифференциальных уравнений. Построение «фазового портрета» колебательной системы, установление глубокой аналогии между такими понятиями, как автоколебание и предельный цикл (А. А. Андронов), в достаточной мере характеризует стиль исследований этой школы. Ее заслугой является также эффективное применение локальной теории периодических решений, построенной А. М. Ляпуновым для анализа устойчивости, к другим проблемам, например к исследованию квазигармонических колебаний и параметрического резонанса. Со временем трудности дальнейшего продвижения по основному направлению этой школы нарастали. Топологические методы при переходе к системе с двумя и большим числом степеней свободы оставляли открытыми многие вопросы и требовали, как впрочем и для систем с одной степенью свободы, дополнительных числовых расчетов. Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси использовали с этой целью метод осреднения.

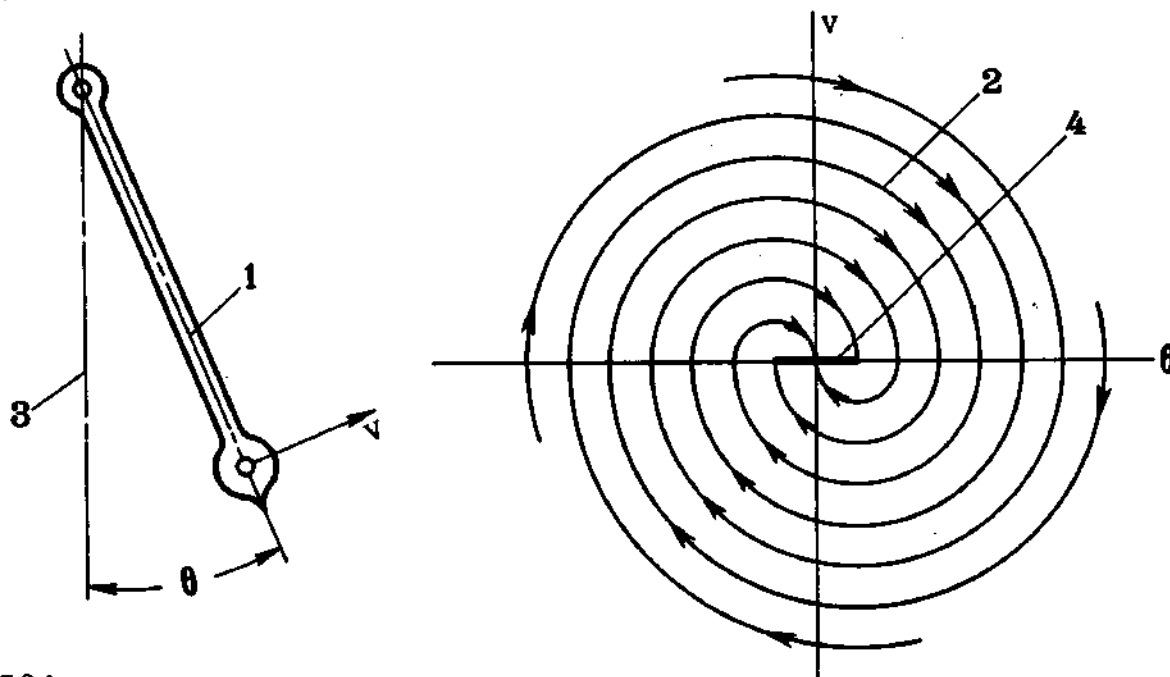
В работах второй школы — Н. Н. Боголюбова и Н. М. Крылова — область применимости метода осреднения была значительно расширена и он оказался связанным с мощным методом асимптотических разложений, хорошо известным в небесной механике. Н. Н. Боголюбов и Н. М. Крылов показали, как с помощью асимптотических разложений можно получать не только первое, но и высшие приближения при расчете как периодических, так и непериодических колебательных процессов. Помимо практически удобных расчетных формул было установлено определенное соответствие между приближенным и точным решениями. Дальнейшее развитие асимптотических методов привело к созданию теории почти периодических колебаний квазилинейных систем (Н. Н. Боголюбов) и алгоритмов для расчета нестационарных процессов (Ю. А. Митропольский). На основе асимптотических методов происходил переход от локального исследования (изучения поведения колебательной системы вблизи определенного режима) к глобальному — определению всего многообразия режимов, доступных изучаемой системе. Для анализа устойчивости колебательных режимов Н. Н. Боголюбовым было предложено исследовать не отдельные решения, а их семейства — интегральные многообразия. Метод этот нашел значительное развитие (Ю. А. Митропольский). Много в области глобального изучения колебательных систем с двумя и большим числом степеней свободы удалось сделать и топологическими методами «точечных отображений» (А. А. Андронов, Ю. А. Неймарк, Н. В. Бутенин, П. П. Баутин, Е. А. Леонтович).

Следует остановиться на важной в практическом отношении теории релаксационных (разрывных) колебаний, возникающих в системах при быстрой разрядке накопившейся в них энергии. Первые успехи здесь были достигнуты сначала в частных задачах (А. А. Андронов, А. Л. Витт) на основе физических представлений; затем была найдена значительно более общая методика (А. Н. Тихонов), однако, ограниченная некоторыми условиями. Достаточно общая теория релаксационных колебаний была построена уже с применением асимптотических разложений (Л. С. Понтрягин, Е. Ф. Мищенко).

Общими методами теории нелинейных колебаний изучались многие классы движения механических систем, например взаимодействие колебательных систем с источником энергии (В. О. Кононенко), явление синхронизации, подмеченное еще Гюйгенсом и сводящееся к анализу одночастотного режима колебательных систем (Н. Н. Боголюбов, И. И. Блехман), вибрационное перемещение (Ю. И. Неймарк, И. И. Блехман, Г. Ю. Джанелидзе), режимы виброударных систем и виброзащита, сложные колебания твердого тела при таких движениях, когда перемещение центра масс и вращательное движение тела взаимосвязаны, колебания твердых и упругих тел с жидким наполнением (Л. Н. Сретенский, Д. Е. Охоцимский, Н. Н. Моисеев, Н. С. Нариманов, И. М. Раппопорт, В. О. Кононенко, Б. И. Рабинович).

Начало применению статистического подхода к теории колебаний было положено работами советских ученых А. А. Андропова, А. Л. Витта и Л. С. Понтрягина, указавших ряд ка-

Рис. 8. Фазовый портрет колебаний маятника. Колебания затухают из-за наличия кулонова трения в оси маятника 1. Точка какой-либо фазовой кривой 2 на плоскости с координатами θ и v характеризует угол отклонения маятника от вертикали 3 и скорость его центра тяжести в различные моменты времени. Все фазовые кривые упираются в отрезок оси θ , размеры которого определяют зону 4 застоя маятника.



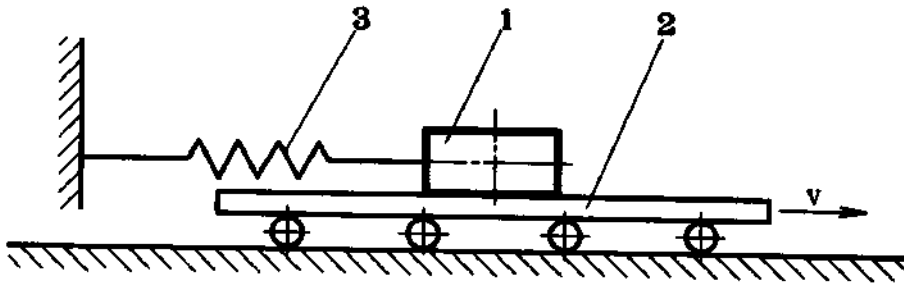


Рис. 9. Пример релаксационных колебаний — скачки при трении. Если сила трогания с места зависит от продолжительности контакта, то тело 1 при достаточно малой скорости V плоскости 2 последовательно увлекается плоскостью и далее, срываясь с места контакта, скользит по ней под действием пружины 3. Такое прерывистое скачкообразное движение становится невозможным, если в необходимой мере увеличить скорость плоскости или жесткость пружины.

чественных особенностей движения систем, находящихся под действием случайных толчков. Была разработана корреляционная теория случайных процессов в линейных динамических системах, создана теория флуктуационных процессов в автоколебательных системах (С. М. Рытов, Р. Р. Стратонович и др.), разработаны методы статистической линеаризации нелинейных систем (В. С. Пугачев, И. Е. Казаков, А. А. Первозванский); советскими учеными получены важные результаты по обоснованию и применению асимптотических методов Крылова—Боголюбова для стохастических уравнений, разработан метод точного исследования кусочно-линейных систем, основанный на решении уравнений А. М. Колмогорова и применении надлежащих условий «склеивания» для плотностей вероятности на поверхностях разрывов. Получен также ряд результатов по устойчивости линейных систем, коэффициенты которых являются случайными функциями.

4. **Гироскопы.** Теория гироскопических явлений — одна из увлекательных глав динамики твердого тела, имеющая вместе с тем большое прикладное значение. А. Н. Крылов был первым, кто обратил в нашей стране серьезное внимание на прикладные вопросы динамики твердого тела, начиная с колебаний катушки магнитного компаса на острие и продольной качки кораблей и кончая подсчетом девиаций гироскопического компаса отечественной марки «Курс», расположенного на маневрирующем корабле (например, при совершении кораблем правильной циркуляции). Однако систематическое изучение поведения гироскопических приборов на подвижном основании — несомненная заслуга Б. В. Булгакова.

Уравнения движения твердого тела, полученные еще Эйлером, пригодились для изучения поведения гироскопических приборов лишь в последнее время, когда до высокой степени

совершенства был доведен подвес быстровращающегося ротора. Вместо них долгое время применялись так называемые укороченные уравнения теории гироскопов, не учитывающие инерционности колец подвеса и массы самого ротора в направлениях, перпендикулярных к оси его собственного вращения. Соответствующая теория была названа прецессионной. Она не в состоянии описать быстрые вибрации оси ротора гироскопа — так называемые нутации, возникающие при внезапных возмущениях, например при ударе. Однако эти вибрации быстро затухают и дальнейшее движение оси ротора становится чрезвычайно медленным. Такое движение, называемое прецессией, полностью следует законам прецессионной теории гироскопов (последняя называется иногда элементарной).

Среди интересных результатов, полученных, в основном, советскими учеными в области прецессионной теории гироскопов, можно отметить исследование поведения гировертикалей и гироскопических компасов на подвижном основании, строгую теорию пространственного гироскопического компаса, теорию полигироскопических систем и гироскопических систем силовой стабилизации, а также теорию инерциальной навигации (Б. В. Булгаков, А. Ю. Ишлинский, А. И. Лурье, Я. Н. Ройтенберг, Н. В. Бутенин, В. Н. Кошляков).

Соотношению уравнений прецессионного движения и уравнений движения гироскопических систем в строгой постановке, т. е. с учетом инерционности всех элементов гироскопов и их подвесов, а также вопросам устойчивости были посвящены исследования И. И. Метелицына и Д. Р. Меркина.

В последнее десятилетие было рассмотрено много задач теории гироскопов именно в строгой постановке. Как было еще замечено Е. Л. Николаи, идеально уравновешенный гироскоп, подвешенный без трения в кардановом подвесе, при свободных колебаниях его оси, имеет тенденцию к систематическому изменению ориентации своего внешнего кольца. Это явление подвергалось обстоятельному изучению и обобщению на случай

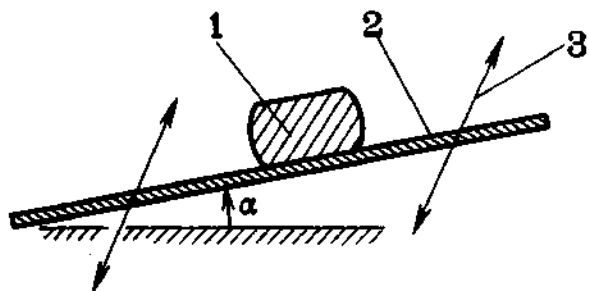


Рис. 10. Вибрационное перемещение вверх по наклонной плоскости. Можно заставить тело 1 перемещаться вверх по наклонной плоскости 2, если последняя будет совершать поступательные колебания с надлежащей частотой и амплитудой в нужном направлении 3.

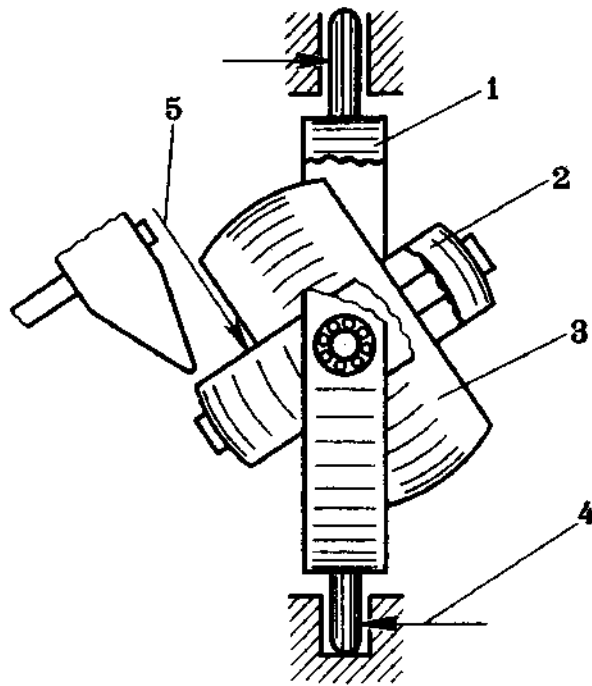


Рис. 11. Уход гироскопа при нутационных колебаниях. При ударе 5 по одному из колец карданова подвеса гироскопа возникают высокочастотные колебания механической системы: ротор гироскопа 3 + внутреннее кольцо 2 + внешнее кольцо 1, называемое нутацией гироскопа. Они сопровождаются медленным систематическим вращением внешнего кольца, если только угол между плоскостями колец не прямой. Причина ухода — силы реакции 4 опор внешнего кольца, возникающие при нутациях.

различного рода динамической неуравновешенности ротора гироскопа и колец его подвеса (С. С. Тихменев, Д. М. Климов, Я. Л. Лунц, Л. Н. Слезкин).

Многие задачи строгой теории гироскопов сводятся к определению условий устойчивости. Одна из первых задач подобного рода была решена еще в девятнадцатом веке Н. В. Майевским — крупным русским ученым-артиллеристом — и относилась к устойчивости движения вращающегося продолговатого снаряда. Дальнейшее исследование этой важной задачи было проведено А. Н. Крыловым и методом А. М. Ляпунова — Н. Г. Четаевым. Первое исследование вращения волчка с жидким наполнением принадлежит С. Л. Соболеву.

Представляют практический интерес результаты изучения силовых гироскопических систем, гироскопического компаса и поведения систем шулеровского типа (Я. Н. Ройтенберг, В. Н. Кошляков, Д. М. Климов).

Отметим, наконец, успешное применение теории устойчивости А. М. Ляпунова к изучению движения тяжелого гироскопа в кардановом подвесе (Н. Г. Четаев, В. В. Румянцев, В. Н. Скимель) и статистических методов к изучению колебаний гироскопических систем (Я. Н. Ройтенберг, С. С. Ривкин).

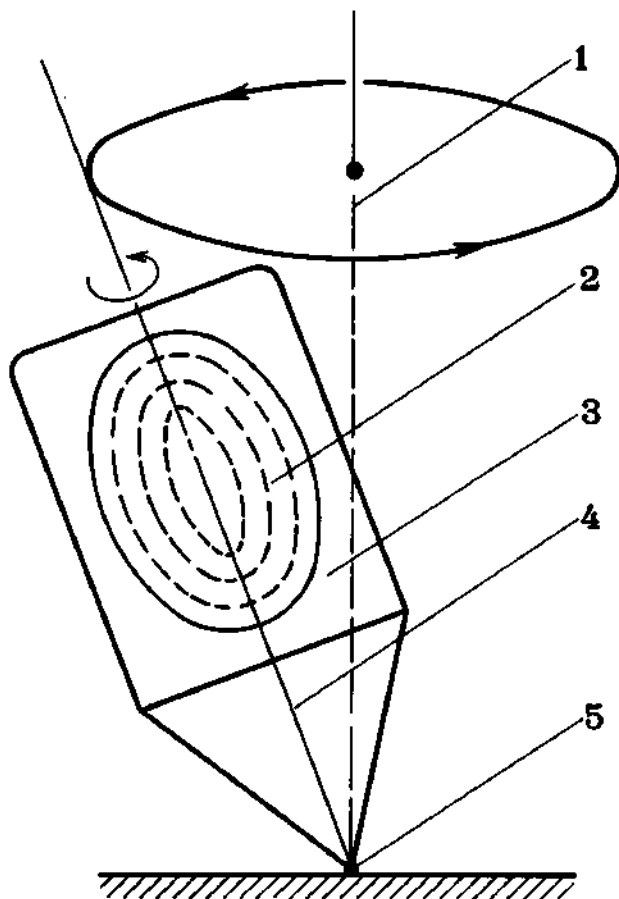


Рис. 12. Устойчивость волчка Соболева с жидким наполнением. Волчок 3, совершающий регулярную прецессию с замерзшей в эллиптической полости 2 жидкостью, может потерять устойчивость, когда жидкость растает. На рисунке: 1 — вертикаль, 4 — собственная ось волчка, 5 — точка опоры.

5. Теория машин и механизмов. Замечательные исследования П. Л. Чебышева положили начало кинематическому анализу и синтезу плоских механизмов — прямил, механизмов с остановом, механизмов, воспроизводящих различные кривые, шагающих механизмов и многих других. Отметим, что разработанная П. Л. Чебышевым в связи с исследованием механизмов теория функций, наименее уклоняющихся от нуля, нашла применение во многих прикладных вопросах, иногда весьма далеких от механики.

П. Л. Чебышев и Л. Ф. Ассур первыми начали заниматься и вопросами структуры механизмов. В советское время изучение общей структуры плоских шарнирно-рычажных механизмов было продолжено и, кроме того, развито на случай пространственных механизмов И. И. Артоболевским. Появились работы по синтезу плоских механизмов (З. Ш. Блох, Н. Н. Левицкий, С. А. Черкундинов). К исследованию пространственных механизмов было привлечено винтовое исчисление, начало которого восходит к Д. Н. Зейлингеру и А. П. Котельникову (Ф. М. Диментберг, В. В. Добровольский, С. Г. Кислицын, Я. Б. Шор).

Много исследований посвящено вопросам колебаний и устойчивости роторов быстро вращающихся машин и колеччатых валов (Н. Е. Кочин, Ф. М. Диментберг, В. Я. Натанзон).

Новые направления в теории машин появились в связи с развитием теории синхронизации и самосинхронизации, проблемами амортизации и вибропереноса (Г. Ю. Джанелидзе, И. И. Блехман), задачами динамики тяжелых технологических машин (С. Н. Кожевников), машин с переменными массами (И. И. Артоболевский, А. П. Бессонов), а также вопросами точности механизмов (Н. Г. Бруевич).

6. Оптимальное управление. Наряду с силами, действующими на механическую систему и зависящими определенным образом от положения тел системы и их скоростей, а также в некоторых случаях и от времени, на систему могут действовать силы, величинами которых можно в известных пределах распорядиться по усмотрению — так называемые управляющие силы. Механические системы с подобного рода силами называются системами с управлением. Выбор закона изменения управляющих сил с таким расчетом, чтобы некоторая характеристика движения системы оказалась максимальной (или минимальной), составляет основную задачу теории оптимального управления.

Одной из первых работ по оптимальному управлению следует считать исследование Б. В. Булгакова по выбору такого маневрирования корабля, при котором гироскопический маятник отклонялся бы от вертикали на максимально возможный угол. Несколько позже им же была решена аналогичная задача для гироскопического компаса. Советские ученые решили несколько важных конкретных проблем оптимального управления, в частности задач, связанных с выводом искусственных спутников на заданную орбиту (Д. Е. Охоцимский).

Была развита общая теория наблюдаемости и управляемости механических систем (Н. Н. Красовский).

Одним из наиболее крупных результатов в этой области механики следует признать хорошо известный в нашей стране и за рубежом метод решения задач оптимального управления, предложенный Л. С. Понтрягиным и разработанный им совместно с В. Г. Болтянским, Р. В. Гамкрелидзе и Е. Ф. Мищенко. Заметим, что этот метод относится к системе гамильтоновских уравнений аналитической механики в такой же мере, как другой аналогичный метод, принадлежащий американцу Беллману, — к уравнению в частных производных Якоби. Таким образом теория оптимального управления может рассматриваться, как естественное развитие общих методов аналитической механики и, в частности, ее вариационных задач.

7. Теория автоматического регулирования. Возникновение теории автоматического регулирования следует отнести к тому

времени, когда И. А. Вышнеградский установил условия устойчивости хода паровой машины при наличии регулятора Уатта.

В советское время развитие механической стороны исследований И. А. Вышнеградского было продолжено Н. Н. Вознесенским (теория непрямого регулирования), математической — А. А. Андроновым. Последний использовал метод точечных преобразований теории нелинейных колебаний к решению задачи об устойчивости паровой машины с регулятором Уатта при учете в нем кулонова трения.

В 30-е годы теория автоматического регулирования стала применяться наряду с механическими системами также и к системам электромеханическим и электрическим. Одним из центральных в этой теории в то время был вопрос о форме условий устойчивости механических и электромеханических систем, дифференциальные уравнения которых линейны и имеют постоянные коэффициенты. Условия Рауса—Гурвитца для этой цели мало пригодны из-за громоздкости даже для совокупности уравнений шестого порядка. Новый более удачный критерий устойчивости, основанный на построении некоторой кривой в плоскости комплексной переменной и анализе ее поведения по мере изменения некоторого параметра, пропорционального частоте «пробного» возмущения на входе системы автоматического регулирования, предложил А. В. Михайлов. Простой метод построения переходных процессов систем регулирования был указан В. В. Солодовниковым. Большое значение для развития теории автоматического управления имело рассмотрение задачи устойчивости полета самолета при наличии автопилота и, особенно, баллистических ракет.

Переход к изучению нелинейных систем автоматического регулирования происходил в тесной связи с исследованием нелинейных колебаний (Б. В. Булгаков, А. А. Андронов) и с применением метода так называемой гармонической линеаризации (Л. С. Гольдфарб, Е. П. Попов).

В настоящее время большое развитие получили статистические методы изучения систем автоматического регулирования в связи с воздействием на систему случайных возмущений (В. В. Солодовников, В. С. Пугачев). Особое место занимают системы импульсивного характера, для исследования которых удалось построить методы, близкие к тем, которые применялись в линейных системах автоматического регулирования (Я. З. Цыпкин).

Изучение вопросов компенсации внешних воздействий на системы автоматического регулирования привело к созданию так называемой теории инвариантности этих систем. Построение конкретных систем с учетом этой теории в ряде случаев оказалось целесообразным (Н. Н. Лузин, В. С. Кулебакин, А. И. Кухтенко, А. Г. Ивахненко).

5. РАБОТЫ СОВЕТСКИХ УЧЕНЫХ В ОБЛАСТИ МЕХАНИКИ ИЗМЕНЯЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

8. Теория упругости. Определение величины деформации и внутренних напряжений в твердых телах при действии на них различных нагрузок в предположении, что тела являются абсолютно упругими, составляет содержание теории упругости. Строгое решение задач теории упругости встречает большие затруднения из-за сложности дифференциальных уравнений равновесия и движения упругого тела и тех условий на его границе, которым решения этих уравнений должны удовлетворять. К началу советского периода науки было известно не слишком большое число строгих решений задач статики и динамики упругого тела. Среди общих методов отыскания таких решений следует упомянуть работу Г. В. Колозова, который при рассмотрении так называемой плоской задачи теории упругости (когда деформация тела не зависит от одной из декартовых координат) ввел некоторые функции комплексного переменного. Посредством последних представляются искомые деформации и напряжения упругого тела.

Уже в советское время Н. И. Мусхелишвили в элегантной форме представил общее решение уравнений плоской задачи теории упругости для многосвязных областей в виде комбинации двух функций комплексной переменной и указал методы отыскания этих функций посредством рядов и интегралов типа Коши, конформных отображений и сведения краевых задач к интегральным уравнениям типа Фредгольма. Методы Н. И. Мусхелишвили получили большое распространение; ими решено немало задач, многие из которых оказались полезными для практики. Таковы, например, плоские задачи теории упругости об отыскании давления под абсолютно жестким штампом (гладким или скользящим с трением по границе тела) и задача об определении напряжений в теле при наличии в нем внутренних разрезов. Последняя задача была использована для теории хрупкого разрушения упругих тел (Г. И. Баренблатт). Многие задачи о концентрации напряжений вблизи отверстий были решены Г. Н. Савиным. Комплексные представления искомых величин с успехом использовались во многих разделах механики, в частности, в теории оболочек (И. Н. Векуа, В. В. Новожилов, А. Л. Гольденвейзер). В гидродинамике плоскопараллельного движения идеальной жидкости и теории фильтрации такое представление было известно уже давно, однако там требуется отыскание единственной функции — так называемого комплексного потенциала.

К пространственной теории упругости относятся задачи об определении давления под штампом, соприкасающимся с упругим полутелом (А. И. Лурье, Н. Х. Арутюнян, В. И. Москаковский), и задачи о напряженном состоянии толстых плит и оболочек. Последние имеют важное значение для уточнения

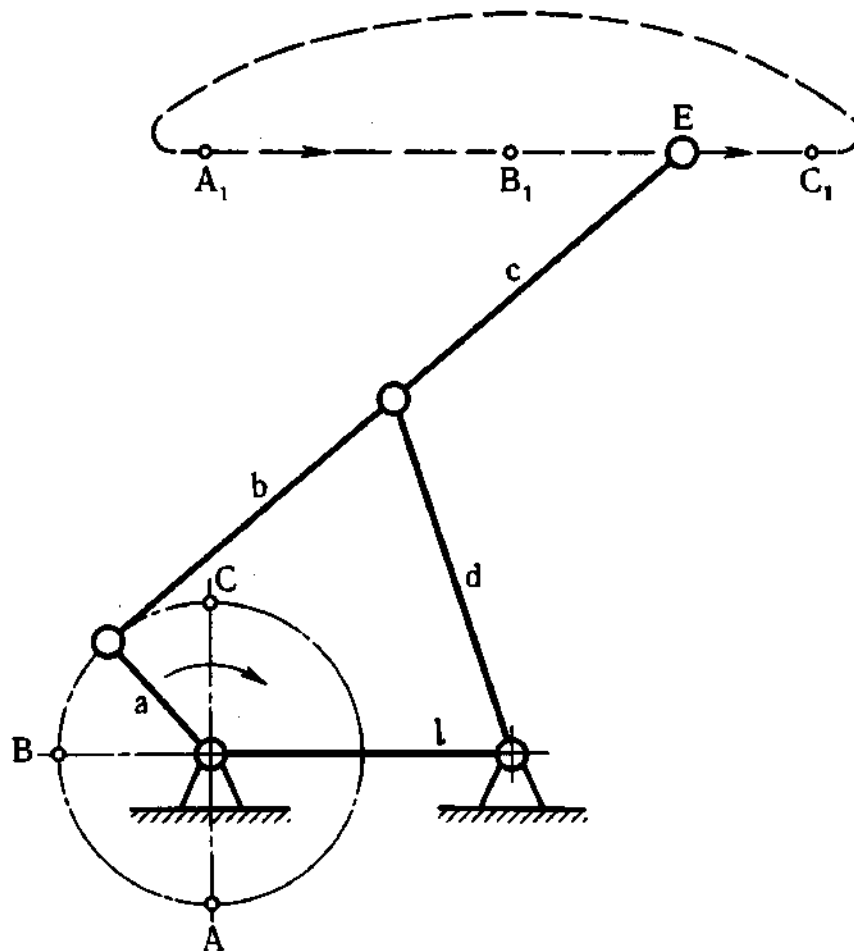


Рис. 13. Прямилlo Чебышева. Кривошипно-шарнирный механизм, точка E которого при $b=c=d=1,5l-0,5a$ движется по кривой A, B, C, наименее отклоняющейся от прямой, пока конец кривошипа перемещается по полуокружности ABC. Длина кривошипа должна удовлетворять неравенству $0,333l < a < 0,643l$. На рисунке $l = 2a$ и, следовательно, $b = c = d = 2,5a$.

результатов решений задач о деформации пластин и оболочек, полученных ранее методами прикладной теории упругости с применением гипотезы Кирхгофа (Б. Г. Галеркин, А. И. Лурье, И. Н. Векуа, В. В. Новожилов, Н. А. Кильчевский).

Общее решение уравнений теории упругости можно выразить через несколько гармонических функций. Число их в случае плоской задачи сводится к двум. В пространственном же случае наиболее удобное решение представляется в виде линейной совокупности четырех гармонических функций (П. Ф. Папкович, Ю. А. Крутков). В дальнейшем было показано, что существенно независимых среди них только три (Л. Н. Тер-Мкртчян, М. Г. Слободянский).

В. З. Власов создал теорию открытых профилей тонкостенных стержней и приближенный вариант теории оболочек, используя простые дополнительные гипотезы и общие положения строительной механики. Методы В. З. Власова получили

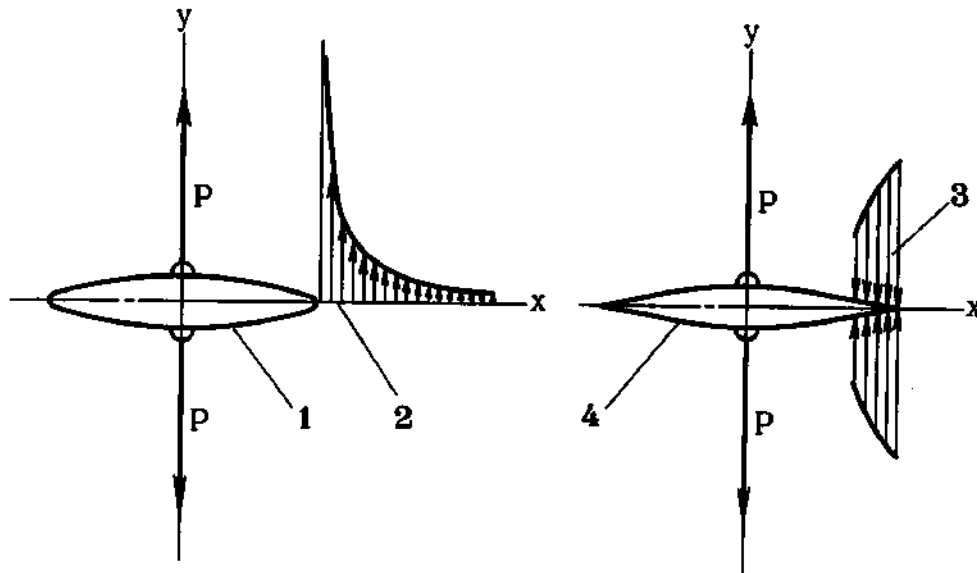


Рис. 14. Равновесная трещина в хрупком упругом теле. Если хрупкое упругое тело не выдерживает бесконечно больших напряжений, то при отсутствии сил сцепления в нем не может остановиться процесс расширения трещины, раздираемой двумя силами P . В противном случае трещина приняла бы форму овала 1 и вблизи концов его большой оси 2 внутри тела возникли бы напряжения неограниченной величины. Если же силы сцепления 3 существуют и действуют хотя бы на малых расстояниях между краями трещины, то может существовать равновесное состояние, при котором трещина не расширяется и концы ее 4 плавно смыкаются.

широкое распространение и легли в основу расчета многих инженерных сооружений.

Большое теоретическое и прикладное значение в теории оболочек приобрели асимптотические методы: малым параметром является здесь отношение толщины оболочки к какому-либо другому размеру (А. Л. Гольденвейзер).

Среди многочисленных работ советских ученых, относящихся к детальному рассмотрению различных проблем теории оболочек, особое место занимают исследования, связанные с большими прогибами оболочек (В. Н. Феодосьев, И. И. Ворovich). Такие прогибы описываются нелинейными уравнениями. К ним относится, в частности, теория так называемого «прощелка» части выпуклой оболочки во внутрь, особенно четко проявляющаяся при всестороннем сжатии сферической оболочки. А. В. Погорелов построил оригинальную теорию потери устойчивости сферической оболочки, в которой «прощелкнутая» часть оболочки принимается за сферу того же радиуса.

Вопросы динамической устойчивости упругих систем были рассмотрены в работах Н. М. Беляева, Н. Н. Боголюбова, Н. Е. Кочина, М. Г. Крейна. Динамическое объяснение парадокса Е. Л. Николаи о неустойчивости одновременно сжатого и скрученного круглого стержня за счет работы неконсервативных сил дали В. В. Болотин и Г. Ю. Джанелидзе.

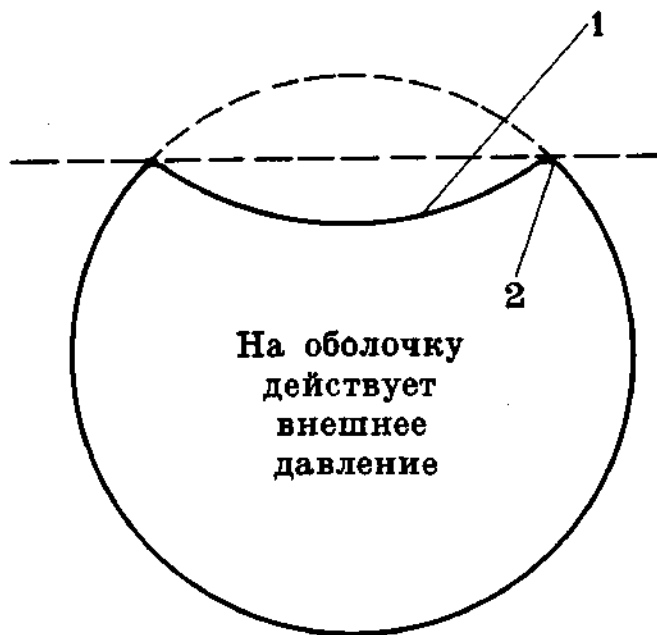


Рис. 15. Процелк (хлопок) сферической оболочки. При достаточно большом внешнем давлении часть оболочки 1 процелкивается вовнутрь, оставаясь сферой того же радиуса, но вывернутой наизнанку. Область больших деформаций изгиба 2 имеет при этом вид узкого кольца.

Формы устойчивости внезапно сжатых стержней и цилиндрических оболочек исследовались М. А. Лаврентьевым, Вольмиром и др. Большое прикладное значение имеют работы отечественных авторов, относящиеся к области строительной механики и прикладной теории упругости (А. Н. Динник, Б. Г. Галеркин, Е. О. Патон, И. М. Рабинович, М. М. Филоненко-Бородич). Следует также отметить исследования в области термоупругости. Здесь разработаны методы расчета температурных напряжений в дисках переменной толщины и других сложных конструктивных элементах и решены некоторые динамические задачи (А. Д. Коваленко, В. И. Даниловская).

Теория распространения упругих волн в твердом теле развивалась в связи с практическими потребностями сейсмологии и сейсмической разведки. Волновые задачи, как правило, очень трудны и требуют для своего решения привлечения сложного и громоздкого математического аппарата.

Для этой цели С. Л. Соболев и В. М. Смирнов предложили применять метод функционально-инвариантных решений. Этим методом удалось решить несколько важных задач, например об отображении и преломлении сферических волн на плоской границе, разделяющей два бесконечных полутела, и о движениях упругого тела в областях, примыкающих к фронту волны (Н. В. Зволинский). Советскими учеными разработан так называемый лучевой метод исследования сейсмических полей, в частности, также дающий описание движения упругой среды вблизи фронта волны. Ряд математических проблем динамической теории упругости был рассмотрен В. Д. Купрадзе.

Некоторые интересные задачи о распространении упругих волн в слоистых средах были решены посредством интегральных преобразований («метод неполного разделения переменных»); этим же методом было дано объяснение явления «экранирования» (Г. И. Петрашень).

Очень трудными являются задачи дифракции упругих и акустических волн. Однако и здесь советским ученым удалось достичь успеха в случае дифракции на полубесконечном экране в виде разреза или, напротив, в виде жестко закрепленной полупрямой.

Статистические методы использовались в статике упругих тел со статически неровной поверхностью для выяснения влияния чистоты обработки поверхности на усталостную прочность (В. А. Пальмов), а также в статике упругой статистически неоднородной среды (В. А. Ломакин). В задачах взаимодействия колеблющихся упругих тел и случайных акустических полей статистическими методами в рамках корреляционной теории исследовались вопросы прохождения, отражения и рассеяния шума упругими системами. Наконец, следует указать на применение методов теории вероятностей и теории случайных процессов к задачам устойчивости упругих систем (В. В. Болотин, И. И. Ворович).

9. Теория пластичности. Абсолютно упругое тело является удовлетворительной моделью многих твердых тел при воздействии на них не слишком больших удельных нагрузок. При достаточно больших нагрузках во многих телах возникают пластические деформации. Последние не исчезают при снятии нагрузок и являются, таким образом, остаточными. Определение деформаций и напряжений в таких телах составляет предмет теории пластичности.

В теории пластичности, в отличие от теории ползучести, предполагается, что скорость деформирования тела не оказывает сколь-нибудь существенного влияния на напряженное состояние. Таким образом время играет в теории пластичности лишь роль вспомогательного параметра, в частности для указания порядка совершения различных деформаций или нагрузений пластического тела.

Было предложено несколько моделей для тел, обладающих свойством пластичности. Одной из простейших является так называемое идеально-пластическое тело, вообще лишенное свойства упругости. В условиях плоской деформации идеально-пластического тела полуразность двух главных напряжений или, что то же, максимальное касательное напряжение (напряжение сдвига), постоянно в каждой точке тела и равно так называемой пластической константе. В этом случае уравнения равновесия идеально пластического тела относятся к классу так называемых гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных. Уравнениями такого типа описывается и распространение волн. Было неясно, как строить

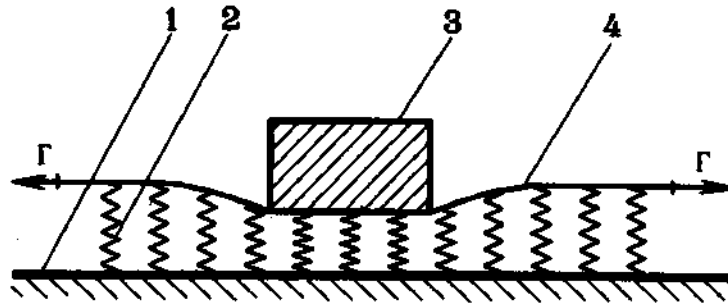


Рис. 16. Модель упругого основания, предложенная Филоненко-Бородичем. Фундамент 3 лежит на натянутой усилием Γ безграничной мембране 4. Между мембраной и абсолютно жесткой опорой 1 находится бесчисленное множество не связанных друг с другом пружин 2.

их решения в случае, например, таких задач теории пластичности, как определение напряженного состояния идеально пластического тела вокруг отверстия, на границе которого всюду заданы нормальные и касательные усилия. С. А. Христианович показал, что решение подобных задач не содержит принципиальных затруднений и может производиться, в частности, методом построения характеристик. Последние являются линиями скольжения, так как касаются в каждой точке пластического тела площадок, на которых напряжение сдвига достигает максимального значения по сравнению с касательными напряжениями на площадках иной ориентации. Большой круг плоских задач теории пластичности, в том числе о вдавливании жестких штампов в идеально-пластическую среду, был решен при помощи метода характеристик В. В. Соколовским.

Уравнения равновесия идеально-пластического тела в условиях плоского напряженного состояния (нагружение достаточно тонкой пластинки силами, лежащими в ее срединной плоскости) более сложны по сравнению со случаем плоской деформации. Подобно сверхзвуковой и дозвуковой областям течения газа, они могут быть как гиперболическими, так и эллиптическими в разных местах деформации тела.

Еще более сложны уравнения общего пространственного случая деформирования идеально пластического тела. Здесь в рамках так называемой теории полной пластичности (принимается, что в каждой точке тела равны два главных напряжения, а третье отличается от них на удвоенную пластическую постоянную) было рассмотрено несколько осесимметрических задач. В их числе задача о вдавливании штампа в пластическую среду, имеющая отношение к теории пробы Бригнеля (А. Ю. Ишлинский).

Другой, уже более сложной, моделью для описания деформирования тел за пределом упругости является упруго-пла-

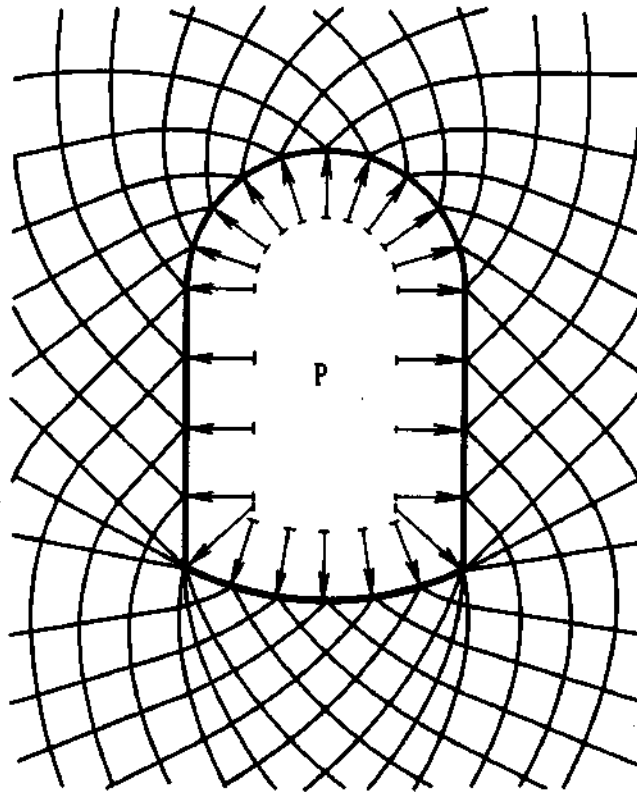


Рис. 17. *Линии скольжения — характеристики вокруг отверстия по Христиановичу. Предполагается, что пластическая зона полностью окружает отверстие в упругопластическом (без упрочнения) теле. Если на границу полости действует равномерно распределенное нормальное давление p , то характеристики подходят к гладким участкам границы под углом 45° . Характеристики разных семейств пересекают друг друга под прямым углом. Граница распространения пластического состояния определяется условиями на внешней границе тела.*

стическое тело. При простом растяжении цилиндрического образца такого тела происходят чисто упругие деформации, пока напряжение (отношение растягивающей силы к площади сечения) не достигнет характерной для данного материала величины — предела текучести. При дальнейшем возрастании деформации напряжение либо остается равным пределу упругости (идеально-пластическое тело без упрочнения), либо возрастает (упруго-пластическое тело с упрочнением).

В случае, когда все нагрузки на тело растут пропорционально друг другу (так называемое простое нагружение) упруго-пластическое тело с упрочнением можно уподобить некоторому телу с нелинейным законом связи между напряженным и деформированным состоянием. А. А. Ильюшин рассмотрел ряд относящихся сюда общих вопросов теории упруго-пластических деформаций и предложил метод последовательных приближений для решения конкретных задач — метод «упругих решений».

Задача об отыскании напряженного состояния в упруго-пластических телах осложняется тем, что граница между областями упругих и пластических деформаций заранее неизвестна.

Эту трудность удалось преодолеть аналитическими методами пока лишь в немногих случаях. При кручении стержня овального сечения (В. В. Соколовский) и при двустороннем растяжении тела с круглым отверстием (Л. А. Галин) такой границей оказался эллипс. Ее оказалось возможным аналитически найти и при кручении квадратного (со слегка закругленными ребрами) стержня за предел упругости. Пластические зоны в полном соответствии с экспериментальными данными примыкают в этом случае к серединам сторон сечения. Советские ученые нашли решение нескольких других задач подобного рода.

К обоснованию метода несущей способности следует отнести исследование В. В. Соколовского, относящееся к изгибу круглой упругопластической (без упрочнения) пластинки равномерно распределенной нагрузкой. В отличие от изгиба стержня весь материал пластинки при достижении нагрузкой некоторого критического значения оказывается в пластическом состоянии. В случае же изгиба упругопластического стержня образуется так называемый пластический шарнир.

Приближенную теорию упруго-пластических оболочек, основанную на представлении оболочки в виде двух слоев с разными свойствами, предложил Ю. Н. Работнов.

Для пластинок и оболочек из упруго-пластического материала можно ставить задачи о так называемой несущей способности, т. е. об определении предельной нагрузки, при которой пластинка, оболочка, а также стержневая конструкция или строительное сооружение (например, свод) еще не подвергается разрушению. Первая задача подобного рода была поставлена в Советском Союзе и решена А. А. Гвоздевым. Важное конечное соотношение между усилиями, изгибающими и крутящими моментами для оболочек, полностью перешедших в пластическое состояние (т. е. на пределе несущей способности), было получено А. А. Ильюшиным. Ему же принадлежат первые исследования по устойчивости пластин и оболочек, материал которых нагружен за предел упругости.

Общие уравнения деформирования упруго-пластических тел исследователь в ряде работ советских авторов (А. А. Ильюшин, Л. И. Седов, В. В. Качанов, Д. Д. Ивлев). Были предложены также уравнения, описывающие так называемое сложное нагружение тел за пределом упругости, например, последовательное растяжение полосы в разных направлениях за предел упругости (А. Ю. Ишлинский, В. В. Новожилов). К выяснению некоторых закономерностей подобного рода деформирований

относятся исследования А. А. Ильюшина («постулат изотропии», закон «запаздывания»).

Вопросами пластической деформации при циклических нагружениях занимались В. В. Новожилов (в частности пластическим «разрыхлением») и В. В. Москвитин.

Динамические задачи теории пластичности в основном касались вопроса распространения волн в упруго-пластических стержнях, нитях и тросах, а также в случае осесимметрической деформации в полой цилиндре и в случае радиальной симметрии — полой сфере (Х. А. Рахматулин, Г. С. Шапиро, А. А. Гвоздев, Е. Х. Агабатян). Особый вид волны, возникающей в стержне при разгрузке его конца, был открыт Х. А. Рахматулиным.

При больших скоростях деформирования предположение о независимости напряженного состояния материала от скорости деформирования в ряде случаев не оправдывается. Соответственно для описания динамических явлений в таких телах следует ввести некоторую новую модель сплошной среды. Простейшей моделью является вязко-пластическое тело, которое начинает деформироваться после превышения максимальным касательным напряжением пластической константы, причем скорость сдвига материала принимается пропорциональной этому превышению. Динамические задачи вязкопластических сред были предметом ряда исследований советских авторов (А. А. Ильюшин, В. В. Соколовский и др.).

10. Теория ползучести. Свойство твердых тел под нагрузкой непрерывно изменять свою форму называется ползучестью. В отличие от вязких жидкостей постоянная скорость деформирования таких тел после приложения нагрузок устанавливается не сразу. При изменении нагрузки на один порядок величина этой скорости может измениться на

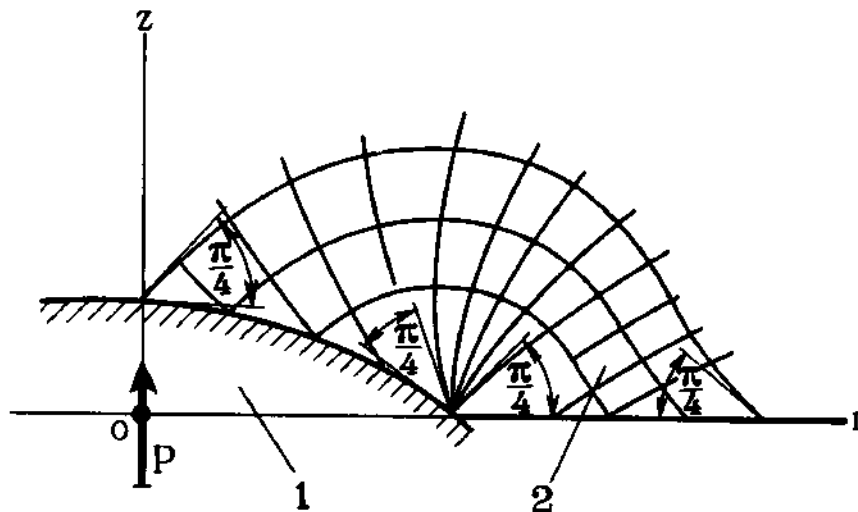


Рис. 18. Вдавливание сферического штампа в тело при условии полной пластичности. Небольшое отличие от испытания на твердость по Бриггелю заключается в том, что сферический сегмент под штампом считается предварительно удаленным. Построение характеристик позволяет в конечном счете отыскать силу P , при превышении которой штамп 1 начнет погружаться в тело 2.

несколько порядков. Столь же резко изменяется ползучесть при повышении температуры. Разные материалы ведут себя в отношении ползучести различно. Поэтому для получения надежных данных при расчете на ползучесть ответственных частей и соединений современных машин требуется проведение большого числа экспериментов при наличии руководящей теоретической идеи.

Создание теории ползучести, т. е. установление уравнений, связывающих скорость деформирования и напряженное состояние среды, по изложенным выше обстоятельствам, встречает большие затруднения. Исследованиями советских ученых эти затруднения в значительной мере преодолены.

Ю. Н. Работнов предложил четкую классификацию различных сторон явления ползучести и дал критический анализ многочисленного экспериментального материала. Были решены практически важные задачи об установившейся ползучести толстых труб под действием внутренних давлений, ползучести вращающихся дисков, изгибаемых пластин и оболочек. Аналогичные задачи были рассмотрены для случая неустановившейся ползучести, имеющей место непосредственно после приложения нагрузок (Ю. Н. Работнов, Н. Н. Малинин, С. А. Шестеряков). Частным, но важным случаем таких задач является определение времени, по истечении которого произойдет разрушение тела (например, вследствие трещинообразования).

Для рассмотрения общих приемов исследования ползучести и решения конкретных задач, в частности о выпучивании сжатых стержней, арок, пластин и оболочек весьма плодотворными оказались вариационные принципы теории ползучести (Ю. Н. Работнов, А. М. Качанов).

Для описания ползучести стареющих материалов, и в частности бетона, Н. Х. Арутюняном были предложены интегральные соотношения, учитывающие изменение их свойств с течением времени. В некотором смысле эти соотношения можно трактовать как уравнения, описывающие поведение упругих тел, подверженных старению, обладающих наследственными свойствами.

11. Теория вязкой упругости. Ряд твердых тел, особенно органического происхождения, и полимеры обнаруживают свойства последействия — постепенно затухающего увеличения деформации после приложения постоянной нагрузки и, напротив, полного или частичного восстановления своей формы после снятия этих нагрузок. Такие тела обладают также свойствами релаксации. Так, в растянутом стержне с течением времени напряжение ослабевает, если его деформация сохраняется неизменной. Перечисленные свойства определяют класс вязко-упругих тел, именуемых иногда также несовершенно упругими и телами с наследственными свойствами, так как величина деформации этих тел в данное мгновение определяется не только соответствующим значением нагрузки, но

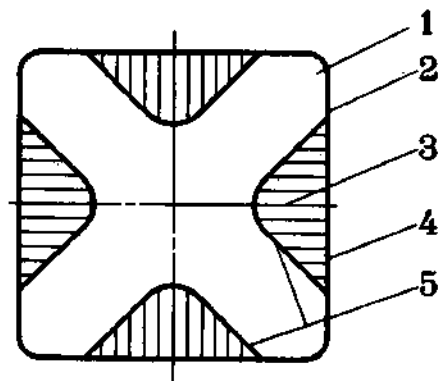


Рис. 19. Пример кручения стержня за предел упругости, указанный Галилеем. При кручении стержня из упругопластического (без упрочнения) материала, сечение которого имеет вид квадрата с закругленными углами 2, пластические зоны 3 возникают у середины сторон 4; они имеют общую границу 5 с частью сечения 1, находящейся в упругом состоянии. Большему крутящему моменту соответствует меньшее упругое ядро с незначительно измененным очертанием сечения вблизи углов.

в силу последствия и теми значениями нагрузки, которые были в прошлом. Тело как бы помнит историю своего нагружения, «наследуя» предшествующие значения деформации.

Для описания законов деформирования таких тел применяется аппарат интегральных уравнений Вольтерра, однако в простейших случаях, особенно для полимеров и стеклопластиков, можно в ряде случаев использовать простые механические модели (соединения пружин и элементов с трением), подчиняющиеся линейным дифференциальным уравнениям (А. Ю. Ишлинский, А. Р. Ржаницын). Ю. Н. Работнов указал удобную и вместе с тем достаточно общую форму ядра основного интегрального уравнения, позволяющую сравнительно просто доводить решение многих задач до получения числовых результатов.

При действии периодических нагрузок на тела несовершенной упругости последние нагреваются и меняют свои свойства. Например, скорость ползучести полимеров резко возрастает и в них может даже произойти «тепловой взрыв», ведущий к разрушению.

12. Механика грунтов. Для решения ряда практических задач строительства зданий, плотин и других сооружений необходимо знать поведение основания, на котором они расположены. Основание может быть скальным, и в этом случае для его описания годится теория упругости, но может быть и обычным земляным грунтом, в частности сыпучей средой. В советское время были проведены большие исследования по механике так называемых связных грунтов (Н. М. Герсеванов, В. А. Флорин, Н. А. Цытович). Статика сыпучих тел с наличием внутреннего трения и сцепления изучалась В. В. Соколовским, предложившим общие методы исследования предель-

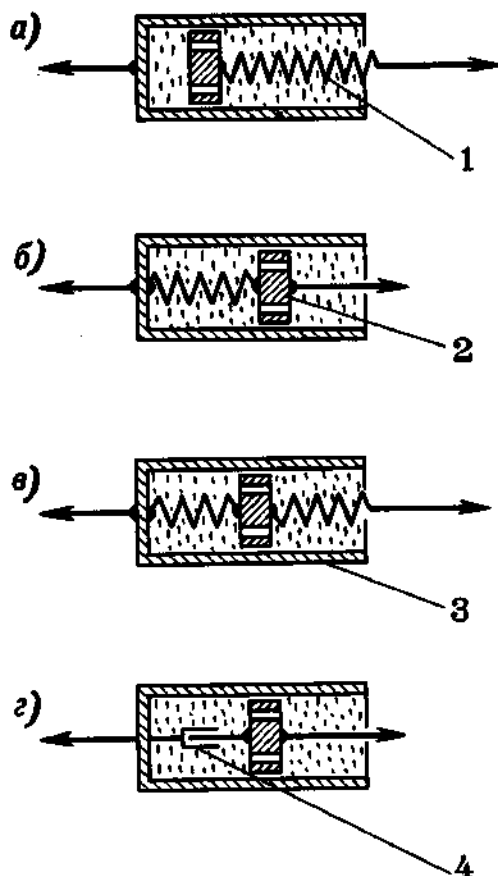


Рис. 20. Модели упруговязких и вязкопластических тел. Простейшие модели состоят из сочетания пружин 1, поршней 2 в сосудах с вязкой жидкостью 3 и элементов сухого трения 4. На рисунке модели: а — релаксирующего тела (в нем при постоянной деформации постепенно исчезает внутреннее напряжение), б — тела с упругим последствием, в — тела, обладающего наследственными свойствами, г — вязкопластического тела.

ного равновесия сыпучей среды, развивающие метод характеристик С. А. Христиановича. Этими методами было решено большое число практически важных задач, например о давлении на подпорные стенки, о форме устойчивых откосов, о предельной нагрузке на фундамент (В. В. Соколовский, В. Г. Березанцев).

Советские ученые предложили модели грунта для решения динамических задач теории грунтов в связи с воздействием на земляные массы сил взрыва (А. Ю. Ишлинский, Х. А. Рахматулин, С. С. Григорян). Были решены многие трудные задачи о распространении волн в таких средах и подмечен ряд новых явлений, в частности истощения волны и влияния на волновые движения тяжести грунта (Н. В. Зволинский, А. М. Скобеев).

13. Трение твердых тел. Краткий обзор того, что сделано отечественными учеными в области механики, был бы неполным, если не упомянуть вопросов трения сухих твердых тел — науки, находящейся на стыке механики, физики и химии.

Изучение процессов трения твердых тел и их износа имеет большое значение при создании и совершенствовании современных машин. Одним из первых советских ученых, занимавшихся вопросами трения, был В. Д. Кузнецов.

Наука о трении развивается как в направлении исследования физико-химических процессов, протекающих на трущихся поверхностях и приводящих к значительным изменениям материалов в зоне фрикционного контакта (П. А. Ребиндер), так и в направлении геометрического и механического анализа контактирующихся поверхностей (И. В. Крагельский). Молекулярная теория трения, изучающая взаимодействие соприкасающихся при трении тел, была развита Б. В. Дерягиным, а применительно к полимерам — Г. В. Бартеневым.

Молекулярно-механическая теория трения и усталостная теория износа позволили решать задачи по трению и износу расчетно-аналитическим путем и создавать материалы с наперед заданными фрикционными характеристиками (И. В. Крагельский). На основании этой теории были созданы фрикционные материалы ретинакс и самосмазывающиеся аман и вамк, получившие широкое применение в технике, а также проведена разработка целого класса полимерных материалов для узлов трения. В этой связи необходимо упомянуть исследования в области технологии переработки и применения полимеров для узлов трения (В. В. Коршак, В. А. Белый).

Существенное развитие получили методы химического модифицирования поверхностей трения и смазочных веществ, что позволило обеспечить стойкость смазок при высоких температурах и других тяжелых условиях (Г. В. Виноградов, Г. И. Фукс, А. С. Ахматов). Появилась новая область теории трения — моделирование процессов трения (В. С. Щедров, А. В. Чичинадзе).

В Советском Союзе широко развернуты исследования по изучению закономерностей износа твердых тел (М. М. Хрущев, И. В. Крагельский, Б. И. Костецкий). До сих пор повышение долговечности узлов трения шло исключительно по пути отыскания более прочных материалов для сопряженных пар. Новый путь повышения долговечности узлов трения, уже нашедший широкое применение, был избран Д. Н. Гаркуновым и И. В. Крагельским на основе открытого ими явления избирательного переноса меди из твердого раствора медного сплава на сталь и обратно в среде, исключаяющей окисление. В этом случае происходит самовосстановление изношенного слоя и долговечность сопряжения возрастает во много раз.

Существенное достижение получено в области применения полимеров в качестве конструкционного материала для подшипников скольжения. Развита эластогидродинамическая теория смазки твердых тел. Рассмотрены некоторые задачи трения деформируемых тел с учетом упругих и пластических деформаций.

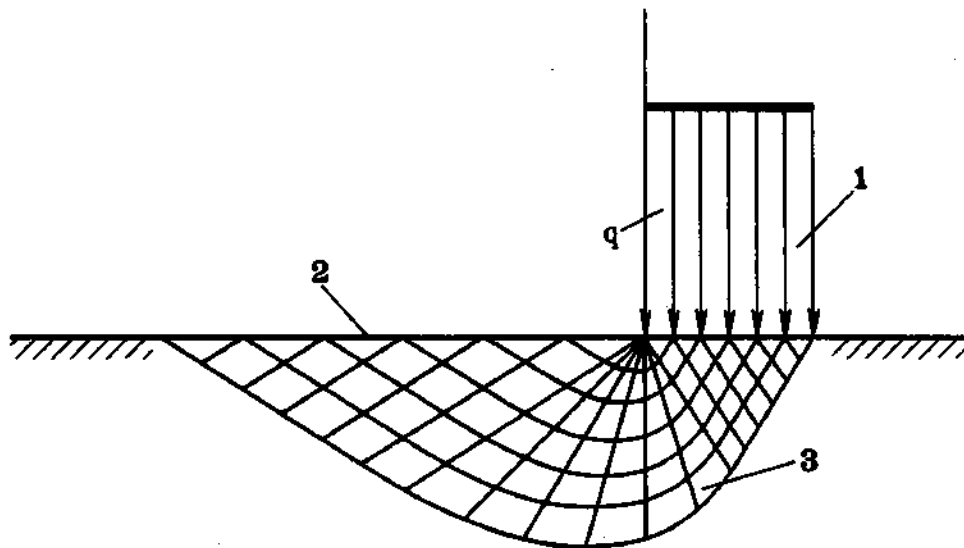


Рис. 21. Предельная нагрузка на грунт по Соколовскому. Если грунт представляет собой сыпучее тело, обладающее внутренним трением и сцеплением, то построением характеристик 3 (линий скольжения) между свободной поверхностью грунта 2 и местом приложения нагрузки 1 можно определить удельную величину последней q .

6. ДОСТИЖЕНИЯ СОВЕТСКОЙ МЕХАНИКИ В ОБЛАСТИ ДИНАМИКИ ЖИДКИХ И ГАЗООБРАЗНЫХ ТЕЛ

14. Динамика идеальной несжимаемой жидкости. Задачи движения многих реальных жидкостей в большом числе случаев можно рассматривать как задачи движения некоторой воображаемой жидкости, не имеющей внутреннего трения и обладающей свойством несжимаемости. Такая модель сплошной среды, наряду с материальной точкой и абсолютно твердым телом, является в механике одной из простейших. Вода, эфир, бензин в сравнительно больших объемах и при не слишком резком изменении действующих на них сил, а также воздух при движении в нем тел со скоростью, хотя бы вдвое меньшей скорости звука, — все эти тела могут служить примерами идеальных несжимаемых жидкостей. Вместе с тем вода в тонких пленках обнаруживает значительную вязкость и даже упругость при сдвиге, а при действии сил взрыва в воде могут возникнуть своеобразные кратковременные разрывы типа трещин. Очевидно, что для изучения поведения воды в таких условиях схема идеальной жидкости не годится и должна быть выбрана другая модель. Однако для решения задач о движении волн на поверхности воды, о колебаниях плавающих тел, задач теории приливов и отливов, обтекания тел со срывом струй, глиссирования, кавитации, для подсчета присоединенных масс при ударе твердого тела о воду и для многих других задач схема идеальной несжимаемой жидкости оказывается вполне удовлетворительной. Рассмотрение вопро-

сов, связанных с определением сопротивления тел при движении их в жидкости или воздухе при сравнительно небольших скоростях, в связи с парадоксом Даламбера приводит к необходимости сочетания модели идеальной несжимаемой жидкости с дополнительными гипотезами, например о наличии присоединенного вихря и конечной величине скорости сбегающего с крыла потока жидкости. Это позволило Н. Е. Жуковскому и С. А. Чаплыгину еще до Октябрьской революции решить принципиальные вопросы о подъемной силе крыла самолета. Введение дополнительной гипотезы о присоединенном вихре и сбегающей вихревой пелене привело к построению теории пропеллера (Н. Е. Жуковский) и развитию теории крыла конечного размаха (С. А. Чаплыгин, В. В. Голубев, Н. Е. Кочин).

Другой дополнительной гипотезой, позволяющей в рамках модели идеальной жидкости рассматривать многие практически важные задачи, явилось предположение о наличии пограничного слоя, прилегающего к телу. Этот слой принимается за вязкую жидкость, несмотря на то, что он состоит из частиц той же воды или воздуха, которые вдали от обтекаемого ими тела образуют, по определению, идеальную жидкость, совершенно лишенную вязкости¹. Вводятся и другие усложнения, в частности учет возникающей позади обтекаемого тела вихревой дорожки.

В советское время были рассмотрены общие математические вопросы о движении жидкости, в том числе и при наличии в ней вихревых образований (Н. М. Гюнтер). Задача об устойчивости вихревых дорожек, образующихся за плохо обтекаемым телом, была окончательно решена в отрицательном смысле Н. Е. Кочиным, построившим для этой цели функцию Ляпунова.

Исследование движения установившихся волн с конечной (т. е. не бесконечно малой) амплитудой представляет задачу большой математической трудности. В гидродинамике она была строго решена в советское время А. И. Некрасовым, работавшим для этой цели теорию одного класса нелинейных интегральных уравнений. Значительные успехи в том же направлении были достигнуты Н. Е. Кочиным, изучившим волновые движения конечной амплитуды на поверхности раздела двух несжимаемых жидкостей, а также Я. И. Секерж-Зеньковичем, подробно исследовавшим стоячие волны конечной амплитуды. Применяя мощные методы теории конформных преобразований, М. А. Лаврентьев дал теорию движения «уединенной» волны, перемещающейся на поверхности воды с большой скоростью и несущей в себе значительную энергию. Теория приливов была предметом обстоятельных исследований Л. Н. Сретенского.

¹ О пограничном слое см. пункт 16.

Применительно к авиации вопросы теории движения идеальной несжимаемой жидкости особенно успешно изучались в созданном в первые же годы Советской власти Центральном аэрогидродинамическом институте (ЦАГИ) научным коллективом под руководством Н. Е. Жуковского, а затем С. А. Чаплыгина. В состав этого коллектива входили А. И. Некрасов, Л. С. Лейбензон, А. П. Котельников, В. В. Голубев, М. А. Лаврентьев, М. В. Келдыш, Л. И. Седов, Л. Н. Сретенский, В. П. Ветчинкин, Н. В. Зволинский и др. Был изучен широкий круг вопросов, связанных с обтеканием различных профилей и их сочетаний, с движением и колебанием тел под водой (М. В. Келдыш, М. А. Лаврентьев, Л. Н. Сретенский), с теорией машущего крыла (В. В. Голубев). К этим исследованиям примыкали работы по теории вибрирующего крыла (М. А. Лаврентьев, М. В. Келдыш, Л. П. Смирнов), обтекания решеток (Н. Е. Кочин, Н. И. Ахиезер) и обтекания крыла в форме бесконечно тонкой пластинки (круглой в плане) пространственным потоком (Н. Е. Кочин). Сюда же относится работа М. В. Келдыша и Ф. И. Франкля, в которой дается строгое обоснование теории винта Н. Е. Жуковского.

Теория струй нашла в советское время дальнейшее продолжение в исследованиях общего характера М. А. Лаврентьева, с важным приложением этой теории к проблемам кумуляции.

Работы по теории глссирования тел по поверхности жидкости были начаты в ЦАГИ научными сообщениями А. И. Некрасова и С. А. Чаплыгина. Эта интересная задача теории вол-

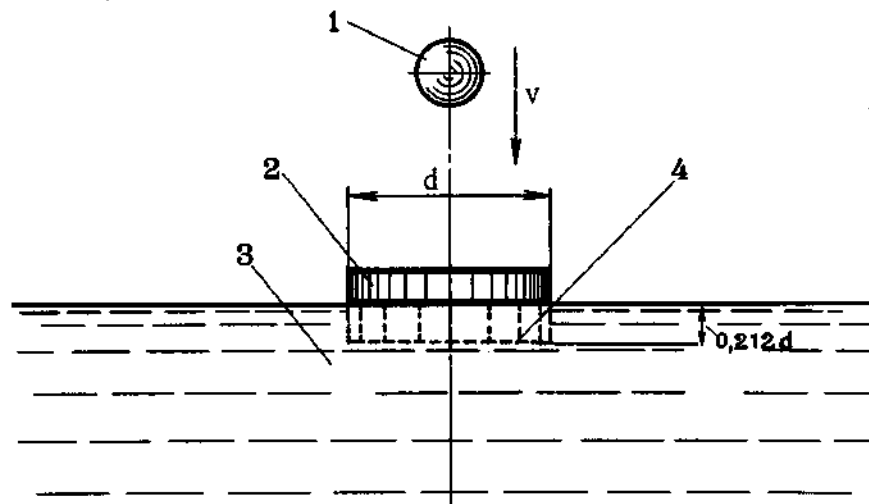


Рис. 22. Присоединенная масса жидкости. При ударе тела 1 о цилиндрическое тело 2, соприкасающееся с горизонтальной поверхностью идеальной несжимаемой жидкости, учет влияния последней сводится как бы к присоединению к массе второго тела массы жидкого цилиндра того же диаметра, что и тело 2 и с высотой, около четверти этого диаметра.

новых движений идеальной жидкости была предметом исследований Л. И. Седова, Ю. С. Чаплыгина, Л. Н. Сретенского и Н. Е. Кочина. Значительно позже, в сороковых годах, к теме о глиссировании обратились ученые Запада, а также японские ученые. В основном они повторили результаты советских ученых.

15. Механика вязкой жидкости. Все реальные жидкости в той или иной мере за исключением случаев сверхтекучести) обладают вязкостью, т. е. внутренним трением. В классической модели сплошной среды, именуемой вязкой, или ньютоновой, жидкостью, в отличие от идеальной жидкости, принимается, что силы трения (касательные напряжения) пропорциональны скоростям слоев жидкости по отношению друг к другу, поделенным на расстояние между ними. Коэффициент пропорциональности, называемый обычно коэффициентом вязкости, в классической модели, как правило, считается постоянным. Однако вязкость обуславливает выделение тепла, а с повышением температуры жидкости внутреннее трение уменьшается. Поэтому классическая модель вязкой жидкости иногда дополняется соотношением, учитывающим изменение ее коэффициента вязкости.

Полимерные жидкости в ряде случаев недостаточно хорошо описываются классической моделью из-за наличия в них заметной упругости. Это упруго-вязкие жидкости. Кроме того, существуют сплошные среды, в частности некоторые металлы, которые обладают свойствами вязкой жидкости, если максимальное касательное напряжение в них превысит характерную константу¹. Такие тела именуются вязко-пластическими. Упруго-вязкие и вязко-пластические среды, а также и другие, которые не укладываются в схему классической вязкой жидкости, называются неньютоновыми, или аномальными жидкостями. Для них существуют свои модели.

Классическая модель вязкой жидкости была использована Н. Н. Петровым, Н. Е. Жуковским и С. А. Чаплыгиным для построения гидродинамической теории смазки и И. С. Громека для имитации движения крови по сосудам живых организмов пульсирующим потоком. Первой опубликованной работой в советский период по приложениям уравнений движения вязкой жидкости (к теории прокатки металлов) явилось исследование И. В. Мещерского.

Общие уравнения движения вязкой жидкости содержат члены, учитывающие инерционность среды, ее вязкость и перепад давления. Известно очень мало точных решений таких уравнений применительно к частным движениям вязкой жидкости (Н. А. Слезкин, Л. Д. Ландау).

При решении важных в практическом отношении задач о медленном движении вязкой жидкости в уравнениях дви-

¹ См. также п. 9.

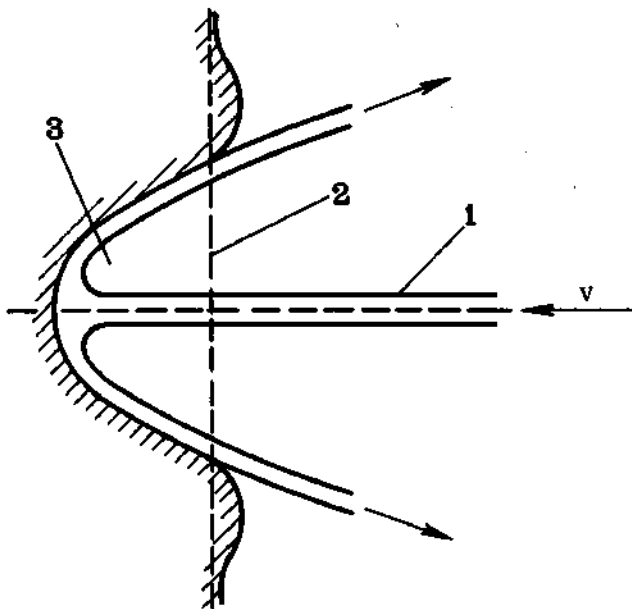


Рис. 23. Схема кумулятивного действия струи по Лаврентьеву. Движущийся с большой скоростью v металлический стержень 1, встречая броню 2, «вымывает» в ней пробочную 3 так, как если бы материал брони и стержня был идеальной несжимаемой жидкостью. Глубина проникновения в броню примерно равна длине металлической «струи».

жения обычно отбрасывают инерционные члены или заменяют их некоторым приближенным представлением (Л. Г. Лойцянский, Н. А. Слезкин, С. М. Тарг, Л. С. Лейбензон, А. И. Лурье, Н. Т. Повало-Швейковский, П. А. Вальтер, Н. Н. Моисеев).

Вопросы динамической возможности (совместности уравнений) общего случая движения вязкой жидкости, и в частности малых колебаний сжимаемой вязкой жидкости, были предметом исследований А. А. Фридмана, Б. И. Извекова, И. А. Кибеля, а теоремы существования, единственности и устойчивости решений — Д. Е. Долидзе и О. А. Ладыженской.

16. **Пограничный слой.** При движении твердых тел, например крыла самолета или лопатки турбины, в жидкости или газе среда прилипает к поверхности тел. Вследствие этого в непосредственной близости к телу частицы жидкой или газобразной среды имеют по отношению к телу малую скорость. Для описания движения среды вблизи границы обтекаемого тела из-за больших перепадов скоростей, как уже указывалось выше, модель идеальной жидкости не годится и следует использовать уравнения движения вязкой жидкости. Немецкий ученый Л. Прандтль предложил учитывать вязкость жидкости лишь в слое малой толщины — в так называемом пограничном слое. За пределами этого слоя жидкость или газ можно вновь считать идеальными. Учет пограничного слоя, несмотря на его малую толщину, позволил теории удовлетворительно предсказывать результаты последующих экспери-

ментальных и натурных измерений лобового сопротивления и нагрева тел при их обтекании потоком воздуха.

Несмотря на многие дополнительные упрощения в уравнениях, определение движения жидкости в пограничном слое представляет задачу большой трудности, и общего метода ее решения нет. Мало того, до работ советских математиков не было ясно, существует ли вообще решение этой задачи как для случая стационарного, так и особенно для нестационарного пограничного слоя (Н. С. Пискунов, О. А. Олейник).

Советские ученые предложили оригинальные методы интегрирования уравнений пограничного слоя в различных случаях его образования, например при движении жидкости в двугранном угле, параллельно его ребру, при вращении диска в жидкости с переменной скоростью, при обтекании цилиндра и шара (Н. Е. Кочин, Л. Г. Лойцянский). Следует отметить также новое интегральное соотношение, полученное Л. С. Лейбензоном и обобщенное В. В. Голубевым. Пространственный пограничный слой на скользящем крыле был изучен В. В. Струминским.

Все, что было упомянуто ранее, относится к ламинарному пограничному слою. Более сложной, и вместе с тем более близкой к действительности, является модель двойного (и многослойного) пограничного слоя. Принимается, что непосредственно к телу примыкает так называемый ламинарный подслой, а под ним располагается слой турбулентный. Отыскание общей границы этих слоев и решение задачи обтекания тела в целом были предметом важных теоретических и экспериментальных исследований Л. Г. Лойцянского и К. К. Федяевского.

В исследовании пограничного слоя в сжимаемом газе многие оригинальные результаты также принадлежат советским

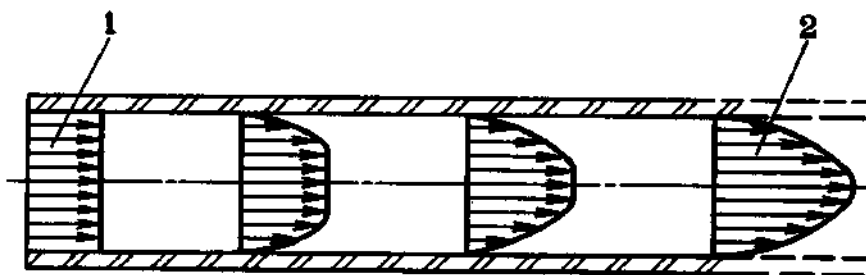


Рис. 24. Развитие ламинарного течения в цилиндрической трубе по Таргу. Интегрируя приближенные дифференциальные уравнения движения вязкой жидкости, мало отличающиеся от точных уравнений, можно исследовать процесс перехода от равномерного распределения 1 скоростей частиц жидкости во входном сечении трубы к распределению по параболическому закону 2 на достаточно большом расстоянии от начала течения.

ученым. Они предложили эффективные методы решения уравнений ламинарного пограничного слоя в сжимаемом газе, решили основные важные в практическом отношении задачи и создали полуэмпирические методы расчета турбулентного пограничного слоя (И. А. Кибель, А. А. Дородницын, Л. Г. Лойцянский, В. В. Струминский, Л. Е. Калихман). Были исследованы теоретически и экспериментально явления при взаимодействии пограничного слоя с внешним невязким потоком (Г. И. Петров, Г. Г. Черный), вопрос об отрыве пограничного слоя (Л. Г. Лойцянский, А. А. Дородницын), даны методы расчета многокомпонентного пограничного слоя с точным учетом законов диффузии и химических реакций (Г. И. Петров и др.). Существенные успехи имеются и в применении вычислительной техники к расчету пограничного слоя (Л. А. Чудов).

Как показал Н. Е. Кочин, идеи пограничного слоя могут с успехом использоваться в метеорологии. В этом случае толщина слоя имеет порядок целого километра.

17. Турбулентность. Причины перехода ламинарного движения жидкости, когда каждая из ее частиц движется по гладкой кривой, в турбулентное, сопровождающееся пульсацией скорости жидкости в каждой точке и самоперемешиванием, окончательно не выяснены до сих пор. Поэтому в исследовании турбулентного движения, в основном, применяются методы, основанные на использовании теории стохастических процессов и анализа размерностей. Турбулентное движение играет существенную роль в различных областях естествознания и техники, например в метеорологии и теории пограничного слоя. Выяснению его закономерностей были посвящены исследования многих советских математиков, механиков и физиков.

Начало систематического изучения турбулентности было положено в Советском Союзе А. А. Фридманом и Л. В. Келлером, которые использовали моменты корреляции разных порядков для характеристики связи пульсаций жидкости или газа в соседних точках. Для описания турбулентного движения они получили незамкнутую систему уравнений с бесконечным числом неизвестных. Ее можно замкнуть, принимая некоторые дополнительные предположения, например, полагая корреляционные моменты третьего порядка равными нулю (Л. В. Келлер) или вводя алгебраическую связь между моментами четвертого и второго порядков, такую же, как при нормальном распределении (М. Д. Миллионщиков).

Существенное значение в исследовании турбулентности имело установление своеобразного закона сохранения возмущений. А. Н. Колмогоров предложил теорию так называемой локально-изотропной турбулентности, позволяющей выяснить местную структуру развития турбулентного потока. Им, в частности, введено важное понятие масштаба турбулентности, которым можно воспользоваться для оценки влияния на раз-

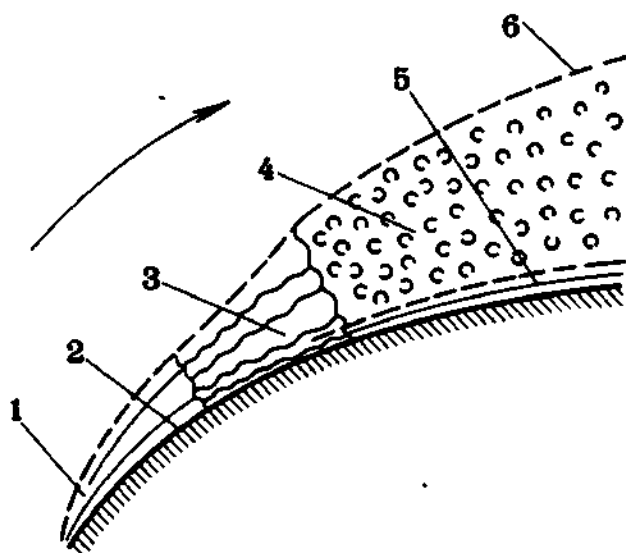


Рис. 25. Структура потока в пограничном слое. Ламинарный пограничный слой 1 на обтекаемом крыле 2 переходит в двойной слой, внешняя часть 4 которого находится в турбулентном, а часть 5, прилегающая к крылу, — в ламинарном состоянии. На рисунке: 3 — область перехода от одной формы потока к другой, 6 — условная граница между идеальной жидкостью и пограничным слоем, 7 — граница между ламинарным подслоем и турбулентным слоем.

витие турбулентности взвешенных частиц и полимерных растворов. Советские ученые разработали много новых вопросов локально-изотропной турбулентности, изотропной турбулентности в сжимаемом газе и развили полуэмпирические теории турбулентности применительно к геофизике (А. М. Обузов, И. М. Яглом, А. С. Монин).

На явление турбулентности резкое влияние оказывает присутствие в ней ничтожных (десятитысячных и даже менее) долей раствора некоторых полимеров. По-видимому, длинные нитеобразные молекулы этих веществ мешают развитию высокочастотных пульсаций и несколько успокаивают жидкость. Возможно, что изучение поведения таких растворов с аномальными свойствами поведет в дальнейшем к раскрытию существа турбулентного движения.

18. Газовая динамика. При рассмотрении ряда проблем движения газа учет его сжимаемости ведет к несущественным уточнениям. Сюда относятся задачи аэродинамики крыла медленно (по сравнению со скоростью звука) летящего самолета и большинство задач так называемой промышленной аэродинамики, связанных с перемещением воздуха и газов в помещениях посредством вентиляторов. В подобных случаях в качестве удовлетворительной модели реального газа можно, как известно, принять идеальную несжимаемую жидкость, обтекающую твердые тела, с учетом образования пограничного слоя и вихревого следа. Однако во многих других случаях

учет сжимаемости газа оказывается совершенно необходимым. Таковы задачи о движении снарядов в воздухе, об обтекании крыльев при больших дозвуковых, около- и сверхзвуковых скоростях самолетов, о входе космического аппарата в атмосферу планет, о горении и детонации взрывчатых веществ, о потоке газа в сопле реактивного двигателя и некоторые другие, включая задачи динамической метеорологии — науки, изучающей движение атмосферных масс воздуха. Задачи подобного рода составляют предмет газовой динамики. В некоторых из них существенное значение имеют физические и химические явления, сопутствующие движению газа, например явления диссоциации и ионизации за фронтом ударных волн и химические реакции в самом газе или на поверхности соприкасающихся с газом тел.

Первая работа по газовой динамике — «О газовых струях», принадлежащая С. А. Чаплыгину, появилась в России еще в 1902 году. Однако большое значение это исследование приобрело лишь в тридцатых годах, когда скорости самолетов стали приближаться к тому пределу, при котором необходимо учитывать влияние сжимаемости воздуха. Значительные теоретические и экспериментальные работы по аэродинамике больших скоростей были развернуты в ЦАГИ по инициативе Н. Е. Жуковского. Ему, в частности, принадлежит аналогия между движением тяжелой жидкости в узком канале и движением газа в трубе с большой скоростью; высота подъема жидкости в каком-либо месте канала играет роль плотности газа в соответствующем сечении трубы.

В начале тридцатых годов в ЦАГИ была построена первая аэродинамическая труба, в которой можно было получать сверхзвуковые скорости. Начались экспериментальные исследования по сверхзвуковой аэродинамике.

Ряд общих положений о движениях сжимаемого газа был установлен А. А. Фридманом, исследования которого были продолжены другими советскими учеными, особенно Н. Е. Кочиным и И. А. Кибелем. При движении газа его параметры: скорость, плотность, давление, температура — могут претерпевать внезапные резкие изменения. Совокупность мест, где это происходит, образует в общем случае подвижную поверхность — так называемую ударную волну, или поверхность сильных разрывов (скачок уплотнения). На ударной волне происходит частичное превращение механической энергии газа в тепловую (как при не вполне упругом ударе твердых тел). Вследствие этого после прохождения через какую-либо область, занятую газом, фронта ударной волны плотность частицы газа может лишь возрасти (скачок разрежения невозможен). Н. Е. Кочин установил строгие закономерности движения газа, обусловленные наличием в нем поверхности разрыва.

Задачу о равномерном поступательном движении тела в

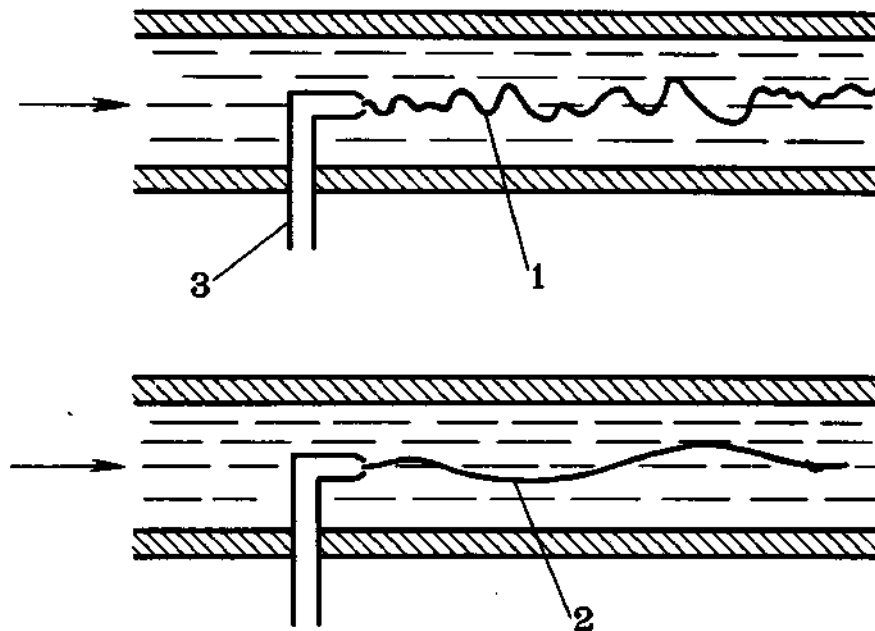


Рис. 26. Гашение турбулентности полимерными добавками. При наличии в воде незначительного количества растворимого полимера характер турбулентности потока в трубе может резко измениться — высокочастотные пульсации исчезают. На рисунке: 1 — вид турбулентности в чистой воде, 2 — при введении очень слабого раствора полимера, 3 — трубка, из которой в поток воды вытекают чернила.

газе, например в воздухе, со скоростью, превышающей скорость распространения звука в этой среде, обычно рассматривают, как и в случае движения в несжимаемой жидкости, с точки зрения наблюдателя, перемещающегося вместе с телом¹. Картина обтекания оказывается сложной. Наряду с областями сверхзвукового течения вблизи тела могут образовываться области, где скорость потока оказывается меньше местной скорости звука. Уравнения, которым подчиняется движение газа в этих областях, принципиально отличаются друг от друга по своей математической природе, и отыскание границ различных областей такого смешанного течения оказывается трудной задачей. В случае обтекания тела с заостренной головной частью граница основной поверхности сильного разрыва, или «головная волна», начинается с точки заострения. Если же тело спереди сильно затуплено, то головная волна отходит от тела. Течение с такой «отошедшей» головной волной, как оказалось, является наиболее желательным при прохождении атмосферы возвращающимися на Землю космическими аппаратами и кораблями. Защитный слой из материалов, плохо проводящих тепло и способных поглотить (до своего

¹ Такому наблюдателю набегающий на тело поток представляется стационарным. Это означает, что разные частицы газа, попадающие в какое-либо место, не меняющие своего расположения относительно тела, имеют по отношению к последнему одну и ту же скорость как по величине, так и по направлению.

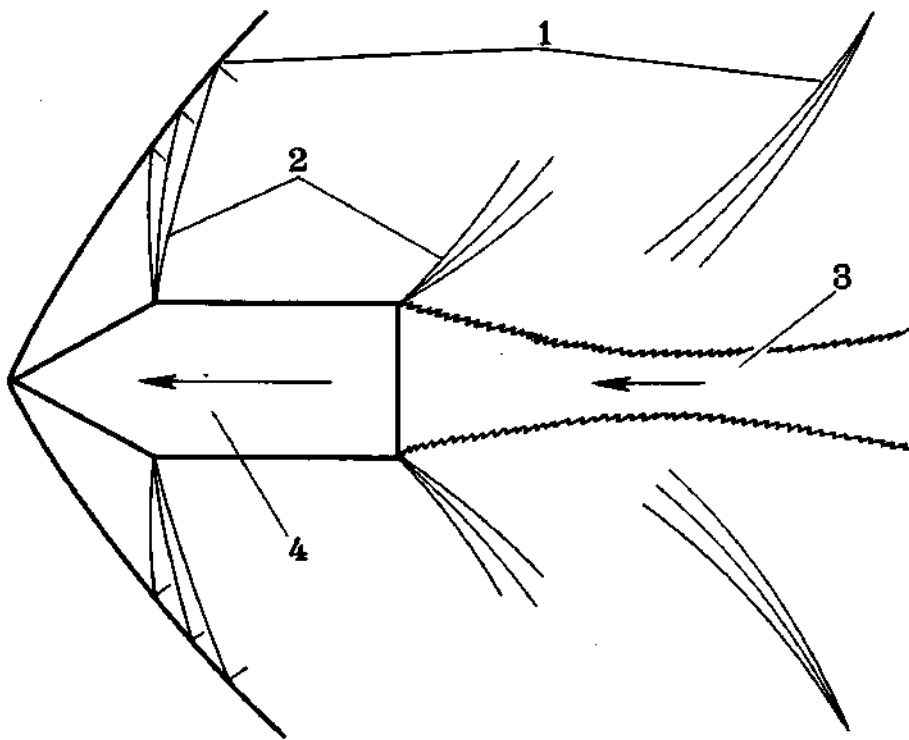


Рис. 27. Присоединенная ударная волна. Образуется при движении заостренного тела 4 в воздухе со сверхзвуковой скоростью. На рисунке: 1 — ударные волны, 2 — волны разряжения, 3 — след позади движущегося тела.

исчезновения с оболочки космического аппарата) большое количество тепла, может в этом случае надежно защитить последние от перегрева и разрушения. Взаимодействие защитного слоя с обтекающей его раскаленной атмосферой и постепенный «смыв» слоя приводят к необходимости рассмотрения сложных физических и химических процессов в воздухе с учетом распространения и излучения тепла.

Советские ученые внесли значительный вклад в развитие различных разделов аэродинамики больших скоростей. Существенные результаты были получены в области аэродинамики больших дозвуковых и трансзвуковых скоростей. Наибольшие успехи в этих областях аэродинамики были достигнуты при решении задачи о плоском установившемся движении. Это связано в первую очередь с возможностью линеаризации уравнений посредством преобразования, указанного еще С. А. Чаплыгиным. М. В. Келдыш и Ф. И. Франкль строго доказали справедливость теории Н. Е. Жуковского для сжимаемого газа. Дальнейшее развитие метода С. А. Чаплыгина оказалось весьма плодотворным и привело к решению ряда задач о движении тел в сжимаемой жидкости и задач об истечении газовых струй (Л. С. Лейбензон, С. А. Христианович, Л. И. Седов и др.).

Отдельно следует остановиться на точных решениях уравнений сжимаемого газа. Они важны как сами по себе, так и для установления степени точности многочисленных приближенных методов решения задач газовой динамики.

Несколько точных решений было найдено еще С. А. Чаплыгиным, в частности в задаче об истечении газа из щели. Новые точные решения других задач были получены в советское время Л. Н. Сретенским, Я. И. Секерж-Зеньковичем и Н. А. Слезкиным.

В некоторых частных случаях задачи газовой динамики упрощаются вследствие возможности образования в силу их специфики безразмерных комбинаций из неизвестных величин и их аргументов с упрощением исходных уравнений за счет сокращения числа входящих в них переменных. Такие задачи называются автомодельными. К их числу относится важная для приложений задача о так называемом точечном сильном взрыве в неограниченной среде сжимаемого газа, решение которой было найдено Л. И. Седовым.

Задачу большой сложности представляет собой математическая постановка основных проблем околозвуковых (с переходом через скорость звука) течений газа и разработка методов их исследования. Общие вопросы околозвукового течения газа были обстоятельно исследованы советскими учеными (М. А. Лаврентьев, А. В. Бицадзе, С. А. Христианович, Ф. И. Франкль, С. В. Фалькович). Физическая сторона вопроса о потенциальном течении с местной сверхзвуковой зоной была рассмотрена А. А. Никольским и Г. И. Тагановым. Были получены эффективные методы расчета плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений газа с учетом завихренности потока (Ф. И. Франкль, И. А. Кибель, А. Е. Донов).

Интенсивно разрабатывалась линейная теория сверхзвукового обтекания крыльев конечного размаха (Е. А. Красильщикова, М. И. Гуревич, С. В. Фалькович, Л. А. Лагин).

Основные исследования в области сверхзвуковой аэродинамики за последние двадцать лет были сосредоточены на нелинейных задачах обтекания тел с учетом образования вихрей в скачках уплотнения.

Уравнения газовой динамики преобразовывались к разным формам, облегчающим нахождение точных или приближенных решений (С. А. Христианович, Л. И. Седов, Г. А. Домбровский); был построен ряд новых точных решений задач сверхзвукового обтекания тел (С. В. Валландер, А. А. Никольский); рассмотрены общие свойства сверхзвуковых потенциальных (С. А. Христианович, А. А. Никольский, Г. И. Таганов) и вихревых (А. А. Дородницын, Л. И. Седов, Г. Г. Черный) течений; решены вариационные задачи о телах наивыгоднейшей формы при сверхзвуковых скоростях полета (А. А. Никольский, Ю. Д. Шмыглевский, А. А. Гюнтер, Г. Г. Черный).

Важные результаты получены в исследовании гиперзвуковых течений газа, т. е. течений, возникающих при полете тел со скоростями, в пять-шесть раз превышающими скорость звука. Были разработаны методы исследований течений с сильными ударными волнами, возникающими при больших

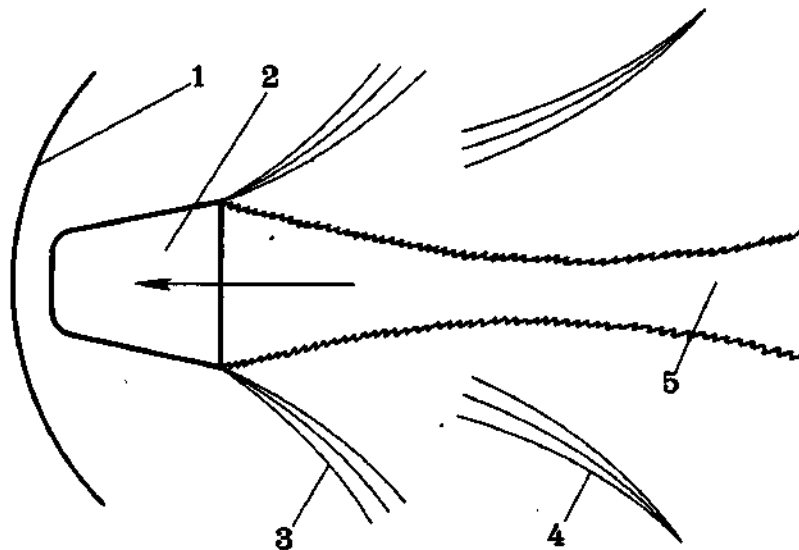


Рис. 28. Отошедшая ударная волна. При сверхзвуковом движении затупленного тела 2 ударная волна 1 располагается несколько впереди него. На рисунке: 3 — волны разрежения, 4 — волны сжатия, 5 — след позади обтекаемого тела.

сверхзвуковых скоростях полета тел (А. А. Ильюшин), методы исследования обтекания затупленных впереди тонких тел — основной формы тел для полетов с гиперзвуковой скоростью (Г. Г. Черный, В. В. Сычев).

Большое значение для решения некоторых трудных и важных задач газовой динамики приобрели численные методы, основанные на использовании быстродействующих вычислительных машин. Эти методы позволили с нужной степенью точности рассчитывать течения газа в соплах, течения около тел с затупленной головной частью, течения около конусов под углами атаки и др. (А. А. Дородницын, О. М. Белоцерковский, Г. И. Петров, К. И. Бабенко, Г. Ф. Теленин).

Л. В. Келлер, А. А. Фридман, Н. Е. Кочин, И. А. Кибель положили начало динамической метеорологии, рассматривая движение воздушных масс с точки зрения механики сжимаемой жидкости. Модель циклона была разработана Н. Е. Кочинным. Одним из частных результатов этого раздела механики является теоретическое обоснование факта «притяжения» линий тока воздуха (совпадающих в данном случае с траекториями его частиц) при обтекании ветром холма в долине (А. А. Дородницын).

19. Механика горения. Химические реакции, происходящие на поверхностях твердых и жидких тел, приводят в ряде случаев к образованию области газа высокой температуры и давления, излучающего видимый свет (пламя). Условие самоподдержания этих реакций, а также реакций в объемах химически активных газов требует учета взаимодействия механи-

ческих и иных физических процессов с процессами химическими. Первая задача о распространении пламени и смеси газов поставлена и решена Я. Б. Зельдовичем и Д. А. Франк-Каменецким еще в конце тридцатых годов. Было показано, что задача о распространении пламени должна рассматриваться на основе уравнений диффузии и теплопроводности с учетом превращения и разогрева вещества в ходе реакции. При определенных условиях имеет место подобие полей концентрации и температуры, в результате чего эта задача приводится к дифференциальному уравнению первого порядка с двумя краевыми условиями. Ее решение существует при одном единственном значении некоторого параметра, пропорционального скорости распространения пламени. Тем самым последняя полностью определяется. Эта работа получила дальнейшее развитие в трудах многих советских и зарубежных авторов. Не меньшее значение имела и задача о тепловом взрыве в сосуде, решенная в так называемой нестационарной постановке Н. Н. Семеновым и в стационарной — Д. А. Франк-Каменецким. Принципиально важная задача о поджигании газовой смеси накаливаемой стенкой рассматривалась Я. Б. Зельдовичем. Перечисленные работы дали начало большому направлению — механике горения, интенсивно развивающейся и по сей день.

Исследования в области теории устойчивости распространения пламени были начаты работой Л. Д. Ландау. Оказалось, что пламя неустойчиво по отношению к возмущениям любой частоты. Этот результат резко расходился с экспериментом. Прошло немало времени, прежде чем природа парадокса Л. Д. Ландау была окончательно выяснена (Я. Б. Зельдович).

Турбулентное горение остается до настоящего дня не вполне разгаданным явлением. Значительные успехи в этой проблеме были достигнуты в работах К. И. Щелкина и Е. С. Щетинкова. Имеются достижения и в исследовании трудной задачи о горении конденсированных систем, в частности порохов (Я. Б. Зельдович).

Советские ученые внесли серьезный вклад в теорию детонационного горения, которая по своему существу является чисто гидродинамической проблемой (А. А. Гриб, Я. Б. Зельдович, Б. В. Войцеховский, Я. К. Трошин).

20. **Фильтрация.** Фильтрация, т. е. просачивание жидкости или газа сквозь пористую среду, является примером того, как интегральное рассмотрение явления позволяет построить теорию, удовлетворяющую многим запросам практики. В самом деле, решение задачи гидродинамики о фактическом движении отдельных частиц жидкости по хаотически расположенным порам представляется совершенно немыслимым. Однако в пределах площадки, заметно превышающей размер пор, поток фильтрующейся жидкости (при не слишком больших скоростях) пропорционален перепаду давления. Если еще принять

жидкость несжимаемой и пренебречь ее инерцией, то этого уже оказывается достаточно для построения уравнений теории фильтрации. Именно так поступил Н. Е. Жуковский, показавший, что задача о фильтрации жидкости в однородном грунте сводится к отысканию (при некоторых граничных условиях) решения дифференциального уравнения Лапласа, встречающегося во многих областях механики и физики.

При рассмотрении плоской задачи теории фильтрации несжимаемой жидкости, т. е. в случае, когда скорость ее потока (но отнюдь не отдельных частиц) параллельна некоторой плоскости, приносит большую пользу привлечение аппарата функций комплексной переменной (Н. Е. Жуковский, Н. Н. Павловский, М. А. Лаврентьев, Н. М. Герсеванов) и аналитической теории дифференциальных уравнений (П. Я. Полубаринова-Кочина).

Советские ученые решили для нужд строительства плотин и мелиорации ряд трудных плоских задач теории фильтрации с учетом в некоторых из них образования свободной поверхности, переменности коэффициентов фильтрации (Б. Б. Дэвисон, С. А. Христианович, И. А. Чарный, С. В. Фалькович, Ю. Д. Соколов). Большую помощь в решении задач фильтрации жидкости приносит метод электродинамической аналогии (ЭГДА), предложенный Н. Н. Павловским и развитый П. Ф. Фильчаковым.

Применительно к задачам нефтепромысловой механики — подземной гидрогазодинамики — Л. С. Лейбензон поставил задачи о движении контура нефтеносности и о вытеснении нефти из пласта водой, а также о движении газа в пористой среде. Новые постановки задач в этой области касались движения газа с учетом упругого режима (В. Н. Щелкачев, М. Д. Миллиончиков), нелинейного исходного закона фильтрации при стационарном движении газированной жидкости. Г. И. Баренблатт предложил новую схему движения нефти в порах с

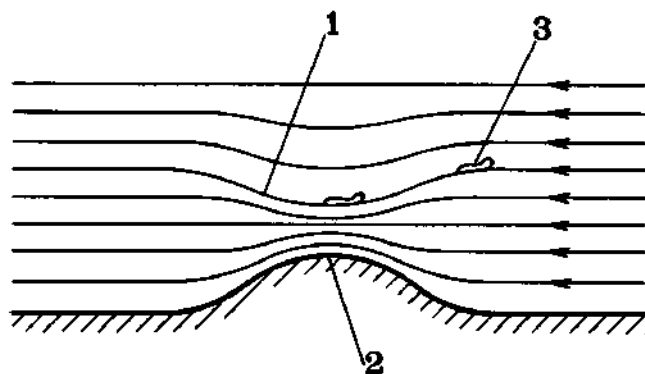


Рис. 29. «Переливание» воздуха через холм по Дородницыну. При установившемся движении траектории 1 частицы воздуха как бы притягиваются к вершине холма 2. Соответственно у планериста возникает ошибочное ощущение тенденции его планера 3 упасть на вершину холма.

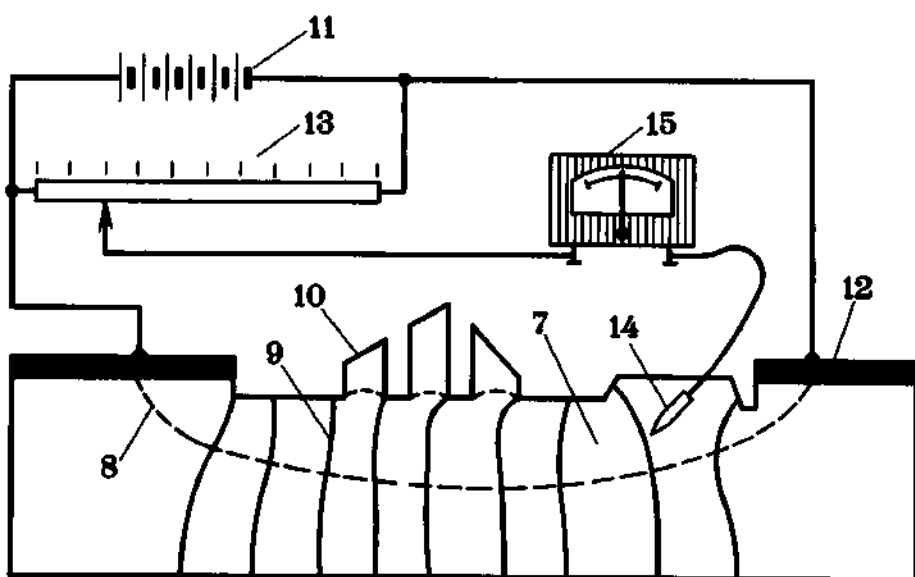
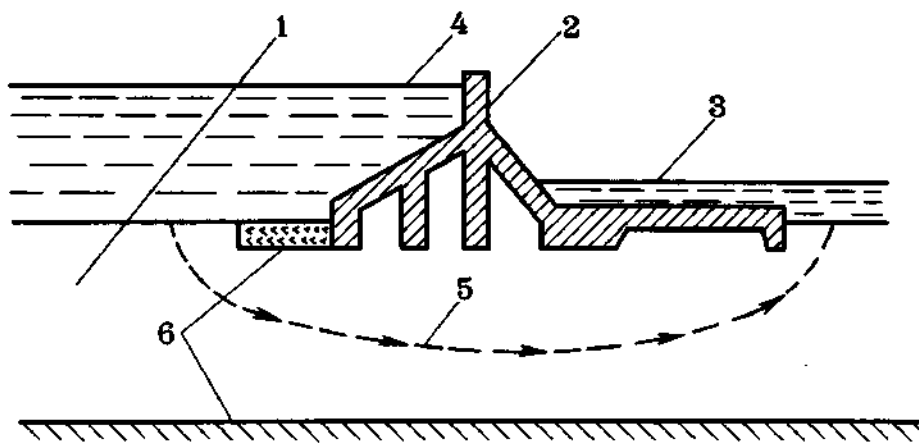


Рис. 30. Электрогидродинамическая аналогия движения воды под плотиной Сенкова. Водонепроницаемый грунт 1 под плотиной 2 моделируется электропроводящей бумагой 7. Разность уровней 3 и 4 — напряжением источника питания 11. Траектории частиц воды 5 — линиями электрического тока 8 (перпендикулярными к эквипотенциальным линиям 9). На рисунке: 6 — водонепроницаемый грунт, 10 — очертание электропроводящей бумаги, 12 — медные шины, 13 — делитель напряжения, 15 — гальванометр, 14 — щуп.

большим числом мелких трещин. Нефть находится в порах трещиноватого слоя, откуда переходит в трещины, по которым и совершает свое основное движение.

21. Механика плазмы. Движение плазмы, т. е. потока заряженных частиц в магнитных и электрических полях, подчиняется обычным законам механики, если только скорости частиц невелики по сравнению со скоростью света. В случае весьма разреженной плазмы движение каждой частицы происходит как бы независимо от других. В связи с движением таких частиц в неоднородных, но постоянных во времени магнитных

полях возникает ряд интересных и нужных для приложений задач механики. Пусть, например, силовые линии поля перпендикулярны некоторой плоскости¹. Можно рассчитать, по какому закону должно изменяться напряжение магнитного поля, чтобы все электроны данной скорости, вылетающие из одной точки и двигающиеся в одной плоскости, «сфокусировались» в другой заданной точке той же плоскости (Л. А. Арцимович, В. М. Кельман).

В переменных сильных магнитных полях движение заряженных частиц происходит так, как если бы они двигались по кругам, радиусы которых медленно (по сравнению со скоростью самих частиц) изменялись бы, а центры этих кругов в свою очередь медленно перемещались. Существенный интерес представляет при этом именно отыскание закона перемещения упомянутых «ведущих» центров. Применяя специальные методы осреднения дифференциальных уравнений, которыми определяется движение заряженных частиц в магнитном поле, можно прийти к некоторым приближенным уравнениям, вдвое более низкого порядка, чем исходные, для отыскания законов движения ведущих центров (П. Л. Капица, Н. Н. Боголюбов). Упомянутые методы осреднения, особенно в форме, предложенной Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым, нашли себе, как известно, чрезвычайно широкое применение

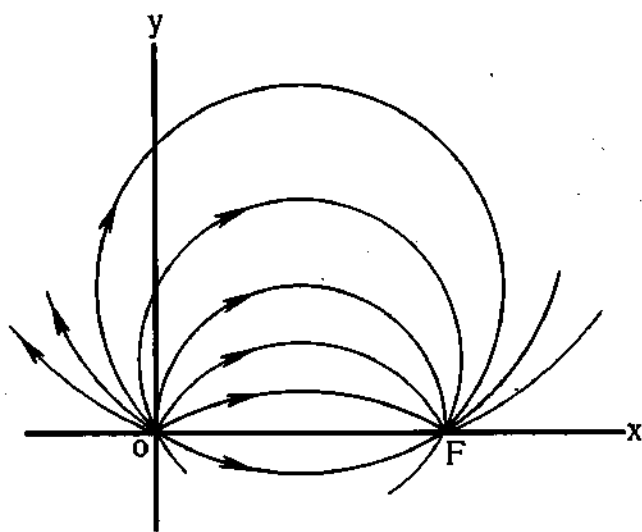


Рис. 31. Фокусировка заряженных частиц. Подбором закона изменения напряжения магнитного поля вдоль координаты y можно все заряженные частицы, летящие с одной и той же скоростью в плоскости xy из начала координат O , заставить пролетать через заданную точку F на оси x .

¹ Как известно, в магнитном поле модуль скорости заряженной частицы остается неизменным, радиус кривизны ее траектории в каждое мгновение времени обратно пропорционален напряжению поля, а вектор скорости частицы и вектор магнитного поля в каждом месте траектории перпендикулярны.

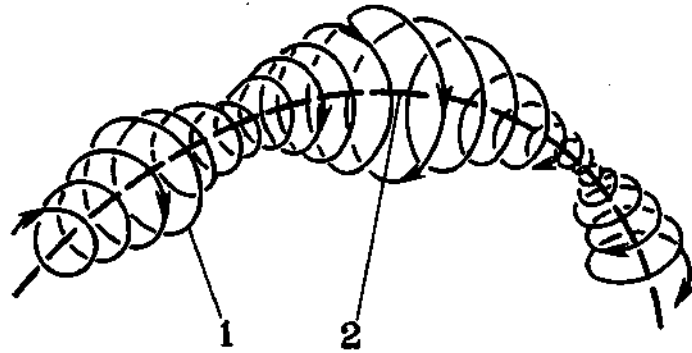


Рис. 32. Движение ведущих центров заряженных частиц. В сильных неоднородных переменных магнитных полях заряженные частицы обращаются по кругам переменного радиуса 1, центры которых медленно перемещаются по кривым 2, называемым траекториями ведущих центров.

в теории колебаний электрических и механических систем, и в частности в теории гироскопов.

Движение в магнитном поле не слишком разреженной плазмы можно рассматривать как движение сплошной среды — проводящего газа (в ряде случаев обладающего идеальной проводимостью) при наличии распределенных пондеромоторных массовых сил, определенным образом зависящих от плотности электрического тока, текущего по плазме, и напряжения магнитного поля. Изучение поведения такой модели плазмы составляет предмет магнитной гидродинамики. В рамках магнитной гидродинамики можно рассматривать почти все вопросы, связанные с движением и устойчивостью равновесия плазмы в магнитном поле (И. Е. Тамм, А. Д. Сахаров, М. А. Леонтович, В. Д. Шафранов, А. И. Морозов). Однако модель проводящего газа оказывается недостаточной при исследовании так называемых медленных процессов в плазме и при изучении устойчивости некоторых плазменных образований. В этом случае вводится модель двухфазовой сплошной среды, каждая из фаз которой соответственно моделирует электронную и ионную компоненту реальной плазмы. Физическое взаимодействие обеих фаз при малых смещениях относительно друг друга (при так называемых дрейфовых движениях) сопровождается возникновением дополнительных эффектов, осложняющих поведение плазмы в магнитном поле (Б. Б. Кадомцев и др.).

При изучении устойчивости однофазовой модели плазмы различают плазму высокого и низкого магнитного давления в зависимости от величины квадрата напряженности магнитного поля. Плазме высокого давления свойственна локальная неустойчивость, при которой отдельная часть плазменного образования резко выпучивается в сторону. Напротив, в плазме низкого давления возможны периодические длинноволновые

формы проявления неустойчивости (Р. З. Сагдеев, В. Д. Шафранов).

Плазма обладает свойствами диамагнетика, она вытесняет силовые линии магнитного поля. Поэтому плазма устремляется в область наименьшей напряженности внешнего магнитного поля. Поле следует создавать так, чтобы оно в некотором интегральном смысле возрастало по мере удаления от того места, где надлежит задержать плазму (Б. Б. Кадомцев, В. Д. Шафранов). Конфигурация плазменного шнура по этой причине неустойчива, так как поле вне шнура слабее, чем в его центре. Можно значительно увеличить устойчивость плазменного образования, используя специальные конфигурации магнитных полей.

Плазма турбулентна, так как в ней наблюдаются хаотические местные движения макроскопического характера. Эти движения выносят энергию из плазмы, вследствие чего ее в принципе нельзя сделать устойчивой. Однако рациональной формой внешних магнитных полей диффузию энергии плазмы можно значительно ослабить (Б. Б. Кадомцев, Р. З. Сагдеев).

22. Механика квантовой жидкости. П. Л. Капица обнаружил, что жидкий гелий (при температуре ниже $2,17^{\circ}\text{K}$) состоит из двух частей — обычной, обладающей малой, но конечной вязкостью, и сверхтекучей, совершенно лишенной вязкости¹. Сверхтекучая часть тем больше, чем ниже температура жидкого гелия. Сверхтекучий гелий «перемешан» с обычным гелием, вследствие чего для описания движения такой среды приходится применять особую модель. Уравнения движения оказываются сложными. Однако при ряде упрощающих предположений можно теоретически изучить некоторые интересные обстоятельства, связанные с движением гелия в условиях сверхтекучести (Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук). Например, в жидком гелии возможно распространение звука с двумя разными скоростями, возможно движение волн температуры с сильным разрывом, но без скачка уплотнения. Эти и другие удивительные свойства сверхтекучего гелия были предметом многих тонких экспериментов, проведенных советскими учеными (Э. Л. Андроникашвили, В. П. Пешков).

Объяснение явления сверхтекучести потребовало привлечения теоретических положений квантовой механики, вследствие чего сверхтекучую часть жидкого гелия называют квантовой жидкостью (Н. Н. Боголюбов).

¹ Изотоп гелия с атомным весом 3 не обнаруживает сверхтекучести при охлаждении вплоть до тысячных долей градуса Кельвина.

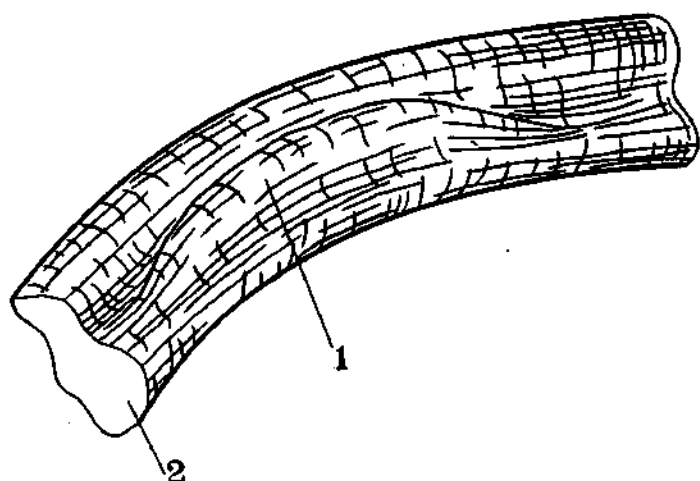


Рис. 33. Неустойчивость плазменного шнура. При магнитных полях большой напряженности возникают местные выпучивания 1 в плазме 2.

7. МЕХАНИКА, МАТЕМАТИКА И ПРОГРЕСС ТЕХНИКИ

23. Механика и математика. Математика играет исключительную роль в развитии механики, придавая ее заключениям большую общность. Благодаря математике результаты исследований по механике сохраняются в компактном виде на века и становятся известными широкому кругу образованных людей. Математика позволяет ученому предвычислить многие явления и проанализировать многочисленные частные случаи общей проблемы. Этому в значительной мере способствуют быстродействующие вычислительные математические машины.

Математические машины подняли ряд исследований по механике на качественно новый уровень, освободили ученого от необходимости отыскания подчас малосущественных приближенных приемов решения конкретных задач и от утомительных вычислений, тем более, что некоторые из таких вычислений раньше вообще нельзя было завершить в обозримые сроки.

Именно вычисление на математических машинах траектории движения автоматической межпланетной станции, сфотографировавшей обратную (невидимую) сторону Луны, привело к важному для космогонии открытию — спутники, плоскости орбит которых перпендикулярны к плоскости орбиты их планеты в ее обращении вокруг Солнца, непременно должны упасть на планету в результате возмущающего притяжения нашего светила. Этим объясняется расположение плоскостей орбит всех спутников (за исключением спутников далекого Урана, где притяжение Солнца слишком мало) под небольшими углами к плоскостям орбит их планет.

И тем не менее существуют проблемы механики, уже сформулированные как задачи математики, которые пока еще не-

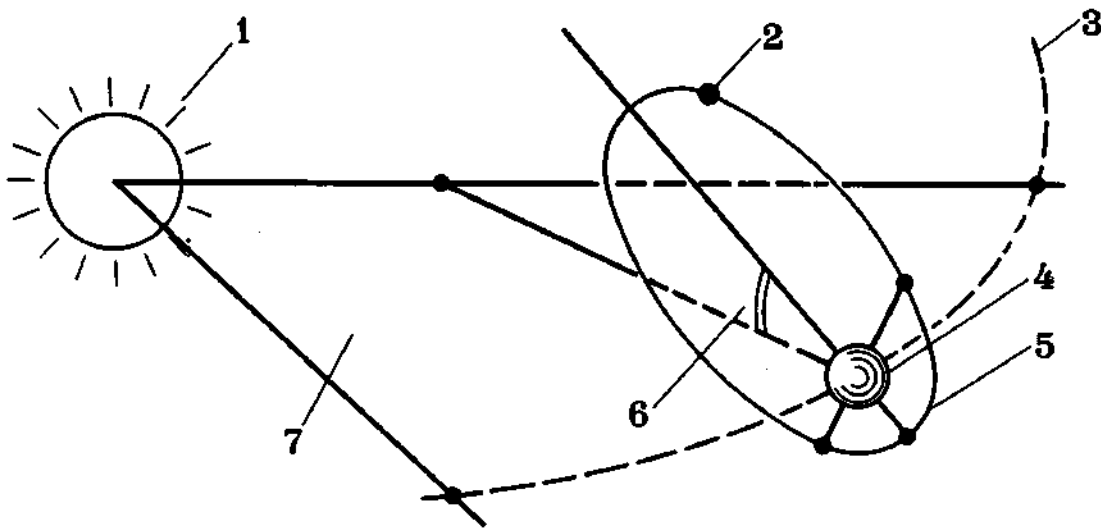


Рис. 34. Долговечны ли спутники планет? Плоскость орбиты 5 спутника 2 и плоскость 7 орбиты 3 планеты 4 наклонены под углом θ друг к другу. Если этот угол близок к прямому, то в результате возмущающего действия Солнца 1 спутник в конце концов упадет на планету.

возможно решить на существующих вычислительных машинах. Это проблемы неустановившегося движения сплошной среды. В частности, сюда относится задача предсказания погоды на основании решения более точных уравнений математической метеорологии, чем те уравнения, которые применялись до сих пор.

Следует признать, что математическая сложность решения задач механики не является главным препятствием для их разрешения. Затруднения часто возникают уже при постановке проблемы, т. е. при ее формулировке как задачи математики или экспериментального исследования. Здесь нужно суметь выделить в изучаемом явлении действительно главное, правильно выбрав модель среды и дополнительные гипотезы. Особенно существенно составление уравнений в строжайшем соответствии с основными законами механики или их следствиями. Даже малая ошибка в постановке задачи зачастую приводит к неверному результату.

24. Механика и прогресс техники. Механика является одним из краеугольных камней здания современной техники. В некотором смысле механика представляет собой и инженерную науку. Ученый в области механики может только гордиться, если инженеры признают его человеком своего славного племени. Блестящим инженером проявил себя великий механик древности Архимед при защите родных Сиракуз от римлян. Вместе с инженерами наши замечательные ученые Н. Е. Жуковский и С. А. Чаплыгин создали отечественную авиацию, преобразовавшую транспорт и оборону страны. Авиа-

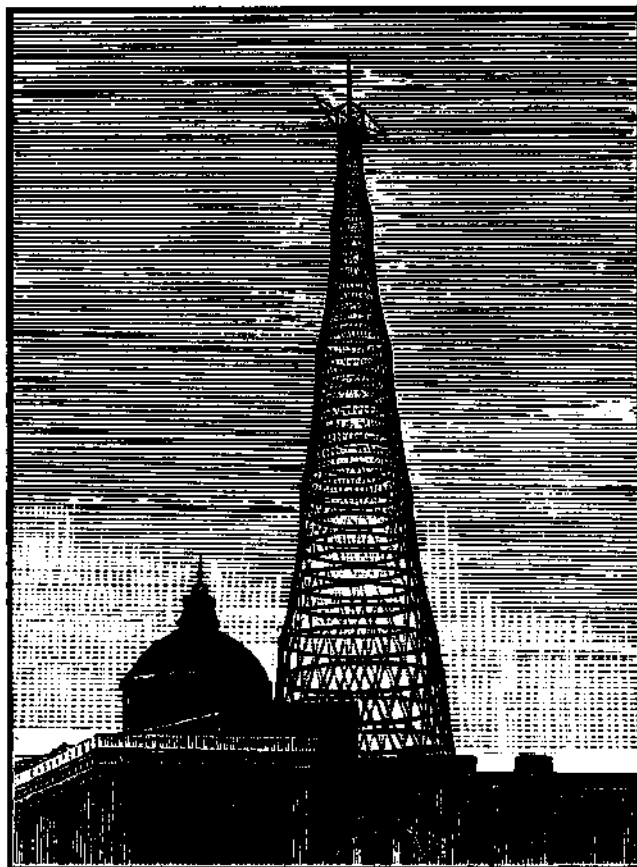


Рис. 35. Башня Шухова. Построена в 1921 году. Имеет высоту 148,3 метра. В основном состоит из прямолинейных стержневых элементов, оси которых являются прямолинейными образующими однополостных гиперболоидов.

ция была триумфом механики первой половины нашего столетия. Исключительна роль А. Н. Крылова в создании отечественного морского флота, Л. С. Лейбензона — в практике добычи нефти, В. Г. Шухова — в строительстве инженерных сооружений и энергетике, С. П. Королева — в ракетостроении.

Триумфом механики второй половины двадцатого века является создание космических кораблей и грандиозных ракет, выводящих эти корабли на орбиты искусственных спутников Земли и еще дальше, в глубины Вселенной — к Луне и к планетам нашей солнечной системы. Уже теперь видны новые широкие горизонты науки в целом, открытые космическими ракетами. Неизмеримо воздействие полетов советских спутников и космических кораблей со славными космонавтами на борту и на общественную жизнь всего человечества. А это только начало космической эры!

На повестке дня современной техники — проблема проникновения в глубинные недра самой Земли, а в дальнейшем и других планет. Одна из первых задач — использование горячих подземных источников и создание энергетических установок неистощимой работоспособности. Механике предстоит

разработать новые принципы действия машин для перемещения в глубь земли и для транспортировки оттуда содержаний ее недр.

Ни один из двигателей, созданных человеком, не может сравниться по величине коэффициента полезного действия с мускульным двигателем живых существ, работающим к тому же при низкой температуре, практически не приемлемой, например, для двигателей внутреннего сгорания. Поэтому в высшей степени заманчива идея создания искусственного биологического двигателя, т. е. управляемой мышцы, возможно даже и не из белковых веществ, а из новых полимеров.

Велики и ответственны задачи советской механики в области энергетики, при освоении космоса и проникновении в толщу планеты. Вместе с электродинамикой и физикой атомного ядра она находится на передовых позициях современной науки в микро- и макромире. Вместе с родственной ей теорией регулирования, электроникой и теорией информации она составляет научную основу прогресса автоматизации народного хозяйства страны. Она становится одной из основ гигантского расширения производства новых химических веществ, синтетических материалов и удобрений. Вместе с тем еще не исследовано множество проблем механики, требующих для своего решения тончайшего эксперимента и строгого математического аппарата.