Материалы XII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (NPNJ'2018), 24-31 мая 2018, г. Алушта. - М.: Изд-во МАИ, 2018. С.348-350. ISBN 978-5-4316-0491-1

## МЕТОД РАСЧЕТА ДИНАМИКИ НЕУПРУГОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЫ

<sup>1</sup>Бураго Н.Г., <sup>1</sup>Журавлев А.Б., <sup>2</sup>Никитин И.С., <sup>2</sup>Никитин А.Д.

<sup>1</sup>Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского <sup>2</sup> Институт автоматизации проектирования РАН

В данной работе исследуется уточненная модель слоистой среды с нелинейными вязкопластическими условиями проскальзывания на межслойных границах [1]. Физическим объектом, обладающим подобными свойствами, является, например, флюидосодержащий слоистый пакет в упругом геологическом массиве. Предполагается, что в тонких прослойках между упругими слоями находится очень вязкая жидкость (нефть), или вязкопластическая масса (песок, пропитанный нефтью). Подобные модели могут быть полезными при решении динамических задач сейсморазведки и интерпретации волновых картин, полученных в процессе ее проведения.

В декартовой прямоугольной системе координат x, y, z рассмотрим безграничную слоистую среду. Ось z перпендикулярна плоскопараллельным границам раздела упругих слоев, которые могут проскальзывать относительно друг друга с нелинейными (вязкопластическими) условиями скольжения. Постоянная толщина слоя  $\varepsilon <<1$  является малым параметром. Система уравнений для описания слоистой среды с тонкими вязкопластическими прослойками примет вид [1]:

$$\rho u_{,t} = \sigma_{,x} + \tau_{,z} + \varepsilon^{2} \mu \Omega_{,z}, \quad \rho v_{,t} = \tau_{,x} + s_{,z} + \varepsilon^{2} \mu \Omega_{,x} 
\sigma_{,t} = (\lambda + 2\mu)u_{,x} + \lambda v_{,z}, \qquad s_{,t} = \lambda u_{,x} + (\lambda + 2\mu)v_{,z} 
\tau_{,t} = \mu v_{,x} + \mu u_{,z} + \mu \varphi_{,t}, \qquad \varphi_{,t} = -(\tau/t_{0}) < F(\Delta) >) / \mu 
\Omega_{,t} = -(g + \Omega)(\tau^{2} / \tau_{s}^{2})(< F(\Delta) > +2 < F_{\Delta}^{/}(\Delta) >) / t_{0} 
g = (\rho \varphi_{,tt} / \mu) - 4(\lambda + \mu)\varphi_{,xx} / (\lambda + 2\mu)) / 12, \quad \Delta = \tau^{2} / \tau_{z}^{2} - 1, \quad t_{0} = 1 / (\kappa \mu)$$

где  $\langle F(y) \rangle = F(y)H(y)$  - нелинейная функция, отличная от нуля за пределом текучести, и задающая условие вязкопластического проскальзывания, функции  $\varphi$  и  $\Omega$  определяют скольжения на межслойных границах, *и* и *v* – компоненты скорости,  $\sigma$ ,  $\tau$ , *s* - компоненты тензора напряжений.

Для решения нестационарной системы уравнений слоистой среды с вязкопластическим проскальзыванием была разработана численная схема, основанная на явной аппроксимации уравнений движения и неявной аппроксимации определяющих соотноше-

ний, связанных с видом условий скольжения на межслойных границах. С использованием этой схемы была решена задача о нормальном воздействии на упругое полупространство с заглубленным слоистым пакетом. К полупространству прикладывался импульс смещений, сосредоточенный в достаточно узкой зоне на поверхности и действующий в течение короткого времени. Геометрические параметры расчетной области: максимальная глубина  $H_{\text{max}} = 1.00$ , максимальный горизонт  $X_{\text{max}} = 1.00$ , глубина залегания слоистого пакета  $H_1 = 0.25$ , толщина слоистого пакета  $\Delta H = 0.10$ , внешнее воздействие (импульс смещения) приложено на отрезке  $0 \le x \le d$ , d = 0.02. При этом на участке границы z = 0 задана вертикальная скорость  $V(t) = V_0 \sin(2\pi t / T_0)$  при  $x \le d$ ,  $t \le T_0$ , амплитуда сигнала  $V_0 = 0.0035$ , период (длительность)  $T_0 = 0.10$ . При z = 0:  $\tau = 0$ , при x = d:  $\sigma = 0$ . При  $t > T_0$  граничное условие для скорости на отрезке  $0 \le x \le d$  меняется на условие свободной поверхности  $\sigma = 0$ . Граничное условие на оси симметрии x = 0 имеет вид:  $\tau = 0$ , u = 0. На внешних границах области нормальные производные обращаются в ноль. От поверхности расходится система упругих цилиндрических волн, схематически повторяющая волновую картину известного решения плоской задачи Лэмба. По достижении слоистого пакета начинаются внутренние скольжения на межслойных границах, описываемые дополнительными распределенными функциями  $\varphi$  и  $\Omega$ . Эти скольжения "снимают" касательные напряжения внутри слоя и изменяют волновую картину. На Рис. 1 представлены уровни касательного напряжения, радиальной и вертикальной скоростей, соответственно. На рисунках (а) изображены уровни, соответствующие отсутствию слоя, (б) – слой при  $\mathcal{E} = 0.05$ .



Рис. 1. Касательное напряжение  $\tau/\tau_s$ , t=0.5.

Заметно формирование отраженной от слоистого пакета волны в зоне между направлением *z*, где касательных напряжений нет в силу симметрии задачи, и отдаленных участков слоистого пакета, где касательные напряжения малы в силу радиального затухания квазицилиндрической волны от поверхностного источника.

На Рис. 2 приведены формы сигналов, пришедших в различные точки поверхности z = 0,  $x_1 = 0.2$ ,  $x_2 = 0.4$ ,  $x_3 = 0.6$  с волнами, отраженными от заглубленного слоистого пакета. Значения координат точек поверхности приведены рядом с каждым графиком нормированной скорости для отраженного сигнала.



Из приведенных графиков видно, что учет членов порядка  $\varepsilon^2$  в определяющих уравнениях модели приводит к достаточно существенному изменению формы отраженных волн при прохождении через слоистый флюидосодержащий пакет. Отраженные и дошедшие до поверхности сигналы специфической формы и направленности могут служить индикатором и средством обнаружения заглубленных флюидосодержащих слоистых пакетов в массиве упругой среды.

## Выводы

Разработана численная схема решения нестационарной системы уравнений для слоистой среды с проскальзыванием, основанная на явной аппроксимации уравнений движения и неявной аппроксимации определяющих соотношений, связанных с видом условий скольжения на межслойных границах. Приведены примеры расчета прохождения упругой волны через флюидосодержащий слоистый массив. Определены формы и амплитуды прошедшей и отраженной волн.

## Список литературы.

 Nikitin I.S., Burago N.G., Nikitin A.D. Continuum Model of the Layered Medium with Slippage and Nonlinear Conditions at the Interlayer Boundaries// Solid State Phenomena. 2017. V. 258. Pp. 137-140.