

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

Н.Г. Бураго, И.С. Никитин, В.Л. Якушев

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКАНИЯ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОДВИЖНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

Новый численный алгоритм для решения проблемы «горячего» спекания под действием движущихся с высокой энергией (лазерных) импульсов. Этот алгоритм основан на новой теоретической модели спекания двухкомпонентных порошковых материалов. Кинетика пористости, эволюция термомеханических свойств и изменения формы учитываются. Исследуется влияние входных термомеханических параметров в процессе спекания для аддитивной технологии.

Спекание порошковых материалов, технология, подвижный лазерный импульс, пористость, температура плавления, нелинейная система, конечно-разностная схема.

Введение

Существует ряд способов управления структурой и свойствами материала в одной детали, краткий обзор которых дан в работе [1]. Традиционными способами являются метод локальной термической обработки и методы локальной деформации, например, методы дополнительной осадки только части детали, обработки поверхности детали дробью или энергетическими потоками с высокой плотностью энергии. Наиболее широкие возможности при создании деталей с программированной структурой открывает порошковая металлургия и технологии послойного спекания порошков методами электронно-лучевой плавки и аддитивной технологии [2] («additive manufacturing», «metal 3D printing»).

Технология послойного спекания предполагает, что любой трехмерный объект может быть построен эффективно и быстро без какой-либо оснастки и сложной подготовки управляющих программ, необходимо только наличие файла с описанием трехмерной геометрии детали и желаемой послойной структуры материала. В соответствии с данной технологией сначала порошок материала детали насыпают в пресс-форму детали (капсулу), после чего холодным прессованием и горячим спеканием получают прессовку — уменьшенный прообраз будущей детали. Далее в соответствии с файлом геометрии детали проводится послойное наращивание прессовки в установке электронно-лучевой плавки. Каждый наращиваемый слой имеет толщину порядка нескольких диаметров одной гранулы порошка и спекается с помощью энергии электронного луча. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет получена деталь окончательной формы.

В данной работе процессы технологии послойного спекания двухкомпонентных порошковых композитных материалов рассматриваются согласно основным положениям работы [3].

Пусть материал порошкового композита (рис. 1) представляет собой смесь легкоплавких частиц, образующих матрицу композита (заштрихована),

тугоплавких частиц твердой фазы (“Н”) и воздушных пор (“р”). Поры между частицами заполнены газами (воздухом). Если температура композита достаточна для плавления легкоплавкой составляющей и имеет место смачивание частиц твердой фазы расплавленным материалом матрицы, то поровые капиллярные силы поверхностного натяжения на жидкой поверхности пор суммарно действуют как всестороннее сжимающее напряжение большой интенсивности, сравнимое по порядку величины с модулями упругости материалов композита. Эта, не обусловленная деформацией, нагрузка называется напряжением спекания и обеспечивает постепенное закрытие пор (спекание).

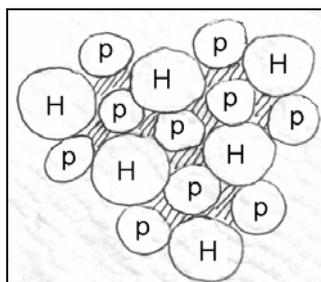


Рис. 1. Схема порошкового композита: частицы твёрдосплавной составляющей — “Н”; воздушные поры — “р”; материал матрицы композита заштрихован

Сначала порошок композита насыпается в пресс-форму и уплотняется штампами (проводится процесс прессования). В результате получается пористая твердая деформируемая заготовка будущего изделия, называемая прессовкой (“green body”). Потом прессовка разогревается в печи до температуры, обеспечивающей плавление легкоплавкого материала матрицы. Происходит спекание композита (закрытие пор), требующее определенного времени.

В настоящей работе к расчету прессования и спекания применена модификация теории упругопластического течения [4]. В систему уравнений обычной теории добавлено кинетическое уравнение для расчета эволюции пористости под действием упругого давления (процесс прессования) и напряжения спекания (процесс спекания), а свойства упругости зависят от величины пористости. Отличие от моделей вязкого течения состоит в том, что напряжения обусловлены именно упругой частью деформации и ограничены условием пластичности. Скорость необратимых деформаций формоизменения определяется законом пластического течения, а скорость необратимой объемной деформации, непосредственно связанная со скоростью изменения пористости, определяется законом вязкого течения по упругому давлению и напряжению спекания. Такая модификация легко внедряется в программы расчета упругопластических сред для адаптации к процессам спекания.

Отметим, что численное моделирование процессов технологии послойного спекания в упрощенной гидродинамической постановке без учета эволюции пористости, упругих и пластических свойств реализовано в работе [5].

1. Общая система уравнений деформирования порошкового материала с учетом фаз «холодного» прессования и «горячего» спекания.

Уравнения, описывающие процесс спекания двухкомпонентной порошковой среды, выведены в [3, 4]. Набор термодинамических параметров состоя-

ния упругопластической пористой разрушающейся среды обычно содержит температуру T , деформацию $\boldsymbol{\varepsilon}$, скорость деформации \mathbf{e} , пластическую деформацию $\boldsymbol{\varepsilon}_p$, поврежденность θ и пористость ω . В простейшем случае свободную энергию φ и скорость диссипации энергии D в единице массы можно записать так:

$$\varphi = \frac{K}{2\rho_p} \left(\ln \frac{\rho}{\rho_p} + \beta(T - T_0) \right)^2 + h_1 \frac{\mu}{\rho} (\boldsymbol{\varepsilon}' - \boldsymbol{\varepsilon}'_p)^2 : \mathbf{I} + H(\Phi_\omega) \varphi_\omega(T - T_\omega, \omega) \quad (1)$$

$$D = H(\Phi_p) k_y \left(\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}'_p}{dt} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}'_p}{dt} \right)^{1/2} + \frac{k_T}{T} \nabla T \cdot \nabla T + \\ + H(\Phi_\theta) k_\theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + H(\Phi_\omega) k_\omega \left(\frac{d\omega}{dt} \right)^2, \quad (2)$$

где K и μ — модули упругости всестороннего растяжения-сжатия и сдвига, соответственно; ρ и ρ_p обозначают плотности текущего и разгруженного состояний, соответственно; β — коэффициент температурного растяжения-сжатия; \mathbf{I} — тензорная единица; штрихи выделяют девиаторы; двоеточие обозначает двойное скалярное произведение; $h_1 = (1 - 2/3(\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{I}))^{-1}$; d/dt — материальное дифференцирование по времени; T_ω — температура плавления легкоплавкой составляющей. Функция Хевисайда $H()$ равна единице для неотрицательных значений аргумента и нулю в противном случае. Функции параметров состояния, являющиеся аргументами функции Хевисайда, выражают $\Phi_p = \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}' - k_y^2(T, \omega) \geq 0$ — условие пластического течения, $\Phi_\theta = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\text{lim}} \geq 0$ — условие разрушения, $\Phi_\omega = T - T_\omega \geq 0$ — условие жидкостного спекания, ε_{\max} — максимальная главная деформация, ε_{lim} — деформация разрушения. Функциями параметров состояния также являются: функция k_y — радиус поверхности текучести, k_T — коэффициент теплопроводности, функции k_θ и k_ω определяют кинетику поврежденности θ и пористости ω , соответственно, функция φ_ω — определяет часть внутренней энергии, обусловленную активными порами (то есть порами, на поверхности которых действуют капиллярные силы поверхностного натяжения). В записи формул (1)–(2) использованы пространственные тензоры напряженно-деформированного состояния, отнесенные к актуальной конфигурации, ∇ — оператор пространственного дифференцирования. Кинетика пористости напрямую связана с кинетикой объемной пластической деформации [6]:

$$\mathbf{e}_p : \mathbf{I} = \frac{1}{1 - \omega} \frac{d\omega}{dt}. \quad (3)$$

Выражения для свободной энергии (1) и скорости диссипации (2) максимально упрощены. Первое и второе слагаемые в формуле для свободной

энергии выражают упругую энергию объемных и сдвиговых упругих деформаций, при этом только объемные деформации считаются большими, а девиаторные упругие деформации — малыми. Выражение энергии объемных деформаций является обычным, оно учитывает температурные деформации всестороннего расширения-сжатия, характеризуемое коэффициентом β .

Множитель h_1 во втором слагаемом обеспечивает упрощенную связь девиаторов напряжений и упругих деформаций, характерную для теории малых упругих деформаций. Третье слагаемое выражает свободную энергию активных пор, которая зависит от пористости и температуры, причем включается только при достижении температуры плавления T_ω материала матрицы по условию спекания. Подчеркнем, что в принятой упрощенной формулировке опущены члены, связанные с большими деформациями формоизменения, что допустимо в контексте задач спекания.

Из выражений (1)–(2) и законов термодинамики выводятся следующие определяющие соотношения [3, 4]:

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\sigma} &= -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}' \\
 \boldsymbol{\sigma}' &= 2\mu(\boldsymbol{\varepsilon}' - \boldsymbol{\varepsilon}_p') \\
 p &= K \frac{\rho}{\rho_p} \left(\ln \frac{\rho}{\rho_p} + \beta(T - T_0) \right) \\
 d\boldsymbol{\varepsilon}'_p / dt &= H(\boldsymbol{\sigma}': \boldsymbol{\sigma}' - k_p^2) \lambda_p \boldsymbol{\sigma}' \\
 d\rho_p / dt &= -\frac{\rho_p}{1-\omega} \frac{d\omega}{dt} \\
 d\theta / dt &= -H(\Phi_\theta) k_\theta^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\
 d\omega / dt &= -H(\omega) k_\omega^{-1} (p + \sigma_\omega) \\
 \mathbf{q} &= -k_T \nabla T \\
 \sigma_\omega &= H(\Phi_\omega) \rho \frac{\partial \phi_\omega}{\partial \omega} (1 - \omega),
 \end{aligned} \tag{4}$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений Коши, $\boldsymbol{\sigma}'$ — девиатор напряжений, p — давление, $\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon} - (\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{I})\mathbf{I}/3$ — девиатор деформаций, $\boldsymbol{\varepsilon}'_p = \boldsymbol{\varepsilon}_p - (\boldsymbol{\varepsilon}_p : \mathbf{I})\mathbf{I}/3$ — девиатор пластических деформаций, ρ_p — плотность композита в разгруженном состоянии, σ_ω — напряжение спекания, \mathbf{q} — вектор теплового потока.

Дополним уравнения (4) законами сохранения массы, импульса и энергии:

$$\begin{aligned}
 d\rho / dt &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \\
 \rho d\mathbf{v} / dt &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}, \\
 \rho c_V dT / dt &= \boldsymbol{\sigma} : \nabla \otimes \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathbf{q} + r_T,
 \end{aligned} \tag{5}$$

а также кинематическими соотношениями:

$$\begin{aligned}
d\mathbf{x} / dt &= \mathbf{v}, \\
\boldsymbol{\varepsilon} &= (\nabla \otimes \mathbf{u} + \mathbf{u} \otimes \nabla - (\nabla \otimes \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u} \otimes \nabla)) / 2, \\
\mathbf{u} &= \mathbf{x} - \mathbf{x}^0,
\end{aligned} \tag{6}$$

где $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{x}^0, t)$ — траектории материальных точек, $\mathbf{x}^0 = \mathbf{x}(\mathbf{x}^0, 0)$ — лагранжевы координаты, \mathbf{u} — перемещения, \mathbf{v} — скорости, d / dt — материальные временные производные, r_T — объемные источники/истоки тепла.

В результате получаем полную систему 15 уравнений (4)-(6) относительно 15 искомым функций: $(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}'_p, \omega, \rho, \rho_p, T, \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}'_p, p, \theta)$, среди которых можно выделить основные искомые функции, и для них уравнения являются эволюционными: $Y = (\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\varepsilon}'_p, \omega, \rho, \rho_p, \theta, T)$. По известным основным искомым функциям остальные искомые функции определяются без операции временного дифференцирования.

Начальные условия имеют вид

$$t = 0, \mathbf{x} \in V : Y = Y^0(\mathbf{x}), \tag{7}$$

где V — пространственная область решения с границей S .

Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned}
t \geq 0, \mathbf{x} \in S_v \subseteq S : \mathbf{v} &= \mathbf{v}_*(\mathbf{x}, t), \\
t \geq 0, \mathbf{x} \in S \setminus S_v : \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{f}_*(\mathbf{x}, t), \\
t \geq 0, \mathbf{x} \in S_T \subseteq S : T &= T_*(\mathbf{x}, t), \\
t \geq 0, \mathbf{x} \in S \setminus S_T : \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} &= Q_*(\mathbf{x}, t),
\end{aligned} \tag{8}$$

где \mathbf{n} — единичная внешняя нормаль к границе, а правые части граничных условий являются заданными функциями. Заметим, что граничные условия требуются только для уравнений с диффузионными потоковыми членами, в данном случае — это уравнения движения, содержащие потоки импульса (напряжения), и уравнение энергии, содержащее потоки тепла. Граничные условия при этом выражают ограничения, накладываемые на искомые функции и/или на соответствующие потоки на границе.

2. Приближенная нелинейная система уравнений для фазы «горячего» спекания

В данном разделе описывается процедура численного решения модельной задачи для процесса лазерного спекания порошкового материала. Существует два основных способа соединения частиц порошка при нагреве лазерным излучением: а) поверхностное плавление частиц (для однокомпонентных порошков); б) добавление к основному компоненту легкоплавкого порошка (для двух- и многокомпонентных порошков). В первом случае плавление происходит только лишь в пределах некоторого приповерхностного слоя. После прекращения лазерного воздействия расплав охлаждается и затвердевает, и между частицами формируется твердый контакт. Во втором же случае частицы легкоплавкой компоненты могут полностью расплавиться и сливаться в единый слой с нерасплавленными твердыми частицами, который затем охлаждается и кристаллизуется («сварной» механизм спекания). Рассмотрим второй способ лазерного спекания.

На основе приближенного идеализированного подхода моделируется воздействие подвижного лазерного луча на двухкомпонентный порошковый материал в так называемой фазе «горячего спекания». Численное решение связанной нелинейной системы в переменных температура-пористость получено с помощью разностных схем [7, 8]. В расчетах исследовались основные режимы спекания и влияние различных параметров процесса (влияние коэффициентов теплопроводности и теплоемкости, мощности и скорости движения энергетического импульса).

2.1. Математическая постановка задачи о спекании порошкового материала под действием бегущего энергетического импульса

Как сказано выше, существуют две фазы процесса спекания порошкового материала, условно подразделяемые на 1) «холодное» прессование (упруго-пластическое уплотнение материала) и 2) «горячее» спекание (плавление легкоплавкой фазы, уплотнение под действием капиллярных сил в порах и собственно спекание при остывании).

Будем решать одномерную нестационарную задачу для 2-ой фазы в предположении, что предварительное уплотнение под действием напряжения p уже произошло (1-я фаза завершена).

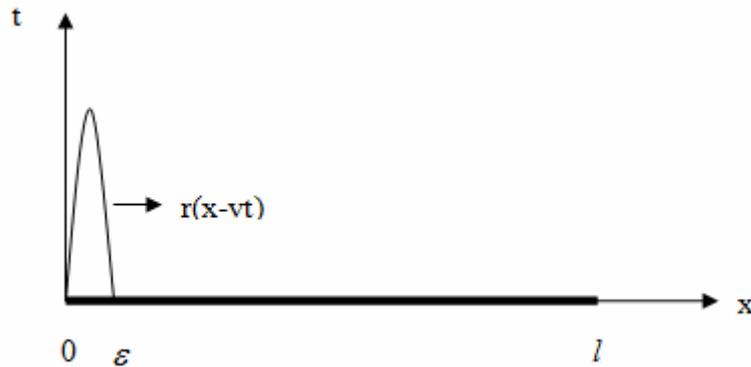


Рис. 2. Бегущий лазерный импульс по слою уплотненного порошкового материала

Пусть по спекаемому, предварительно уплотненному, стержню длиной l (рис. 2) со скоростью v бежит лазерный импульс плотностью $r_0(x - vt)$ и протяженностью ε . Лазерный импульс разогревает порошковую массу выше температуры плавления легкоплавкой фазы T_m , и под действием капиллярных сил происходит схлопывание смоченных пор (по мере прохождения импульса) и спекание с уменьшением пористости (после его прохождения). Система уравнений для температуры T и пористости ω имеет вид:

$$\rho c_v dT / dt = (kT_x)_x + \rho r_0(x - vt), \quad (9)$$

$$d\omega / dt = -H(\omega)[\lambda_\omega p + \alpha\omega H(T - T_m)].$$

В уравнении для кинетики пористости первое слагаемое отвечает за «механическое» уплотнение под действием напряжения p , а второе слагаемое — за «горячее» спекание под действием капиллярных сил при температуре, которая выше температуры плавления легкоплавкой фазы.

2.2. Метод численного решения поставленной задачи без учета конечных деформаций частиц при спекании

Случай постоянной теплоемкости

Рассмотрим случай постоянной теплоемкости: $c_V = const$. Учтем, что плотность разгруженного состояния связана с пористостью соотношением [6] $\rho_p = \rho_0(1 - \omega)$, пренебрежем влиянием упругих деформаций на плотность: $\rho \approx \rho_p = \rho_0(1 - \omega)$, зависимость коэффициента теплопроводности от пористости запишем в виде $k = k_0(1 - \omega)$. Тогда, если влияние капиллярного давления расплава много больше влияния «холодного» давления, то есть, если $\alpha\omega \gg \lambda_{\omega}p$, то система уравнений для температуры и пористости становится независимой от напряженно-деформированного состояния и принимает вид:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{k_0}{\rho_0 c_V} T_{xx} - \frac{k_0}{\rho_0 c_V} \frac{\omega_x}{(1 - \omega)} T_x + r_0(x - vt) / c_V,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\alpha\omega H(T - T_m) H(\omega).$$

Начальные условия имеют вид

$$t = 0 \quad : \quad T = T_0, \quad \omega = \omega_0,$$

граничные условия —

$$x = 0 \quad : \quad T = T_0$$

$$x = l \quad : \quad T = T_0 \quad \text{или} \quad T_x = k(T - T_{ex}) \quad (\text{теплообмен с внешней средой}).$$

Обезразмерим линейные величины на характерный размер l , скорость — на v , время — на l/v , введем безразмерные параметры

$$\gamma = \frac{k_0}{\rho_0 c_V l v}, \quad \beta = \alpha l / v.$$

Окончательно система принимает вид:

$$\frac{dT}{dt} = \gamma T_{xx} - \gamma \frac{\omega_x}{(1 - \omega)} T_x + R_0(x - vt), \quad (10)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\beta\omega H(T - T_m) H(\omega).$$

Явная разностная схема для уравнений (10) имеет вид:

$$\frac{(T_i^{n+1} - T_i^n)}{\tau} = \gamma \frac{(T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n)}{h^2} - \gamma \frac{(\omega_{i+1}^n - \omega_{i-1}^n)}{(1 - \omega_i^n)} \frac{(T_{i+1}^n - T_{i-1}^n)}{4h^2} + R_0(x_i - vt^n),$$

$$\frac{(\omega_i^{n+1} - \omega_i^n)}{\tau} = -\beta\omega_i^n H(T_i^n - T_m) H(\omega_i^n). \quad (11)$$

Для устойчивости шаг по времени τ должен удовлетворять условию

$$\tau \leq h^2 / (2\gamma),$$

где h — шаг по пространственной координате.

Случай переменной теплоемкости

В этом случае закон изменения коэффициента теплоемкости при спекании примем в виде $c = c_0(1 - \omega)$. Нелинейная связанная система для пористости и температуры в данном случае имеет вид:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\gamma}{(1-\omega)} T_{xx} - \frac{\gamma \omega_x}{(1-\omega)^2} T_x + \frac{R_0(x-vt)}{(1-\omega)}, \quad (12)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\beta \omega H(T - T_m) H(\omega),$$

где $\gamma = k_0 / \rho_0 c_0 l v$ — безразмерный коэффициент.

Явная разностная схема имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{(T_i^{n+1} - T_i^n)}{\tau} &= \frac{\gamma}{(1-\omega_i^n)} \frac{(T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n)}{h^2} - \gamma \frac{(\omega_{i+1}^n - \omega_{i-1}^n)(T_{i+1}^n - T_{i-1}^n)}{(1-\omega_i^n)^2 4h^2} + \frac{R_0(x_i - vt^n)}{(1-\omega_i^n)}, \\ \frac{(\omega_i^{n+1} - \omega_i^n)}{\tau} &= -\beta \omega_i^n H(T_i^n - T_m) H(\omega_i^n). \end{aligned} \quad (13)$$

В данном случае для устойчивости схемы необходимо выполнять условие

$$\tau \leq \min h^2 (1 - \omega) / (2\gamma) = h^2 (1 - \omega_0) / (2\gamma).$$

В расчетах принималось начальное значение пористости $\omega_0 = 0.5$, отсюда следует, что условие устойчивости принимает вид $\tau \leq h^2 / (4\gamma)$.

2.3. Метод численного решения поставленной задачи с учетом конечных деформаций частиц при спекании

Из закона сохранения массы ячейки $\rho \Delta x \approx \rho_0 (1 - \omega) \Delta x = const.$, где $h = \Delta x$ — размер ячейки, следует, что $\Delta x (1 - \omega) = \Delta x_0 (1 - \omega_0)$ или $h(1 - \omega) = h_0(1 - \omega_0)$, то есть сетка при неравномерном распределении пористости также становится неравномерной, поэтому производные в разностной схеме следует аппроксимировать с учетом этого факта. Условие устойчивости должно учитывать связь:

$$h = h_0 (1 - \omega_0) / (1 - \omega) = h_0 / (1 - \omega) / 2,$$

где согласно начальным данным $(1 - \omega_0) = 0,5$ и $\min h = h_0 / 2$ при появлении зон спекания при $\omega < 0,5$.

Поэтому для случая постоянной теплоемкости оно примет вид $\tau \leq h_0^2 / (8\gamma)$, а для случая переменной — $\tau \leq h_0^2 / (16\gamma)$.

3. Исследование режимов спекания в зависимости от скорости бегущего импульса и его интенсивности без учета конечных деформаций частиц при спекании

Приведем результаты расчетов при прохождении импульса и постоянной теплоемкости с амплитудой $R = 50$ и шириной $\mathcal{E} = 0.01$ на расстояние $x = 0,4$, скорость $\nu = 0,02$, теплопроводность $g = 0,05$, $b = 0,5$, $T_m = 3T_0$ (рис. 3, а–в). В этом случае спекание есть.

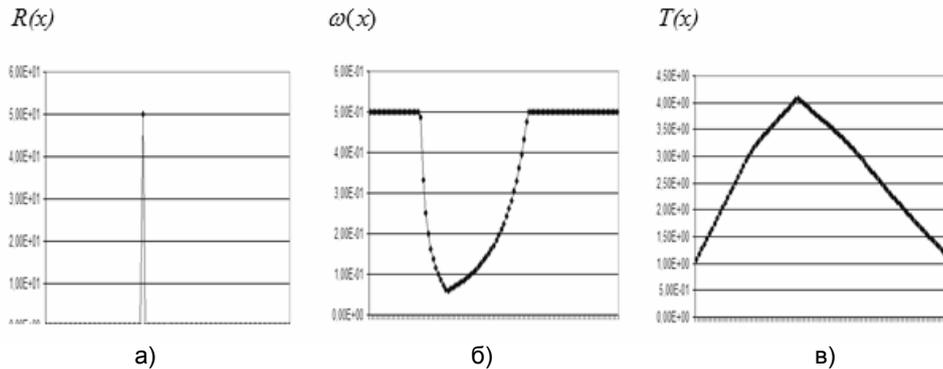


Рис. 3. а) Форма бегущего импульса $R(x)$, б) распределение пористости, в) распределение температуры

Опишем результаты расчетов при вдвое увеличенной теплопроводности. Параметры процесса: скорость $\nu = 0,02$, теплопроводность $g = 0,10$, $b = 0,5$. Результат моделирования: спекания не произошло, температура плавления не достигнута.

Исследован также режим с вдвое уменьшенной скоростью движения импульса. Результаты расчетов при прохождении импульса (с амплитудой $R = 50$ и шириной $\mathcal{E} = 0,01$ на расстояние $x = 0,4$ вдвое уменьшили скорость, $\nu = 0,01$, $g = 0,05$, $b = 0,5$) показаны на рис. 4, а–в. В этом случае спекание произошло.

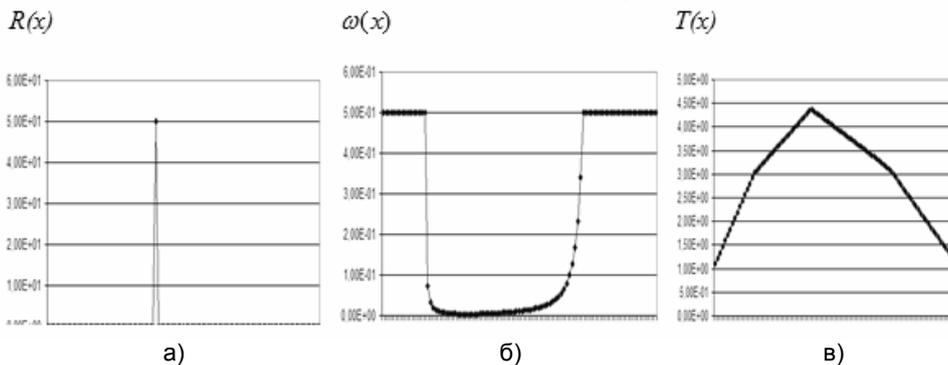


Рис. 4. а) Форма бегущего импульса $R(x)$, б) распределение пористости, в) распределение температуры

В случае вдвое повышенной теплопроводности: $g = 0,10$, $\nu = 0,01$, $b = 0,5$, нет спекания, температура плавления не достигнута, график распределения пористости есть прямая $\omega = \omega_0$.

4. Исследование режимов спекания в зависимости от скорости бегущего импульса и его интенсивности с учетом конечных деформаций частиц при спекании

Численно исследованы режимы с учетом геометрической нелинейности. Результаты расчетов при прохождении импульса (геометрическая нелинейность) с амплитудой $R = 40$ и шириной $\mathcal{E} = 0,0125$ на расстояние $x = 1,0$ (процесс завершен), скорость $v = 0,02$, теплопроводность $g = 0,05$, $b = 0,5$, $T_m = 3T_0$, теплоемкость $c_v = const$ показаны на рис. 5, а–б. На рис. 5, а показана зависимость конечной координаты материальной частицы x в зависимости от ее начальной координаты x_0 . График распределения температуры не приводим, так как к этому моменту времени она практически выравнивается до значения T_0 . Результат моделирования — спекание.

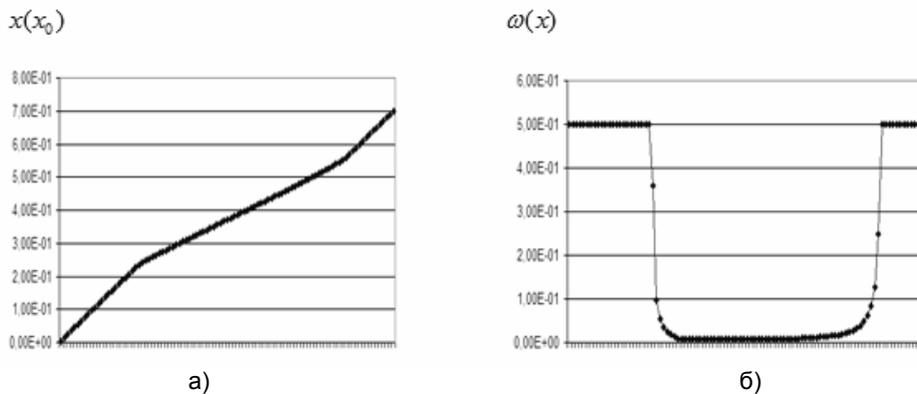


Рис. 5. а) Сжатие ячеек при спекании $x(x_0)$, б) распределение пористости

Исследован также режим с вдвое уменьшенной скоростью движения импульса. Результаты расчетов при прохождении импульса (геометрическая нелинейность) с амплитудой $R = 40$ и шириной $\mathcal{E} = 0,0125$ на расстояние $x = 1,0$ (процесс завершен), скорость $v = 0,01$, теплопроводность $g = 0,05$, $b = 0,5$, $T_m = 3T_0$, теплоемкость $c_v = const$ показаны на рис. 6, а–б. Результат моделирования — спекание.

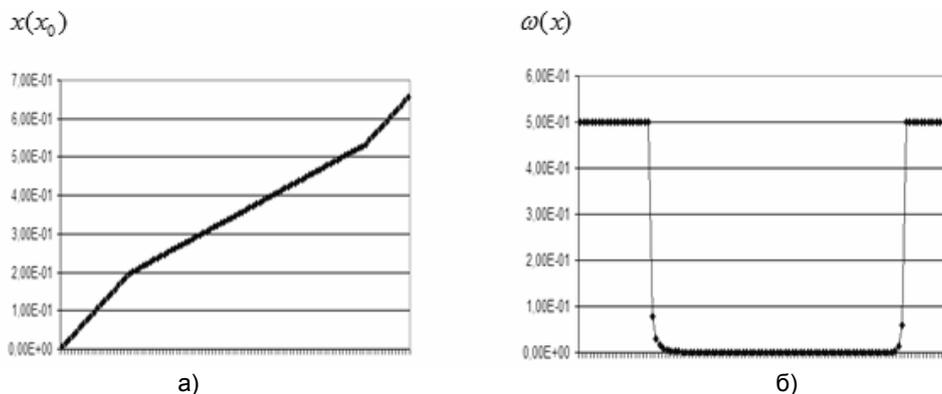


Рис. 6. а) Сжатие ячеек при спекании $x(x_0)$, б) Распределение пористости

Случай вдвое повышенной теплопроводности $g = 0,10$, $\nu = 0,01$, $b = 0,5$. Как и в геометрически линейном случае, температура плавления не достигнута, спекания не произошло.

Выводы

— Разработан численный алгоритм для решения задачи «горячего» спекания (вторая фаза процесса) под действием подвижного высокоэнергетического (лазерного) импульса с учетом кинетики пористости и эволюции термомеханических свойств.

— Определено влияние параметров задачи (амплитуды и скорости импульса, теплопроводности, геометрической линейности/нелинейности, постоянной/переменной теплоемкости) на сам факт спекания порошкового материала и распределение пористости и температуры.

— Установлено, что закон изменения теплоемкости (постоянная/переменная) практически не влияет на распределение пористости в процессе движения импульса.

— Установлено, что учет/неучет геометрической нелинейности не влияет на сам факт спекания материала.

— Установлено, что увеличение теплопроводности в заданном диапазоне изменения параметров может нарушить режим спекания материала.

— Установлено, что увеличение скорости прохождения импульса также может нарушить режим спекания в заданном диапазоне изменения параметров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 12-08-00366-а, 12-08-01260-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Полькин И.С.* Получение деталей из титана с «Тейлор»-структурой и свойствами / И.С. Полькин, И.С. Никитин, Н.Г. Бураго // Титан. 2012. № 4. С. 37–41.
2. *Полькин И.С.* Перспективы развития гранульной металлургии титановых сплавов / И.С. Полькин // Технология легких сплавов. 2011. № 4. С. 5–11.
3. *Бураго Н.Г.* Моделирование спекания с помощью теории пластичности / Н.Г. Бураго, И.С. Никитин // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 8. 12 с. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/883.html>.
4. *Бураго Н.Г.* Термодинамический метод получения определяющих уравнений для моделей сплошных сред / Н.Г. Бураго, А.И. Глушко, А.Н. Ковшов // Изв. РАН. МТТ. 2000. N.6. С. 4–15.
5. *Математическое моделирование лазерного спекания двухкомпонентных порошковых смесей* / А.В. Колдоба [и др.] // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша. 2009. № 38. 15 с. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-38>.
6. *Скорород В.В.* Реологические основы теории спекания / В.В. Скорород. Киев: Наук. думка, 1972. 149 с.
7. *Годунов С.К.* Разностные схемы / С.К. Годунов, В.С. Рябенский. М.: Наука. 1973. 400 с.
8. *Кукуджанов В.Н.* Вычислительная механика сплошных сред. М.: Физматлит. 2008. 320 с.

Burago N.G., Nikitin I.S., Yakushev V.L.

**NUMERICAL SIMULATION OF THE SINTERING OF POWDER MATERIALS
UNDER ACTION OF MOVING LASER PULSE**

The new numerical algorithm is developed for solving of the problem of «hot» sintering under action of moving high-energy (laser) pulses. This algorithm is based on the new theoretical model of the sintering of two-component powder materials. The kinetics of porosity, the evolution of thermomechanical properties and shape changes are taken into account. The influence of the input thermo-mechanical parameters in the process of sintering for the technology of additive manufacturing is investigated.

Sintering of powder materials, manufacturing, moving laser pulse, porosity, melting temperature, nonlinear system, finite-difference scheme.