

КОНВЕКЦИЯ В ТЕРМОСТАТЕ ПРИ ОБЪЕМНОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ИЗ РАСТВОРОВ

А. И. Федюшкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Проведенные в термостате технологические эксперименты на Земле и в космосе по программе EURECA (1992–1993 гг.) по кристаллизации фосфатов кальция из растворов CaCl_2 и $\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$ в буферном растворе KCl показали, что размер кристаллов гидроксипатита, выращенных в условиях невесомости, в десять — сто раз больше, чем у их земных аналогов [1]. Такое большое отличие в размерах, выращенных кристаллов, указывает на то, что массоперенос в космическом и массоперенос в земном эксперименте были различными.

Цель данной работы состояла в том, чтобы проиллюстрировать влияние возможного конвективного перемешивания в термостате на динамику и характер образования фосфата кальция при разных гравитационных условиях (чисел Грасгофа). В работе рассмотрены всевозможные механизмы перемешивания растворов: за счет диффузии, тепловой, концентрационной и тепло-концентрационной конвекции с учетом химической реакции и стехиометрического соотношения баланса массы.

Постановка задачи. Космические и земные эксперименты проходили в одинаковых и хорошо термостатированных резервуарах, состоящих из трех частей, заполненных различными растворами. Схема расположения резервуаров показана на рис. 1.

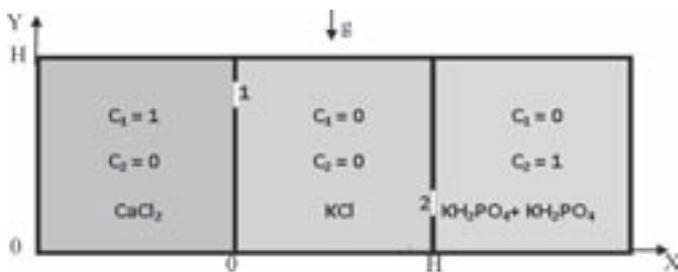


Рис. 1. Схема экспериментов [1] и начальные концентрации компонент (средняя область является расчетной в математической модели)

На рис. 1 в левой части находится резервуар, содержащий CaCl_2 , в правой части находится резервуар, содержащий раствор $\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$, средняя камера полностью заполнена буферным раствором KCl . Средний резервуар является реактором, где и происходит образование фосфата кальция. После одновременного открытия на вертикальных стенках реактора отверстия «1» — слева и «2» — справа (рис. 1) происходит взаимодействие растворов (CaCl_2) — компонента C_1 и ($\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$) — компонента C_2 с образованием продукта реакции — фосфата кальция — компонента C_3 .

Математическая модель. В математической модели только средняя квадратная область является расчетной областью (со стороны раной H). Эта область, является кристаллизатором разных компонент, диффузионно поступающих из левого «1» и правого «2» резервуаров. В модели предполагается, что химическая реакция происходит мгновенно при взаимодействии компонент и не учитывается возможность образования нескольких модификаций фосфатов кальция, моделируется изменение концентраций C_1 и C_2 с образованием продукта C_3 .

Математическая модель основана на решении системы двухмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска, уравнения переноса тепла и трех уравнений переноса массы, с источниковыми членами f_i ($i = 1, 2, 3, 4$). Задача характеризуется следующими безразмерными параметрами подобия: числами Грасгофа: $Gr = g\beta_T\Delta TH^3/\nu^2$, $Gr_{1C} = g\beta_{1C}\Delta C_1 H^3/\nu^2$, $Gr_{2C} = g\beta_{2C}\Delta C_2 H^3/\nu^2$; числом Прандтля $Pg = \nu/a$ и числами Шмидта: $Sc_1 = \nu/D_1$, $Sc_2 = \nu/D_2$, где ΔT , ΔC_1 , ΔC_2 — характерные масштабы температуры и концентраций; \mathbf{g} — вектор ускорения силы тяжести; коэффициенты β_T , β_{1C} , β_{2C} — коэффициенты теплового и концентрационного расширения; ν — кинематической вязкости; a — температуропроводности; D_1 , D_2 — диффузии компонент. Поскольку продукт реакции C_3 образуется из компонент C_1 и C_2 в пропорции как 5/3, поэтому правые части f_i в уравнениях переноса были взяты следующего вида: $f_1 = k_1\delta(5C_1 + 3C_2)$, $f_2 = -k_2\delta 5C_1$, $f_3 = -k_3\delta 3C_2$, $f_4 = k_4\delta(5C_1 + 3C_2)$, где $\delta = \begin{cases} 1, & \text{если } C_1 C_2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } C_1 C_2 = 0 \end{cases}$ k_i — константы, определяемые кинетикой химической реакции. На всех границах (кроме участков границы «1» и «2», см. рис. 1) приняты условия прилипания теплоизоляции и непроницаемости, для отверстия «1» на левой вертикальной границе области ($x = 0$, $0,68 < y < 0,81$): $C_1 = 1$, для отверстия «2» на правой вертикальной границе области ($x = 1$, $0,2 < y < 0,34$): $C_2 = 1$. Предполагается, что поступление компонент из отверстий «1» и «2» в реактор осуществляется диффузионным способом (рис. 1). Начальные условия ($t = 0$): $u = 0$, $v = 0$, $T = 0$, $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, $C_3 = 0$. На рис. 1 указаны начальные условия концентраций, как для расчетной области, так и для соседних резервуаров. Моделирование осуществлялось с помощью конечно-разностного пакета программ. Подробнее математическая модель и результаты описаны в работе [2].

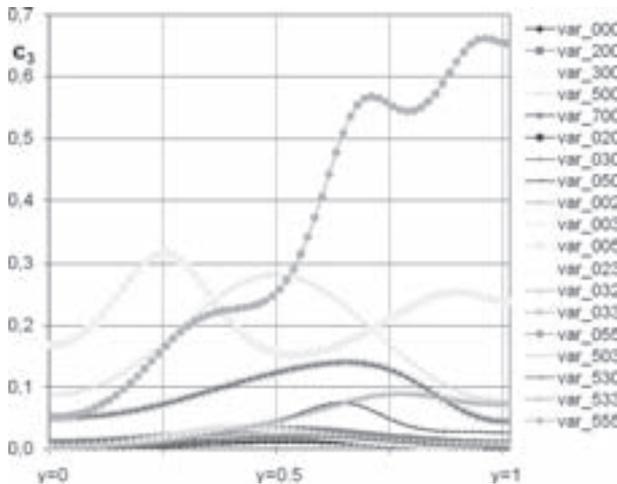


Рис. 2. Профили концентрации C_3 в среднем вертикальном сечении ($x = 0,5$) для разных значений числа Грасгофа

Результаты. На рис. 2 показан итоговый график с профилями концентрации C_3 в среднем вертикальном сечении ($x = 0,5$) для разных комбинаций тепловой, концентрационной и термо-концентрационной конвекции, где приняты следующие обозначения кривых — var_knп, что соответствует следующим значениям чисел Грасгофа: $Gr = 10^2$, $Gr_{1C} = 10^n$, $Gr_{2C} = 10^m$. Зависимости на рис. 2 показывают

разнообразие распределений фосфата кальция C_3 в зависимости от гравитационных условий для момента безразмерного времени $t = 2$. Процесс кристаллизации в экспериментах [1] проходил дольше, чем $t = 2$ ($t > 2$), поэтому влияние конвекции может быть еще более существенным, чем это изображено на рис. 2.

Выводы. Показаны возможные механизмы перемешивания при выращивании фосфата кальция на Земле и в условиях микрогравитации: диффузия; тепловая конвекция, (вызванная выделением скрытой теплоты кристаллизации); концентрационная конвекция и термо-концентрационная конвекция. Показано, что времена транспортировки при конвективном перемешивании меньше, чем при диффузии, но скорость и масса образования фосфата кальция зависит не только от времени и интенсивности конвекции, но и от структуры конвективного перемешивания.

1. *Suvorova E. I., Christensson F., Lundager Madsen H. E., Chernov A. A.* Terrestrial and Space-grown HAP and OCP Crystals: Effect of Growth Conditions on Perfections and Morphology // *J. Crystal Growth* 186 (1998) 262–274.
2. *Федюшкин А. И.* Влияние гравитации на массоперенос при кристаллизации фосфатов кальция из растворов в термостатированных условиях. — Препринт ИПМех РАН, №1092, Москва, 2015, 27 с. ISBN 978-5-91741-135-4.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДВУХФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ С МНОГОСТАДИЙНЫМ ГИДРОРАЗРЫВОМ ПЛАСТА*

М. Р. Хамидуллин, А. Б. Мазо, К. А. Поташев

КФУ, Казань, Россия

Введение. Одним из наиболее эффективных методов увеличения нефтеотдачи пластов с низкой проницаемостью и пористостью за счет вовлечения в разработку трудноизвлекаемых запасов нефти является бурение горизонтальных скважин (ГС) с проведением на них многозонного гидравлического разрыва пласта (МГРП). Моделированию двухфазной фильтрации в трещиноватых коллекторах посвящены некоторые работы. В частности, в [1] автором предложен многомасштабный алгоритм на основе метода конечных суперэлементов для решения задач двухфазной фильтрации в трещиноватых средах. В работе [2] представлена математическая модель двухфазной фильтрации в нефтяном пласте с тектоническими нарушениями типа «сдвиг» и «сброс». Течения флюида по трещине разлома описывается специальной системой уравнений фильтрации, осредненных по ширине трещины разлома.

Модель, предлагаемая в данной работе для моделирования притока двухфазной жидкости к ГС с МГРП, учитывает течения в пласте и трещинах гидроразрыва.

Постановка задачи. Рассматривается двухфазная фильтрация в окрестности горизонтальной скважины (ГС), простимулированной трансверсальными трещинами многостадийного гидравлического разрыва пласта (МГРП) (рис. 1).

Декартова система координат xuz с вертикальной осью z выбирается таким образом, чтобы ось y была направлена вдоль ствола скважины радиуса r_w и длины L . Начало отсчета соответствует началу перфорированного участка скважины. Коллектор D представлен прямоугольным параллелепипедом с закругленными кра-

* Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научных проектов №15-41-02699, №15-41-02698.