

## КОНВЕКЦИЯ В ТЕРМОСТАТЕ ПРИ ОБЪЕМНОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ИЗ РАСТВОРОВ

А. И. Федюшкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Проведенные в термостате технологические эксперименты на Земле и в космосе по программе EURECA (1992–1993 гг.) по кристаллизации фосфатов кальция из растворов  $\text{CaCl}_2$  и  $\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$  в буферном растворе  $\text{KCl}$  показали, что размер кристаллов гидроксипатита, выращенных в условиях невесомости, в десять — сто раз больше, чем у их земных аналогов [1]. Такое большое отличие в размерах, выращенных кристаллов, указывает на то, что массоперенос в космическом и массоперенос в земном эксперименте были различными.

Цель данной работы состояла в том, чтобы проиллюстрировать влияние возможного конвективного перемешивания в термостате на динамику и характер образования фосфата кальция при разных гравитационных условиях (чисел Грасгофа). В работе рассмотрены всевозможные механизмы перемешивания растворов: за счет диффузии, тепловой, концентрационной и тепло-концентрационной конвекции с учетом химической реакции и стехиометрического соотношения баланса массы.

**Постановка задачи.** Космические и земные эксперименты проходили в одинаковых и хорошо термостатированных резервуарах, состоящих из трех частей, заполненных различными растворами. Схема расположения резервуаров показана на рис. 1.

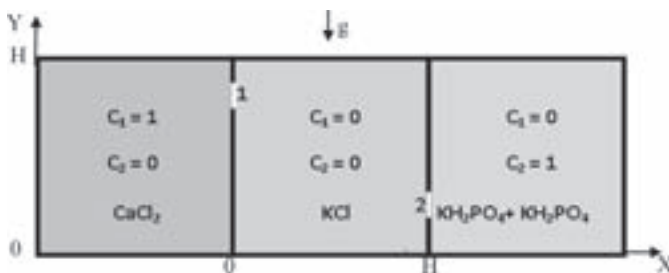


Рис. 1. Схема экспериментов [1] и начальные концентрации компонент (средняя область является расчетной в математической модели)

На рис. 1 в левой части находится резервуар, содержащий  $\text{CaCl}_2$ , в правой части находится резервуар, содержащий раствор  $\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$ , средняя камера полностью заполнена буферным раствором  $\text{KCl}$ . Средний резервуар является реактором, где и происходит образование фосфата кальция. После одновременного открытия на вертикальных стенках реактора отверстия «1» — слева и «2» — справа (рис. 1) происходит взаимодействие растворов ( $\text{CaCl}_2$ ) — компонента  $C_1$  и ( $\text{KH}_2\text{PO}_4 + \text{K}_2\text{HPO}_4$ ) — компонента  $C_2$  с образованием продукта реакции — фосфата кальция — компонента  $C_3$ .

**Математическая модель.** В математической модели только средняя квадратная область является расчетной областью (со стороны раной  $H$ ). Эта область, является кристаллизатором разных компонент, диффузионно поступающих из левого «1» и правого «2» резервуаров. В модели предполагается, что химическая реакция происходит мгновенно при взаимодействии компонент и не учитывается возможность образования нескольких модификаций фосфатов кальция, моделируется изменение концентраций  $C_1$  и  $C_2$  с образованием продукта  $C_3$ .

Математическая модель основана на решении системы двухмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска, уравнения переноса тепла и трех уравнений переноса массы, с источниковыми членами  $f_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ). Задача характеризуется следующими безразмерными параметрами подобия: числами Грасгофа:  $Gr = g\beta_T\Delta TH^3/\nu^2$ ,  $Gr_{1C} = g\beta_{1C}\Delta C_1H^3/\nu^2$ ,  $Gr_{2C} = g\beta_{2C}\Delta C_2H^3/\nu^2$ ; числом Прандтля  $Pg = \nu/a$  и числами Шмидта:  $Sc_1 = \nu/D_1$ ,  $Sc_2 = \nu/D_2$ , где  $\Delta T$ ,  $\Delta C_1$ ,  $\Delta C_2$  — характерные масштабы температуры и концентраций;  $\mathbf{g}$  — вектор ускорения силы тяжести; коэффициенты  $\beta_T$ ,  $\beta_{1C}$ ,  $\beta_{2C}$  — коэффициенты теплового и концентрационного расширения;  $\nu$  — кинематической вязкости;  $a$  — температуропроводности;  $D_1$ ,  $D_2$  — диффузии компонент. Поскольку продукт реакции  $C_3$  образуется из компонент  $C_1$  и  $C_2$  в пропорции как 5/3, поэтому правые части  $f_i$  в уравнениях переноса были взяты следующего вида:  $f_1 = k_1\delta(5C_1 + 3C_2)$ ,  $f_2 = -k_2\delta 5C_1$ ,  $f_3 = -k_3\delta 3C_2$ ,  $f_4 = k_4\delta(5C_1 + 3C_2)$ , где  $\delta = \begin{cases} 1, & \text{если } C_1C_2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } C_1C_2 = 0 \end{cases}$   $k_i$  — константы, определяемые кинетикой химической реакции. На всех границах (кроме участков границы «1» и «2», см. рис. 1) приняты условия прилипания теплоизоляции и непроницаемости, для отверстия «1» на левой вертикальной границе области ( $x = 0$ ,  $0,68 < y < 0,81$ ):  $C_1 = 1$ , для отверстия «2» на правой вертикальной границе области ( $x = 1$ ,  $0,2 < y < 0,34$ ):  $C_2 = 1$ . Предполагается, что поступление компонент из отверстий «1» и «2» в реактор осуществляется диффузионным способом (рис. 1). Начальные условия ( $t = 0$ ):  $u = 0$ ,  $v = 0$ ,  $T = 0$ ,  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 0$ ,  $C_3 = 0$ . На рис. 1 указаны начальные условия концентраций, как для расчетной области, так и для соседних резервуаров. Моделирование осуществлялось с помощью конечно-разностного пакета программ. Подробнее математическая модель и результаты описаны в работе [2].

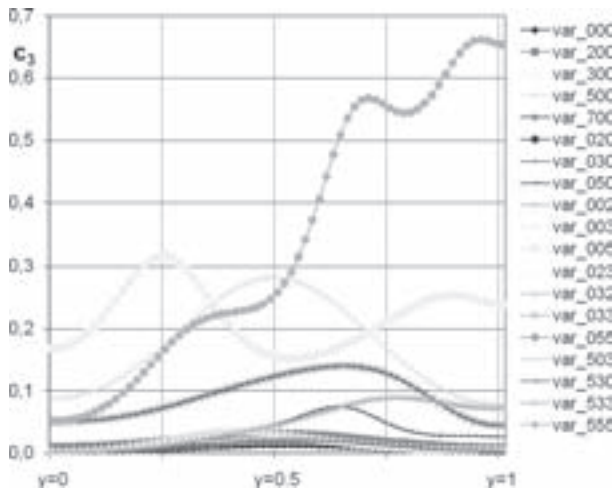


Рис. 2. Профили концентрации  $C_3$  в среднем вертикальном сечении ( $x = 0,5$ ) для разных значений числа Грасгофа

**Результаты.** На рис. 2 показан итоговый график с профилями концентрации  $C_3$  в среднем вертикальном сечении ( $x = 0,5$ ) для разных комбинаций тепловой, концентрационной и термо-концентрационной конвекции, где приняты следующие обозначения кривых — var\_knп, что соответствует следующим значениям чисел Грасгофа:  $Gr = 10^k$ ,  $Gr_{1C} = 10^n$ ,  $Gr_{2C} = 10^m$ . Зависимости на рис. 2 показывают

разнообразие распределений фосфата кальция  $C_3$  в зависимости от гравитационных условий для момента безразмерного времени  $t = 2$ . Процесс кристаллизации в экспериментах [1] проходил дольше, чем  $t = 2$  ( $t > 2$ ), поэтому влияние конвекции может быть еще более существенным, чем это изображено на рис. 2.

**Выводы.** Показаны возможные механизмы перемешивания при выращивании фосфата кальция на Земле и в условиях микрогравитации: диффузия; тепловая конвекция, (вызванная выделением скрытой теплоты кристаллизации); концентрационная конвекция и термо-концентрационная конвекция. Показано, что времена транспортировки при конвективном перемешивании меньше, чем при диффузии, но скорость и масса образования фосфата кальция зависит не только от времени и интенсивности конвекции, но и от структуры конвективного перемешивания.

1. *Suvorova E. I., Christensson F., Lundager Madsen H. E., Chernov A. A.* Terrestrial and Space-grown HAP and OCP Crystals: Effect of Growth Conditions on Perfections and Morphology // *J. Crystal Growth* 186 (1998) 262–274.
2. *Федюшкин А. И.* Влияние гравитации на массоперенос при кристаллизации фосфатов кальция из растворов в термостатированных условиях. — Препринт ИПМех РАН, №1092, Москва, 2015, 27 с. ISBN 978-5-91741-135-4.

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДВУХФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ С МНОГОСТАДИЙНЫМ ГИДРОРАЗРЫВОМ ПЛАСТА\*

*М. Р. Хамидуллин, А. Б. Мазо, К. А. Поташев*

*КФУ, Казань, Россия*

**Введение.** Одним из наиболее эффективных методов увеличения нефтеотдачи пластов с низкой проницаемостью и пористостью за счет вовлечения в разработку трудноизвлекаемых запасов нефти является бурение горизонтальных скважин (ГС) с проведением на них многозонного гидравлического разрыва пласта (МГРП). Моделированию двухфазной фильтрации в трещиноватых коллекторах посвящены некоторые работы. В частности, в [1] автором предложен многомасштабный алгоритм на основе метода конечных суперэлементов для решения задач двухфазной фильтрации в трещиноватых средах. В работе [2] представлена математическая модель двухфазной фильтрации в нефтяном пласте с тектоническими нарушениями типа «сдвиг» и «сброс». Течения флюида по трещине разлома описывается специальной системой уравнений фильтрации, осредненных по ширине трещины разлома.

Модель, предлагаемая в данной работе для моделирования притока двухфазной жидкости к ГС с МГРП, учитывает течения в пласте и трещинах гидроразрыва.

**Постановка задачи.** Рассматривается двухфазная фильтрация в окрестности горизонтальной скважины (ГС), простимулированной трансверсальными трещинами многостадийного гидравлического разрыва пласта (МГРП) (рис. 1).

Декартова система координат  $xuz$  с вертикальной осью  $z$  выбирается таким образом, чтобы ось  $y$  была направлена вдоль ствола скважины радиуса  $r_w$  и длины  $L$ . Начало отсчета соответствует началу перфорированного участка скважины. Коллектор  $D$  представлен прямоугольным параллелепипедом с закругленными кра-

\* Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научных проектов №15-41-02699, №15-41-02698.