

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ ДИФFUЗОРЕ

А.И. Федюшкин

*ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
НИЦ «Курчатовский институт»*

В данной работе представлены результаты численного моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости в плоском симметричном двумерном диффузоре для стационарного и нестационарного (симметричного и несимметричного) режимов течения. Течение вязкой жидкости в плоском двумерном диффузоре специфично тем, что, за счет расширения области течения, в нем происходит преобразование кинетической энергии потока в статическое давление и характер течения определяется геометрией (углом раствора диффузора β) и числом Рейнольдса (вязкостью, скоростью или расходом).

Задача о течении в диффузоре (конфузоре) давно привлекает внимание ученых и инженеров. Первые известные автомодельные решения задачи о стационарных течениях в диффузоре (конфузоре) были независимо получены еще около ста лет тому назад Дж. Джеффри [1] и Г. Гамелем [2]. Несмотря на кажущуюся простоту, задача Джеффри – Гамеля изобилует различными постановками и наличием большого класса решений и физических явлений, как стационарными, так и нестационарными.

Для определенных диапазонов чисел Рейнольдса и углов раствора диффузора течение в нем может быть стационарным и симметричным, то есть векторное поле скорости такого течения стационарно и радиально без тангенсальной составляющей, а величина скорости уменьшается по длине диффузора, асимптотически стремясь к нулю на бесконечности длины диффузора. Для таких течений существуют автомодельные решения. При увеличении числа Рейнольдса симметричность течения относительно оси диффузора может нарушаться, оставаясь при этом стационарным, а при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса течение принимает нестационарный характер, переходя сначала в колебательный и затем в турбулентный режим.

Из-за наличия различных режимов течения и большого количества технических приложений диффузоров и многообразия гидродинамических явлений в них, задача по исследованию переходных режимов течения в диффузоре, не перестает быть актуальной и привлекает внимание ученых и инженеров до настоящего времени.

К настоящему времени существует большое количество теоретических и экспериментальных работ по решению задачи Джеффри – Гамеля и их обзоры можно найти в работах [3-7].

Постановка задачи

Рассматривается ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости течение между двумя плоскими стенками, наклонёнными друг к другу под небольшим углом, то есть течение Джеффри – Гамеля в плоском диффузоре (рис. 1). Целью данного численного моделирования является определение диапазонов существования симметричных и несимметричных стационарных течений и переход к нестационарному режиму.

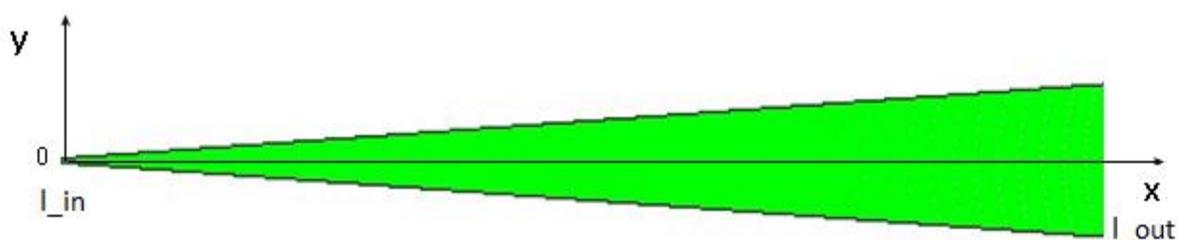


Рис. 1. Схема расчетной области и сетка для плоского диффузора с углом раствора $\beta = 4^\circ$ и длиной 0.495 метра

Геометрическая модель диффузора следующая: угол раствора диффузора равен $\beta = 4^\circ$, входная граница имеет форму дуги l_{in} (заключенной между точками на лучах на расстоянии $r_{in} = 0.005$ м от начала координат и точками с вертикальными координатами $y_{in} = \pm 0.00035$ м, где $r^2 = x^2 + y^2$), выходная граница имеет форму в виде дуги l_{out} (на расстоянии от начала координат $r_{out} = 0.5$ м и заключенной между точками $y_{out} = \pm 0.035$ м). Таким образом, длина диффузора составляет $L = r_{out} - r_{in} = 0.495$ м. Такая удлиненная геометрия была выбрана по двум причинам: во-первых, для того, чтобы исключить влияние на основное течение аппроксимации граничных условий на входной и выходной границах диффузора, а во-вторых, для того, чтобы проследить за изменением структуры течения по длине диффузора.

Моделирование задачи осуществляется на основе численного решения системы уравнений Навье – Стокса для несжимаемой вязкой жидкости

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \nabla) V = - \frac{\nabla P}{\rho} + \nu \Delta V$$

$$\text{div} V = 0, \tag{1}$$

где V – вектор скорости; P – давление; ρ – плотность; ν – коэффициент кинематической вязкости.

В качестве граничных условий, на входе в диффузор l_{in} (на расстоянии от начала координат $r_{in} = 0.005$ м), задан постоянный положительный расход Q , на выходе l_{out} (на расстоянии от начала координат $r_{out} = 0.5$ м) задано давление $P = 0$, на верхней и нижней границах для скорости ставится условие прилипания: $V = 0$. Начальные значения скорости и давления были нулевыми. Численные решения анализировались на стационарном или на установившемся колебательном режиме течения. Число Рейнольдса на входе в диффузор определено, как $Re = U_{in} l_{in} / \nu$, где l_{in} – длина дуги, а U_{in} – скорость на входе в диффузор, направленная по нормали к границе, соответствующая расходу Q .

Дискретизация двумерных уравнений Навье – Стокса осуществлялась методом контрольных объемов, второго и третьего порядка точности. На рис. 1 показана схема расчетной области и одна из используемых в данных расчетах, неравномерная, расчетная сетка с числом узлов не менее 10^5 , со сгущением около входной границы и продольных стенок диффузора.

Результаты численного моделирования

В работах [4,5] показано, что в диффузорах с углами раствора, меньшими 10° , бифуркационная картина течения практически не зависит от угла, поэтому в данной работе проведено численное исследование течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффу-

зоре с углом раствора равным $\beta=4^\circ$. Кроме этого, известно, что при малых углах коэффициент давления в диффузорах в зависимости от угла раствора уменьшается и минимален при угле, равном приблизительно $\beta=6^\circ$.

В данной работе рассмотрены течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре с небольшим углом раствора ($\beta=4^\circ$) и при разных числах Рейнольдса, соответствующих стационарным и нестационарным режимам течения. Были рассмотрены течения в диффузоре с постоянными значениями массового расхода Q в диапазоне от 0.0025 до 0.5 кг/сек - для воды и от 0.001 до 0.05 кг/сек – для воздуха, что соответствует диапазону чисел Рейнольдса $Re=U_{in}l_{in}/\nu$ от 2.5 до 2.8×10^3 (где U_{in} – скорость на входе в диффузор, направленная по нормали к границе, соответствующая расходу Q , а l_{in}, l_{out} – длины дуг входного и выходного отверстий диффузора). Параметры численных расчетов и тип наблюдаемого течения, полученного в результате численного моделирования, приведены в табл. 1.

В табл. 1 представлены некоторые результаты расчетов течений, как для воды (варианты № 1–7), так и для воздуха (№ 8–12) в плоском диффузоре с углом раствора $\beta=4^\circ$. В расчетах на входе в диффузор l_{in} задавался массовый расход Q в диапазоне от 0.0025 до 0.5 кг/сек для воды ($2.499 < Re < 499$) и Q от 0.001 до 0.05 кг/сек для воздуха ($55.9 < Re < 2794$).

В табл. 1 приняты следующие обозначения режимов течений: *ССТ* – стационарное симметричное течение; *СНТ* – стационарное несимметричное течение; *ННТ* – нестационарное несимметричное течение.

В работах [4,5] указывается на существование неединственных стационарных течений в диффузоре (конфузоре) и найдены критические значения углов раствора диффузора и чисел Рейнольдса перехода течения в диффузоре от одно-модового к двух и трех-модовому течением.

Таблица 1. Варианты расчетов и тип течений в диффузоре.

№ варианта	ρ , [kg/m ³]	μ , [kg/m sec]	Q , [kg/sec]	q , [kg/m ² sec]	V_{input} , [m/sec]	Re_{input}	Тип течения
1	998.2	0.001	0.1	287	0.287	99.7	<i>ССТ</i>
2	998.2	0.001	0.25	717	0.718	249	<i>ССТ</i>
3	998.2	0.001	0.3	860	0.861	299	<i>СНТ</i>
4	998.2	0.001	0.33	946	0.948	329	<i>СНТ</i>
5	998.2	0.001	0.35	1000	1.00	349	<i>СНТ</i>
6	998.2	0.001	0.4	1150	1.15	399	<i>ННТ</i>
7	998.2	0.001	0.5	1430	1.44	499	<i>ННТ</i>
8	1.225	0.0000179	0.004	11.5	9.36	224	<i>ССТ</i>
9	1.225	0.0000179	0.0048	13.8	11.2	268	<i>ССТ</i>
10	1.225	0.0000179	0.005	14.3	11.7	279	<i>СНТ</i>
11	1.225	0.0000179	0.0075	21.5	17.5	419	<i>ННТ</i>
12	1.225	0.0000179	0.01	28.7	23.4	559	<i>ННТ</i>
13	1.225	0.0000179	0.05	143	117	2794	<i>ННТ</i>

<i>ССТ</i> – стационарное симметричное течение	<i>СНТ</i> – стационарное несимметричное течение	<i>ННТ</i> – нестационарное несимметричное течение
--	--	--

В работах [4,5] указано, что при числе $Re^* = 18.8/\alpha$ (где α – угол раствора диффузора в радианах, $\alpha = \beta\pi/180$) происходит переход к несимметричному характеру течения. Для угла в 4° это критическое число равно $Re^* = 269$. В данных работах при решении задачи Джеффри–Гамеля принято предположение о стационарном радиальном характере течения (об отсутствии азимутальной составляющей вектора скорости). В работах [4,5] говорится о существовании несимметричных мод при определенных числах Рейнольдса, но не указываются механизмы их взаимодействия и перехода от одно-модового течения к много-модовому, а также к нестационарному режиму. Следует отметить, что с увеличением угла раствора диффузора значения критических чисел Рейнольдса, соответствующих переходам течения вязкой жидкости от симметричного к несимметричному и к нестационарным режимам уменьшаются.

Стационарные симметричные течения

Численные результаты показали, что для рассмотренных вариантов расчетов, указанных в табл. 1, при небольших постоянных расходах Q , вплоть до чисел Рейнольдса $Re = 268$, рассчитанное течение вязкой несжимаемой жидкости в диффузоре имеет стационарный характер с симметричным профилем скорости. Это хорошо согласуется с критическим числом Рейнольдса $Re^* = 269$ (для угла $\beta = 4^\circ$), найденным в работах [4,5].

На рис. 2 представлены изолинии горизонтальной компоненты скорости. Результаты численного моделирования показали, что для данного числа Рейнольдса (и меньших значений) при $\beta = 4^\circ$ течение стационарно и симметрично относительно горизонтальной плоскости $y = 0$.

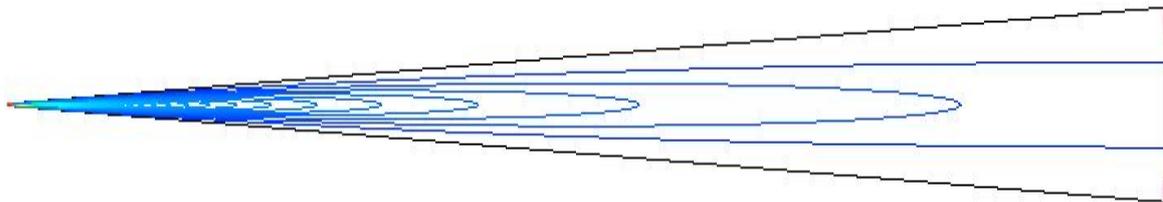


Рис. 2. Изолинии горизонтальной компоненты вектора скорости $Re = 268$

В данной работе приняты следующие обозначения безразмерных величин: $y_dimless = y/r \sin(\beta/2)$, $Vx_dimless = Vx/Vx_{in}$, $Vy_dimless = Vy/Vx_{in}$, где Vx_{in} – скорость на входе в диффузор.

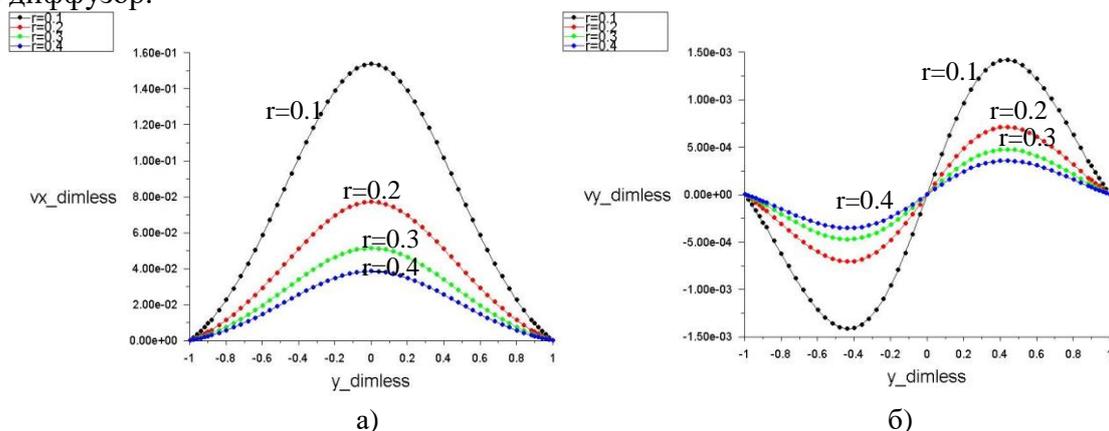


Рис. 3. Безразмерные профили горизонтальных (а) и вертикальных (б) компонент вектора скорости для $Re = 268$ (в сечениях: $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м)

На рис. 3 показаны безразмерные профили компонент вектора скорости для $Re = 268$ в четырех вертикальных сечениях: $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м.

Максимальные значения скорости в вертикальных сечениях уменьшаются с увеличением r . Из симметричности данных профилей скоростей также можно судить о симметричности течения при данном значении числа Рейнольдса. Для симметричного режима течения профили скоростей, представленные на рис. 3, хорошо согласуются с результатами работ [4,5].

Стационарные несимметричные течения

Результаты расчетов стационарных несимметричных течений представлены на рис. 4 и рис. 5. Эти результаты подтверждают то, что при $Re > Re^*$ происходит нарушение симметрии в структуре течения, кроме этого у стенок образуются вихревые структуры с возвратными течениями, как это известно из литературы. Численные расчеты показали, что при увеличении значения числа Рейнольдса выше критического $Re > 269$ (см. табл. 1) происходит срыв пограничного слоя и на определенном расстоянии от входа в диффузор, вблизи продольных стенок диффузора формируются слабые вторичные возвратные течения. В данных областях вектор скорости меняет направление, возникают дополнительные составляющие у азимутальных компонент скорости, нарушающие симметрию потока, заданную на входе в диффузор (во всех расчетах на входе в диффузор задавался постоянный поток по нормали к дуге l_{in}). По длине диффузора структура течения изменяется, перестраиваясь от одно-модового к много-модовому несимметричному течению (рис. 5), о наличии которых говорилось в работах [4,5]. Данное течение может оставаться стационарным до определенного критического значения числа Рейнольдса, зависящего от угла раствора диффузора. Численные расчеты показали, что течение в диффузоре перестает быть симметричным, оставаясь стационарным в узком диапазоне чисел Рейнольдса $299 > Re > 279$. В данном диапазоне чисел Рейнольдса результаты данных расчетов качественно согласуются с аналитическими решениями работы [4,5].

На рис. 4 представлены стационарные изолинии горизонтальной компоненты для числа Рейнольдса $Re = 279$ из которого видно нарушение симметрии течения. Расчет проводился по нестационарным уравнениям и скорости течения по времени (в диапазоне чисел Рейнольдса от $Re = 279$ до $Re = 299$), начиная в начальный момент движения с нулевых значений скорости, достигают стационарных значений и остаются неизменными во времени, при этом сохраняется несимметричность потока. На стенках диффузора существуют участки с очень слабыми вторичными возвратными вихрями (рис. 4). Об асимметрии течения нагляднее говорят профили компонент вектора скорости, изображенные на рис. 5 для различных поперечных сечений ($r = 0.1, 0.2, 0.3$ и 0.4 м) для числа Рейнольдса $Re = 279$. Следует отметить, что изменение направления вектора скорости происходит в основном только в пристеночных областях и вдали от входа в диффузор (рис. 4). Численные результаты подтверждают существование стационарных несимметричных мод течения, на что указывалось в работах [4,5].

На рис. 5 показаны безразмерные профили компонент вектора скорости для воздуха $Re = 279$ и для воды $Re = 299$ в четырех вертикальных сечениях: $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м. Данные профили не изменяются во времени, хотя не являются симметричными. Данные результаты говорят о существовании стационарных несимметричных течений в диффузоре при указанных числах Рейнольдса. Методические расчёты на разных сетках показали, что недостаточная сеточная аппроксимация, а также несимметричность и нестационарность профиля скорости (расхода) на входе в диффузор влияют на характер течения и на критиче-

ское число Рейнольдса. Также известно, что введение осциллиций скорости по времени на входной границе в диффузор может переводить несимметричные течения в симметричные течения.

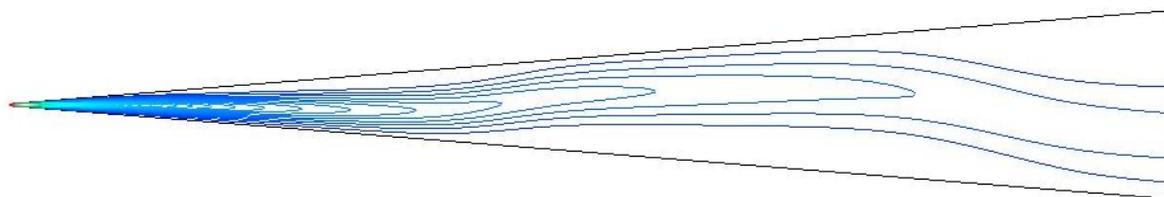


Рис. 4. Изолинии горизонтальной компоненты скорости $Re = 279$

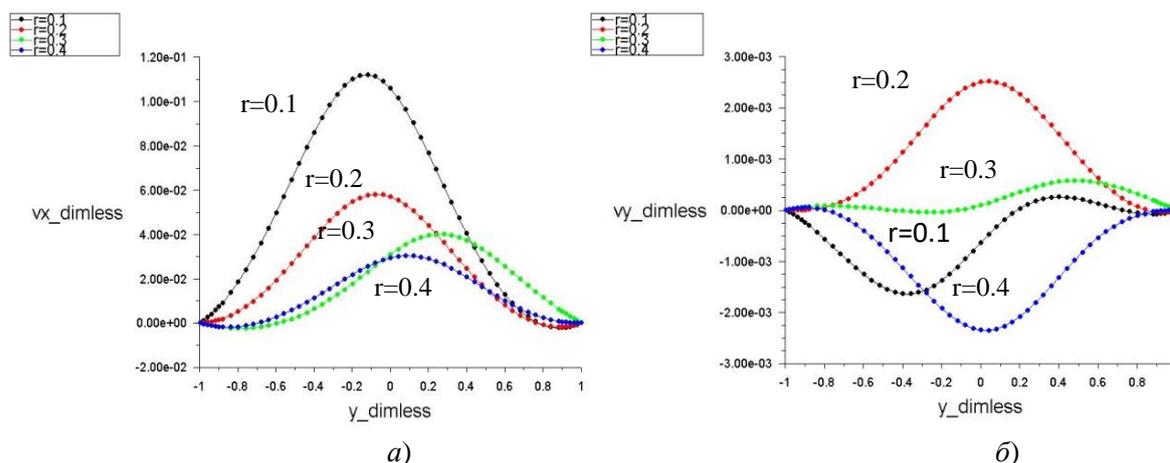


Рис. 5. Безразмерные профили горизонтальных (а) и вертикальных (б) компонент вектора скорости для $Re = 279$ (в сечениях: $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м)

Нестационарные несимметричные течения

С увеличением числа Рейнольдса ($Re > 299$) интенсивность вихревых вторичных пристеночных течений возрастает, картина их расположения в продольном направлении образует "шахматную" структуру, а основное течение представляет собой струю, перемежающуюся между твердыми продольными стенками диффузора. При увеличении числа Рейнольдса стационарные течения в диффузоре теряют устойчивость и переходят в колебательный режим течения, характеристики которого меняются по длине диффузора. Перемежающаяся структура течения в диффузоре носит случайный характер отклонения потока от симметричного и временные периоды смены направления потока на порядки больше турбулентных времен и не являются следствием турбулентности. Данные численные расчеты указывают на границы существования стационарного и нестационарного режимов. На рис. 6–11 показаны результаты численных расчетов для нестационарных режимов несимметричного течения вязкой жидкости в диффузоре при числе Рейнольдса от $Re = 559$.

При $Re > 299$ основные характеристики течения изменяются, как по пространству (вдоль и поперек диффузора), так и во времени. Шахматная перемежаемая структура течения со временем начинает медленно изменяться при числах Рейнольдса $Re > 559$.

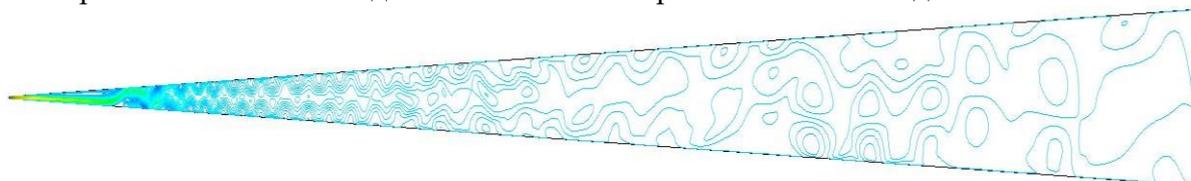


Рис. 6. Изолинии горизонтальной компоненты для числа Рейнольдса: $Re = 559$

На рис. 7 представлены мгновенные профили компонент вектора скорости в различных вертикальных сечениях ($r = 0.1, 0.2, 0.3$ и 0.4 м) и для числа Рейнольдса: $Re = 559$. Профили компонент скорости указывают на существенную асимметричность течения при данных числах Рейнольдса.

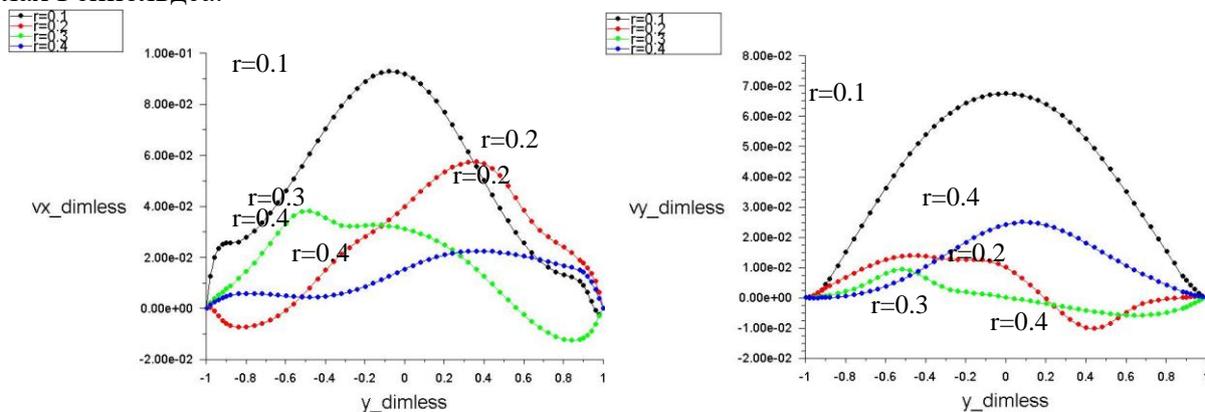


Рис. 7. Мгновенные безразмерные профили горизонтальной (слева) и вертикальной (справа) компонент вектора скорости для разных вертикальных сечений ($r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м) для числа Рейнольдса $Re = 559$

Расчеты подтверждают, что интенсивность течения по длине диффузора уменьшается, то есть, явно выраженная на начальном участке диффузора струя основного течения, почти исчезает на конечном участке, так как за счет расширения диффузора кинетическая энергия потока преобразуется в увеличение статического давления.

Кроме изменения характера течения по длине диффузора, структура течения при $Re \geq 419$ меняется и со временем. Изменения структуры течения происходят следующим образом. С течением времени основное течение (струя) на начальном участке диффузора начинает медленно менять своё положение относительно оси диффузора и как следствие этого, структура течения во всей области диффузора также периодически изменяется во времени. Основное течение, как бы прижимается к одной из стенок диффузора и на начальном участке диффузора становится практически параллельным верхней или нижней стенке диффузора. Отметим, что длина участков параллельного течения вдоль верхней или нижней стенки диффузора уменьшается с увеличением числа Рейнольдса. Расчеты показали, что частота перемежаемости основного течения зависит от величины числа Рейнольдса и уменьшается к выходному участку диффузора

Средние амплитуды и частоты осцилляций скорости по времени в разных поперечных сечениях диффузора имеют разные значения, и изменяются по длине диффузора. На рис. 8 для $Re = 559$ показаны зависимости от времени средних значений компонент вектора скорости для четырех вертикальных сечений ($x = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м). Эти зависимости показывают, что для данных чисел Рейнольдса ($Re = 559$) в каждом сечении диффузора осцилляции скорости имеют свои частоты и амплитуды, причем с увеличением продольной координаты частота и амплитуда колебаний средней скорости в поперечном сечении уменьшаются, как следствие расширения диффузора и уменьшения модуля средней продольной скорости.

Средние значения горизонтальных компонент вектора скорости уменьшаются с удалением от входа в диффузор, которые со временем осциллируют около средних (по времени) значений, соответствующих каждому вертикальному сечению (рис. 8, а). Средние значения вертикальных компонент вектора скорости также уменьшаются с удалением от входа в диффузор и осциллируют около нулевого значения, меняя знак (рис. 8, б). На рис. 8 представлены средние скорости на квазистационарном режиме течения и исключены начальные

по времени переходные участки. Амплитуды и частоты колебаний скорости уменьшаются с удалением от входа в диффузор.

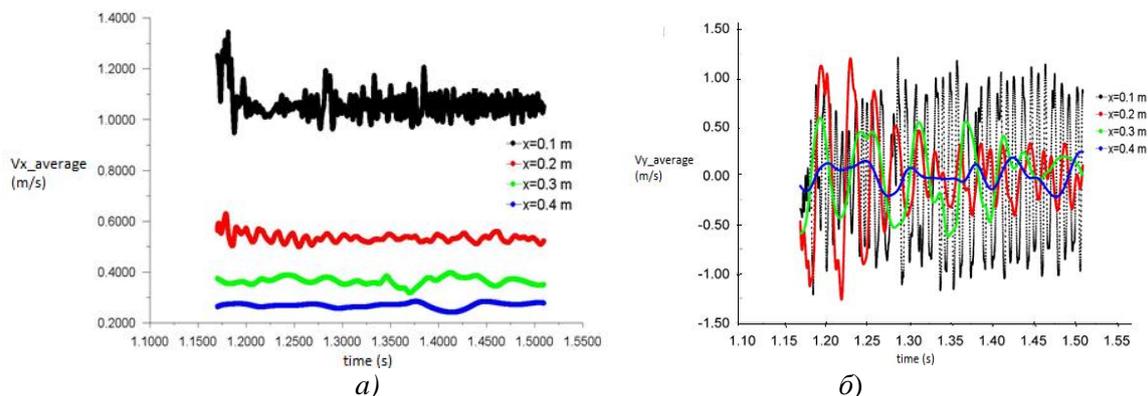


Рис. 8. Зависимости от времени средних значений горизонтальных V_x (а) и вертикальных V_y (б) компонент вектора скорости при числе Рейнольдса $Re = 559$ (воздух) в четырех вертикальных сечениях: $x = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м

Выводы

Численно показано существование симметричных и несимметричных стационарных режимов течения. Для нестационарных режимов течения показана перемежаемость структуры течения и изменение осцилляций скорости течения по длине диффузора.

Указаны диапазоны чисел Рейнольдса для симметричных и стационарных режимов течения в диффузоре для плоского диффузора с углом раствора 4° .

Результаты могут быть использованы для качественной оценки характера течения при числах Рейнольдса $0 < Re < 2.8 \times 10^3$ в узких диффузорах и верификации CFD кодов.

Литература

1. Jeffery G.B. The two-dimensional steady motion of a viscous fluid. / G.B. Jeffery // - Phil. Mag. 1915. - Ser.6. - V29. -№ 172. -P. 455–465.
2. Hamel G. Spiralförmige Bewegungen zäher Flüssigkeiten. / G. Hamel // -Jahres her. Deutsch. Math. -Ver. 1917. -Bd 25. -S. 34–60.
3. Пухначев В.В. Симметрии в уравнениях Навье-Стокса, / В.В. Пухначев // Успехи механики, - 2006, -Т. 4, - № 1, - С. 6–76.
4. Акуленко Л.Д. Регулярно продолжаемые по числу Рейнольдса решения задачи Джеффери–Гамеля. / Л.Д. Акуленко, Д.В.Георгиевский, С.А. Кумакшев //Иzv. РАН. МЖГ. -2004. -№ 1. -С. 15–32.
5. Akulenko L.D. Bifurcation of multimode flows of a viscous fluid in a plane diverging channel. / L.D. Akulenko, S.A. Kumakshev. // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. - 2008. -V. 72. -P. 296–302.
6. Федюшкин А.И. Течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре: переход от симметричного к несимметричному и от стационарного к нестационарным режимам течения. / А.И. Федюшкин. - Препринт № 1075, -М.: ИПМех РАН, 2014, - 42 с.
7. Федюшкин А.И. Переход течений вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре от симметричного к несимметричному и к нестационарному режимам. / А.И. Федюшкин. - Рецензируемый электронный журнал «Физико-химическая кинетика в газовой динамике». ISSN 1991-6396. 2016 Т.17(X). - 21стр. – Режим доступа: <http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-3/articles/638/>

Информация об авторе: Федюшкин Алексей Иванович – к.ф.-м.н, с.н.с., Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 119526, Москва, Россия, тел.:+7 (495) 4333497, E-mail fai@ipmnet.ru