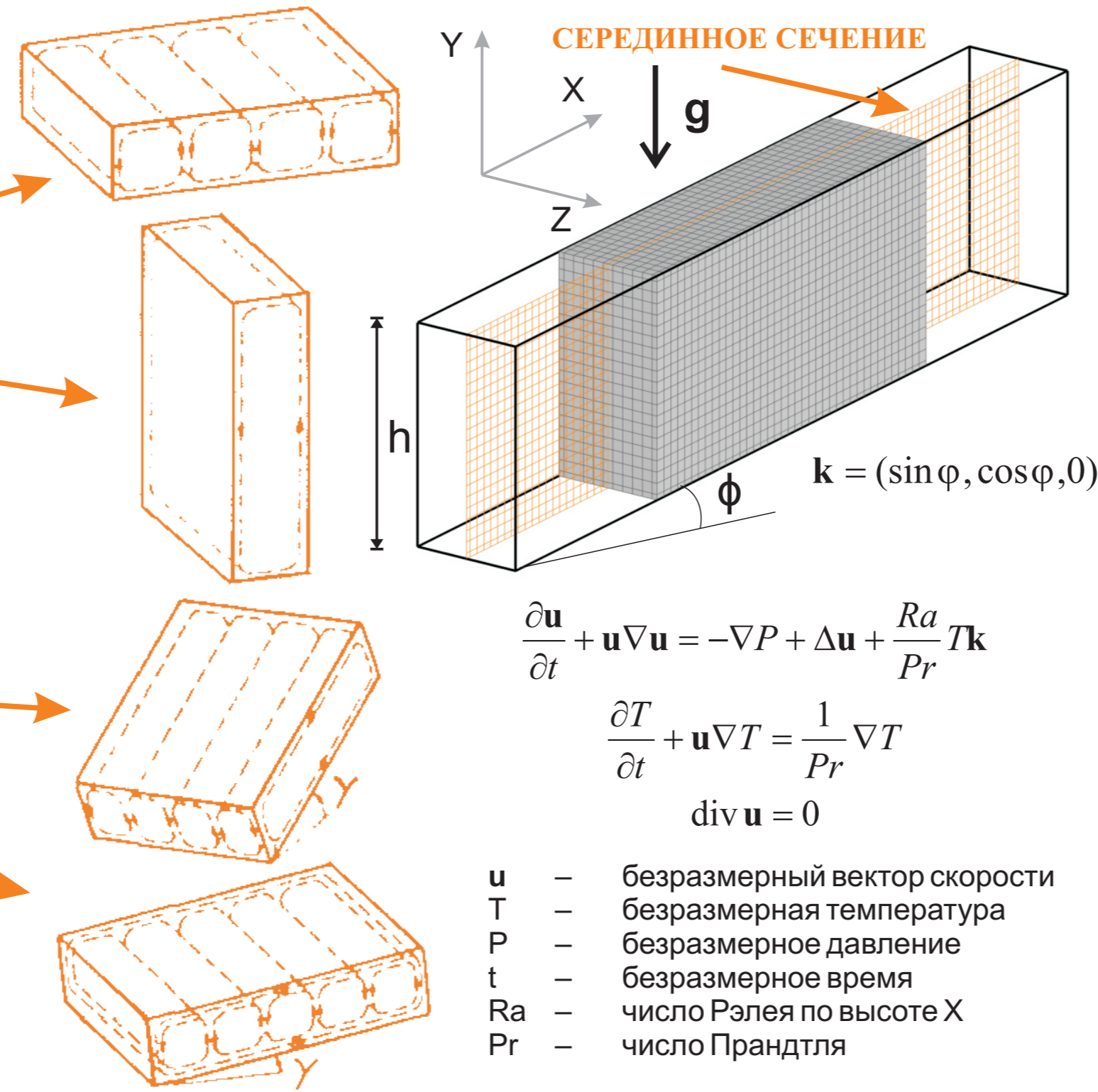


# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА И БИФУРКАЦИЙ ТРЕХМЕРНЫХ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ В НАКЛОННОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

## Введение

Интенсивное исследование конвекции в ограниченных наклонных слоях прямоугольной формы началось в 70-х годах с работы Харта [1]. В таких задачах конвекция обусловлена двумя механизмами. Один вызван **НЕУСТОЙЧИВЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ** механического равновесия в случае горизонтального расположения слоя, подогреваемого снизу, а другой - **ОТСУТСТВИЕМ РАВНОВЕСИЯ** при вертикальном расположении, подогреваемого сбоку. Гершуни и Жуховицкий [2] аналитически предсказали возникновение в бесконечном горизонтальном слое вихревых валиковых структур и исследовали их устойчивость относительно пространственных возмущений в наклонном слое. Клевер [3] показал, что изменением масштаба можно из решения в бесконечном горизонтальном слое получить решение в наклонном. В ограниченном слое появляется влияние боковых стенок, под действием которых конвективные валиковые структуры выстраиваются как правило вдоль короткой стенки и в случае наклона длинной стороны называются поперечными (сам слой называют при этом **ПРОДОЛЬНЫМ**). В случае наклона короткой стороны слоя валики называются **продольными** (а слой **ПОПЕРЕЧНЫМ**). К середине 80-х годов получен ряд формул [4] для расчета интенсивности теплообмена в поперечных слоях для различного диапазона углов и построены карты устойчивости течений с учетом граничных стенок [5]. В большинстве работ исследования конвекции проводились в поперечных слоях. Экспериментальное исследование продольных слоев было выполнено в [6], а его численная реализация дана в [7]. Ни одна из работ не содержала описание эффекта гистерезиса, отчетливо проявляющегося в плоском течении [8,9]. Настоящая работа на основе прямого численного моделирования изучает этот эффект, который возникает в продольных слоях.



$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} = -\nabla P + \Delta \mathbf{u} + \frac{Ra}{Pr} \mathbf{T} \mathbf{k}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla T = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T$$

$$\text{div } \mathbf{u} = 0$$

$\mathbf{u}$  – безразмерный вектор скорости  
 $T$  – безразмерная температура  
 $P$  – безразмерное давление  
 $t$  – безразмерное время  
 $Ra$  – число Рэлея по высоте  $X$   
 $Pr$  – число Прандтля

## Мотивация

Помимо немногочисленных исследований в продольных слоях существует ряд обстоятельств, связанных с ограничениями проведенных исследований, которые заставляют вернуться к задаче о конвекции в наклонных поперечных слоях:

- улучшение экспериментальных установок, требующее нового анализа проблемы [10];
- улучшение вычислительных возможностей современных компьютеров;
- анализ задачи для большего числа сред, в том числе наножидкостей;
- уменьшение величины шага по углу [10].

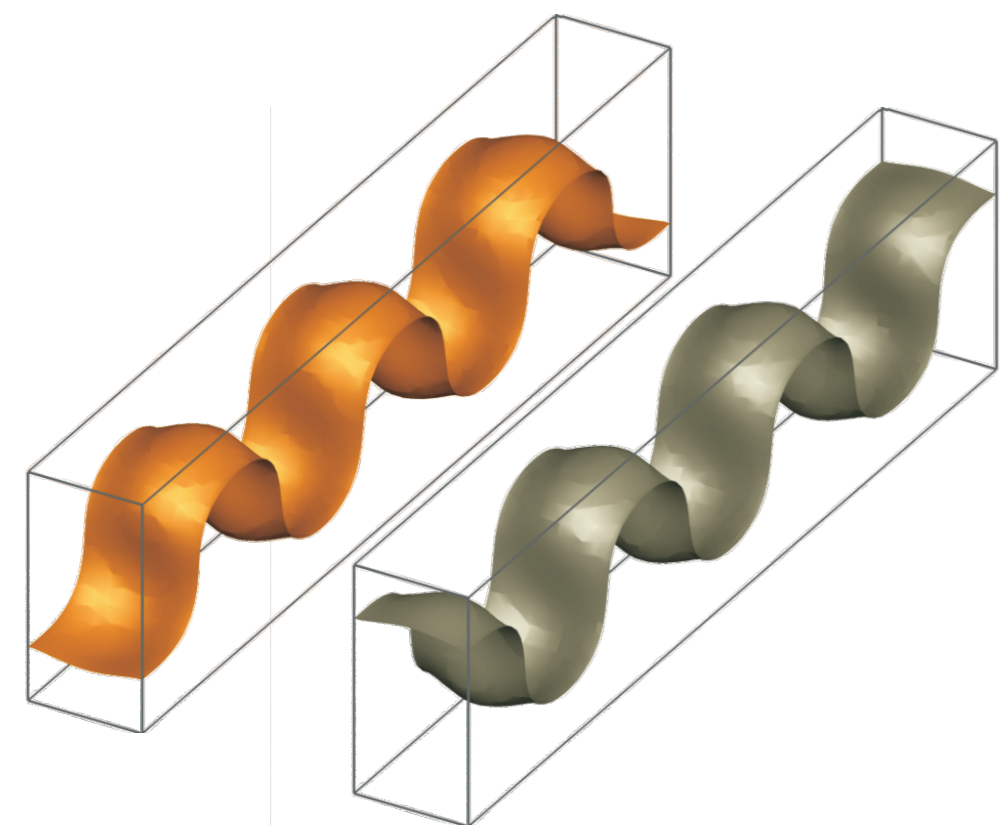
## Описание задачи

Решается задача естественной конвекции в 3-мерной прямоугольной ячейке с отношением сторон  $4 \times 1 \times 0,5$  с нагретой нижней стенкой и охлаждаемой верхней. Все боковые стороны теплоизолированы. Угол наклона ячейки к горизонту меняется от  $0^\circ$  (нагрев снизу) до  $90^\circ$  (боковой подвод тепла). Шаг по углу составляет  $1^\circ$ . Определяющим масштабом длины является  $h=1$ . Расчеты проведены для:  $Pr=0,71$ ,  $Ra=10^4-10^5$ .

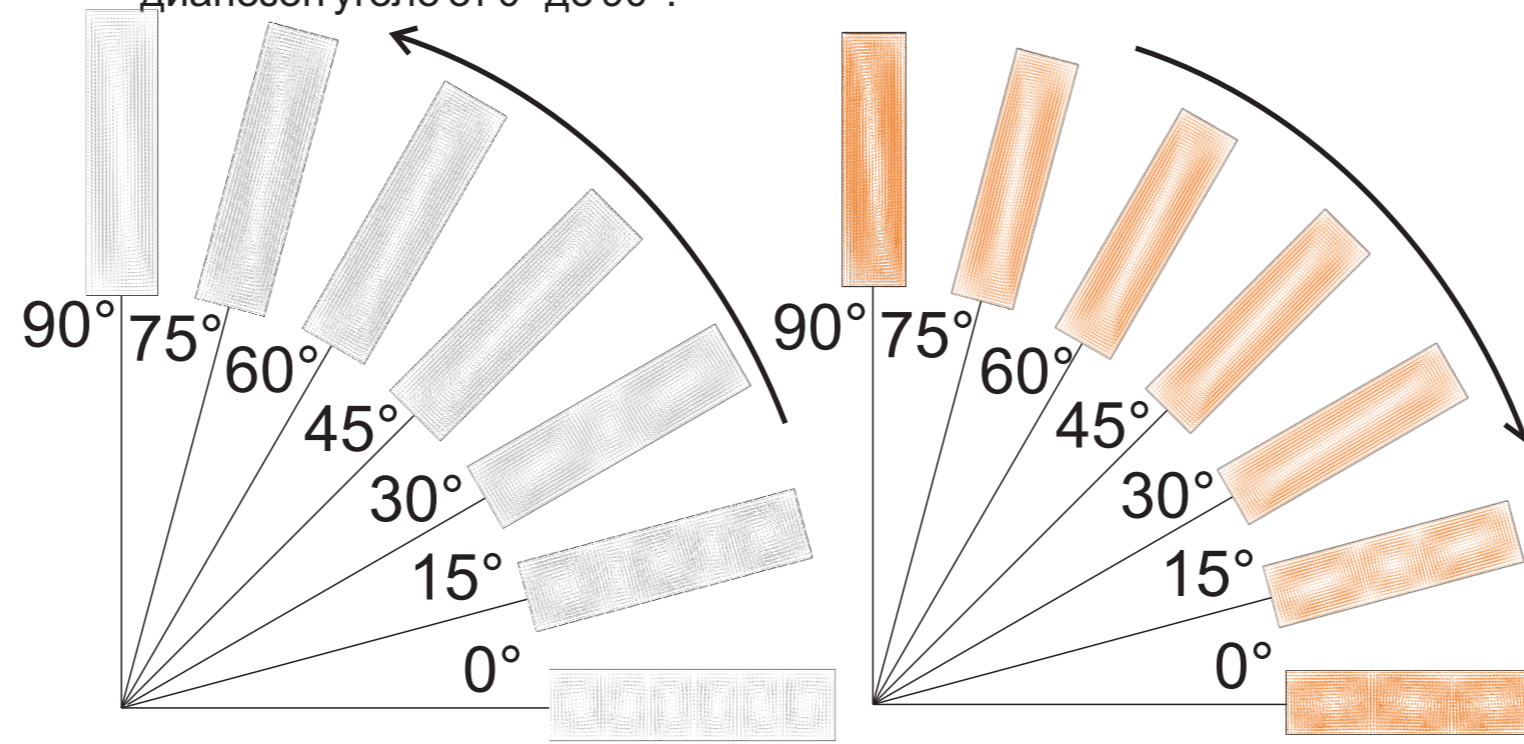
## Методика решения

3-мерные безразмерные уравнения конвекции в приближении Буссинеска решаются методом конечных разностей со вторым порядком точности по пространственным переменным и третьим порядком точности по времени. Шаг по времени выбирается автоматически. Подробное описание численной схемы представлено в работе [6]. Тестирование данной схемы для поставленной задачи проведено в работе [7]. Задача решается на равномерной сетке  $80 \times 20 \times 10$ , что достаточно для качественного изучения явления гистерезиса и бифуркаций.

**1** Примером течения гистерезисного типа может служить конвекция Рэлея-Бенара, структура которой в ограниченной области пространства зависит от начальных условий задачи. Ниже построены изоповерхности безразмерной температуры равной 0,5 для нулевых и единичных начальных условий, накладываемых на температуру. В обоих случаях поверхность симметрична относительно плоскости срединного сечения. Именно сечение в этой плоскости и дает квази-двумерную картину конвективных структур.

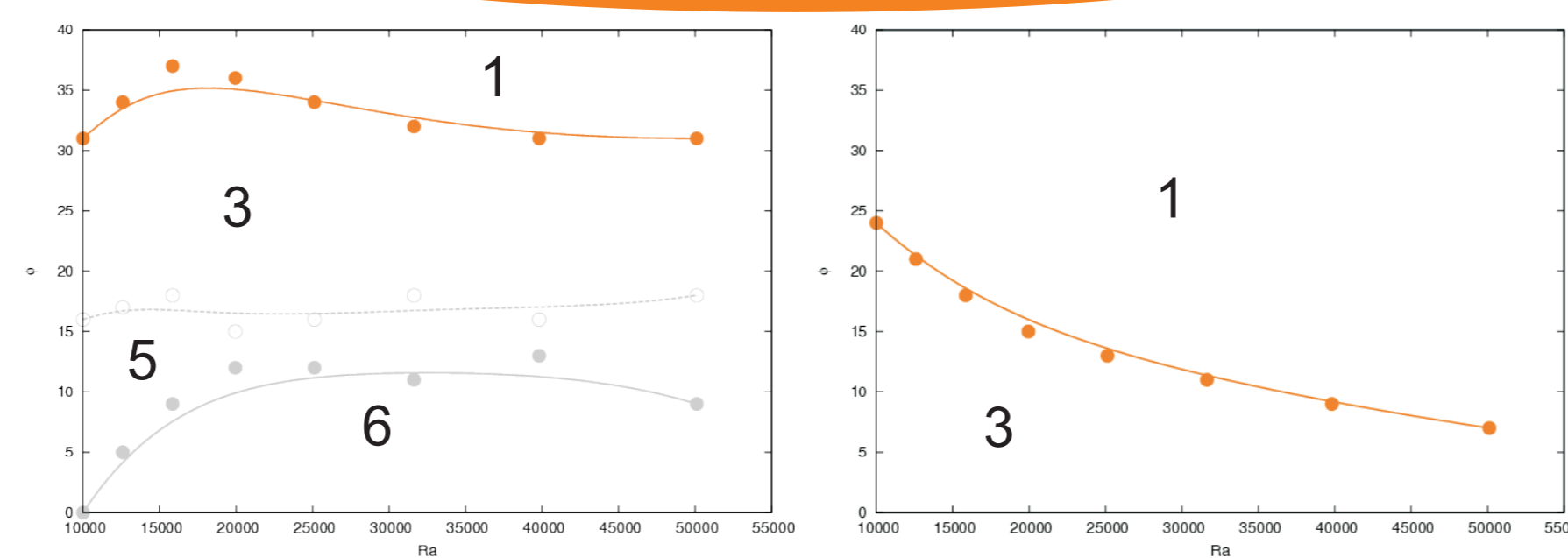
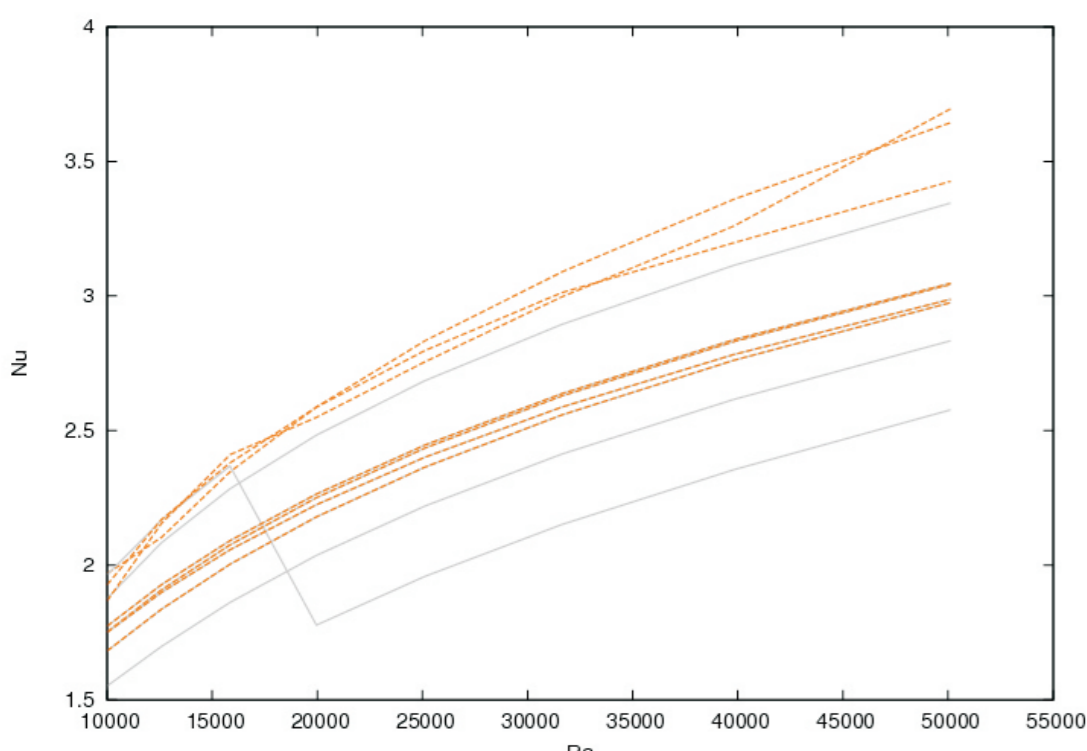


**2** Для наглядного представления структуры течения ниже изображены изолинии функции тока в срединном сечении при двух сценариях расчета. Первый осуществлялся из горизонтального положения слоя путем поворота против часовой стрелки с увеличением угла наклона на  $1^\circ$  до наступления стационарного режима конвекции. Стационар фиксировался по неизменному значению среднего числа Нуссельта на горячей стенке в течении 1 единицы безразмерного времени. Второй проводился из вертикального положения слоя с уменьшением угла наклона на  $1^\circ$ . Таким образом, пробежался весь диапазон углов от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ .

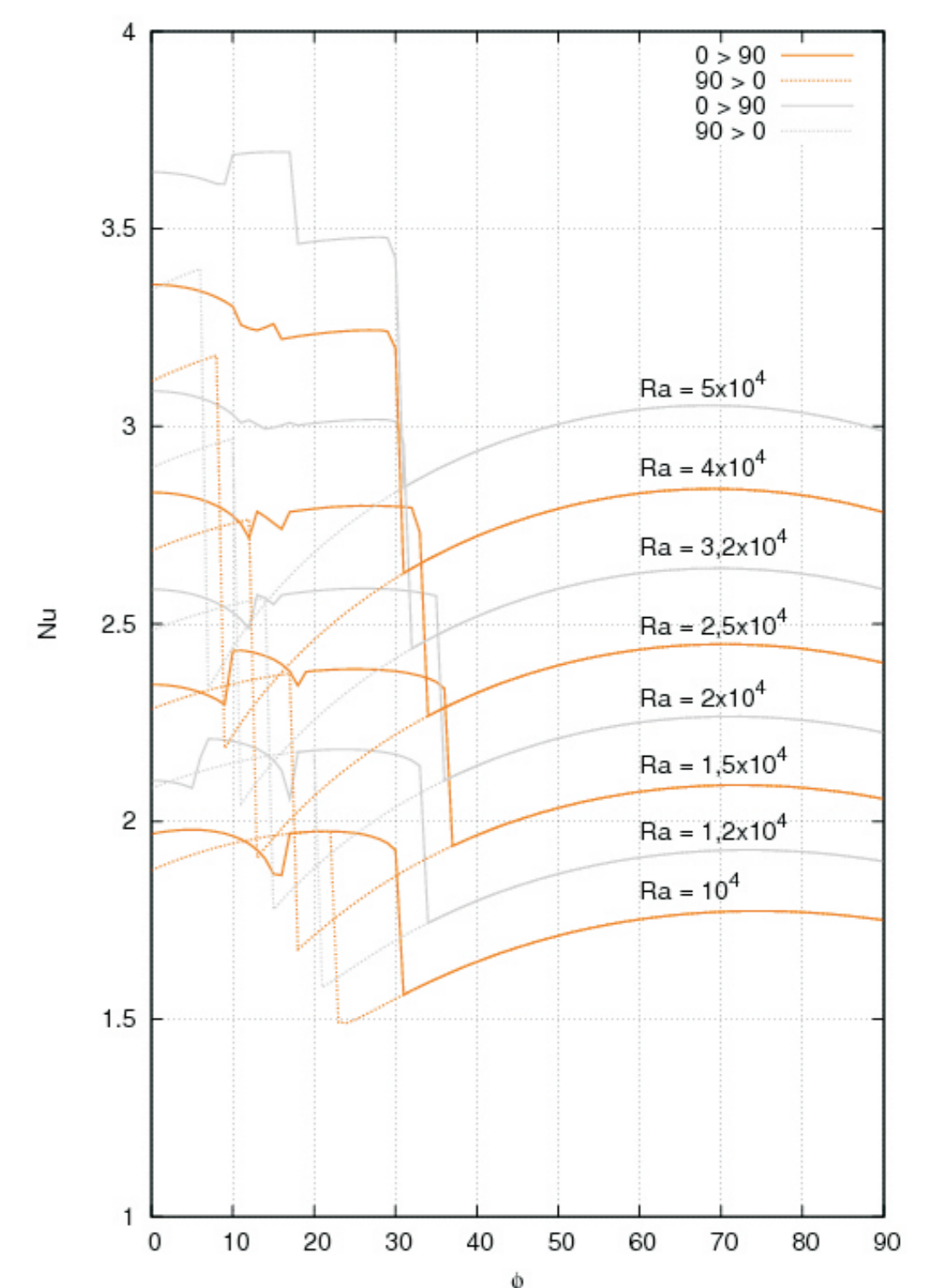


## ГИСТЕРЕЗИС

свойство конвективного течения, которое устанавливает зависимость бифуркаций от текущего конвективного режима



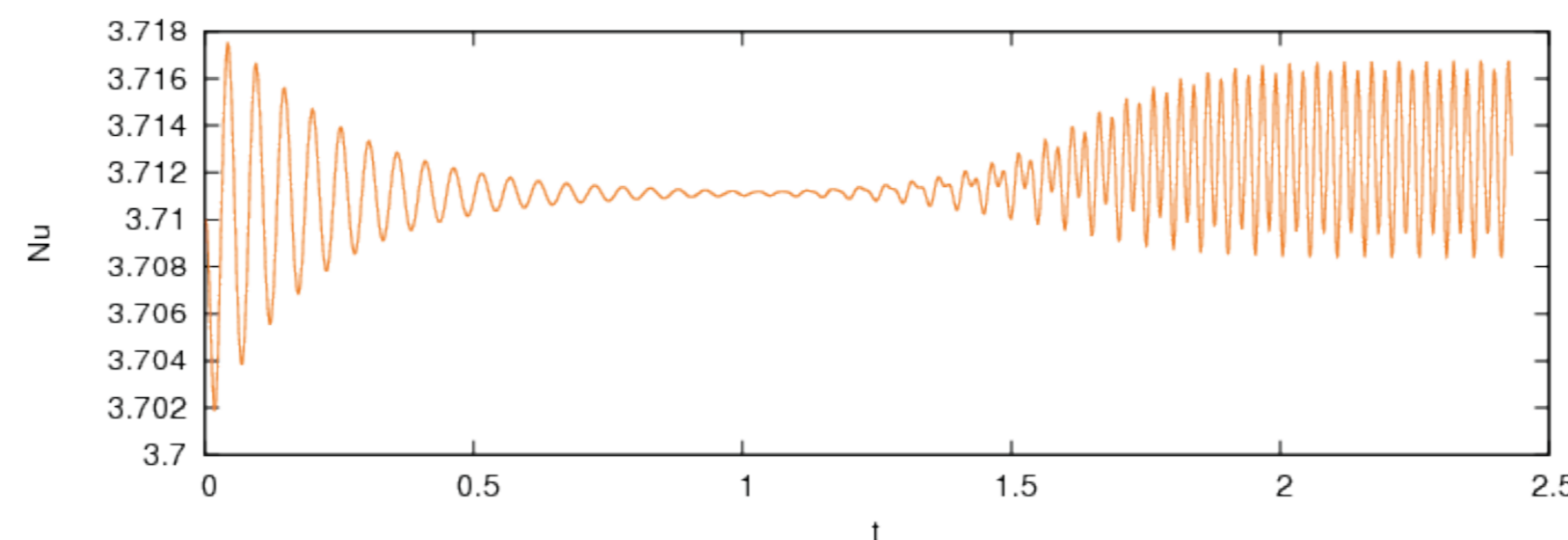
**3** Различие образующихся структур неминуемо приводит к изменению теплообменных характеристик. Наличие нескольких локальных минимумов, как и в случае «поперечных» ячеек (где наблюдается один минимум), указывает на превалирование одной формы движения (либо медленное ползущее, либо ячейковое) над другой, а не суперпозиция таковых. Причем изменение среднего числа Нуссельта происходит не плавным, а скачком, что указывает на наличие порогового значения угла наклона бифуркации, чего не было для поперечных слоев. Таким образом в случае превалирования одной формы течения над другой в окрестности этого угла происходит борьба двух механизмов, более устойчивым из которых оказывается подъемно-опускной.



Расчетные формулы, полученные для «поперечных» слоев уже не могут быть получены простым поворотом слоя в экспериментальных установках, поскольку для каждого угла наклона мы имеем два, а вероятнее всего и бесконечно много кривых интенсивности теплообмена, зависящих от начальных условий. Для характеристики теплообмена необходимо, в таком случае, установить максимальное и минимальное значения в которых колеблется соответствующая величина, а также «пути» (сценарии эксперимента) достижения этих значений. Кроме того, вследствие резкого изменения конвективного режима теряется гладкость и для функции среднего числа Нуссельта в зависимости от числа Рэлея. Это хорошо видно для угла в  $15^\circ$  градусов на графике.

**4**

Слева изображена карта режимов при увеличении угла наклона, справа - при уменьшении. Цифрами обозначено количество ячеек, а точками моменты бифуркаций. Эти моменты отличаются при разном сценарии поворота слоя. Отсюда следует, что анализ устойчивости стационарного течения требует учета начальных условий.



**5**

В некоторых ситуациях переход между режимами приводил к появлению периодических колебаний среднего числа Нуссельта, что является следствием колебательного режима конвекции. Из-за большой амплитуды колебаний (порядка 0,15 по числу Нуссельта) данное обстоятельство вряд ли можно считать следствием численной схемы, что тем не менее нуждается в дополнительной проверке. На графике слева показан наглядный пример «борьбы» двух режимов при увеличении угла с  $23^\circ$  до  $24^\circ$  при  $Ra=63000$ .

**6**

## Заключение

Методом прямого численного моделирования произведены расчеты пространственных конвективных течений в наклонном замкнутом слое прямоугольной формы. Работу отличает малый шаг изменения угла наклона слоя, равный  $1^\circ$ . Получены картины течений и характеристики теплообмена. Обнаружены течения гистерезисного типа, что не наблюдалось в экспериментах с поперечными слоями. Найдены точки бифуркаций конвективных потоков, на основе которых построена карта режимов. Показана зависимость интенсивности теплообмена от предыстории потока. Замечена разница в резкой смене характера режима течения, обусловленная сменой конвективных структур в отличие от плавного перехода в поперечных слоях. Обнаружены колебательные режимы конвекции на границе смены режимов. В работе не исследовалось влияние ограничивающих стенок, определяющих режим конвекции, вызывающих сложную пространственную траекторию движения частиц, а также влияние удлинения слоя.

Автор работы выражает благодарность Вадиму Ивановичу Полежаеву за тематические замечания и Николаю Васильевичу Никитину за консультацию по методике расчетов. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 12-08-000034).

## Литература

1. J.E. Hart. Stability of the flow in a differentially heated inclined box // J. Fluid Mech. 47, 547-576 (1971).
2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1989. 320 с.
3. Клевер. Продольные вихри в наклонном слое жидкости при конечной амплитуде возмущений // Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. С. Теплопередача, 1973, т.95, №3.
4. H. Inaba. Experimental study of natural convection in an inclined air layer // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1984. V.27(8). p. 1127-1139.
5. K. R. Kirchartz, N. Oertel Jr. Three-dimensional thermal cellular convection in rectangular boxes // Journal of Fluid Mechanics, 192:249-286, July 1988.
6. Симонс, Пек. Теплоотдача при свободной конвекции через наклонные продольные щели // Теплопередача, 106(4), 1984, 131-137.
7. Q. Yang, K.T. Yang, J.R. Lloyd. Flow transition in laminar buoyant flow in a three-dimensional tilted rectangular enclosure // Proc. 8th Int. Heat Transfer Co&S San Francisco; California, Vol. 4, pp. 1495-1500 (1986).

8. Soong C.Y., Tzeng P.Y., Chiang D.C., Sheu T.S. Numerical study on mode-transition of natural convection in differentially heated inclined enclosures // Int J Heat Transfer 1996;39(14):2869-82.
9. Д.Е. Пивоваров, В.И. Полежаев. Структуры течения и особенности теплообмена при свободной конвекции в наклонных слоях // Труды XVII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в аэрокосмических технологиях». 25-29 мая 2009 г., г. Жуковский. В 2 томах. – М.: Издательский дом МЭИ, 2009. т.2 с.113-116.
10. K.E. Daniels, B.B. Plapp, E. Bodenschatz. Pattern formation in inclined layer convection // Physical Review Letters, 84:5320-5323, June 5 2000.
11. N. Nikitin. Finite-difference method for incompressible Navier-Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // Journal of Computational Physics. 2006. V.217(2). p.759-781.
12. Д.Е. Пивоваров. Моделирование трехмерных внутренних конвективных течений // Проблемы газодинамики и теплообмена в новых энергетических технологиях: Тезисы докладов XVIII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (23-27 мая 2011 г., Звенигород). – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. –424 с.