Абелевская премия 2009 как понуждение к дискуссии о геометрии, или физик против геометров.

Ю.А.Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: *http://rsfq1.physics.sunysb.edu/~rylov/yrylov.htm*
or mirror Web site: *http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/~rylov/yrylov.htm*

Аннотация

Современные геометры не признают неаксиоматизируемых геометрий. Это означает, что наши знания геометрии убоги. Совершенное знание геометрии важно для "потребителей геометрии" (физиков, имеющих дело с геометрией в микромире), потому что убогое знание геометрии вынуждает физиков отказаться от ортодоксальной геометрической парадигмы и использовать квантовую парадигму, которая является подгонкой, компенсирующей наше несовершенное знание геометрии.

Ситуация в геометрии, когда мы знаем только ничтожную часть геометрий, пригодных для описания пространства-времени, следует квалифицировать как *убогое знание геометрии.* Всякая геометрия представляет собой континуальное множество высказываний о свойствах геометрических объектов. Геометрия аксиоматизируема, если все континуальное множество высказываний может быть выведено из конечного множества базовых высказываний (аксиом) с помощью правил формальной логики. Мы знаем только аксиоматизируемые геометрии, потому что мы не умеем построить неаксиоматизируемые геометрии. Однако наша неспособность построить неаксиоматизируемые геометрии не означает, что неаксиоматизируемых геометрий не существует.

Недавно был предложен метод построения физических геометрий, т.е. геометрий описываемых в терминах и только в терминах мировой функции [1, 2, 3]. (Мировая функция $\sigma(P,Q) = \frac{1}{2}\rho^2(P,Q)$, где $\rho(P,Q)$ представляет собой расстояние между точками P и Q). Такой подход к геометрии, когда геометрия полностью описывается расстоянием, лучше согласуется с нашими представлениями, что геометрия есть наука о расположении геометрических объектов, чем с традиционными представлениями, когда геометрия представляет собой просто логическое построение.

Физические геометрии как правило неаксиоматизируемы, потому что в физических геометриях отношение эквивалентности, вообще говоря интранзитивно. Отношение эквивалентности всегда транзитивно в аксиоматизируемых геометриях, и геометрии с интранзитивным отношением эквивалентности не могут быть аксиоматизируемыми.

Почти все современные геометры не признают физические геометрии. Насколько я понимаю, причина этого очень проста. Построение физической геометрии не содержит ссылки на средства построения геометрии, которые характерны для аксиоматизируемой геометрии (многообразие, линейное векторное пространство, система координат, размерность, непрерывность). Физическая геометрия формулируется в терминах точек и расстояния (мировой функции) между ними. Физическая геометрия формулируется единообразно на произвольном множестве точек (непрерывном или дискретном, с безграничной делимостью или с ограниченной делимостью). Использование физической геометрии является естественным и разумным, если геометрия рассматривается как наука о расположении геометрических объектов. Однако современные геометры рассматривают средства описания геометрии как необходимые атрибуты геометрии. Они не могут себе представить геометрию без таких атрибутов как линейное векторное пространство. Они рассматривают только геометрии, заданные на многообразии и не могут себе представить геометрию, заданную на множестве точек без упоминания о непрерывности множества.

В девятнадцатом веке все математики не признавали неевклидову геометрию, предложенную Лобачевским и Бойяи. Что было причиной такого отторжения? Я не нашел каких-нибудь исследований этого вопроса в литературе. Я полагаю, что дело обстояло следующим образом. В то время геометры имели дело только с евклидовой геометрией. Декартова система координат всегда может быть введена в евклидовой геометрии, но она не может быть введена в неевклидовой геометрии. Геометры рассматривали декартову систему координат, как принадлежность любой геометрии, потому что она была принадлежностью евклидовой геометрии. Геометры не признавали неевклидову геометрию настоящей геометрией, потому что в ней нельзя было ввести декартову систему координат. Это был первый кризис в геометрии.

Сейчас мы имеем второй кризис. Современные геометры не признают физических (неаксиоматизируемых) геометрий. Причиной такого отношения является, в частности, тот факт, что в физической геометрии нельзя ввести линейное векторное пространство. Традиционно предполагается, что линейное векторное пространство является необходимым атрибутом любой геометрии. В соответствии с этим подходом современные геометры полагают, что любая геометрия аксиоматизируема и пытаются построить неаксиоматизируемые геометрии, выводя их из некоторых аксиоматик. Поскольку это не возможно, то геометрические построения оказываются противоречивыми или переопределенными. Например, даже риманова геометрия оказывается непоследовательной (переопределенной) [4, 5].

Физики, которые используют геометрию для описания пространства-времени, сталкиваются с серьезными проблемами, связанными с убогим знанием геометрии. В самом деле, мы знаем только ничтожную часть возможных геометрий. Настоящая геометрия пространства-времени принадлежит к той части геометрий, которые мы не знаем, и мы вынуждены изобретать различные гипотезы, компенсирующие использование неправильной геометрии пространства-времени. Это происходит следующим образом.

Рассматривая физические явления в микромире, мы пренебрегаем влиянием распределения материи на геометрию пространства-времени. Тогда геометрия пространства-времени должна быть однородна и изотропна. В двадцатом веке риманова геометрия рассматривалась как наиболее общая геометрия, пригодная для описания пространства-времени. Геометрия Минковского является единственной однородной и изотропной римановой геометрией. Исследования показали, что классические принципы динамики вместе с пространственно-временной геометрией Минковского не могут объяснить экспериментальные данные. Поскольку наши знания геометрии были убогими, мы не знали однородных изотропных геометрий, отличных от геометрии Минковского, и мы не могли модифицировать геометрию, чтобы согласовать предсказания с экспериментальными данными. Мы были вынуждены модифицировать принципы динамики. В результате квантовая парадигма (вариация динамических принципов + фиксированная геометрия пространства-времени) существовала в течение всего двадцатого века. Геометрическая парадигма (классические принципы динамики + варьируемая геометрия пространства-времени) не могла возникнуть до появления других (неаксиоматизируемых) однородных и изотропных геометрий пространства-времени.

Геометрическая парадигма более естественна и разумна, чем квантовая парадигма. Физические геометрии формализованы в том смысле, что все возможные физические геометрии маркируются мировой функцией, и, задавая мировую функцию, мы определяем геометрию. Нужно только выбрать правильно мировую функцию. Принципы динамики не формализованы (они не маркируются) и очень трудно угадать правильные принципы динамики. Квантовые принципы динамики хорошо работают только для нерелятивистских физических явлений. Исследуя релятивистские физические явления, мы снова приходим к геометрическим проблемам (струны, браны, компактификация), и наши убогие знания геометрии не могут нам помочь [6]. Я описал ситуацию с точки зрения физика, который является "потребителем геометрии".

С точки зрения геометра, который является "творцом геометрии" ситуация выглядит иначе. Геометр игнорирует потребительскую сторону геометрии. Он воспринимает риманову геометрию и физическую геометрию как совершенно различные вещи, потому что они построены разными методами, хотя обе геометрии являются наукой о расположении геометрических объектов. В то же время геометр воспринимает евклидову геометрию и симплектическую геометрию как одинаковые вещи, потому что обе геометрии являются логическими построениями, Он воспринимает симплектическую геометрию как геометрию, хотя она не имеет отношения к науке о расположении геометрических объектов. Он объединяет евклидову геометрию и симплектическую геометрию одним и тем же термином "геометрия". Для геометра тот факт, что симплектическая геометрия является логическим построением так же, как и евклидова геометрия, более важен, чем то, что симплектическая геометрия не имеет отношения к геометрии как науке о расположении геометрических объектов.

Ситуация может быть проиллюстрирована легендой об Александре Македонском, который разрубил своим мечом Гордиев узел вместо того, чтобы распутывать его. Гордиев узел связывал гордиеву повозку с алтарем. С практической точки зрения (отделение повозки от алтаря) действие Александра совершенно естественно. Однако Александр Македонский не продемонстрировал искусство распутывания узлов, и он не мог быть провозглашен "чемпионом по распутыванию узлов". Если отделение повозки от алтаря обусловлено ограничением, что Гордиев узел надо распутать, то это становится совершенно другой задачей, чем та, которая была решена Александром Македнским.

Совершенно таким же образом геометры рассматривают задачу построения геометрии только при том условии, что эта геометрия будет аксиоматизируемой, и она может рассматриваться как логическое построение. Это не означает, что геометры не понимали, что геометрия может быть наукой о расположении геометрических объектов. Они понимали, что геометрия может быть наукой о расположении геометрических объектов, которая описывается в терминах только расстояния. Существует так называемая "дистантная геометрия" [7, 8]. Однако Блюменталю не удалось построить чисто метрическую геометрию. Он был вынужден ввести дополнительно понятие кривой, которое не может быть выражено через понятие расстояния. В результате теперь геометры рассматривают любую геометрию как логическое построение. Другими словами, любая геометрия строится при дополнительном ограничении, что неаксиоматизируемые геометрии невозможны.

Абелевская премия 2009 (по геометрии) была присуждена при том необоснованном предположении, что геометрии могут быть только аксиоматизируемыми. Такой подход был бы оправдан лет двадцать тому назад, когда неаксиоматизируемые геометрии не были известны. Теперь, когда такие геометрии оказались возможными [1, 2, 3], Абелевская премия геометру, имеющему дело только с аксиоматизируемыми геометриями выглядит как поощрение искусства дедукции и искусства производства сложных математических вычислений. Разумеется, искусство дедукции следует поощрять присуждая премии математикам. Однако, присуждающий премию должен объявить, что премия присуждается за искусство дедукции и производства сложных математических расчетов, а не за прогресс в исследованиях геометрии, потому что причина присуждения премия должна быть ясна для всех людей. Большинство людей воспринимают геометрию как "потребители геометрии", а не как ее творцы. С точки зрения потребителя геометрии (физика) реальный прогресс в исследовании геометрии возможен, если только устранено ограничение на аксиоматизируемость геометрии. Попытка построения аксиоматизируемых геометрий, когда даже "аксиоматизируемая" риманова геометрия оказывается непоследовательной, не является прогрессом в геометрии.

Список литературы

[1] Yu.A.Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci. 30, iss. 12, 733-760, (2002),*

[2] Yu. A.Rylov, Non-Euclidean method of the generalized geometry construction and its application to space-time geometry. in *Pure and Applied Differential geometry pp.238-246.* eds. Franki Dillen and Ignace Van de Woestyne. Shaker Verlag, Aachen, 2007.

[3] Yu. A.Rylov, Geometries with intransitive equivalence relation. *e-print 0807.2034*

[4] Yu. A.Rylov, New crisis in geometry? *e-print /math.GM/0503261* .

[5] Yu. A.Rylov, Crisis in the geometry development and its social consequences. *e-print math.GM/0609765.*

[6] Yu. A.Rylov, Why does the Standard Model fail to explain the elementary particles structure? *e-print 0810.0982*

[7] K. Menger, Untersuchen über allgemeine Metrik, *Mathematische Annalen,* **100**, 75-113, (1928).

[8] L. M. Blumenthal, *Theory and Applications of Distance Geometry*, Oxford, Clarendon Press, 1953.