Динамические методы исследования в применении к шредингеровской частице

Yuri A. Rylov

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site: $http://195.208.200.111/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Квантовые системы – это диамические системы, ограниченные принципами квантовой механики (линейность динамических уравнений, линейные преобразования волновой функции и т.д.). Предлагается исследовать квантовые системы просто как динамические системы, игнорируя квантовые принципы и ограничения, налагаемые ими. Такие методы исследования оказываются более адекватными и эффективными, чем традиционные квантовые методы исследования. Используя эти методы, игнорирующие квантовые принципы, можно преодолеть главную проблему квантовой теории поля: объединение нерелятивистских квантовых принципов с принципами теории относительности. Исследование динамической системы $\mathcal{S}_{\rm S}$, описываемой уравнением Шредингера, позволяет доказать, что копенгаагенская интерпретация не совместима с формализмом квантовой механики. Кроме того показывается, что иногда применение квантовых принципов приводит к неправильным результатам.

1 Введение

Используются новые динамические методы исследования, которые игнорируют принципы квантовой механики. Устранение квантовых принципов позволяет снять главную проблему КТП: *объединение принципов теории относительности с принципами квантовой механики.* После этого исключения релятивистская квантовая теория поля строится на основе только релятивистской динамики, тогда как при традиционном подходе кроме этого используется линейность динамических уравнений. Эта линейность основана на специальной калибровке волновой функции. Использование такого искусственного свойства волновой функции для построения релятивистской квантовой теории представляется необоснованным, хотя линейность очень удобна, потому что линейные уравнения легко решать. На простом примере шредингеровской частицы $\mathcal{S}_{\mathrm{S}}$ (динамическая система, описываемая уравнением Шредингера) покажем, что различие между квантовой и классической системами является чисто динамическим, и квантовая система может быть описана без ссылки на квантовые принципы.

Фундаментальная физическая теория $\mathcal{T}_{\mathrm{f}}$ должна быть логической структурой. Это означает, что теория содержит небольшое число фундаментальных положений. Все предсказания теории $\mathcal{T}_{\mathrm{f}}$ также как и другие положения теории $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$, промежуточные между фундаментальными положениями $\mathcal{P}_{\mathrm{f}}$ и экспериментальными данными $\mathcal{D}_{\mathrm{e}}$ выводятся из фундаментальных положений $\mathcal{P}_{\mathrm{f}}$ с помощью логических рассуждений и математических расчетов. Практическое выведение предсказаний и объяснений из фундаментальных положений $\mathcal{P}_{\mathrm{f}}$ может быть трудным и сложным из-за длинных рассуждений и сложных расчетов. В этом случае используются промежуточные положения $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$, верные для некоторой области физических явлений. Практическое использование промежуточных положений $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$ как некоторой физической теории $\mathcal{T}_{\mathrm{c}}$ может оказаться более эффективным и простым, чем использование фундаментальной теории $\mathcal{T}_{\mathrm{f}}$.

Вообще говоря, промежуточные положения $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$ должны быть следствиями фундаментальных положений $\mathcal{P}_{\mathrm{f}}$. Однако, если невозможно обнаружить правильные фундаментальные положения $\mathcal{P}_{\mathrm{f}}$, то можно угадать промежуточные положения $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$ и рассматривать их как некоторую усеченную физическую теорию $\mathcal{T}_{\mathrm{c}}$. Множество предписаний $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$ выбирается таким образом, чтобы объяснить некоторое множество экспериментальных данных. Усеченная теория $\mathcal{T}_{\mathrm{c}}$ не является логической структурой. Она представляет собой просто список предписаний, которые не связаны логически между собою. Логическая структура возникает только, если мы обнаружим и добавим фундаментальные положения $\mathcal{P}_{\mathrm{f}}$, которые порождают при некоторых условиях этот список предписаний $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$. В этом случае промежуточные положения $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$ могут быть удалены из формулировки фундаментальной теории $\mathcal{T}_{\mathrm{f}}$, потому что положения $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$ являются следствиями фундаментальных положений $\mathcal{P}_{\mathrm{f}}$.

Таким образом, возможно использование усеченной физической теории $\mathcal{T}_{\mathrm{c}}$ вместо фундаментальной физической теории $\mathcal{T}_{\mathrm{f}}$. Например, аксиоматическая термодинамика является усеченной теорией по отношению к кинетической теории, которая может рассматриваться как фундаментальная теория. Традиционная квантовая механика является усеченной теорией, тогда как соответствующая фундаментальная теория пока не известна. Такое применение усеченной теории $\mathcal{T}_{\mathrm{c}}$ возможно только при том условии (например, в нерелятивистском случае), что верны промежуточные положения $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$. Однако, распространение усеченной теории $\mathcal{T}_{\mathrm{c}}$ на другие условия (например, на релятивистский случай) может оказаться невозможным, из-за того, что промежуточные положения $\mathcal{P}_{\mathrm{i}}$ являются следствиями фундаментальных положений $\mathcal{P}_{\mathrm{f}}$ только в нерелятивистском случае. При других условиях (например, в релятивистском случае) фундаментальные положения $\mathcal{P}_\mathrm{f}$ могут породить другие промежуточные положения $\mathcal{P}_\mathrm{i}^*$, которые не совпадают с $\mathcal{P}_\mathrm{i}$ и не могут быть получены из $\mathcal{P}_\mathrm{i}$, потому что множество положений $\mathcal{P}_\mathrm{i}$ представляет собой просто список предписаний (список следствий положений $\mathcal{P}_\mathrm{f}$), а не логическую структуру.

Это обстоятельство показано на схеме рис.1. Прямой путь от традиционной нерелятивистской квантовой теории к релятивистской квантовой теории очень труден, потому что нерелятивистская квантовая теория представляет собой разновидность усеченной теории. Квантовые принципы образуют существенную часть этой теории. Вообще говоря, квантовые принципы представляют собой следствие фундаментальных положений и нерелятивистских ограничений. К сожалению, мы не можем быть уверены, что квантовые принципы являются логическими следствиями фундаментальных положений, потому что фундаментальные положения не были известны в то время, когда формулировались квантовые принципы. Квантовые принципы были угаданы, и мы не можем быть уверены, что они были угаданы правильно во всех деталях. Если даже квантовые принципы были правильно угаданы во всех деталях, мы не можем решить, что именно является следствием фундаментальных положений, а что является следствием нерелятивистских ограничений. Чтобы построить релятивистскую квантовую теорию, нужно очистить нерелятивистскую квантовую теорию от ее нерелятивистского характера. Единственный надежный метод такого очищения – это возврат к фундаментальным положениям. К сожалению, фундаментальные положения не известны.

В частности, эффект рождения частиц является существенной частью релятивистской квантовой теории. Однако, этот эффект отсутствует как в классической релятивистской физике, так и в нерелятивистских квантовых принципах. Современная релятивистская квантовая теория учитывает эффект рождения частиц только формально с помощью введения операторов рождения и уничтожения. При таком подходе рождение частиц возможно не только парами, но и тройками, четверками и т.д. Это зависит от вида лагранжиана, и означает, что рождение частиц учитывется только на динамическом уровне, тогда как его следует учитывать на более фундаментальном уровне, потому что реально частицы рождаются только парами. Это обусловлено связью эффекта рождения частиц с поворотом во времени мировой линии частицы.

В этой работе мы пытаемся получить фундаментальные положения (исходный пункт квантовой теории) на примере шредингеровской частицы.

2 Искусственность традиционного метода описания

Действие для шредингеровской частицы $\mathcal{S}_\mathrm{S}$ имеет вид

$$\mathcal{A}_\mathrm{S}[\psi] = \int \left\{ \frac{i\hbar}{2} \left(\psi^* \partial_0 \psi - \partial_0 \psi^* \cdot \psi \right) - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \psi^* \nabla \psi \right\} d^4x \tag{2.1}$$

где $\psi = \psi(t, \mathbf{x})$ есть комплексная волновая функция. Действие (2.1) осуществляет полное описание шредингеровской частицы $\mathcal{S}_{\mathrm{S}}$, потому что оно порождает динамческое уравнение

$$i\hbar\partial_0\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2\psi, \tag{2.2}$$

и соответствующие канонические величины: 4-вектор тока j^k и тензор энергии-импульса T_l^k

$$j^k = \{\rho, \mathbf{j}\} = \left\{\psi^*\psi, -\frac{i\hbar}{2m}\left(\psi^*\boldsymbol{\nabla}\psi - \boldsymbol{\nabla}\psi^* \cdot \psi\right)\right\} \tag{2.3}$$

Связь между частицей и волновой функцией описывается соотношениями

$$\langle F(\mathbf{x}, \mathbf{p})\rangle = B\int \mathrm{Re}\left\{\psi^* F(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{p}})\,\psi\right\} d\mathbf{x}, \qquad \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\boldsymbol{\nabla}, \qquad B = \left(\int \psi^*\psi d\mathbf{x}\right)^{-1} \tag{2.4}$$

которые определяют среднее значение $\langle F(\mathbf{x}, \mathbf{p})\rangle$ любой функции $F(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ от положения $\mathbf{x}$ и импульса частицы $\mathbf{p}$. Мы будем называть эти соотношения вместе с ограничениями, налагаемыми на их применение квантовыми принципами, потому что фон Нейманн [1] доказал, что все положения квантовой механики могут быть выведены из соотношений такого типа.

Полагая $\hbar = 0$ в действии (2.1), мы надеемся получить описание классической частицы. Вместо этого описание исчезает, и в этом смысле описание (2.1) является искусственным.

3 Естественное описание шредингеровской частицы

Чтобы получить естественное описание шредингеровской частицы, сделаем замену переменных (другая калибровка волновой функции)

$$\psi \to \Psi_b: \quad \psi = |\Psi_b| \exp\left(\frac{b}{\hbar}\log\frac{\Psi_b}{|\Psi_b|}\right) \quad b = \mathrm{const} \neq 0 \tag{3.1}$$

в действии (2.1). Получаем

$$\mathcal{A}_{\mathrm{S}}[\Psi_b] = \int\left\{\frac{ib}{2}\left(\Psi_b^*\partial_0\Psi_b - \partial_0\Psi_b^* \cdot \Psi_b\right) - \frac{b^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}\Psi_b^*\boldsymbol{\nabla}\Psi_b\right.$$
$$\left. + \frac{b^2}{2m}\left(\boldsymbol{\nabla}|\Psi_b|\right)^2 - \frac{\hbar^2}{2m}\left(\boldsymbol{\nabla}|\Psi_b|\right)^2\right\} dt\, d\mathbf{x} \tag{3.2}$$

Эта замена переменных приводит к замене $\hbar \to b$ и появлению двух нелинейных членов, компенсирующих друг друга, если $b = \hbar$.

Динамическое уравнение становится нелинейным, если $b^2 \neq \hbar^2$

$$ib\partial_0\Psi_b = -\frac{b^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2\Psi_b - \frac{\hbar^2 - b^2}{8m}\left(\frac{(\boldsymbol{\nabla}\rho)^2}{\rho^2} + 2\boldsymbol{\nabla}\frac{\boldsymbol{\nabla}\rho}{\rho}\right)\Psi_b, \tag{3.3}$$

$$\rho = \Psi_b^*\Psi_b, \qquad \mathbf{j} = -\frac{ib}{2m}\left(\Psi_b^*\boldsymbol{\nabla}\Psi_b - \boldsymbol{\nabla}\Psi_b^*\cdot\Psi_b\right) \tag{3.4}$$

Однако, описание становится естественным в том смысле, что при условии $\hbar = 0$, действие $\mathcal{A}_{\mathrm{S}}[\Psi_b]$ превращается в действие

$$\mathcal{A}_{\mathrm{Scl}}[\Psi_b] = \int\left\{\frac{ib}{2}\left(\Psi_b^*\partial_0\Psi_b - \partial_0\Psi_b^*\cdot\Psi_b\right) - \frac{b^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}\Psi_b^*\boldsymbol{\nabla}\Psi + \frac{b^2}{2m}\left(\boldsymbol{\nabla}|\Psi_b|\right)^2\right\}dtd\mathbf{x} \tag{3.5}$$

описывающее статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]$ свободных классических частиц $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$. Действие $\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]}$ для этого статистического ансамбля может быть представлено в виде

$$\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]}[\mathbf{x}] = \int\frac{m}{2}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)^2 dtd\boldsymbol{\xi} \tag{3.6}$$

где $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t,\boldsymbol{\xi})$ есть 3-векторная функция независимых переменных $t, \boldsymbol{\xi} = \{\xi_1,\xi_2,\xi_3\}$. Переменные (лагранжевы координаты) $\boldsymbol{\xi}$ маркируют частицы $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$ статистического ансамбля $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]$. Статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]$ является динамической системой гидродинамического типа. Можно показать, что динамическая система, описываемая действием $\mathcal{A}_{\mathrm{Scl}}[\Psi_b]$ (3.5) является частным случаем (потенциальным течением) динамической системы $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]$ [2].

Связь между уравнением Шредингера и гидродинамическим описанием известна давно [3, 4]. Но связь между описанием в терминах волновой функции и гидродинамическим описанием была односторонней. Можно было перейти от уравнения Шредингера к гидродинамическим уравнениям, но было нельзя перейти от гидродинамических уравнений к описанию в терминах волновой функции, потому что *нужно было интегрировать* гидродинамические уравнения. В самом деле, уравнение Шредингера состоит из двух вещественных уравнений первого порядка для плотности ρ и фазы φ, тогда как система гидродинамических уравнений состоит из четырех уравнений первого порядка для плотности ρ и скорости $\mathbf{v}$. Чтобы получить гидродинамические уравнения нужно взять градиент от уравнения для фазы φ. Наоборот, если мы переходим от гидродинамического описания к описанию в терминах волновой функции, следует интегрировать гидродинамические уравнения. В общем случае это интегрирование не было известно в течение долгого времени.

Замена переменных, приводящая от действия $\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]}[\mathbf{x}]$ к действию $\mathcal{A}_{\mathrm{Scl}}[\Psi_b]$ содержит интегрирование (см. [2] или математическое приложение к работам [6, 7]). Постоянная b в дефствии $\mathcal{A}_{\mathrm{Scl}}[\Psi_b]$ является постоянной интегрирования (калибровочная постоянная). Произвольные функции интегрирования "спрятаны" в волновой функции Ψ_b.

Таким образом, пределом шредингеровской частицы (3.2) при $\hbar \to 0$ является статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm d}]$, а не отдельная частица $\mathcal{S}_{\rm d}$. Это означает, что *волновая функция описывает статистический ансамбль частиц, а не отдельную частицу* , и копенгаагенская интерпретация, где волновая функция описывает отдельную частицу, *не совместима* с формализмом квантовой механики.

Использование копенгаагенской интерпретации не создает проблем, пока мы работаем с математическим формализмом квантовой механики, потому что в рамках этого формализма мы имеем дело только с одним объектом исследования. Как называть этот объект не имеет значения. Однако, как только мы начинаем рассматривать измерение, мы сталкиваемся с различными видами измерения:

1. Отдельное измерение (S-измерение), которое производится над отдельной стохастической частицей $\mathcal{S}_{\rm st}$.
2. Массовое измерение (M-измерение), которое производится над статистсческим ансамблем $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$, или над среднестатистической частицей $\langle\mathcal{S}\rangle$.

4 Статистический ансамбль как исходная точка квантовой теории

Можно показать, что шредингеровская частица $\mathcal{S}_{\rm S}$ является частным случаем статистического ансамбля $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$ случайно движущихся свободных частиц $\mathcal{S}_{\rm st}$, т.е. действие (3.2) для $\mathcal{S}_{\rm S}$ может быть получено из действия для статистического ансамбля $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$ с помощью надлежащей замены переменных [2].

Статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$ *стохастических* частиц $\mathcal{S}_{\rm st}$ является динамической системой, описываемой действием

$$\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]}[\mathbf{x},\mathbf{u}_{\rm df}]=\int\left\{\frac{m}{2}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)^2+\frac{m}{2}\mathbf{u}_{\rm df}^2-\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}_{\rm df}\right\}dtd\boldsymbol{\xi} \tag{4.1}$$

где $\mathbf{u}_{\rm df}=\mathbf{u}_{\rm df}(t,\mathbf{x})$ диффузионная скорость, описывающая среднее значение случайной составляющей скорости, тогда как $\frac{d\mathbf{x}}{dt}(t,\boldsymbol{\xi})$ описывает регулярную составляющую скорости частицы, и $\mathbf{x}=\mathbf{x}(t,\boldsymbol{\xi})$ является 3-векторной функцией независимых переменных $t,\boldsymbol{\xi}=\{\xi_1,\xi_2,\xi_3\}$. Переменные $\boldsymbol{\xi}$ маркируют частицы $\mathcal{S}_{\rm st}$, образующие статистический ансамбль. Оператор $\boldsymbol{\nabla}$ определен в пространстве координат $\mathbf{x}$. Динамические уравнения имеют вид

$$\frac{\delta\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]}}{\delta\mathbf{x}}=-m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}+\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{m}{2}\mathbf{u}_{\rm df}^2-\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}_{\rm df}\right)=0 \tag{4.2}$$

$$\frac{\delta\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]}}{\delta\mathbf{u}_{\rm df}}=m\rho\mathbf{u}_{\rm df}+\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}\rho=0, \tag{4.3}$$

$$\rho = \left[\frac{\partial \left(x^1, x^2, x^3\right)}{\partial \left(\xi_1, \xi_2, \xi_3\right)} \right]^{-1} = \frac{\partial \left(\xi_1, \xi_2, \xi_3\right)}{\partial \left(x^1, x^2, x^3\right)} \tag{4.4}$$

Разрешая уравнение (4.3) относительно $\mathbf{u}_{\mathrm{df}}$ в виде

$$\mathbf{u}_{\mathrm{df}} = -\frac{\hbar}{2m} \boldsymbol{\nabla} \ln \rho, \tag{4.5}$$

и исключая $\mathbf{u}_{\mathrm{df}}$ из уравнения (4.2), получаем динамические уравнения гидродинамического типа

$$m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} = -\boldsymbol{\nabla} U\left(\rho, \boldsymbol{\nabla}\rho\right), \qquad U\left(\rho, \boldsymbol{\nabla}\rho\right) = \frac{\hbar^2}{8m} \left(\frac{\left(\boldsymbol{\nabla}\rho\right)^2}{\rho^2} - 2\frac{\boldsymbol{\nabla}^2\rho}{\rho} \right) \tag{4.6}$$

Гидродинамические уравнения (4.6) могут быть переписаны в терминах волновой функции [2, 6, 7]. Надлежащая замена переменных вместе с *интегрированием* превращает действие (4.1) для $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right]$ в действие, содержащее квантовую постоянную $\hbar$ и произвольную постоянную интегрирования b.

Волновая функция не является специфической квантовой величиной. Волновая функция является методом описания *любой идеальной жидкости*. Квантовые и классические системы различаются *динамически* (видом своих действий). Вид описания (в терминах волновой функции, или в терминах положения и импульса частицы) значения не имеет.

Если статистический ансамбль стохастических частиц рассматривается как исходная точка квантовой механики, *квантовые принципы не нужны*, потому что интерпретация осуществляется прямо через частицы статистического ансамбля. Кроме того квантовая теория превращается в последовательную статистическую теорию, где имеется два сорта частиц: (1) индивидуальная стохастическая частица $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$ и (2) среднестатистическая частица $\left\langle\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right\rangle$, которая представляет собой статистический ансамбль, нормированный на одну частицу. Формализм квантовой механики имеет дело только со среднестатистической частицей $\left\langle\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right\rangle$. Все предсказания квантовой механики относятся только к $\left\langle\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right\rangle$. В соответствии с двумя видами частиц имеются два вида измерений: (1) S-измерение, производимое над $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$ и (2) M-измерение, производимое над $\left\langle\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right\rangle$. Эти два вида измерений имеют различные свойства и их нельзя путать (смотри детали в [5]).

Копенгаагенская интерпретация встречает трудности, когда она пытается проверять предсказания математического формализма КМ в отдельных экспериментах. Например, существует проблема редукции волновой функции в отдельном эксперименте. Другая проблема касается двух-щелевого эксперимента. Каким образом, индивидуальная частица проходит сразу через две щели? Физические журналы публикуют дискуссии касающиеся проблем интерпретации квантовых измерений. Например, такую дискуссию проводил журнал "Успехи физических наук" в 2002 году. Эти проблемы не могут быть решены в рамках копенгаагенской интерпретации, которая не различает между индивидуальной частицей $\mathcal{S}$ и среднестатистической частицей $\langle\mathcal{S}\rangle$. Смешение двух разных объектов, обладающих разными свойствами, порождает трудности и парадоксы. Волновая функция не описывает состояние индивидуальной частицы $\mathcal{S}$, и бессмысленно спрашивать как изменяется волновая функция при индивидуальном эксперименте (S-измерение). При массовом эксперименте (M-измерение) мы получаем распределение $F(R')$ измеряемой величины $\mathcal{R}$, а не отдельное значение R' измеряемой величины. В такой ситуации бессмысленно спрашивать, как полученный результат R' влияет на состояние статистического ансамбля (среднестатистической частицы). Наконец, можно определить третий тип измерения (SM-измерение, или селективное измерение): массовое измерение величины $\mathcal{R}$, приводящее к определенному значению R' измеряемой величины $\mathcal{R}$. SM-измерение представляет собой M-измерение, приводящее к распределению $F(R')$, сопровождаемому селекцией тех частиц, для которых результат S-измерения равен R'. Объединяя все частицы для которых измеренное значение равно R' в один статистический ансамбль $\mathcal{E}_{R'}$, мы можем поставить вопрос о волновой функции статистисческого ансамбля $\mathcal{E}_{R'}$. Разумеется, волновая функция $\psi_{R'}$ статистического ансамбля $\mathcal{E}_{R'}$, вообще говоря, на совпадает с первоначальной волновой функцией ψ, и это изменение волновой функции рассматривается как редукция волновой функции. Причина редукции совершенно очевидна. Это селекция, производимая для того, чтобы получить одно и то же значение R' измеряемой величины для всех частиц статистического ансамбля. Таким образом, проблема редукции обусловлена смешением понятий индивидуальной частицы $\mathcal{S}$ и среднестатистической частицы $\langle\mathcal{S}\rangle$, которое имеет место при копенгааагенской интерпретации (смотри детали в [5]).

Что касается частицы, пролетающей сразу через две щели, то это естественное свойство среднестатистического объекта. Это чисто статистическое свойство, которое не имеет отношения к квантовым свойствам. Индивидуальная частица $\mathcal{S}$ может пролетать либо через одну, либо через другую щель, тогда как среднестатистическая частица $\langle\mathcal{S}\rangle$ может проходить через обе щели сразу. (Сравните, отдельный человек – это либо мужчина, либо женщина, тогда как среднестатистический человек – гермафродит (полумужчина, полуженщина) и в это никак не связано с квантовой механикой).

Используя статистический ансамбль как исходную точку, можно проверить правильность квантовых принципов. В некоторых случаях квантовые принципы или их традиционная интерпретация оказываются ошибочными. Например, распределение по импульсам $w(\mathbf{p}) = |\langle\mathbf{p}|\psi\rangle|^2$ оказывается на самом деле распределением по средним импульсам $\langle\mathbf{p}\rangle$. Проиллюстрируем разницу между этими двумя распределениями на примере идеального газа, чье состояние может описываться волновой функцией. В случае, когда газ движется с постоянной скоростью $\mathbf{u}$, волновая функция имеет вид

$$\psi(\mathbf{x}) = A_1 e^{\frac{i}{\hbar}m\mathbf{u}\mathbf{x}}, \qquad A_1 = \mathrm{const} \tag{4.7}$$

где m есть масса молекулы. Соответствующее распределение имеет вид

$$w(\mathbf{p}) = |\langle\mathbf{p}|\psi\rangle|^2 = A\delta(\mathbf{p} - m\mathbf{u}), \qquad A = \mathrm{const} \tag{4.8}$$

Это распределение не совпадает с распределением Максвелла по импульсам

$$F(\mathbf{x},\mathbf{p})\,d\mathbf{p}=\frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}}\exp\left\{-\frac{(\mathbf{p}-m\mathbf{u})^2}{2mkT}\right\}d\mathbf{p} \tag{4.9}$$

которое зависит от температуры kT газа.

Разделим пространство на малые ячейки V_i и рассчитаем средний импульс $\langle\mathbf{p}\rangle_i$ молекулы в каждой ячейке V_i. В данном случае мы получим в iой ячейке $\langle\mathbf{p}\rangle_i=m\mathbf{u}$. Все средние импульсы $\langle\mathbf{p}\rangle_i$ образуют распределение по средним импульсам (4.8). Средние импульсы $\langle\mathbf{p}\rangle_i$ коррелируют с положением $\mathbf{x}_i$ ячейки V_i, и взаимное распределение по координатам $\mathbf{x}$ и импульсам $\langle\mathbf{p}\rangle$ частицы оказывается невозможным. Более детальное рассмотрение можно найти в [8].

Описание "классической частицы" $\mathcal{S}_{\mathrm{Scl}}=\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]$ на квантовом языке осуществляется действием

$$\mathcal{A}_{\mathrm{Scl}}[\psi,\psi^*]=\int\left\{\frac{i\hbar}{2}(\psi^*\partial_0\psi-\partial_0\psi^*\cdot\psi)-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}\psi^*\boldsymbol{\nabla}\psi+\frac{\hbar^2}{2m}(\boldsymbol{\nabla}|\psi|)^2\right\}dt\,d\mathbf{x} \tag{4.10}$$

где квантовая постоянная $\hbar$ используется вместо произвольной постоянной b.

$$i\hbar\partial_0\psi+\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2\psi-\frac{\hbar^2}{8m}\left(2\frac{\boldsymbol{\nabla}^2\rho}{\rho}-\frac{(\boldsymbol{\nabla}\rho)^2}{\rho^2}\right)\psi=0\qquad\rho=\psi^*\psi \tag{4.11}$$

Описание "квантовой частицы" $\mathcal{S}_{\mathrm{S}}=\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}]$ на классическом языке осуществляется динамичесскими уравнениями

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=-\boldsymbol{\nabla}U(\rho,\boldsymbol{\nabla}\rho),\qquad\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\frac{\mathbf{p}}{m}, \tag{4.12}$$

где U определяется вторым уравнением (4.6).

Динамические уравнения (4.12) являются дифференциальными уравнениями в *частных* производных, потому что ρ содержит производные по ξ_α, $\alpha=1,2,3$.

Описание "классической частицы" $\mathcal{S}_{\mathrm{Scl}}=\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]$ на классическом языке имеет вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=0,\qquad\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\frac{\mathbf{p}}{m} \tag{4.13}$$

где $\mathbf{x}=\mathbf{x}(t,\boldsymbol{\xi})$, $\mathbf{p}=\mathbf{p}(t,\boldsymbol{\xi})$. Динамические уравнения (4.13) являются *обыкновенными* дифференциальными уравнениями.

Описывая квантовую систему $\mathcal{S}$ и соответствующую классическую систему $\mathcal{S}_{\mathrm{cl}}$ на классическом языке, мы обнаруживаем, что динамические уравнения для квантовой системы $\mathcal{S}$ являются дифференциальными уравнениями в *частных* производных, тогда как динамические уравнения для ее классического приближения $\mathcal{S}_{\mathrm{cl}}$ являются *обыкновенными* дифференциалными уравнениями.

Различие между обыкновенным дифференциальным уравнением и дифференциальным уравнением в частных производных является динамическим (а не квантовым). Это инвариантное различие является основой для процедуры динамической расквантизации (перехода к классическому приближению).

Динамическая расквантизация – это процедура проектирования производных на направление 4-тока j^k

$$\partial^l \to \partial^l_{||} = \frac{j^l j^k}{j^s j_s}\partial_k, \qquad l = 0, 1, 2, 3,$$

Чтобы получить обыкновенные дифференциальные уравнения, нужно спроектировать все производные на одно направление.

Динамическая расквантизация позволяет *формализовать* переход к классическому описанию. Будучи примененной к шреднигеровской частице $\mathcal{S}_{\mathrm{S}}$, динамическая расквантизация преобразует $\mathcal{S}_{\mathrm{S}} = \mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}]$ в статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{d}}]$ свободных классических частиц $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$.

Процедура динамической расквантизации *полностью* определяется динамической системой и не содержит ссылки на квантовую постоянную и квантовые принципы.

5 Заключительные замечания

Мы проанализировали применение динамических методов исследования к шредингеровской частице и получили результаты, которые не могут быть получены с помощью традиционных аксиоматических методов. Аналогичные результаты получаются при применении динамических методов к другим квантовым системам. Применение динамических методов к исследованию квантовых систем позволяет игнорировать квантовые принципы. Число фундаментальных положений существенно уменьшается. Квантовая теория перестает быть списком предписаний и превращается в логическую структуру.

В традиционной квантовой теории всеобщий характер квантовой постоянной $\hbar$ объясняется квантовой природой всех физических явлений. В частности, это означает, что следует квантовать все физические поля. Применение динамических методов и устранение квантовых принципов предполагает некоторую изначальную стохастичность движения свободных частиц и зависимость интенсивности этой стохастичности от массы частицы. Универсальный характер квантовой постоянной и стохастичность свободного движения частиц могут быть непринужденно объяснены свойствами пространства-времени, когда квантовая постоянная является параметром геометрии пространства-времени [9, 10]. В этом случае не все физические поля имеют квантовую природу. Динамические уравнения для метрических полей (гравитационного и электромагнитного) не содержат квантовой постоянной $\hbar$. Нет необходимости квантовать эти поля.

Хорошо известно, что электромагнитное поле поглощается и излучается в виде квантов с энергией $\hbar\omega$. Однако, этот факт не означает, что электромагнитное поле существует в виде квантов. Не существует прямых или косвенных экспериментов, указывающих на то, что электромагнитное поле существует в виде квантов (По крайней мере, такие эксперименты нам не известны). Поглощение и излучение электромагнитного поля в виде квантов может быть легко объяснено квантовыми свойствами поглощающих и излучающих приборов. То же самое относится к гравитационному полю. Все попытки проквантовать его оказались неудачными.

Квантовые и классические динамические системы различаются *только* динамически, т.е. своими динамическими уравнениями, а не таинственными квантовыми свойствами. Основанные на линейности традиционные аксиоматические методы просты и привлекательны, однако, они основаны также и на нерелятивистских квантовых принципах, и мы не можем быть уверены, что эти методы применимы в релятивистском случае.

Есть надежда, что применение динамических методов в релятивистском случае окажется успешным. Во-первых расширение на релятивистский случай производится на логической основе, а не путем случайных гипотез. Во-вторых, в релятивистском случае дифузионная скорость $\mathbf{u}_{\mathrm{df}}$ превращается релятивистское поле, ответственное за рождение пар, тогда как ни квантовые принципы, ни классическая релятивистская динамикане способны описать эффект рождения пар, который является главным эффектом физики высоких энергий.

Список литературы

[1] J.V. Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik.* Berlin, Springer, 1932. chp. 4.

[2] Yu.A. Rylov, Spin and wave function as attributes of ideal fluid. *J. Math. Phys.* **40**, No.1, 256-278, (1999).

[3] E. Madelung, Quanten Theorie in hydrodynamischer Form. *Z. Phys.* **40,** 322-326, (1926).

[4] D. Bohm, A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables. *Phys. Rev.,* **85**, 166, (1952); **85**, 180, (1952).

[5] Yu.A. Rylov, Dynamics of stochastic systems and pecularities of measurements in them. (Available at http://arXiv.org/abs/physics/0210003).

[6] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle composite? (Available at http://arXiv.org /abs/physics/0410045).

[7] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle completely relativistic? (Available at http:// arXiv.org/abs/physics/0412032).

[8] Yu. A. Rylov, Hydrodynamical interpretation of quantum mechanics: the momentum distribution. (Available at http://arXiv.org/abs/physics/0402068).

[9] Yu.A. Rylov, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *J. Math. Phys.* **32**(8), 2092-2098, (1991).

[10] Rylov Yu. A. Tubular geometry construction as a reason for new revision of the space-time conception. (Available at http://arXiv.org/abs/physics/0504031