# Принцип деформации и дальнейшая геометризация физики

Ю.А. Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{\ }rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site:
$http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{\ }rylov/yrylov.htm$

**Аннотация**

Геометрия пространства-времени рассматривается как физическая геометрия, т.е. геометрия полностью описывается мировой функцией. Все геометрические понятия и геометрические объекты берутся из собственно евклидовой геометрии. Они выражаются через евклидову мировую функцию $\sigma_{\mathrm{E}}$ и провозглашаются понятиями и объектами любой физической геометрии, при условии, что евклидова мировая функция $\sigma_{\mathrm{E}}$ заменяется мировой функцией $\sigma$ этой физической геометрии. Множество физических геометрий более мощно, чем множество римановых геометрий, и нужно выбрать правильную геометрию пространства-времени. Вообще говоря, физическая геометрия многовариантна (имеется много векторов $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1'$,... которые эквивалентны вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, но не эквивалентны между собой). Многовариантность позволяет описывать квантовые эффекты как геометрические эффекты. Она позволяет рассматривать существование элементарных частиц, как геометрическую проблему, когда возможность физического существования элементарных геометрических объектов в виде физических тел определяется геометрией пространства-времени. Многовариантность позволяет описывать дискретные и непрерывные геометрии, используя один и тот же формализм. Использование физической геометрии позволяет осуществить геометрический подход к квантовой теории и теории элементарных частиц.

## 1 Введение

Геометризация является главным направлением развития современной теоретической физики. Она началась в девятнадцатом веке. Можно перечислить следующие этапы геометризации физики:

1. Законы сохранения энергии-импульса и углового момента.

2. Первая модификация геометрии пространства-времени (геометризация пространства-времени, понятие одновременности, геометризация движения частицы, решение проблемы больших скоростей).

3. Вторая модификация пространства-времени (существование неоднородной геометрии пространства-времени, влияние распределения материи на геометрию пространства-времени).

4. Геометризация заряда и электромагнитного поля (Калуца, О.Клейн).

5. Третья модификация геометрии пространства-времени (новая пространственно-временная геометрия микромира, понятие многовариантности, геометризация массы, существование геометрических объектов в виде физических тел, геометрический подход к теории элементарных частиц).

Сейчас теоретическая физика стоит перед третьей модификацией геометрии пространства-времени, связанной с исследованием микромира. Традиционная геометрия пространства-времени нечувствительна к структуре микромира. С точки зрения традиционной геометрии не имеет значения, является ли геометрия микромира дискретной или непрерывной. Не имеет значения являются ли геометрические объекты безгранично делимыми на части, или их делимость ограничена. Математический формализм современной теоретической физики основан на использовании исчисления бесконечно малых, которое предполагает непрерывность пространства-времени и безграничную делимость геометрических объектов. Более того не существует эффективного метода, который позволял бы построить дискретную геометрию или геометрию с ограниченной делимостью. Это связано с тем обстоятельством, что современная геометрия игнорирует понятие многовариантности и избавляется от понятия многовариантности, если встретит его случайно. Третья модификация геометрии пространства-времени связана с появлением нового метода построения геометрии, позволяющего строить многовариантные геометрии. Многовариантная геометрия включает в себя как дискретные, так и непрерывные геометрии, а так же геометрии с ограниченной делимостью геометрических объектов [1]. Эти свойства оказываются важными в пространственно-временной геометрии микромира.

Необходимость третьей модификации возникла в тридцатых годах двадцатого века, когда была открыта дифракция электронов на малом отверстии. Движение свободной частицы зависит только от геометрии пространства-времени, и нужна была такая геометрия пространства-времени, где движение свободной частицы многовариантно, и интенсивность многовариантности зависит от массы частицы. Ни физики, ни математики не могли представить себе такую геометрию. В результате проблема многовариантности движения частицы была решена в рамках динамики (а не на уровне геометрии). Классические принципы динамики были заменены в микромире квантовыми принципами. Проблема многовариантности движения микрочастиц была решена на уровне динамики. В. Гейзенберг предложил заменить матрицами традиционные динамические переменные. Введение матриц было введением многовариантности. Однако, это была многовариантность на динамическом уровне. Геометрия пространства-времени осталась прежней.

Невозможность решения проблемы многовариантности на геометрическом уровне связана с несовершенством метода построения геометрии. Он не позволял построить многовариантные геометрии, обладающие свойствами, необходимыми для объяснения квантовых эффектов и других свойств микромира. Коме того, в то время исследователи были под впечатлением успехов квантовой механики, и многовариантность движения электрона была объяснена как квантовый эффект.

В конце двадцатого века был предложен более совершенный метод построения геометрии пространства-времени [2]. Этот метод известен как принцип деформации. Геометрии, построенные этим методом, известны как трубчатые геометрии (Т-геометрии). Этот метод является более общим и простым, чем традиционный евклидов метод, потому что он не использует такие ограничения традиционного метода, как отсутствие многовариантности. В частности, в рамках традиционной римановой геометрии имеется только одна плоская однородная и изотропная пространственно-временная геометрия: геометрия Минковского, тогда как в рамках Т-геометрий имеется множество плоских однородных и изотропных геометрий, маркируемых функцией одного аргумента. Все геометрии этого множества (за исключением геометрии Минковского) являются многовариантными по отношению к времениподобным векторам. Многовариантность геометрии пространства-времени по отношению к времениподобным векторам означает, что существуют векторы $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}'_1$,... которые эквивалентны времениподобному вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, но не эквивалентны между собой.

Поскольку существует много однородных изотропных пространственно-временных геометрий, мы должны выбрать из них одну правильную геометрию. Мы не можем выбрать геометрию Минковского на том основании, что она использовалась раньше. Мы должны выбрать ту геометрию пространства-времени, которая находится в наилучшем согласии с экспериментальными данными. Оказывается, что параметры геометрии пространства-времени могут быть выбраны таким образом, что классические принципы динамики правильно описывают как классическое так и квантовое движение свободной частицы. Разумеется, параметры правильной геометрии пространства-времени содержат квантовую постоянную $\hbar$. В этом случае нам не нужны квантовые принципы, которые в традиционной теории компенсируют влияние неправильно выбранной пространственно-временной геометрии микромира.

Такое расширение возможностей пространственно-временной геометрии связано с неевклидовым методом построения геометрии. Этот метод построения геометрии может быть квалифицирован как принцип деформации, потому что любая физическая геометрия может быть получена в результате деформации собственно евклидовой геометрии. Возможности пространственно-временных геометрий, построенных с помощью принципа деформации, не исчерпываются объяснением квантовых эффектов. Структура элементарных частиц, их массы, появление коротко действующих силовых полей в микромире и такое таинственное явление как конфайнмент могут быть легко объяснены в терминах пространственно-временной геометрии и ее особенностей. Во всяком случае математический формализм Т-геометрии позволяет сделать это. В настоящей работе мы не будем пытаться определить конкретный вид геометрии микромира. Чтобы выбрать конкретный вид геометрии микромира, нужен тщательный анализ экспериментальных данных. Это очень трудная проблема. Мы покажем только, что возможности геометрии микромира больше, чем возможности современной теории элементарных частиц.

Основным достоинством геометрии микромира является то обстоятельство, что она не использует каких-либо гипотез. Разумеется, чтобы получить конкретную пространственно-временную геометрию микромира, нужно использовать экспериментальные данные и сделать некоторые предположения о геометрии. Однако, эти предположения должны быть сделаны в рамках фиксированных принципов. Можно выбирать только вид мировой функции, которая определяет геометрию пространства-времени. Принципы построения геометрии остаются неизменными. Они не являются результатом подгонки. Они получены с помощью логических рассуждений. Этим они существенно отличаются от современных методов теории элементарных частиц, где господствует беспринципная подгонка.

Заметим, что встречающиеся в литературе вероятностные геометрии и некоммутативные геометрии не являются геометриями в точном смысле этого слова. Это – обогащенные геометрии, т.е. геометрии с некими дополнительными структурами (вероятностными или матричными), заданными на многообразии Минковского. Другими словами, в рамках этих "геометрий"физическая геометрия, как наука о взаимном расположении объектов, описываемая метрикой, остается прежней геометрией Минковского. К ней только добавляются разные дополнительные структуры, вводящие многовариантность, необходимую для описания микромира. Однако, многовариантность вводится на динамическом уровне, а не на уровне геометрии.

Таким образом, в этой работе мы демонстрируем только математические возможности геометрии пространства-времени в объяснении явлений микромира.

## 2 Подходы к геометрии

Имеются два подхода к геометрии. В соответствии с традиционным подходом геометрия (аксиоматическая) строится на основе некоторой аксиоматики. Все предложения аксиоматической геометрии получаются из нескольких исходных предложений (аксиом) с помощью логических рассуждений. Примеры аксиоматических геометрий: евклидова геометрия, аффинная геометрия, проективная геометрия и т.д. Главный дефект аксиоматической геометрии: невозможность аксиоматизации неоднородных геометрий.

Аксиоматизация геометрии означает, что из множества $\mathcal{S}$ всех предложений геометрии можно таким образом выделить несколько исходных предложений $\mathcal{A}$

(аксиом), что все предложения $\mathcal{S}$ геометрии могут быть получены из аксиом $\mathcal{A}$ с помощью логических рассуждений. Возможность аксиоматизации геометрии является гипотезой. Ее справедливость была доказана только для собственно евклидовой геометрии [3]. Для неоднородных геометрий (например, для римановой геометрии) возможность аксиоматизации не доказана. Вообще, возможность аксиоматизации неоднородных геометрий представляется сомнительной. Феликс Клейн [4] полагал, что риманова геометрия (неоднородная) является скорее географией или топографией, чем геометрией.

В соответствии с другим подходом геометрия (физическая геометрия) есть наука о взаимном расположении геометрических объектов в пространстве или в пространстве-времени (евклидова геометрия, метрическая геомтерия). Все соотношения метрической геометрии конечны, а не дифференциальны, и метрическая геометрия может быть задана на любом множестве точек, а не обязательно на многообразии. Предполагается, что взаимное расположение геометрических объектов определено, если задана расстояние (метрика) между каждыми двумя точками множества. Простота характеристики геометрии и отсутствие ограничений на множество точек пространства являются главными достоинствами метрической геометрии. Главным недостатком метрической геометрии является ее бедность. Такие важные понятия евклидовой геометрии как скалярное произведение векторов и понятие линейной зависимости отсутствуют в метрической геометрии. Однако, собственно евклидова геометрия является частным случаем метрической геометрии. Это означает, что в случае евклидовой геометрии скалярное произведение, понятие линейной зависимости векторов и другие понятия и объекты евклидовой геометрии могут быть выражены через евклидову метрику. Эти выражения евклидовых понятий через метрику, провозглашаются справедливыми для любой метрической геометрии. Заменяя евклидову метрику метрикой соответствующей метрической геометрии, мы получаем систему геометрических понятий в любой метрической геометрии. В результате получаем метрическую геометрию, оснащенную всеми понятиями евклидовой геометрии [5].

Кроме того можно устранить такие ограничения на метрику, как аксиома треугольника и неотрицательность метрики $\rho$. Они не являются необходимыми, если все понятия евклидовой геометрии введены в метрическую геометрию. Вместо метрики $\rho$ мы будем использовать мировую функцию $\sigma = \frac{1}{2}\rho^2$, которая вещественна даже в геометриях с индефинитной метрикой (например, в геометрии Минковского). Мы будем называть такие геометрии трубчатыми геометриями (Т-геометриями). Это название геометрии связано с тем фактом, что прямая в Т-геометрии является трубкой, а не одномерной линией. Трубчатый характер прямых в Т-геометрии обусловлен свойством многовариантности. Многовариантность Т-геометрии означает, что существует много векторов $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1'$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1''$, ...которые эквивалентны (равны) вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, но не эквивалентны между собой.

На первый взгляд многовариантность является неожиданным и нежелательным свойством геометрии. Однако, многовариантность очень важна в приложениях геометрии к физике. В частности, многовариантность геометрии пространства-времени непринужденно объясняет квантовые эффекты. Кроме того многовариантность позволяет поставить проблему существования геометрических объектов в виде физических тел. Эта проблема не может быть поставлена в рамках римановой геометрии. (Точнее говоря, поставить эту проблему можно, но в рамках римановой геометрии она приводит к утверждению, что любой геометрический объект может быть реализован в виде физического тела). Постановка этой проблемы важна для получения геометрического подхода к теории элементарных частиц.

Все геометрические предложения в Т-геометрии появляются в готовом виде. В Т-геометрии нет теорем, все теоремы были доказаны в евклидовой геометрии. Утверждения евклидовой геометрии превращаются в определения Т-геометрии. Все это достаточно необычно и трудно для восприятия, потому что некоторые аксиомы евклидовой геометрии не верны в Т-геометрии (например, евклидова аксиома "прямая не имеет толщины", вообще говоря, не верна в Т-геометрии).

Для преодоления недостатков физической и аксиоматической геометрий используем тот факт, что собственно евклидова геометрия является аксиоматической и физической геометрией одновременно. Собственно евклидова геометрия была построена как аксиоматическая геометрия, и непротиворечивость ее аксиом была доказана. С другой стороны собственно евклидова геометрия является физической геометрией и, следовательно, может быть полностью описана в терминах метрики $\rho$. В самом деле, такая теорема была доказана [5].

Удобно ввести мировую функцию $\sigma = \frac{1}{2}\rho^2$ вместо метрики $\rho$, потому что в этом случае можно описывать геометрию Минковского и другие геометрии с индефинитной метрикой в терминах вещественной мировой функции $\sigma$.

Поскольку собственно евклидова геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ хорошо изучена, все предложения $P_{\mathrm{E}}$ евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ могут быть представлены в терминах мировой функции $\sigma_{\mathrm{E}}$ собственно евклидовой геометрии: $P_{\mathrm{E}} = P_{\mathrm{E}}(\sigma_{\mathrm{E}})$. Заменяя мировую функцию $\sigma_{\mathrm{E}}$ евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ мировой функцией $\sigma$ другой физической геометрии $\mathcal{G}$ во всех предложениях $P_{\mathrm{E}}(\sigma_{\mathrm{E}})$ евклидовой геометрии: $P_{\mathrm{E}}(\sigma_{\mathrm{E}}) \to P_{\mathrm{E}}(\sigma)$, получаем все предложения физической геометрии $\mathcal{G}$. Замена мировой функции $\sigma_{\mathrm{E}}$ другой мировой функцией $\sigma$ означает деформацию евклидовой геометрии (евклидова пространства). Это может интерпретироваться в том смысле, что любая физическая геометрия является результатом деформации собственно евклидовой геометрии.

Очень важно, что все выражения понятий евклидовой геометрии через мировую функцию имеют конечную (а не дифференциальную) форму. Дифференциальная форма соотношений требует дополнительной информации (начальные и граничные условия). Конечные выражения не требуют такой дополнительной информации. Кроме того при использовании соотношений в конечной форме, нужно решать некоторые алгебраические уравнения, тогда как при использовании дифференциальных соотношений мы будем вынуждены решать дифференциальные уравнения.

Таким образом, для построения физической геометрии нужно выразить все предложения собственно евклидовой геометрии в терминах евклидовой мировой функции $\sigma_{\mathrm{E}}$.

# 3 Не-евклидов метод построения физической геометрии (принцип деформации)

Всякая физическая геометрия описывается мировой функцией и получается в результате деформации собственно евклидовой геометрии. Мировая функция описывается соотношением

$$\sigma: \qquad \Omega\times\Omega\rightarrow\mathbb{R}, \qquad \sigma(P,Q)=\sigma(Q,P), \qquad \sigma(P,P)=0, \qquad \forall P,Q\in\Omega \tag{3.1}$$

Вектор $\mathbf{PQ}\equiv\overrightarrow{PQ}$ представляет собой упорядоченное множество из двух точек $\{P,Q\}$, $P,Q\in\Omega$. Длина $|\mathbf{PQ}|_{\mathrm{E}}$ вектора $\mathbf{PQ}$ определяется соотношением

$$|\mathbf{PQ}|_{\mathrm{E}}^{2}=2\sigma_{\mathrm{E}}(P,Q) \tag{3.2}$$

где индекс "E"означает, что длина вектора берется в собственно евклидовом пространстве.

Скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2)_{\mathrm{E}}$ двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$, имеющих общее начало $P_0$ определяется соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2)_{\mathrm{E}}=\sigma_{\mathrm{E}}(P_0,P_1)+\sigma_{\mathrm{E}}(P_0,P_2)-\sigma_{\mathrm{E}}(P_1,P_2) \tag{3.3}$$

которое появляется из евклидова соотношения

$$|\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2|^2=|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2-\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2=|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2|^2+|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2-2(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2)_{\mathrm{E}} \tag{3.4}$$

Скалярное произведение двух удаленных векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ имеет вид

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)_{\mathrm{E}}=\sigma_{\mathrm{E}}(P_0,Q_1)+\sigma_{\mathrm{E}}(P_1,Q_0)-\sigma_{\mathrm{E}}(P_0,Q_0)-\sigma_{\mathrm{E}}(P_1,Q_1) \tag{3.5}$$

Необходимое и достаточное условие линейной зависимости $n$ векторов ,$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$,...$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_n$ определяется соотношением

$$F_n(\mathcal{P}^n)=0, \qquad \mathcal{P}^n\equiv\{P_0,P_1,...,P_n\} \tag{3.6}$$

где $F_n(\mathcal{P}^n)$ представляет собой определитель Грама

$$\begin{aligned} F_n(\mathcal{P}^n) &\equiv \det||(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k)_{\mathrm{E}}||=\det||\sigma_{\mathrm{E}}(P_0,P_i)+\sigma_{\mathrm{E}}(P_0,P_k)-\sigma_{\mathrm{E}}(P_i,P_k)|| \\ i,k &= 1,2,...n \end{aligned} \tag{3.7}$$

Коллинеарность $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\parallel\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ двух векторов является частным случаем линейной зависимости. Она описывается соотношением

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\parallel\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1: \qquad \left\|\begin{array}{cc} |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|_{\mathrm{E}}^2 & (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)_{\mathrm{E}} \\ (\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1)_{\mathrm{E}} & |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|_{\mathrm{E}}^2 \end{array}\right\|=0 \tag{3.8}$$

Два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ параллельны, если

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \upuparrows_{\mathrm{E}} \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1 : \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)_{\mathrm{E}} = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|_{\mathrm{E}} \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|_{\mathrm{E}} \tag{3.9}$$

Два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ антипараллельны, если

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \uparrow\downarrow_{\mathrm{E}} \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1 : \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)_{\mathrm{E}} = -\,|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|_{\mathrm{E}} \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|_{\mathrm{E}} \tag{3.10}$$

Два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ эквивалентны (равны) $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, если

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1 : \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \upuparrows \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) \wedge (|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|) \tag{3.11}$$

или

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1 : \qquad \left((\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2\right) \wedge (|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|) \tag{3.12}$$

В собственно евклидовой геометрии свойство эквивалентности двух векторов обратимо и транзитивно.

$$\text{если} \quad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1, \quad \text{то} \quad \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\mathrm{eqv}\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \tag{3.13}$$

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) \wedge (\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\mathrm{eqv}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1) \implies \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1 \tag{3.14}$$

В общем случае физической геометрии свойство эквивалентности интранзитивно. Интранзитивность свойства эквивалентности связана с его многовариантностью, когда много векторов $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1'$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1''$,...эквивалентны вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, но не эквивалентны между собой. Многовариантность свойства эквивалентности обусловлена тем обстоятельством, что система уравнений для определения точки $Q_1$ (при фиксированных точках $P_0, P_1, Q_0$) имеет, вообще говоря, много решений. Возможна также такая ситуация, когда эта система уравнений не имеет решения.

# 4 Построение геометрических объектов в T-геометрии

Геометрический объект $\mathcal{O} \subset \Omega$ представляет собой подмножество точек во множестве точек $\Omega$. В T-геометрии геометрический объект $\mathcal{O}$ описывается с помощью каркас-оболочного метода. Это означает, что геометрический объект $\mathcal{O}$ рассматривается как множество объединений и пересечений элементарных геометрических объектов (ЭГО).

Конечное множество $\mathcal{P}^n \equiv \{P_0, P_1, ..., P_n\} \subset \Omega$ параметров оболочной функции $f_{\mathcal{P}^n}$ представляет собой каркас элементарного геометрического объекта (ЭГО) $\mathcal{E} \subset \Omega$. Множество $\mathcal{E} \subset \Omega$ точек, образующих ЭГО, называется оболочкой его каркаса $\mathcal{P}^n$. Оболочная функция $f_{\mathcal{P}^n}$

$$f_{\mathcal{P}^n} : \qquad \Omega \to \mathbb{R}, \tag{4.1}$$

определяющая ЭГО представляет собой функцию бегущей точки $R \in \Omega$ и параметров $\mathcal{P}^n \subset \Omega$. Оболочная функция $f_{\mathcal{P}^n}$ предполагается алгебраической функцией от $s$ аргументов $w = \{w_1, w_2, ...w_s\}$, $s = (n+2)(n+1)/2$. Каждый из аргументов $w_k = \sigma(Q_k, L_k)$ представляет собой мировую функцию $\sigma$ двух точек $Q_k, L_k \in \{R, \mathcal{P}^n\}$, либо принадлежащих каркасу $\mathcal{P}^n$, либо совпадающих с бегущей точкой $R$. Таким образом, любой элементарный геометрический объект $\mathcal{E}$ определяется своим каркасом $\mathcal{P}^n$ и своей оболочной функцией $f_{\mathcal{P}^n}$. Элементарный геометрический объект $\mathcal{E}$ определяется как множество нулей оболочной функции.

$$\mathcal{E} = \{R | f_{\mathcal{P}^n}(R) = 0\} \tag{4.2}$$

Характерными точками ЭГО являются точки его каркаса $\mathcal{P}^n \equiv \{P_0, P_1, ..., P_n\}$. Простейшим примером ЭГО является отрезок $\mathcal{T}_{[P_0P_1]}$ прямой линии между точками $P_0$ и $P_1$. Он определяется соотношением

$$\mathcal{T}_{[P_0P_1]} = \{R | f_{P_0P_1}(R) = 0\}, \tag{4.3}$$

$$f_{P_0P_1}(R) = \sqrt{2\sigma(P_0, R)} + \sqrt{2\sigma(R, P_1)} - \sqrt{2\sigma(P_0, P_1)} \tag{4.4}$$

Другим примером является цилиндр $\mathcal{C}(P_0, P_1, Q)$ с точками $P_0, P_1$ на оси цилиндра и точкой $Q$ на его поверхности. Цилиндр $\mathcal{C}(P_0, P_1, Q)$ определяется соотношением

$$\mathcal{C}(P_0, P_1, Q) = \{R | f_{P_0P_1Q}(R) = 0\}, \tag{4.5}$$

$$f_{P_0P_1Q}(R) = F_2(P_0, P_1, Q) - F_2(P_0, P_1, R)$$

$$F_2(P_0, P_1, Q) = \begin{vmatrix} (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1) & (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{Q}) \\ (\mathbf{P}_0\mathbf{Q}.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1) & (\mathbf{P}_0\mathbf{Q}.\mathbf{P}_0\mathbf{Q}) \end{vmatrix} \tag{4.6}$$

Здесь $\sqrt{F_2(P_0, P_1, Q)}$ представляет собой площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_0\mathbf{Q}$, а $\frac{1}{2}\sqrt{F_2(P_0, P_1, Q)}$ есть площадь треугольника с вершинами в точках $P_0, P_1, Q$. Равенство $F_2(P_0, P_1, Q) = F_2(P_0, P_1, R)$ означает, что расстояние между точкой $Q$ и осью, определяемой вектором $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, равно расстоянию между точкой $R$ и осью. Здесь точки $P_0, P_1, Q$ образуют каркас цилиндра, тогда как функция $f_{P_0P_1Q}$ представляет собой оболочную функцию.

В собственно евклидовой геометрии цилиндр зависит только от оси $\mathcal{T}_{[P_0P_1]}$ (или $\mathcal{T}_{P_0P_1}$), проходящей через точки $P_0$ и $P_1$. Это означает, что если точка $P_1' \in \mathcal{T}_{[P_0P_1]}$ и $P_1' \neq P_1 \wedge P_1' \neq P_0$, цилиндры $\mathcal{C}(P_0, P_1, Q)$ и $\mathcal{C}(P_0, P_1', Q)$ совпадают в собственно евклидовой геометрии. Однако, цилиндры $\mathcal{C}(P_0, P_1, Q)$ и $\mathcal{C}(P_0, P_1', Q)$, вообще говоря, не совпадают в произвольной Т-геометрии. Это есть результат многовариантности Т-геометрии, где прямые линии $\mathcal{T}_{P_0P_1}$ и $\mathcal{T}_{P_0P_1'}$, вообще говоря, различны, если даже $P_1' \in \mathcal{T}_{P_0P_1}$.

*Определение.* Два ЭГО $\mathcal{E}(\mathcal{P}^n)$ и $\mathcal{E}(\mathcal{Q}^n)$ эквивалентны, если их каркасы и их оболочные функции эквивалентны. Эквивалентность каркасов $\mathcal{P}^n \equiv \{P_0, P_1, ..., P_n\} \subset \Omega$ и $\mathcal{Q}^n \equiv \{Q_0, Q_1, ..., Q_n\} \subset \Omega$ означает, что

$$\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k \text{eqv} \mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k, \qquad i,k = 0,1,...n, \quad i < k \tag{4.7}$$

Эквивалентность оболочных функций $f_{\mathcal{P}^n}$ и $g_{\mathcal{Q}^n}$ означает, что

$$f_{\mathcal{P}^n}(R) = \Phi\left(g_{\mathcal{P}^n}(R)\right), \qquad \forall R \in \Omega \tag{4.8}$$

где $\Phi$ есть произвольная функция обладающая свойством

$$\Phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad \Phi(0) = 0 \tag{4.9}$$

Эквивалентность формы двух ЭГО $\mathcal{E}(\mathcal{P}^n)$ и $\mathcal{E}(\mathcal{Q}^n)$ определяется как эквивалентность формы их каркасов $\mathcal{P}^n$ и $\mathcal{Q}^n$, которая описывается соотношениями

$$|\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k| = |\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k|, \qquad i,k = 0,1,...n, \quad i<k \tag{4.10}$$

и эквивалентность их оболочных функций $f_{\mathcal{P}^n}$ и $g_{\mathcal{Q}^n}$ (4.8).

Эквивалентность ориентаций каркасов $\mathcal{P}^n$ and $\mathcal{Q}^n$ в пространстве $\Omega$ описывается соотношениями

$$\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k \upuparrows \mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k, \qquad i,k = 0,1,...n, \quad i<k \tag{4.11}$$

Эквивалентность формы и ориентаций каркасов является эквивалентностью каркасов, описываемой соотношениями (4.7).

# 5 Существование геометрических объектов как физических тел

По определению геометрический объект $\mathcal{O}_{\mathcal{P}^n}$ существует в точке $P_0 \in \Omega$ в пространстве-времени как физический объект, если он существует в любой момент в любом месте пространства-времени. Математически это означает, что в любой точке $Q_0 \in \Omega$ существует геометрический объект $\mathcal{O}_{\mathcal{Q}^n}$ с каркасом $\mathcal{Q}^n \mathrm{eqv} \mathcal{P}^n$. Соотношение $\mathcal{Q}^n \mathrm{eqv} \mathcal{P}^n$ означает, что

$$\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k, \qquad i,k = 0,1,...n, \qquad i<k \tag{5.1}$$

В соответствии с с определением эквивалентности (3.12) условие эквивалентности $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k$ означает два соотношения

$$(\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k.\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k) = |\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k|^2, \qquad |\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k| = |\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k| \tag{5.2}$$

Имеется $n(n+1)$ уравнений для определения $4n$ координат точек $Q_1, Q_2, ...Q_n$ в 4-мерном пространстве-времени. Каркас $\mathcal{P}^n$ и точка $Q_0$ предполагаются заданными.

В случае пространства-времени Минковского имееется только $2n$ соотношений (вместо $n(n+1)$) для определения $4n$ координат

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_k) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_k|, \qquad |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_k|, \qquad k = 1,2,...n \tag{5.3}$$

потому что в пространстве-времени Минковского
$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_i) \wedge (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_k) \Longrightarrow \mathbf{P}_i\mathbf{P}_k \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k$

Структура условий эквивалентности в пространстве-времени Минковского такова, что *два* соотношения

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_k) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_k|, \qquad |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_k|, \qquad k = 1, 2, ...n \tag{5.4}$$

однозначно определяют четыре координаты точки $Q_k$, при условии, что вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k$ является времениподобным, т.е. $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k|^2 > 0$. Итак, в пространстве Минковского любой геометрический объект всегда существует как физический объект. Если число точек каркаса возрастает, то число $n(n+1)$ ограничений возрастает быстрее, чем число $4n$ координат, подлежащих определению.

В простейшем случае, когда все $n(n+1)/2$ векторов $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k$ каркаса времениподобны, соотношение между $n(n+1)$ ограничениями и $4n$ координатами задается следующей таблицей

| $n$ | $n(n+1)$ | $4n$ | diff |
|---|---|---|---|
| 2 | 6 | 8 | 2 |
| 3 | 12 | 12 | 0 |
| 4 | 20 | 16 | $-4$ |

Можно видеть, что для $n > 3$, число ограничений больше, чем число величин, подлежащих определению. Оказывается, что существование сложных элементарных геометрических объектов невозможно.

# 6 Эволюция геометрического объекта

В некоторых случаях каркасы эквивалентных ЭГО могут образовать цепь эквивалентных каркасов. В таких случаях можно говорить о временной эволюции геометрического объекта. Пусть, например, каркасы $\left\{P_0^{(l)}, P_1^{(l)}, ...P_n^{(l)}\right\}$, $l = ...0, 1, ...$ попарно эквивалентны

$$\mathbf{P}_i^{(l)}\mathbf{P}_k^{(l)} \mathrm{eqv} \mathbf{P}_i^{(l+1)}\mathbf{P}_k^{(l+1)}, \qquad i, k = 0, 1, ...n; \qquad l = ...1, 2, ... \tag{6.1}$$

и кроме того

$$P_1^{(l)} = P_0^{(l+1)}, \qquad l = ...1, 2, ... \tag{6.2}$$

Если векторы $\mathbf{P}_0^{(l)}\mathbf{P}_1^{(l)}$ времениподобны $\left|\mathbf{P}_0^{(l)}\mathbf{P}_1^{(l)}\right| > 0$, то можно говорить о временной эволюции геометрического объекта $\mathcal{O}(\mathcal{P}^n)$, который описывается цепью, состоящей из эквивалентных каркасов $\mathcal{P}^n$. В некоторых случаях временная эволюция возникает, если даже векторы $\mathbf{P}_0^{(l)}\mathbf{P}_1^{(l)}$ пространственноподобны. Однако, нельзя говорить о временной эволюции геометрического объекта, если каркасы цепи не эквивалентны.

# 7 Временная эволюция двухточечных объектов

Рассмотрим некоторые простые примеры временной эволюции каркаса, состоящего из двух точек, в плоском однородном и изотропном пространстве-времени $V_{\mathrm{d}} = \{\sigma_{\mathrm{d}}, \mathbb{R}^4\}$, описываемом мировой функцией

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + d \cdot \operatorname{sgn}(\sigma_{\mathrm{M}}), \qquad d = \lambda_0^2 = \text{const} > 0 \tag{7.1}$$

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad x > 0 \\ 0, & \text{если} \quad x = 0 \\ -1, & \text{если} \quad x < 0 \end{cases}, \tag{7.2}$$

где $\sigma_{\mathrm{M}}$ есть мировая функция 4-мерного пространства-времени Минковского. $\lambda_0$ есть некоторая элементарная длина.

Искаженное пространство-время $V_{\mathrm{d}}$ описывает реальное пространство-время лучше, чем пространство-время Минковского. Описание с помощью $V_{\mathrm{d}}$ лучше в том смысле, что пространство-время (7.1) описывает квантовые эффекты, если постоянная дисторсии $d$ выбрана в виде [6]

$$d = \frac{\hbar}{2bc} \tag{7.3}$$

где $\hbar$ есть квантовая постоянная, $c$ есть скорость света и $b$ есть универсальная постоянная, свзывающая геометрическую длину $\mu$ вектора $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_{i+1}$ в цепи каркасов с традиционной массой $m$ частицы, описываемой этой цепью

$$m = b\mu \tag{7.4}$$

Рассмотрение дисторсии $d$, взятой в виде (7.3), означает рассмотрение квантовой постоянной в качестве параметра пространства-времени.

Пространство-время в пространственно-временной модели (7.1) дискретно. Пространство-время дискретно в том смысле, что не существует времениподобных векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ с $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 \in (0, \lambda_0^2)$ и не существует пространственноподобных векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ с $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 \in (-\lambda_0^2, 0)$. Однако, пространственно-временная модель (7.1) не является окончательной пространственно-временной геометрией [6]. Дело в том, что соотношение

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + \frac{\hbar}{2bc} \tag{7.5}$$

может быть не верно для всех $\sigma_{\mathrm{M}} > 0$. Для объяснения квантовых эффектов достаточно, чтобы соотношение (7.5) удовлетворялось для $\sigma_{\mathrm{M}} > \sigma_0$, где постоянная $\sigma_0$ определяется геометрической массой легчайшей массивной частицы (электрона) с помощью соотношения

$$\sqrt{2\sigma_{\mathrm{d}}} = \sqrt{2\sigma_0 + \frac{\hbar}{bc}} \leq \mu_{\mathrm{e}} = \frac{m_{\mathrm{e}}}{b} \tag{7.6}$$

где $m_{\mathrm{e}}$ есть масса электрона.

Для $\sigma_{\rm M} < \sigma_0$ вид искаженной мировой функции может отличаться от (7.1) и иметь, например, вид

$$\sigma_{\rm di} = \sigma_{\rm M} + \frac{2d}{\pi}\arctan\left(\sigma_{\rm M}\right), \qquad d = \lambda_0^2 = \text{const} > 0 \tag{7.7}$$

Пространство-время $V_{\rm di}$ с мировой функцией (7.7) занимает промежуточное положение между пространством-временем Минковского и пространством-временем $V_{\rm d}$, описываемым (7.1). Пространство-время $V_{\rm di}$ описывает квантовые эффекты как $V_{\rm d}$, однако пространство-время $V_{\rm di}$ не является дискретным как $V_{\rm d}$.

Если мировая функция $\sigma\left(x, x'\right)$ задана на многообразии и имеет производные по всем аргументам $x$ и $x'$ в совпадающих точках $x = x'$, метрический тензор $g_{ik}\left(x\right)$ определяется через производные мировой функции в виде

$$g_{ik}\left(x\right) = \left[-\frac{\partial^2\sigma\left(x, x'\right)}{\partial x^i \partial x'^k}\right]_{x'=x}, \qquad i, k = 0, 1, 2, 3 \tag{7.8}$$

Оценка бесконечно малого пространственно-временного интервала в пространстве-времени (7.7) в инерциальной системе координат дает результат

$$dS^2 = \left(1 + \frac{2d}{\pi\sigma_0}\right)\left(c^2dt^2 - d\mathbf{x}^2\right) \tag{7.9}$$

который означает, что пространственно-временной интервал между близкими точками $x$ и $x + dx$ оказывается конечным при $\sigma_0 \to 0$, если даже $dx$ является бесконечно малой величиной. Метрический тензор, определяемый соотношением (7.9), совпадает с метрическим тензором пространства-времени Минковского с точностью до постоянного множителя.

## 7.1 Два связанных времениподобных вектора

Пусть имеются два связанных времениподобных вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$. Если $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \mathrm{eqv} \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ и вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ задан, то вектор $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ может быть определен. Пусть координаты точек $P_0, P_1, P_2$ в инерциальной системе координат имеют вид

$$P_0 = \left\{0, 0, 0, 0\right\}, \qquad P_0 = \left\{s, 0, 0, 0\right\}, \qquad P_2 = \left\{2s + \alpha_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\right\} \tag{7.10}$$

где величина $s$ задана, а величины $\alpha_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ должны быть определены.

Векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ имеют координаты

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \left\{s, 0, 0, 0\right\}, \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \left\{s + \alpha_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\right\} \tag{7.11}$$

В соответствии с (3.5) в пространстве-времени $V_{\rm d}$

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\right) &= \sigma\left(P_0, P_2\right) - \sigma\left(P_0, P_1\right) - \sigma\left(P_1, P_2\right) \\ &= \sigma_{\rm M}\left(P_0, P_2\right) - \sigma_{\rm M}\left(P_0, P_1\right) - \sigma_{\rm M}\left(P_1, P_2\right) + w \\ &= \left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\right)_{\rm M} + w \end{aligned} \tag{7.12}$$

где

$$w=\lambda_0^2\left(\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0,P_2\right)\right)-\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0,P_1\right)\right)-\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_1,P_2\right)\right)\right) \tag{7.13}$$

и $\sigma_{\mathrm{M}}$ означает мировую функцию пространства-времени Минковского.

Заметим, что в пространстве-времени (7.1)

$$\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0,P_2\right)\right)=\mathrm{sgn}\left(\sigma\left(P_0,P_2\right)\right) \tag{7.14}$$

Если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ времениподобен, $\left|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\right|^2=s^2+2\lambda_0^2>0$, соотношения эквивалентности векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ принимают вид

$$\left|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\right|_{\mathrm{M}}^2=\left|\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\right|_{\mathrm{M}}^2, \qquad \left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\right)_{\mathrm{M}}+w=\left|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\right|_{\mathrm{M}}^2+2\lambda_0^2 \tag{7.15}$$

где

$$w=\lambda_0^2\left(\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0,P_2\right)\right)-2\right) \tag{7.16}$$

Скалярное произведение с индексом "M"представляет собой обычное скалярное произведение в пространстве-времени Минковского. В координатном виде соотношения (7.15)принимают вид

$$\left(s+\alpha_0\right)^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3^2=s^2 \tag{7.17}$$

$$s\left(s+\alpha_0\right)+\lambda_0^2\left(\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0,P_2\right)\right)-2\right)=s^2+2\lambda_0^2 \tag{7.18}$$

Вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2=\left\{2s+\alpha_0,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3\right\}$ имеет длину

$$\left|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2\right|_{\mathrm{M}}^2=\left(2s+\alpha_0\right)^2-\gamma_1^2-\gamma_2^2-\gamma_3^2 \tag{7.19}$$

Используя соотношения (7.17) и (7.18), исключим $\alpha_0$ и $\gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2$ из соотношения (7.19). Получаем

$$\left|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2\right|_{\mathrm{M}}^2=4s^2+8\lambda_0^2-2\lambda_0^2\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0,P_2\right)\right)>0 \tag{7.20}$$

Это означает, что $\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0,P_2\right)\right)=1$, и соотношение (7.18) имеет вид

$$s\alpha_0=3 \tag{7.21}$$

Решение уравнений (7.17) и (7.21) имеет вид

$$\alpha_0=\frac{3\lambda_0^2}{s}, \qquad \gamma_\alpha=\frac{\lambda_0}{s}\sqrt{6s^2+9\lambda_0^2}\frac{\beta_\alpha}{\sqrt{\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2}}, \qquad \alpha=1,2,3 \tag{7.22}$$

где $\beta_1,\beta_2,\beta_3$ являются произвольными вещественными величинами.

Представим координаты $\left(\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\right)_i$ вектора $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ в виде

$$\left(\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\right)_i=\left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\right)_i+a_i \tag{7.23}$$

где 4-vector $a_i$ описывает различие между векторами $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ и $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в пространстве-времени Минковского. Получаем

$$a_i=\left(\frac{3\lambda_0^2}{s},\frac{\lambda_0}{s}\sqrt{6s^2+9\lambda_0^2}\frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|}\right) \tag{7.24}$$

где $\mathbf{q}$ есть произвольный 3-вектор. 4-вектор $a_i$ пространственноподобен

$$a_ia^i=\left(a_ia^i\right)_{\mathrm{M}}+2\lambda_0^2\mathrm{sgn}\left(\left(a_ia^i\right)_{\mathrm{M}}\right)=-6\lambda_0^2 \tag{7.25}$$

Если элементарная длина $\lambda_0\to 0$, вектор $a_i$ стремится к нулю.

## 7.2 Два связанных изотропных вектора

Рассмотрим два связанных эквивалентных изотропных вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ ($|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 = |\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2|^2 = 0$). Используя для векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ координатное представление

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = (s, s, 0, 0), \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = (s+\alpha_0, s+\alpha_1, \gamma_2, \gamma_3) \tag{7.26}$$

получаем следующие условия эквивалентности

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)_{\mathrm{M}} + w = 0, \qquad |\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2|^2 = 0 \tag{7.27}$$

$$w = \lambda_0^2 \mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_2\right)\right) \tag{7.28}$$

В терминах координат соотношения (7.27) и (7.28) записываются в виде

$$s\left(s+\alpha_0\right) - s\left(s+\alpha_1\right) = -\lambda_0^2 \mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_2\right)\right) \tag{7.29}$$

$$\left(s+\alpha_0\right)^2 - \left(s+\alpha_1\right)^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 = 0 \tag{7.30}$$

После упрощений получаем

$$s\left(\alpha_0 - \alpha_1\right) = -\lambda_0^2 \mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_2\right)\right) \tag{7.31}$$

$$\left(\alpha_0 - \alpha_1\right)\left(2s + \alpha_0 + \alpha_1\right) - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 = 0 \tag{7.32}$$

Для длины вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$ получаем

$$\begin{aligned} |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2|_{\mathrm{M}}^2 &= \left(2s+\alpha_0\right)^2 - \left(2s+\alpha_1\right)^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 \\ &= \left(\alpha_0 - \alpha_1\right)\left(4s + \alpha_0 + \alpha_1\right) - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 \end{aligned} \tag{7.33}$$

С помощью соотношений (7.31), (7.32) соотношение (7.33) принимает вид

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2|_{\mathrm{M}}^2 = -2\lambda_0^2 \mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_2\right)\right) \tag{7.34}$$

Соотношение (7.34) выполняется только, если

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2|_{\mathrm{M}}^2 = 2\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_2\right) = 0 \tag{7.35}$$

В этом случае решение уравнений имеет вид

$$\alpha_1 = \alpha_0, \qquad \gamma_2 = \gamma_3 = 0 \tag{7.36}$$

Таким образом, в случае двух связанных изотропных векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ имеем

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = (s, s, 0, 0), \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = (s+\alpha_0, s+\alpha_0, 0, 0) \tag{7.37}$$

где $\alpha_0$ является произвольным вещественным числом. Результат не зависит от элементарной длины $\lambda_0$. Он верен также и в пространстве-времени Минковского.

## 7.3 Два связанных пространственноподобных вектора

Пусть имеются два связанных пространственноподобных эквивалентных вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$. Если $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \mathrm{eqv} \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ и вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ задан, вектор $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ может быть определен. Пусть координаты точек $P_0, P_1, P_2$ в инерциальной системе координат имеют вид

$$P_0 = \{0,0,0,0\}, \qquad P_1 = \{0,l,0,0\}, \qquad P_2 = \{\alpha_0, 2l+\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\} \tag{7.38}$$

где величина $l$ задана, а величины $\alpha_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ подлежат определению.

Векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ имеют координаты

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \{0,l,0,0\}, \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \{\alpha_0, l+\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\} \tag{7.39}$$

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2) = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)_{\mathrm{M}} + w \tag{7.40}$$

где

$$w = \lambda_0^2 \left(\operatorname{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_2\right)\right) + 2\right) \tag{7.41}$$

В координатном представлении условия эквивалентности принимают вид

$$-l\left(l+\gamma_1\right) + w = -l^2 - 2\lambda_0^2, \qquad \alpha_0^2 - \left(l+\gamma_1\right)^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 = -l^2 \tag{7.42}$$

Для вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$ получаем

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2|_{\mathrm{M}}^2 = \alpha_0^2 - \left(2l+\gamma_1\right)^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2 \tag{7.43}$$

Исключая $\gamma_1$ и $\alpha_0^2 - \gamma_2^2 - \gamma_3^2$ из (7.43) с помощью (7.42), получаем

$$-l\gamma_1 + w = -2\lambda_0^2, \qquad |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2|_{\mathrm{M}}^2 = -2l\left(2l+\gamma_1\right) \tag{7.44}$$

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2|_{\mathrm{M}}^2 = -2l\left(2l + \frac{w+2\lambda_0^2}{l}\right) = -4l^2 - 2\lambda_0^2\left(\operatorname{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0,P_2\right)\right) + 2\right) \tag{7.45}$$

Из (7.45) следует, что вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$ всегда пространственноподобный и, следовательно, $w = \lambda_0^2$. Из (7.42) следует, что

$$\gamma_1 = \frac{3\lambda_0^2}{l}, \qquad \alpha_0 = \sqrt{\gamma_2^2 + \gamma_3^2 + 6\lambda_0^2 + \frac{9\lambda_0^4}{l^2}} \tag{7.46}$$

где $\gamma_1$ и $\gamma_2$ произвольные вещественные числа. Таким образом,

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \{0,l,0,0\}, \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \left\{\sqrt{\gamma_2^2 + \gamma_3^2 + 6\lambda_0^2 + \frac{9\lambda_0^4}{l^2}}, l, \gamma_2, \gamma_3\right\} \tag{7.47}$$

Представляя координаты вектора $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ в виде

$$\left(\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\right)_i = \left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\right)_i + a_i \tag{7.48}$$

получаем для 4-вектора $a_i$

$$a_i = \left\{ \sqrt{\gamma_2^2 + \gamma_3^2 + 6\lambda_0^2 + \frac{9\lambda_0^4}{l^2}}, 0, \gamma_2, \gamma_3 \right\}, \qquad \left(a_i a^i\right)_{\mathrm{M}} = 6\lambda_0^2 + \frac{9\lambda_0^4}{l^2} \tag{7.49}$$

Теперь представим себе, что имеется бесконечная цепь связанных эквивалентных векторов $...\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2, ...\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}, ....$ Если векторы времениподобны, эта цепь может интерпретироваться как многовариантная "мировая линия" свободной частицы. Вектор $\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}$ может быть истолкован как импульс частицы, а величину $|\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}|$ можно интерпретировать как геометрическую массу $\mu$. Чтобы получить обычную массу $m$, нужно использовать соотношение (7.4), где $b$ есть некоторая универсальная постоянная. Статистическое описание многовариантного движения частицы приводит к квантовому описанию в терминах уравнения Шредингера [6]. Однако, это соответствие между геометрическим описанием и квантовым позволяет определить только произведение $\lambda_0^2 b = \hbar / (2c)$. Универсальные постоянные $\lambda_0$ и $b$ по отдельности не определяются из этого соотношения. Таким образом, в случае времениподобного вектора $\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}$ динамика свободной частицы получается из чисто геометрического рассмотрения (динамика как следствие геометрии).

Если векторы $\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}$ цепи изотропны, то трудно говорить о временной эволюции. Хотя цепь изотропных векторов одновариантна, однако, векторы цепи могут менять свое направление, потому что постоянная $\alpha_0$ в (7.37) может иметь любой модуль и знак.

На первый взгляд временная эволюция в цепи пространственноподобных векторов $\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}$ невозможна. Это верно, при условии что нет добавочных ограничений на цепь пространственноподобных векторов. Однако, если каркас содержит более двух точек, например, $P_0, P_1, Q_1, ...$ цепь определяемая точками $P_0, P_1$, может содержать дополнительные ограничения, порождаемые дополнительными точками $Q_1, ...$ каркаса. Эти ограничения могут быть такими, что пространственноподобная "мировая линия" образует спираль с времениподобной осью. Если так, то спираль может интерпретироваться как мировая линия частицы, движущейся по кругу со сверхсветовой скоростью. В этом случае средний 4-импульс частицы будет времениподобным и направленным вдоль оси спирали. Направление среднего 4-импульса не совпадает с направлением мгновенной 4-скорости частицы, которая пространственноподобна. Подобную ситуацию мы наблюдаем в случае дираковской частицы, где 4-импульс есть обычный времениподобный вектор, тогда как скорость все время равна скорости света. В классическом приближении мировая линия дираковской частицы имеет форму спирали [7, 8]. Мировая линия свободной частицы, имеющая форму спирали, может быть объяснена тем обстоятельством, что дираковская частица на самом деле составная. На самом деле, имеются две связанные частицы, вращающиеся вокруг их общего центра инерции. Однако, в этом случае надо объяснить природу взаимодействия, связывающего частицы. Такой конфайнмент не может быть объяснен с помощью динамики, но он может быть объяснен геометрически как временная эволюция, порожденная пространственной эволюцией.

Мы не уверены, что подобная ситуация может возникнуть в искаженном пространстве-времени (7.1). Однако, нельзя исключить такой пространственно-временной геометрии, где пространственная эволюция приводит к временной эволюции. Такой случай является довольно неожиданным с точки зрения традиционной римановой геометрии пространства-времени.

# 8 Метрические силовые поля

Хорошо известно, что искривляя пространство-время Минковского, мы получаем искривленное пространство-время. Кривизна пространства-времени порождает гравитационное поле, которое связано с видом метрического тензора. Кривизна является специальным видом деформации пространства-времени, которая не порождает многовариантности геометрии пространства-времени. Мировая функция $\sigma_{\mathrm{R}}$ риманова пространства удовлетворяет уравнению [9]

$$\sigma_{\mathrm{R},i} g^{ik}(x) \sigma_{\mathrm{R},k} = 2\sigma_{\mathrm{R}}, \qquad \sigma_{\mathrm{R},k} \equiv \frac{\partial \sigma_{\mathrm{R}}(x, x')}{\partial x^k} \tag{8.1}$$

Двухточечная мировая функция пространства-времени определяется уравнением (8.1) и метрическим тензором $g^{ik}(x)$, заданным в каждой точке $x$ пространства-времени.

Однако, если геометрия пространства-времени многовариантна, мировая функция, вообще говоря, не удовлетворяет уравнению (8.1). В этом случае метрический тензор $g^{ik}(x)$, вообще говоря, не определяет мировую функцию. Например, в случае мировой функции (7.7) метрический тензор, задается соотношением (7.9). С точностью до постоянного множителя он совпадает с метрически тезором в пространстве-времени Минковского. Однако, в этом случае метрический тензор не определяет мировую функцию, потому что в этом случае мировая функция не удовлетворяет уравнению (8.1). Для $|\sigma| \gg |\sigma_0|$ мировая функция (7.7) удовлетворяет уравнению типа (8.1), которое имеет вид

$$\sigma_{,i} g_{\mathrm{M}}^{ik}(x) \sigma_{,k} = \left(1 + \frac{2d}{\pi\sigma_0 \left(1 + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0 + d}\right)^2\right)}\right)^2 \frac{2\sigma}{1 + \frac{d}{\sigma_0}} \tag{8.2}$$

где $g_{\mathrm{M}}^{ik}(x)$ есть метрический тензор для пространства-времени Минковского.

В случае одновариантной римановой геометрии влияние геометрии пространства-времени может быть имитировано с помощью гравитационного поля в пространстве-времени Минковского. В случае пространственно-временной геометрии (7.7) можно тоже сказать, что влияние пространственно-временной геометрии имитируется с помощью некоторых метрических силовых полей в пространстве-времени Минковского. Однако, в этом случае метрические поля образуют комплекс силовых полей, который не может имитироваться одноточечным полем типа метрического тензора. Остается неясным, как описывать эти поля и как они действуют на материю. Формально можно говорить о таких метрических полях и обсуждать до какой степени такие метрические поля могут имитировать взаимодействие элементарных частиц в микромире.

Классификация этих метрических полей и их исследование очень трудны, если не принимать во внимание их геометрическую природу. Свойства этих полей и их описание оказываются очень экзотическими, потому что они порождаются многовариантной геометрией пространства-времени. Например, относительно простая геометрия пространства-времени (7.7) имитируется принципами квантовой механики, а не некоторыми силовыми полями, потому что принципы квантовой механики учитывают свойство многовариантности, тогда как традиционные силовые поля игнорируют многовариантность.

На самом деле имеется очень важная стратегическая проблема. Что является исходной точкой для исследований явлений микромира? Сейчас эти исследования производятся на основе предположения, что элементарные частицы описываются с помощью некоторых таинственных волновых функций. Частицы движутся и взаимодействуют в соответствии с принципами квантовой механики. Никто не понимает, что это означает. Тем не менее исследователи пробуют разные подходы и проверяют их. Никаких серьезных принципов! Только подгонка! Использование геометрии пространства-времени очень ограничено из-за несовершенства наших знаний о геометрии.

После построения многовариантных геометрий стало возможным объяснить квантовые свойства как проявление многовариантности геометрии пространства-времени. Кроме того, стало возможным поставить проблему существования геометрических объектов в виде физических тел. При таких условиях представляется более разумным исследовать сначала возможности геометрического подхода к теории элементарных частиц. При геометрическом подходе подгонка также используется. Однако, эта подгонка касается только выбора подходящей геометрии пространства-времени (подходящей мировой функции). После того как мировая функция выбрана, подгонка прекращается и следуют только логические рассуждения и математические расчеты, что в значительно ограничивает произвол воображения теоретиков.

# Список литературы


[1] Yu. A. Rylov, Tubular geometry construction as a reason for new revision of the space-time conception. (Printed in *What is Geometry?* polimetrica Publisher, Italy, pp.201-235

[2] Yu. A. Rylov, Extremal properties of Synge's world function and discrete geometry. *J. Math. Phys.* **31**, 2876-2890, (1990).

[3] D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie.* 7 Auflage, B.G.Teubner, Leipzig, Berlin, 1930.

[4] F. Klein, *Vorlesungen über die Entwicklung die Mathematik im 19. Jahrhundert* teil 1, Berlin, Springer 1926.

[5] Yu.A. Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci.* **30**, iss. 12, 733-760, (2002), (*math.MG*/0103002).

[6] Yu.A. Rylov:, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. Journ. Math. Phys. **32**(8), 2092-2098, (1991).

[7] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle composite? *physics* /0410045.

[8] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle completely relativistic? *physics*/0412032.

[9] J. L. Synge, *Relativity: The General Theory*, North-Holland, Amsterdam, 1960.