Дискриминация масс частиц в многовариантной геометрии пространства-времени

Ю.А. Рылов

Институт проблем механики РАН,
Россия, Москва 119526, Проспект Вернадского 101-1.
e-mail: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site:
$http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Многовариантность геометрии означает, что в точке P_0 имеется много векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$,...которые эквивалентны (равны) вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ в точке Q_0, но они не эквивалентны между собой. Способность к дискриминации (нуль-вариантность) геометрии появляется, когда в точке P_0 нет векторов эквивалентных вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ в точке Q_0. Показывается, что в некоторых многовариантных геометриях пространства-времени некоторые частицы малой массы могут быть дискриминированы (т.е. они либо не существуют, либо их эволюция невозможна). Возможность дискриминации некоторых частиц может оказаться важной для объяснения дискретного характера спектра масс элементарных частиц.

1 Введение

Геометрическая динамика представляет собой динамику элементарных частиц, порожденную геометрией пространства-времени. В пространстве-времени Минковского геометрическая динамика совпадает с традиционной классической динамикой, и геометрическая динамика может рассматриваться как обобщение классической динамики на более общие пространственно-временные геометрии. Однако, геометрическая динамика имеет более фундаментальную основу и может быть определена в многовариантных пространственно-временных геометриях, где нельзя ввести традиционную классическую динамику. Дело в том, что классическая динамика была введена пространстве-времени с безграничной делимостью, тогда как реальное пространство-время обладает ограниченной делимостью. Ограниченная делимость пространства-времени не имеет значения для динамики макроскопических тел. Однако, когда размер движущегося тела порядка размера неоднородности пространства-времени, уже нельзя пренебрегать ограниченной делимостью геометрии пространства-времени.

Геометрическая динамика развивается в рамках программы дальнейшей геометризации физики, провозглашенной в [1]. Специальная теория относительности и общая теория относительности представляют шаги в развитии этой программы. Необходимость дальнейшего развития появилась в тридцатых годах двадцатого века, когда была обнаружена дифракция электронов. Движение электронов, прошедших сквозь щель, многовариантно. Поскольку свободное движение электронов зависит только от свойств пространства-времени, то нужно было изменить геометрию пространства-времени, сделав ее многовариантной. В многовариантной геометрии в точке Q_0 имеется много векторов $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1'$,..., которые равны вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, заданному в точке P_0, но не равны друг другу. Такая геометрия не была известна в начале двадцатого века. Она невозможна в рамках римановой геометрии. В результате многовариантность была приписана динамике. Динамические переменные были заменены матрицами и операторами. Получилась квантовая динамика, которая отличалась от классической динамики своими принципами. Многовариантная геометрия пространства-времени появилась только в конце двадцатого века [2, 3]. Дальнейшая геометризация физики стала возможной.

Всякая геометрия получается как модификация собственно евклидовой геометрии. Однако, не все представления собственно евклидовой геометрии удобны для модификации. Имеются три представления собственно евклидовой геометрии [4]. Они различаются числом первичных (базисных) элементов, образующих евклидову геометрию.

Евклидово представление (Е-представление) содержит три базисных элемента (точка, отрезок, угол). Любой геометрический объект (фигура) может быть построен из этих базисных элементов. Свойства базисных элементов и метод их использования описываются аксиомами Евклида.

Векторное представление (V-представление) собственно евклидовой геометрии содержит два базисных элемента (точка, вектор). Угол является производным элементом, который строится из двух векторов. Использование двух базисных элементов при построении геометрических объектов, регламентируется специальной геометрической структурой, известной как линейное векторное пространство со скалярным произведением, заданным на нем (евклидово пространство). Скалярное произведение описывает взаимоотношение двух базисных элементов (векторов), тогда как другие свойства линейного пространства ассоциируются с перемещением векторов.

Третье представление (σ-представление) собственно евклидовой геометрии содержит только один базисный элемент (точку). Отрезок (вектор) является производным элементом. Угол также является производным элементом. он строится из двух отрезков (векторов). σ-представление содержит специальную геометрическую структуру: мировую функцию σ, которая описывает взаимоотношение двух базисных элементов (точек). Мировая функция $\sigma(P_0, P_1) =$

$\frac{1}{2}\rho^2(P_0, P_1)$, где $\rho(P_0, P_1)$ представляет собой расстояние между точками P_0 и P_1. Понятие расстояния ρ, так же как и понятие мировой функции σ, используется во всех представлениях собственно евклидовой геометрии. Однако, мировая функция является структурой только в σ-представлении, где мировая функция σ описывает взаимоотношение двух базисных элементов (точек). Кроме того, мировая функция собственно евклидовой геометрии удовлетворяет ряду ограничений, сформулированных в терминах σ и только в терминах σ. Эти условия (условия евклидовости) будут сформулированы ниже.

Условия евклидовости эквивалентны использованию линейного векторного пространства со скалярным произведением на нем, но формально они не упоминают линейное векторное пространство, потому что все понятия линейного векторного пространства, так же как все понятия собственно евклидовой геометрии выражаются прямо через мировую функцию σ и только через нее.

Если мы хотим модифицировать собственно евклидову геометрию, то эту модификацию следует осуществлять в σ-представлении. В σ-представлении специальная геометрическая структура (мировая функция) имеет вид функции двух точек. Модифицируя вид мировой функции, мы автоматически модифицируем все понятия собственно евклидовой геометрии, которые выражаются через мировую функцию. Очень важно, что все выражения геометрических понятий через мировую функцию не содержит ссылок на способ описания (размерность, систему координат, понятие кривой). Тот факт, что модифицируя мировую функцию, мы нарушаем условия евклидовости, не имеет значения, потому что в результате модификации получается неевклидова геометрия. Изменение мировой функции означает изменение расстояния, что интерпретируется как деформация собственно евклидовой геометрии. Обобщенная геометрия, получившаяся в результате деформации собственно евклидовой геометрии называется трубчатой геометрией (Т-геометрией), потому что в обобщенной геометрии прямые являются трубками (поверхностями), а не одномерными линиями. Физическая геометрия – другое название Т-геометрии. Физическая геометрия представляет собой геометрию, полностью описываемую мировой функцией. Всякая физическая геометрия может использоваться как геометрия пространства-времени в том смысле, что множество всех Т-геометрий представляет собой множество всех возможных геометрий пространства-времени.

Возможность модификации собственно евклидовой геометрии в V-представлении очень ограничена, потому что в этом представлении имеются два базисных элемента. Они не являются независимыми и их нельзя модифицировать независимо. Формально это означает, что линейное векторное пространство нужно сохранить как геометрическую структуру. Это означает, в частности, что обобщенная геометрия остается непрерывной, однородной и изотропной. Размерность обобщенной геометрии должна быть фиксированной. Кроме того, обобщенная геометрия не может быть многовариантной. Такое свойство геометрии пространства-времени как многовариантность можно получить только в σ-представлении. Поскольку σ-представление собственно евклидовой геометрии не было известно в двадцатом веке, многовариантность геометрии была тоже неизвестным понятием.

Переход от V-представления к σ-представлению осуществляется следующим образом. Все понятия линейного векторного пространства выражаются в терминах мировой функции σ. На самом деле, понятие скалярного произведения двух векторов и понятие линейной зависимости n векторов выражаются через мировую функцию σ_{E} собственно евклидовой геометрии. Такие операции над векторами как равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на вещественное число выражаются с помощью некоторых формул. Характерные свойства этих операций, задаваемые в V-представлении с помощью аксиом, задаются теперь с помощью специальных свойств евклидовой мировой функции σ_{E}. После выражения свойств линейного векторного пространства через мировую функцию о линейном векторном пространстве можно не упоминать, потому что все его свойства описываются мировой функцией. Мы получаем σ-представление собственно евклидовой геометрии, где некоторые свойства линейного векторного пространства выражаются в виде формул, тогда как другая часть свойств скрыта в специфическом виде евклидовой мировой функции σ_{E}. Модифицируя мировую функцию, мы автоматически модифицируем свойства линейного векторного пространства (которое на самом деле не упоминается). При такой модификации мы не задумываемся над способом модификации линейного векторного пространства, которое является главной геометрической структурой в V-представлении. В σ-представлении линейное векторное пространство является производной структурой, о которой можно не упоминать вовсе. Таким образом, при переходе к σ-представлению понятия линейного векторного пространства (первичные в V-представлении) становятся вторичными понятиями (производными понятиями σ-представления).

В σ-представлении мы имеем следующие выражения для понятий собственно евклидовой геометрии. Вектор $\mathbf{PQ}=\overrightarrow{PQ}$ представляет собой упорядоченное множество из двух точек P и Q. Длина $|\mathbf{PQ}|$ вектора $\mathbf{PQ}$ определяется соотношением

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{2\sigma\left(P_0,P_1\right)} \tag{1.1}$$

Скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = \sigma\left(P_0,Q_1\right)+\sigma\left(P_1,Q_0\right)-\sigma\left(P_0,Q_0\right)-\sigma\left(P_1,Q_1\right) \tag{1.2}$$

где мировая функция σ

$$\sigma: \qquad \Omega\times\Omega\rightarrow\mathbb{R}, \qquad \sigma\left(P,Q\right)=\sigma\left(Q,P\right), \qquad \sigma\left(P,P\right)=0, \qquad \forall P,Q\in\Omega \tag{1.3}$$

является мировой функцией σ_{E} собственно евклидовой геометрии.

В собственно евклидовой геометрии n векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k$, $k=1,2,...n$ линейно зависимы, если и только если определитель Грама

$$F_n\left(\mathcal{P}^n\right)=0, \qquad \mathcal{P}^n=\left\{P_0,P_1,...,P_n\right\} \tag{1.4}$$

где определитель Грама $F_n(\mathcal{P}^n)$ определяется соотношением

$$F_n(\mathcal{P}^n) \equiv \det ||(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k)||, \qquad i,k = 1,2,...n \tag{1.5}$$

Используя выражение (1.2) для скалярного произведения, условие линейной зависимости n векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k$, $k = 1,2,...n$ записывается в виде

$$F_n(\mathcal{P}^n) \equiv \det ||\sigma(P_0,P_i) + \sigma(P_0,P_k) - \sigma(P_i,P_k)|| = 0, \qquad i,k = 1,2,...n \tag{1.6}$$

Определение (1.2) скалярного произведения двух векторов совпадает с традиционным скалярным произведением векторов в собственно евклидовом пространстве (это легко проверить). Соотношения (1.2), (1.6) не содержат ссылок на размерность евклидова пространства и на систему координат в нем. Следовательно, соотношения (1.2), (1.6) являются общими геометрическими соотношениями, которые можно рассматривать как определения скалярного произведения двух векторов и линейной зависимости векторов.

Эквивалентность (равенство) двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется соотношениями

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1: \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \wedge |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{1.7}$$

где $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|$ есть длина (1.1) вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1)} = \sqrt{2\sigma(P_0,P_1)} \tag{1.8}$$

В развернутой форме соотношение (1.7) эквивалентности двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ имеет вид

$$\sigma(P_0,Q_1) + \sigma(P_1,Q_0) - \sigma(P_0,Q_0) - \sigma(P_1,Q_1) = 2\sigma(P_0,P_1) \tag{1.9}$$

$$\sigma(P_0,P_1) = \sigma(Q_0,Q_1) \tag{1.10}$$

Если точки P_0, P_1, определяющие вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, и начало Q_0 вектора $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ заданы, то можно определить вектор $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, эквивалентный (равный) вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, решая два уравнения (1.9), (1.10) относительно положения точки Q_1.

В случае собственно евклидова пространства имеется одно и только одно решение уравнений (1.9), (1.10) независимо от размерности n пространства. В случае произвольной Т-геометрии нельзя гарантировать ни существования, ни единственности решения уравнений (1.9), (1.10) для точки Q_1. Число решений зависит от вида мировой функции σ. Этот факт означает многовариантность свойства эквивалентности векторов в произвольной Т-геометрии. Другими словами, одновариантность эквивалентности векторов векторов в собственно евклидовом пространстве является специфическим свойством собственно евклидовой геометрии, и это свойство обусловлено видом евклидовой мировой функции. В других Т-геометриях это свойство, вообще говоря, не имеет места.

Многовариантность является общим свойством физической геометрии. Оно связано с необходимостью решения алгебраических уравнений, содержащих мировую функцию. Поскольку мировая функция различна в разных физических геометриях, решение этих уравнений может быть не единственным, или не существовать вовсе. Если имеется много решений уравнений (1.9), (1.10) при фиксированном векторе $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и фиксированной точке Q_0, мы будем говорить о свойстве многовариантности физической геометрии. Если не существует решения уравнений (1.9), (1.10) при фиксированном векторе $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и фиксированной точке Q_0, мы будем говорить о свойстве физической геометрии к дискриминации некоторых объектов (нуль-вариантности).

Если в n-мерном евклидовом пространстве $F_n(\mathcal{P}^n) \neq 0$, векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k$, $k = 1, 2, ...n$ линейно независимы. Тогда можно построить прямолинейную систему координат с базисными векторами $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k$, $k = 1, 2, ...n$ в n-мерном евклидовом пространстве. Ковариантные координаты $x_k = (\mathbf{P}_0\mathbf{P})_k$ вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}$ в этой системе координат имеют вид

$$x_k = x_k(P) = (\mathbf{P}_0\mathbf{P})_k = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k), \qquad k = 1, 2, ...n \tag{1.11}$$

Теперь мы можем сформулировать условия евклидовости. Эти условия являются условиями того, что Т-геометрия, описываемая мировой функцией σ, является n-мерной собственно евклидовой геометрией.

I. Определение размерности и введение прямолинейной системы координат:

$$\exists\mathcal{P}^n \equiv \{P_0, P_1, ...P_n\} \subset \Omega, \qquad F_n(\mathcal{P}^n) \neq 0, \qquad F_k\left(\Omega^{k+1}\right) = 0, \qquad k > n \tag{1.12}$$

где $F_n(\mathcal{P}^n)$ есть определитель Грама (1.5). Векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i$, $i = 1, 2, ...n$ являются базисными векторами прямолинейной системы координат K_n с началом в точке P_0. В K_n ковариантный метрический тензор $g_{ik}(\mathcal{P}^n)$, $i, k = 1, 2, ...n$ и контравариантный метрический тензор $g^{ik}(\mathcal{P}^n)$, $i, k = 1, 2, ...n$ определяются соотношениями

$$\sum_{k=1}^{k=n} g^{ik}(\mathcal{P}^n)\, g_{lk}(\mathcal{P}^n) = \delta_l^i, \qquad g_{il}(\mathcal{P}^n) = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_l), \qquad i, l = 1, 2, ...n \tag{1.13}$$

$$F_n(\mathcal{P}^n) = \det ||g_{ik}(\mathcal{P}^n)|| \neq 0, \qquad i, k = 1, 2, ...n \tag{1.14}$$

II. Линейная структура евклидова пространства:

$$\sigma(P, Q) = \frac{1}{2}\sum_{i,k=1}^{i,k=n} g^{ik}(\mathcal{P}^n)\,(x_i(P) - x_i(Q))\,(x_k(P) - x_k(Q)), \qquad \forall P, Q \in \Omega \tag{1.15}$$

где координаты $x_i = x_i(P)$, $i = 1, 2, ...n$ точки P являются ковариантными координатами вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}$, определенного соотношением (1.11).

III: Матрица метрического тензора $g_{lk}(\mathcal{P}^n)$ имеет только положительные собственные значения

$$g_k > 0, \qquad k = 1, 2, ..., n \tag{1.16}$$

IV. Условие непрерывности: система уравнений

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i.\mathbf{P}_0\mathbf{P}) = y_i \in \mathbb{R}, \qquad i = 1, 2, ...n \tag{1.17}$$

рассматриваемая как система уравнений для определения положения точки P как функции координат $y = \{y_i\}$, $i = 1, 2, ...n$ имеет всегда одно и только одно решение. Все условия I $\div$ IV содержат ссылку на размерность n евклидова пространства.

Можно показать, что условия I $\div$ IV являются условиями того, что мировая функция σ, заданная на Ω, описывает n-мерное евклидово пространство [2].

2 Динамика как результат геометрии пространства-времени

Построение динамики на основе физической геометрии (Т-геометрии) представлено в [1]. Здесь мы только напомним постановку проблемы.

Геометрический объект $\mathcal{O} \subset \Omega$ представляет собой подмножество точечного множества Ω. В Т-геометрии геометрический объект $\mathcal{O}$ описывается с помощью каркасно-оболочного метода. Это означает, что любой геометрический объект $\mathcal{O}$ рассматривается как множество пересечений и объединений элементарных геометрических объектов (ЭГО).

Элементарный геометрический объект $\mathcal{E}$ описывается своим каркасом $\mathcal{P}^n$ и оболочной функцией $f_{\mathcal{P}^n}$. Конечное множество $\mathcal{P}^n \equiv \{P_0, P_1, ..., P_n\} \subset \Omega$ параметров оболочной функции $f_{\mathcal{P}^n}$ является каркасом элементарного геометрического объекта (ЭГО) $\mathcal{E} \subset \Omega$. Множество $\mathcal{E} \subset \Omega$ точек, образующих ЭГО, называется оболочкой его каркаса $\mathcal{P}^n$. Оболочная функция $f_{\mathcal{P}^n}$

$$f_{\mathcal{P}^n}: \qquad \Omega \to \mathbb{R}, \tag{2.1}$$

определяющая ЭГО, является функцией текущей точки $R \in \Omega$ и параметров $\mathcal{P}^n \subset \Omega$. Оболочная функция $f_{\mathcal{P}^n}$ предполагается алгебраической функцией s аргументов $w = \{w_1, w_2, ...w_s\}$, $s = (n+2)(n+1)/2$. Каждый из аргументов $w_k = \sigma(Q_k, L_k)$ является мировой функцией σ двух точек $Q_k, L_k \in \{R, \mathcal{P}^n\}$, или принадлежащих каркасу $\mathcal{P}^n$, или совпадающих с текущей точкой R. Таким образом, любой геометрический объект $\mathcal{E}$ определяется его каркасом $\mathcal{P}^n$ и его оболочной функцией $f_{\mathcal{P}^n}$. Элементарный геометрический объект $\mathcal{E}$ представляет собой множество нулей оболочной функции

$$\mathcal{E} = \{R | f_{\mathcal{P}^n}(R) = 0\} \tag{2.2}$$

Определение. Два ЭГО $\mathcal{E}_{\mathcal{P}^n}$ и $\mathcal{E}_{\mathcal{Q}^n}$ эквивалентны, если их каркасы $\mathcal{P}^n$ и $\mathcal{Q}^n$ эквивалентны и оболочные функции $f_{\mathcal{P}^n}$ и $g_{\mathcal{Q}^n}$ эквивалентны. Эквивалентность $(\mathcal{P}^n \mathrm{eqv} \mathcal{Q}^n)$ двух каркасов $\mathcal{P}^n \equiv \{P_0, P_1, ..., P_n\} \subset \Omega$ и $\mathcal{Q}^n \equiv \{Q_0, Q_1, ..., Q_n\} \subset \Omega$ означает, что

$$\mathcal{P}^n \mathrm{eqv} \mathcal{Q}^n: \qquad \mathbf{P}_i \mathbf{P}_k \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_i \mathbf{Q}_k, \qquad i, k = 0, 1, ...n, \quad i \leq k \tag{2.3}$$

Эквивалентность оболочных функций $f_{\mathcal{P}^n}$ и $g_{\mathcal{Q}^n}$ означает, что они имеют одно и то же множество нулей. Другими словами

$$f_{\mathcal{P}^n}(R) = \Phi(g_{\mathcal{P}^n}(R)), \qquad \forall R \in \Omega \tag{2.4}$$

где Φ является произвольной функцией, обладающей свойством

$$\Phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad \Phi(0) = 0 \tag{2.5}$$

Эволюция ЭГО $\mathcal{O}_{\mathcal{P}^n}$ в пространстве-времени описывается мировой цепью $\mathcal{C}_{\mathrm{fr}}$ связанных эквивалентных ЭГО. Точка P_0 каркаса $\mathcal{P}^n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$ рассматривается как начало геометрического объекта $\mathcal{O}_{\mathcal{P}^n}$. ЭГО $\mathcal{O}_{\mathcal{P}^n}$ считается находящимся в его начале P_0. Рассмотрим множество эквивалентных каркасов $\mathcal{P}^n_{(l)} = \left\{P_0^{(l)}, P_1^{(l)}, ...P_n^{(l)}\right\}$, $l = ...0, 1, ...$ которые попарно эквивалентны

$$\mathbf{P}_i^{(l)}\mathbf{P}_k^{(l)}\mathrm{eqv}\mathbf{P}_i^{(l+1)}\mathbf{P}_k^{(l+1)}, \qquad i, k = 0, 1, ...n; \qquad l = ...1, 2, ... \tag{2.6}$$

Каркасы $\mathcal{P}^n_{(l)}$, $l = ...0, 1, ...$ связаны, и они образуют цепь в направлении вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, если точка P_1 одного каркаса совпадает с началом P_0 смежного каркаса

$$P_1^{(l)} = P_0^{(l+1)}, \qquad l = ...0, 1, 2, ... \tag{2.7}$$

Цепь $\mathcal{C}_{\mathrm{fr}}$ описывает эволюцию элементарного геометрического объекта $\mathcal{O}_{\mathcal{P}^n}$ в направлении ведущего вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$. Эволюция ЭГО $\mathcal{O}_{\mathcal{P}^n}$ является временной эволюцией, если векторы $\mathbf{P}_0^{(l)}\mathbf{P}_1^{(l)}$ времениподобны $\left|\mathbf{P}_0^{(l)}\mathbf{P}_1^{(l)}\right|^2 > 0$, $l = ...0, 1, ...$ Эволюция ЭГО $\mathcal{O}_{\mathcal{P}^n}$ является пространственной эволюцией, если векторы $\mathbf{P}_0^{(l)}\mathbf{P}_1^{(l)}$ пространственноподобны $\left|\mathbf{P}_0^{(l)}\mathbf{P}_1^{(l)}\right|^2 < 0$, $l = ...0, 1, ...$

Заметим, что все смежные звенья (ЭГО) цепи попарно эквивалентны, хотя два звена могут быть не эквивалентны, если они не являются смежными. Однако длины соответствующих векторов равны во всех звеньях цепи.

$$\left|\mathbf{P}_i^{(l)}\mathbf{P}_k^{(l)}\right| = \left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right|, \qquad i, k = 0, 1, ...n; \qquad l, s = ...1, 2, ... \tag{2.8}$$

Мы будем называть вектор $\mathbf{P}_0^{(l)}\mathbf{P}_1^{(l)}$, определяющий вид эволюции и форму цепи, ведущим вектором. Этот вектор определяет направление 4-скорости физического тела, которое ассоциируется со звеном мировой цепи.

Если соотношения

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^n\mathrm{eqv}\mathcal{Q}^n \quad &: \qquad (\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k.\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k) = |\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k| \cdot |\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k|, \qquad |\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k| = |\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k|, \\ i, k \quad &= \quad 0, 1, 2, ...n \end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}^n\mathrm{eqv}\mathcal{R}^n \quad &: \qquad (\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k.\mathbf{R}_i\mathbf{R}_k) = |\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k| \cdot |\mathbf{R}_i\mathbf{R}_k|, \qquad |\mathbf{Q}_i\mathbf{Q}_k| = |\mathbf{R}_i\mathbf{R}_k|, \\ i, k \quad &= \quad 0, 1, 2, ...n \end{aligned} \tag{2.10}$$

удовлетворяются, то соотношения

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^n\mathrm{eqv}\mathcal{R}^n \quad &: \qquad (\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k.\mathbf{R}_i\mathbf{R}_k) = |\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k| \cdot |\mathbf{R}_i\mathbf{R}_k|, \qquad |\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k| = |\mathbf{R}_i\mathbf{R}_k|, \\ i, k \quad &= \quad 0, 1, 2, ...n \end{aligned} \tag{2.11}$$

вообще говоря, не удовлетворяются, потому что соотношения (2.11) содержат скалярные произведения $(\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k.\mathbf{R}_i\mathbf{R}_k)$. Эти скалярные произведения содержат мировые функции $\sigma(P_i, R_k)$, которые не содержатся в соотношениях (2.9), (2.10).

Мировая цепь $\mathcal{C}_{\text{fr}}$, состоящая из эквивалентных звеньев (2.6), (2.7), описывает свободное движение физического тела (частицы), ассоциированного с каркасом $\mathcal{P}^n$. Примем, что *движение физического тела является свободным, если все точки тела движутся свободно* (т.е. без ускорения). Если внешние силы отсутствуют, физическое тело как целое движется без ускорения. однако, если тело вращается, то нельзя рассматривать движение этого тела как свободное, потому что не все точки этого тела движутся свободно (без ускорения). Во вращающемся теле имеются внутренние силы, которые порождают центростремительное ускорение некоторых точек тела. В результате некоторые точки тела не движутся свободно. Движение вращающегося тела может быть свободным только в среднем, но не полностью свободным.

Концепция несвободного движения частицы довольно неопределенна, и мы ограничимся рассмотрением только свободного движения.

Традиционная концепция движения неточечной частицы, которое является свободным в среднем, содержит свободный сдвиг, который описывается 4-вектором скорости и пространственное вращение, описываемое 3-псевдовектором угловой скорости $\mathbf{\Omega}$. 4-вектор скорости ассоциируется с времениподобным ведущим вектором $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$. При свободном в среднем движении вращающегося тела некоторые из векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2^{(\mathrm{s})}, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_3^{(\mathrm{s})}$,... каркаса $\mathcal{P}^n$ не параллельны векторам $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2^{(\mathrm{s+1})}, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_3^{(\mathrm{s+1})}$, ..., хотя при свободном движении все векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2^{(\mathrm{s})}, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_3^{(\mathrm{s})}, \ldots$ должны быть параллельны векторам $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2^{(\mathrm{s+1})}, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_3^{(\mathrm{s+1})}, \ldots$ как это следует из (2.6). Это означает, что мировая цепь $\mathcal{C}_{\text{fr}}$ свободно движущегося тела описывает только поступательное движение физического тела, но не его вращение.

Если ведущий вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является пространственноподобным, тело, описываемое каркасом $\mathcal{P}^n$, эволюционирует в пространственноподобном направлении. Кажется, что пространственная эволюция невозможна (во всяком случае, она невозможна при традиционном подходе к динамике). Однако, это не совсем так. Если мировая цепь образует спираль с времениподобной осью, то такая мировая цепь может рассматриваться как времениподобная в среднем. На самом деле, такие мировые цепи возможны. Например, мировая цепь классической дираковской частицы представляет собой спираль с времениподобной осью [5, 6, 7]. Не совсем ясно, являются ли звенья этой цепи пространственноподобными, потому что внутренние степени свободы дираковской частицы, ответственные за спиральность мировой цепи, описываются нерелятивистски.

Таким образом, рассмотрение пространственной эволюции не бессмысленно, особенно если принять во внимание, что пространственная эволюция может имитировать вращение, которое отсутствует при свободном движении частицы.

3 Дискретность и способность к дискриминации многовариантной геометрии пространства-времени

Рассмотрим плоское однородное изотропное пространство-время $V_{\mathrm{d}} = \{\sigma_{\mathrm{d}}, \mathbb{R}^4\}$, описываемое мировой функцией

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + d \cdot \mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right) \tag{3.1}$$

$$d = \lambda_0^2 = \mathrm{const} > 0 \tag{3.2}$$

$$\mathrm{sgn}\left(x\right) = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & \text{если} \quad x > 0 \\ 0, & \text{если} \quad x = 0 \\ -1, & \text{если} \quad x < 0 \end{array} \right. , \tag{3.3}$$

где σ_{M} является мировой функцией 4-мерного пространства-времени Минковского. λ_0 есть некоторая элементарная длина. В такой пространственно-временной геометрии два связанных времениподобных вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ описываются следующим образом [1]

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \mathrm{eqv} \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 : \qquad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \left\{\mu, 0, 0, 0\right\}, \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \left\{\mu + \frac{3\lambda_0^2}{\mu}, \lambda_0\sqrt{6 + \frac{9\lambda_0^2}{\mu^2}}\mathbf{n}\right\} \tag{3.4}$$

где $\mathbf{n}$ есть произвольный единичный 3-вектор. Величина μ представляет собой длину вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ (геометрическая масса частицы, описываемой вектором $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$). Мы видим, что пространственная часть вектора $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ определяется с точностью до произвольного 3-вектора длиной $\lambda_0\sqrt{6 + \frac{9\lambda_0^2}{\mu^2}}$. Эта многовариантность порождает вихляние звеньев мировой цепи, состоящей из эквивалентных времениподобных векторов ...$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_2\mathbf{P}_3$,... Статистическое описание цепи с вихляющимися звеньями совпадает с квантовым описанием частицы с массой $m = b\mu$, если элементарная длина $\lambda_0 = \hbar^{1/2}\left(2bc\right)^{-1/2}$, где c есть скорость света, $\hbar$ является квантовой постоянной, а b есть некоторая универсальная постоянная, чья точная величина не определена [8], потому что статистическое описание не содержит величины b. Таким образом, характерная длина вихляния порядка λ_0.

Таким образом, чтобы объяснить квантовое описание частицы как статистическое описание многовариантного классического движения, следует использовать мировую функцию (3.3). Однако вид мировой функции (3.3) определяется совпадением двух описаний только для величины $\sigma_{\mathrm{M}} > \sigma_0$, где постоянная σ_0 определяется через массу m_{L} легчайшей массивной частицы (электрона) с помощью соотношения

$$\sigma_0 \leq \frac{\mu_{\mathrm{L}}^2}{2} - d = \frac{m_{\mathrm{L}}^2}{2b^2} - d = \frac{m_{\mathrm{L}}^2}{2b^2} - \frac{\hbar}{2bc} \tag{3.5}$$

где $\mu_{\mathrm{L}} = m_{\mathrm{L}}/b$ есть геометрическая масса легчайшей массивной частицы (электрона). Геометрическая масса μ_{LM} той же самой частицы, рассматриваемая в пространственно-временной геометрии Минковского, имеет вид

$$\mu_{\mathrm{LM}} = \sqrt{\mu_{\mathrm{L}}^2 - 2d}$$

Поскольку $\sigma_0 > 0$, и, следовательно, $m_{\mathrm{L}}^2 - b\hbar c^{-1} > 0$, Получаем следующую оценку для универсальной постоянной b

$$b < \frac{m_{\mathrm{L}}^2 c}{\hbar} \approx 2.4 \times 10^{-17} \mathrm{g/cm}. \tag{3.6}$$

Интенсивность вихляния может описываться вектором многовариантности $\mathbf{a}_{\mathrm{m}}$, который определяется следующим образом. Пусть $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2'$ суть векторы, которые эквивалентны вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$. Пусть

$$\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \left\{\mu + \frac{3\lambda_0^2}{\mu}, \lambda_0\sqrt{6 + \frac{9\lambda_0^2}{\mu^2}}\mathbf{n}\right\}, \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2' = \left\{\mu + \frac{3\lambda_0^2}{\mu}, \lambda_0\sqrt{6 + \frac{9\lambda_0^2}{\mu^2}}\mathbf{n}'\right\}$$

Рассмотрим вектор

$$\mathbf{P}_2\mathbf{P}_2' = \left\{0, \lambda_0\sqrt{6 + \frac{9\lambda_0^2}{\mu^2}}\,(\mathbf{n}' - \mathbf{n})\right\} \tag{3.7}$$

который представляет собой разность векторов $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2'$. Рассмотрим длину $|\mathbf{P}_2\mathbf{P}_2'|_{\mathrm{M}}$ вектора $\mathbf{P}_2\mathbf{P}_2'$ в пространстве-времени Минковского. Получаем

$$|\mathbf{P}_2\mathbf{P}_2'|_{\mathrm{M}}^2 = -\lambda_0^2\left(6 + \frac{9\lambda_0^2}{\mu^2}\right)(2 - 2\mathbf{n}\mathbf{n}') \tag{3.8}$$

Длина вектора (3.7) минимальна при $\mathbf{n} = -\mathbf{n}'$. При $\mathbf{n} = \mathbf{n}'$ длина вектора (3.7) максимальна и равна нулю. По определению вектор $\mathbf{P}_2\mathbf{P}_2'$ при $\mathbf{n} = -\mathbf{n}'$ является 4-вектором многовариантности $\mathbf{a}_{\mathrm{m}}$, который описывает интенсивность многовариантности. Имеем

$$\mathbf{a}_{\mathrm{m}} = \left\{0,\ 2\lambda_0\sqrt{6 + \frac{9\lambda_0^2}{\mu^2}}\mathbf{n}\right\} \qquad |\mathbf{a}_{\mathrm{m}}|^2 = (\mathbf{a}_{\mathrm{m}}.\mathbf{a}_{\mathrm{m}}) = -4\lambda_0^2\left(6 + \frac{9\lambda_0^2}{\mu^2}\right) \tag{3.9}$$

где $\mathbf{n}$ есть произвольный единичный 3-вектор. Вектор многовариантности $\mathbf{a}_{\mathrm{m}}$ пространственноподобен

В случае, когда $\mu \gg \lambda_0$, соответствующая длина вихляния определяется соотношением

$$\lambda_{\mathrm{w}} = \frac{1}{2}\sqrt{|(\mathbf{a}_{\mathrm{m}}.\mathbf{a}_{\mathrm{m}})|} \approx \sqrt{6}\lambda_0 = \sqrt{6}\sqrt{\frac{\hbar}{2bc}} > \sqrt{3}\frac{\hbar}{m_{\mathrm{L}}c} = \sqrt{3}\lambda_{\mathrm{com}}$$

где $\lambda_{\rm com}$ есть комптоновская длина волны.

Соотношение (3.6) означает, что

$$\sigma_{\rm d} = \sigma_{\rm M} + d, \qquad \text{если } \sigma_{\rm M} > \sigma_0 \tag{3.10}$$

Для других значений $\sigma_{\rm M} < \sigma_0$ вид мировой функции $\sigma_{\rm d}$ может отличаться от соотношения (3.10). Однако, $\sigma_{\rm d} = 0$, если $\sigma_{\rm M} = 0$.

Пространство-время (3.1) является дискретным пространством-временем, $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 \geq \lambda_0^2$, если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является времениподобным, и $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 \leq \lambda_0^2$, если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является пространственноподобным. Это означает, что в пространстве-времени нет близких точек. Отсутствие близких точек на непрерывном множестве кажется довольно неожиданным, потому что дискретность пространства-времени обычно ассоциируется с решетчатым пространством-временем, но не с непрерывным пространством-временем. Тем не менее факт отсутствия близких точек означает дискретность пространства-времени, и мы не видим возможности другой интерпретации, чем дискретность. Если рассмотреть эквивалентность двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ в некотором решетчатом пространстве, то следует ожидать появления дискриминации в некоторых случаях, потому что из-за решетчатого характера пространства, нельзя всегда найти в точке P_0 вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, который эквивалентен заданному вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$.

Рассмотрим пространство-время, описываемое мировой функцией

$$\sigma = \sigma_{\rm M} + d\left(\sigma_{\rm M}\right) \tag{3.11}$$

$$d\left(\sigma_{\rm M}\right) = \lambda_0^2 f\left(\frac{\sigma_{\rm M}}{\sigma_0}\right) = \begin{cases} \lambda_0^2 \operatorname{sgn}\left(\frac{\sigma_{\rm M}}{\sigma_0}\right) & \text{если} \quad |\sigma_{\rm M}| > \sigma_0 > 0 \\ \lambda_0^2 \frac{\sigma_{\rm M}}{\sigma_0} & \text{если} \quad |\sigma_{\rm M}| \leq \sigma_0 \end{cases} \tag{3.12}$$

Если σ_0 мала, то мировая функция близка к мировой функции (3.1). Если $\sigma_0 \to 0$, то мировая функция(3.12) стремится к (3.1). Строго говоря, пространственно-временная геометрия (3.12) не дискретна, но она близка к дискретной пространственно-временной геометрии (3.1). Эта квази-дискретость проявляется в способности к дискриминации, когда эволюция некоторых частиц малой массы оказывается запрещенной.

Рассмотрим два связанных времениподобных вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ мировой цепи $\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}$, $k = ...0, 1, ...$ Используем инерциальную систему координат, где точки P_0, P_1, P_2 имеют координаты

$$P_0 = \{0,0,0,0\}, \qquad P_1 = \{s,0,0,0\}, \qquad P_2 = \{2s+\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} \tag{3.13}$$

а координаты соответствующих векторов представляются в виде

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \{s,0,0,0\}, \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \{s+\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} \tag{3.14}$$

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2 = \{2s+\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} \tag{3.15}$$

В этом случае

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|_{\rm M} = |\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2|_{\rm M} = s \tag{3.16}$$

есть длина векторов в пространстве-времени Минковского, тогда как их истинные длины в пространстве-времени (3.11), (3.12) имеют вид

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2| = \sqrt{|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|_{\mathrm{M}}^2 + 2d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_1\right)\right)} = \sqrt{s^2 + 2d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_1\right)\right)} \quad (3.17)$$

В соответствии с (1.2), (3.11), получаем

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)_{\mathrm{M}} + w\left(P_0, P_1, Q_0, Q_1\right) \quad (3.18)$$

где $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)_{\mathrm{M}}$ есть скалярное произведение в пространстве-времени Минковского, и

$$w\left(P_0, P_1, Q_0, Q_1\right) = d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, Q_1\right)\right) + d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_1, Q_0\right)\right) - d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, Q_0\right)\right) - d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_1, Q_1\right)\right) \quad (3.19)$$

Таким образом, используя соотношения (3.17),(3.18), можно записать соотношения эквивалентности $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ (1.9), (1.10) в терминах мировой функции пространства-времени Минковского σ_{M} и дисторсии d.

$$s\left(s + \alpha_0\right) + w\left(P_0, P_1, P_1, P_2\right) = s^2 \quad (3.20)$$

$$\left(s + \alpha_0\right)^2 - \alpha^2 = s^2, \qquad \alpha^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 \geq 0 \quad (3.21)$$

где

$$w\left(P_0, P_1, P_1, P_2\right) = d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_2\right)\right) - d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_0, P_1\right)\right) - d\left(\sigma_{\mathrm{M}}\left(P_1, P_2\right)\right) \quad (3.22)$$

$$= \lambda_0^2 f\left(\frac{\left(2s + \alpha_0\right)^2 - \alpha^2}{2\sigma_0}\right) - 2\lambda_0^2 f\left(\frac{s^2}{2\sigma_0}\right) \quad (3.23)$$

Здесь четыре величины $\{\alpha_0, \alpha\} = \{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ должны быть определены как решения системы из двух уравнений (3.20), (3.21).

Уравнения (3.21) (3.20) записываются в виде

$$2s\alpha_0 + \alpha_0^2 - \alpha^2 = 0 \quad (3.24)$$

$$s\alpha_0 + \lambda_0^2 f\left(\frac{\left(2s + \alpha_0\right)^2 - \alpha^2}{2\sigma_0}\right) - 2\lambda_0^2 f\left(\frac{s^2}{2\sigma_0}\right) = 0 \quad (3.25)$$

Разрешая уравнение (3.24) в виде

$$\alpha_0 = -s + \sqrt{s^2 + \alpha^2} = \frac{\alpha^2}{s + \sqrt{s^2 + \alpha^2}} \quad (3.26)$$

и исключая α_0 из (3.25), получаем

$$\frac{s\alpha^2}{s + \sqrt{s^2 + \alpha^2}} + \lambda_0^2 f\left(\frac{s\left(s + \sqrt{s^2 + \alpha^2}\right)}{\sigma_0}\right) - 2\lambda_0^2 f\left(\frac{s^2}{2\sigma_0}\right) = 0 \quad (3.27)$$

После преобразований получаем

$$\alpha^2 = \frac{\lambda_0^2}{s}\left(s+\sqrt{s^2+\alpha^2}\right)\left(2f\left(\frac{s^2}{2\sigma_0}\right) - f\left(\frac{s\left(s+\sqrt{s^2+\alpha^2}\right)}{\sigma_0}\right)\right) \tag{3.28}$$

Вводя безразмерные величины x, l , k

$$x = \frac{\alpha^2}{\sigma_0}, \qquad l = \frac{s}{\sqrt{\sigma_0}}, \qquad k = \frac{\lambda_0^2}{\sigma_0} \tag{3.29}$$

получаем

$$x = k\frac{l+\sqrt{l^2+x}}{l}\left(2f\left(\frac{l^2}{2}\right) - f\left(l\left(l+\sqrt{l^2+x}\right)\right)\right) \tag{3.30}$$

Нас интересуют только решения $x = \frac{\alpha^2}{\sigma_0} \geq 0$. Эти решения возможны только для некоторых значений величины l^2. Границы областей с положительными решениями уравнения (3.30) определяются как нули уравнения

$$k\left(2f\left(\frac{l^2}{2}\right) - f\left(2l^2\right)\right) = 0 \tag{3.31}$$

Если функция f определяется соотношением (3.12)

$$f\left(l^2\right) = \begin{cases} 1 & \text{если} \quad l^2 > 1 \\ l^2 & \text{если} \quad l^2 \leq 1 \end{cases}, \tag{3.32}$$

то нулями уравнения (3.31) являются точки $\{0,1\}$. Это означает, что значения $l^2 \in (0,1)$ запрещены. Значения

$$l^2 \in (0,1) \tag{3.33}$$

запрещены в том смысле, что эволюция частиц с такими значениями величины l^2 невозможна.

В соответствии с (3.17) и (3.29) геометрическая масса μ выражается следующим образом

$$\mu = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|_{\mathrm{M}}^2 + 2\lambda_0^2 f\left(\frac{l^2}{2}\right)} = \sqrt{\sigma_0 l^2 + 2\lambda_0^2 f\left(\frac{l^2}{2}\right)} \tag{3.34}$$

Тогда из (3.34) следует, что следующие значения геометрической массы μ

$$\mu^2 \in (0, \sigma_0(1+k)) = \left(0, \sigma_0 + \lambda_0^2\right) \tag{3.35}$$

запрещены, потому что для этих значений массы μ^2 величина $\alpha^2 < 0$. Как можно видеть, случай $\sigma_0 \to 0$ с фиксированным значением $\lambda_0 > 0$ соответствует дискретной пространственно-временной геометрии (3.1) с минимальным размером λ_0. В этом случае геометрическая масса $\mu < \lambda_0$ запрещена. Частицы массы

$\mu < \lambda_0$ невозможны в дискретной пространственно-временной геометрии (3.1), и геометрическая масса $\mu = \lambda_0$ является минимальной массой в пространственно-временной геометрии (3.1). Таким образом случай $k = \lambda_0^2/\sigma_0 = \infty$ соответствует полностью дискретной геометрии. Естественно рассматривать случай конечного $k = \lambda_0^2/\sigma_0$ как случай частично дискретной геометрии. В этом случае величина $k = \lambda_0^2/\sigma_0$ может рассматриваться как степень дискретности пространственно-временной геометрии.

Вообще говоря, понятие частично дискретной геометрии является нетрадиционным. Но оно отсутствует при традиционном подходе, потому что дискретная геометрия не разрабатывалась надлежащим образом. Однако, оказывается, что можно ввести такой непрерывный параметр k, что при $k = 0$ получается непрерывная геометрия (геометрия Минковского), а при $k = \infty$ получается полностью дискретная геометрия. Исследуя пространственно-временную геометрию с произвольным k, мы используем общие методы исследования Т-геометрии. В такой ситуации представляется естественным ввести понятие частично дискретной геометрии с масштабом дискретности λ_0 и степенью дискретности k.

В частично дискретной многовариантной геометрии имеются ограничения на возможные массы частиц даже в случае, когда дискретность не является полной. Дискретность пространственно-временной геометрии связана со способностью к дискриминации, порожденной фактом нуль-вариантности, когда уравнения (1.9), (1.10), описывающие эквивалентность двух векторов не имеют решения. Нуль-вариантность и многовариантность представляют собой две стороны одной медали. Многовариантность порождает квантовые эффекты, тогда как нуль-вариантность порождает дискретный характер свойств элементарных частиц. Квантовые эффекты порождаются большими значениями мировой функции($\sigma > \sigma_0$), тогда как нуль-вариантность и дискретность порождаются малыми значениями мировой функции ($\sigma < \sigma_0$).

Подставляя (3.26) в (3.14), получаем

$$P_0 = \{0, 0, 0, 0\}, \qquad P_1 = \{s, 0, 0, 0\}, \qquad P_2 = \left\{s + \sqrt{s^2 + \alpha^2}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right\} \tag{3.36}$$

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \{s, 0, 0, 0\}, \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \left\{\sqrt{s^2 + \alpha^2}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right\} \tag{3.37}$$

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2 = \left\{s + \sqrt{s^2 + \alpha^2}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\right\} \tag{3.38}$$

4 Заключительные замечания

Рассмотрение Т-геометрии как геометрии пространства-времени позволяет получить динамику частицы как следствие структуры геометрического объекта. Эволюция геометрического объекта в пространстве-времени определяется каркасом $\{P_0, P_1, ..P_n\}$ геометрического объекта и заданием ведущего вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$. Каркас и ведущий вектор определяют мировую цепь, которая полностью определяет эволюцию. Мировая цепь может быть вихляющей, и это есть проявление многовариантности геометрии пространства-времени. Квантовые эффекты являются одним из проявлений многовариантности. Замечательно, что для определения мировой цепи не нужно дифференциальных уравнений, которые могут использоваться только на пространственно-временном многообразии. не нужна и непрерывность пространства-времени (континуальная геометрия). Разумеется, можно ввести непрерывную систему координат и написать в ней динамические дифференциальные уравнения. Можно, но это не является необходимым. Вообще говоря, геометрическая динамика (т.е. динамика, порожденная геометрией пространства-времени) является дискретной динамикой, где шаг эволюции определяется ведущим вектором. Возможно, что потребуется разработка специального математического формализма для эффективного использования геометрической динамики.

Реальное пространство-время содержит квантовую постоянную $\hbar$ в качестве параметра. В результате геометрическая динамика непринужденно объясняет квантовые эффекты, но и не только их. Масса частицы геометризуется (масса частицы представляет собой длину некоторого вектора). В результате проблема масс элементарных частиц превращается просто в геометрическую проблему. Это проблема структуры геометрических объектов и их эволюции. Нужно просто исследовать различные виды каркасов простейших геометрических объектов. Кроме того, геометрия пространства-времени оказывается частично дискретной, хотя выглядит она как непрерывная геометрия. Эта дискретность "непрерывной" геометрии пространства-времени является источником дискретного характера свойств элементарных частиц. В свою очередь T-геометрия (новая концепция геометрии) является источником многовариантности и способности к дискриминации (нуль-вариантности), которые ответственны за квантовые эффекты и дискретный характер свойств элементарных частиц.

Список литературы

[1] Yu. A. Rylov, Deformation principle and further geometrization of physics http://arXiv.org/abs/0704.3003

[2] Yu.A. Rylov, Extremal properties of Synge's world function and discrete geometry. *Journ. Math. Phys.* **31**, 2876-2890, (1990).

[3] Yu.A.Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Journ. Mat. & Mat. Sci.* **30**, iss. 12, 733-760, (2002), (See also *http://arXiv.org/abs/math.MG/0103002*).

[4] Yu. A. Rylov, Different conceptions of Euclidean geometry. *http://arXiv.org /abs/ 0709.2755*

[5] Yu.A. Rylov, Dynamic disquantization of Dirac equation. *http://arXiv. org/abs/quant-ph/ 0104060*

[6] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle composite? *http://arXiv. org/abs/physics/ 0410045*

[7] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle completely relativistic? *http://arXiv. org/abs/physics/ 0412032*

[8] Yu.A. Rylov, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *Journ. Math. Phys.* **32(8)**, 2092-2098, (1991).