Обобщение релятивистской динамики частицы на случай не-римановой геометрии пространства-времени

Ю.А. Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site:
$http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Традиционная релятивистская динамика точечной частицы обобщается на случай произвольной не-римановой геометрии пространства-времени. Не-риманова геометрия - это произвольная физическая геометрия, т.е. геометрия полностью описываемая ее мировой функцией. Физическая геометрия может быть дискретной или непрерывной. Она может быть зернистой (частично непрерывной и частично дискретной). Как правило, не-риманова геометрия является неаксиоматизируемой, потому что отношение эквивалентности в ней является интранзитивным. Динамические уравнения являются уравнениями в конечных разностях. Они не содержат ссылки на размерность и систему координат. Производится обобщение на динамику составных частиц, которые могут быть отождествлены с элементарными частицами. Зернистая геометрия порождает многовариантное движение частиц, ответственное за квантовые эффекты. Она порождает дискриминационный механизм, ответственный за дискретные значения параметров элементарных частиц. Квантовые принципы оказываются излишними в такой динамике.

1 Введение

Эта работа посвящена распространению релятивистской динамики на случай неримановой геометрии пространства-времени. Это обобщение классических принципов динамики на случай более общих геометрий пространства-времени.

Необходимость такого обобщения появляется, когда становится ясным, что геометрия пространства-времени может быть неримановой. Пространственно-временная геометрия может быть физической геометрией, т.е. геометрией, которая полностью описывается ее мировой функцией [1, 2]. Другое название физической геометрии - трубчатая геометрия (Т-геометрия). Прямые линии в трубчатой геометрии, вообще говоря, представляют собой трубки (поверхности).

В приближении, когда влиянием материи на геометрию пространства-времени можно пренебречь, геометрия пространства-времени должны быть одинаковой во всех точках пространства-времени. Это означает, что геометрия однородна и изотропна. В классе римановых геометрий такая геометрия только одна геометрия (пригодная для описания пространства-времени): геометрия Минковского. В классе физических геометрий любая геометия $\mathcal{G}$, описываемая мировой функций

$$\sigma = F\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right), \qquad F\left(0\right) = 0 \tag{1.1}$$

является однородной и изотропной. Здесь

$$\sigma_{\mathrm{M}}\left(x, x'\right) = \frac{1}{2} g_{ik} \left(x^{i} - x'^{i}\right) \left(x^{k} - x'^{k}\right), \qquad g_{ik} = \mathrm{const} \tag{1.2}$$

есть мировая функция геометрии Минковского, а F является произвольной функцией.

Поскольку мировая функция σ_{M} является инвариантной по отношению к преобразованиям Лоренца, то любая функция (1.1) от σ_{M} тоже является инвариантом. Тогда физическая геометрия, описываемая мировой функцией вида (1.1) тоже является Лоренц-инвариантной.

Классические принципы динамики не работают в микромире, если используется пространственно-временная геометрия Минковского. Традиционно считается, что в микромире верны принципы квантовой механики. Мы будем называть этот подход (квантовые принципы динамики + геометрия Минковского) *квантовой парадигмой.*

Однако, другой подход (классические принципы динамики + некоторая пространственно-временная геометрия вида (1.1)) также возможен. Такой подход будем называть *геометрической парадигмой.* В рамках *геометрической парадигмы* пространственно-временная геометрия не определяется. Она должна быть выбрана в классе физических геометрий таким образом, что классическая динамика частиц, основанная на выбранной пространственно-временной геометрии, объясняет все экспериментальные данные в физике микромира. Итак, в рамках *геометрической парадигмы* классические принципы динамики фиксированы, тогда как пространственно-временная геометрия варьируется.

Напротив, в рамках *квантовой парадигмы* пространственно-временная геометрия фиксирована, а принципы динамики варьируются. Ясно, что с технической точки зрения вариация динамических принципов более сложна, чем вариация пространственно-временной геометрии, которая полностью определяется мировой функцией. Кроме того, *квантовая парадигма* порождается нашим убогим знанием геометрии, тогда как *геометрическая парадигма* учитывает наше более совершенное знание геометрии. Поясним ситуацию простым примером.

Представим себе что некто Н (Николай) не знает, что алгебраическое уравнение может иметь много корней. (Он думает, что алгебраическое уравнение имеет только один корень). Такая ситуация представляется фантастической, но тем не менее рассмотрим эту ситуацию. Николай является физиком-теоретиком, который создает фундаментальные физические теории. Вообще-то Николай знает алгебру. Он умеет складывать и умножать числа. Он даже умеет дифференцировать и интегрировать. Другими словами, он владеет современным математическим формализмом. Тем не менее, Николай не знает, что алгебраическое уравнение может иметь много корней. Конструируя теории, Николай может встретиться с ситуацией, когда нужно использовать несколько корней алгебраического уравнения. В этом случае следовало бы подумать о своем знании алгебры.

Однако, Николай очень самоуверен. Он не подвергает сомнению свое знание алгебры. Он придумывает новые гипотезы, которые позволяют ему компенсировать его убогое знание алгебры. Эти новые гипотезы представляют собой обычную подгонку, но в некоторых случаях эта подгонка успешно работает. В других ситуациях эта подгонка перестает работать, и Николай вынужден придумывать новые гипотезы (подгонки).

Приятель Николя Михаил очень хорошо знает, что алгебраическое уравнение может иметь много корней. Он говорит Николаю: "Послушай, может быть, стоит принять во внимание, что алгебраическое уравнение может иметь много корней. Тогда, может быть, некоторые проблемы твоей фундаментальной теории исчезнут сами собой. Тогда не надо будет изобретать твои гипотезы, и твоя теории будет содержать меньше фундаментальных принципов!"Николай воскликнул: "Миша! Это же блестящая идея! Нужно проверить твою гипотезу! Однако, это твоя идея! Если окажется, что с помощью твоей идеи можно объяснить больше экспериментов, чем я могу объяснить с помощью моих гипотез, то мы создадим новую фундаментальную физическую теорию! Однако, если идея позволит объяснить только те эксперименты, которые объясняет моя теория, то не вижу смысла использовать твою идею при создании фундаментальной физической теории, потому что моя теория объясняет все известные сейчас экспериментальные данные. Давай введем твою идею в мою теорию и проверим это!"

Остается только добавить, что Михаил предложил только правильно использовать математику и ничего сверх этого. Николай воспринял предложение Михаила, как новую теоретическую концепцию.

Изложенная история представляется фантастической, однако, ситуация, когда геометрия Минковского выбирается из многих возможных однородных изотропных геометрий, представляет собой математическую ошибку того же самого сорта, какую сделал Николай. Эта ошибка является источником квантовой парадигмы. Можно сказать, что мы не знали другой однородной изотропной геометрии, отличной от геометрии Минковского. Это верно. Однако, это является математической ошибкой, которую следует исправить.

Реакция Николая представляет собой типичную реакцию современного теоретика, который не различает между гипотезой и исправлением ошибки, основанной на наших несовершенных знаниях математики. Большинство современных теоретиков полагает, что фундаментальная физическая теория представляет собой список правильно решенных задач, и прогресс физики осуществляется с помощью изобретения новых физических гипотез. Они не понимают, что фундаментальная теория имеет дело с физическими принципами, а не с отдельными физическими явлениями. Они понимают роль физических принципов в обычной физике. Однако, поскольку это касается микромира, они полагают, что обычные классические принципы физики недостаточны для описания физики микромира, и теоретики отступают от классических принципов. Другими словами, они верят в *квантовую парадигму*, основанную на наших убогих знаниях геометрии.

Работая в рамках *геометрической парадигмы*, мы должны выбрать истинную геометрию пространства-времени в микромире. Этот выбор достаточно сложен, потому что в истинной геометрии пространства-времени динамика частиц должна объяснять все экспериментальные данные. Чтобы проверить совпадение предсказаний теории с экспериментом, нужно построить динамику частиц в любой возможной геометрии пространства-времени. На самом деле, это обобщение динамики частиц в римановой геометрии пространства-времени (которая известна) на случай общей физической геометрии пространства-времени (которая еще не известна). Эта проблема решается в настоящей работе.

Подчеркнем, что производя такое обобщение, мы не будем проверять наши результаты с помощью сравнения с экспериментом. Такое сравнение невозможно и бесполезно, если мы работаем с произвольной геометрией пространства-времени (а не с геометрией, которая предполагается истинной геометрией пространства-времени). Для того, чтобы найти истинную пространственно-временную геометрию микромира, надо сформулировать принципы классической динамики в произвольной физической геометрии пространства-времени и построить соответствующий математический формализм. В этой работе мы строим математический формализм динамики. Однако мы не пытаемся выбрать истинную геометрию пространства-времени в микромире. Конкретные геометрии пространства-времени, рассматриваемые в работе, используются только как иллюстрация возможностей *геометрической парадигмы*. Они не претендуют на то, чтобы быть примерами истинной геометрии пространства-времени.

В конце девятнадцатого века физика развивалась в направлении ее геометризации, т.е. все больше свойств физических явлений объяснялись свойствами пространства событий (пространства-времени). Объяснение законов сохранения как следствие изотропии и однородности пространства событий, специальная теория относительности, общая теория относительности, объяснение дискретности электрического заряда компактификацией 5-мерной геометрии Калуцы-Клейна – все это последовательные этапы геометризации физики. Геометризация физики была очень эффективной программой развития теоретиской физики.

Однако, попытки применения этой программы к физическим явлениям микромира потерпели неудачу. Эта неудача была обусловлена тем печальным обстоятельством, что наше знание геометрии было убогим. Мы могли описывать только непрерывные геометрии с неограниченной делимостью Мы не умели работать с зернистыми геометриями, т.е. с геометриями, которые были частично непрерывными и частично дискретными. Мы не знали, как описать геометрию с ограниченной делимостью. Мы не могли представить себе, что существуют многовариантные геометрии, где в точке P_0 существует много векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_3$,..., которые эквивалентны вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ в точке Q_0, но эти векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$,$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_3$,.. не эквивалентны между собой. Мы не могли представить себе, что сама геометрия может дискриминировать существование некоторых геометрических объектов. На самом деле, пространственно-временная геометрия микромира обладает такими экзотическими свойствами, но мы не умеем описывать эти свойства. Наше знание геометрии было слишком убого. Однако, многовариантность является очень важным свойством геометрии пространства-времени. Оно ответственно за квантовые эффекты [3].

Все обобщенные геометрии являются модификациями собственно евклидовой геометрии, построенной Евклидом много лет назад. Евклид подарил миру две важные вещи: (1) евклидову геометрию и (2) евклидов метод построения геометрии.

Для построения обобщенных геометрий традиционно используется евклидов метод. Этот метод является полуфабрикатом (продуктом является сама евклидова геометрия). Используя евклидов метод, можно построить аксиоматизируемые геометрии. Аксиоматизируемые геометрии – это такие геометрии, где все геометрические объекты могут быть построены из "кирпичиков". Сам Евклид использовал три сорта таких "кирпичиков": точка, отрезок прямой и угол. Формализация процедуры построения приводит к выводу, что все утверждения собственно евклидовой геометрии могут быть выведены из конечной системы аксиом. Предполагается, что для построения обобщенной геометрии надо использовать другую систему аксиом (т.е. евклидовы "кирпичики" должны быть заменены другим набором "кирпичиков". Таким образом евклидов метод позволяет строить только аксиоматизируемые геометрии.

Другой метод построения обобщенных геометрий позволяет строить только физические геометрии, т.е. такие геометрии, которые могут быть полностью описаны мировой функцией этой геометрии. Мировая функция σ определяется соотношением $\sigma(P,Q) = \frac{1}{2}\rho^2(P,Q)$, где $\rho(P,Q)$ есть расстояние между точками P и Q. Этот метод использует уже построенную собственно евклидову геометрию следующим образом. Собственно евклидова геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ является физической геометрией. Все утверждения $\mathcal{P}$ собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ представляются в виде $\mathcal{P}(\sigma_{\mathrm{E}})$, где σ_{E} есть мировая функция евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. После этого эталонная (евклидова) геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ деформируется с помощью замены мировой функции σ_{E} на мировую функцию σ некоторой другой физической геометрии $\mathcal{G}$: $\mathcal{P}(\sigma_{\mathrm{E}}) \rightarrow \mathcal{P}(\sigma)$. В результате получается множество $\mathcal{P}(\sigma)$ всех утверждений физической геометрии $\mathcal{G}$. Физическая геометрия $\mathcal{G}$, получаемая из эталонной (собственно евклидовой) геометрии методом деформации, не является, вообще говоря, аксиоматизируемой геометрией, и она не может быть построена из каких-нибудь "кирпичиков".

Продемонстрируем этот факт на простой модели. Допустим, что имеется только один сорт пластилиновых "кирпичиков". Эти "кирпичики" покрашены красной краской для того, чтобы можно было различить границы "кирпичиков" в постройке. Пусть из этих "кирпичиков" сложено некоторое строение, например куб. Деформируем этот куб произвольным образом, например, в круговой цилиндр. После такой деформации все кубические "кирпичики", составляющие куб, будут деформированы. Эта деформация будет различной у разных "кирпичиков", и их нельзя будет использовать повторно для построения новой постройки. Разумеется, воспроизвести цилиндр будет можно, но такой цилиндр будет реконструирован из "кирпичиков", имеющих различную форму, полученную в результате деформации. Эти деформированные "кирпичики" непригодны для создания других построек. Эта модель показывает, как деформация разрушает аксиоматизируемость аксиоматизируемой геометрии.

Формально это происходит следующим образом. В любой аксиоматизируемой геометрии отношение эквивалентности транзитивно. Эта транзитивность необходима для того, чтобы любая дедукция приводила к определенному результату. Деформация нарушает транзитивность отношения эквивалентности, и геометрия становится неаксиоматизируемой. Продемонстрируем это на примере эквивалентности двух векторов. В собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ эквивалентность двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется следующим образом. Векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ эквивалентны ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\ \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$), если векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ параллельны ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \uparrow\uparrow \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$) и их длины $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|$ и $|\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|$ равны. Математически эти два условия записываются в виде

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \uparrow\uparrow \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1): \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{1.3}$$

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|, \qquad |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{2\sigma(P_0, P_1)} \tag{1.4}$$

где $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ есть скалярное произведение двух векторов, определенное соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = \sigma(P_0, Q_1) + \sigma(P_1, Q_0) - \sigma(P_0, Q_0) - \sigma(P_1, Q_1) \tag{1.5}$$

здесь σ есть мировая функция собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Длина $|\mathbf{PQ}|$ вектора $\mathbf{PQ}$ определяется соотношением

$$|\mathbf{PQ}| = \rho(P, Q) = \sqrt{2\sigma(P, Q)} \tag{1.6}$$

Используя соотношения (1.3) - (1.6), можно записать условие эквивалентности в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1 \quad &: \quad \sigma(P_0, Q_1) + \sigma(P_1, Q_0) - \sigma(P_0, Q_0) - \sigma(P_1, Q_1) && (1.7) \\ &= \quad 2\sigma(P_0, P_1) \wedge \sigma(P_0, P_1) = \sigma(Q_0, Q_1) && (1.8) \end{aligned}$$

Отношение эквивалентности используется в любой физической геометрии. Определение эквивалентности (1.8) представляет собой удовлетворительное геометрическое определение, потому что оно не содержит ссылки на размерность пространства и систему координат. Оно содержит только точки P_0, P_1, Q_0, Q_1, определяющие векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ и расстояния (мировые функции) между ними. Определение эквивалентности (1.8) совпадает с традиционным определением эквивалентности двух векторов собственно евклидовой геометрии. Если зафиксировать точки P_0, P_1, Q_0 в соотношениях (1.8) и решить эти уравнения относительно точки Q_1, то эти уравнения будут всегда иметь одно и только одно решение. Это утверждение следует из свойств мировой функции собственно евклидовой геометрии. Это означает, что собственно евклидова геометрия одновариантна по отношению к любым парам точек. Это означает также, что отношение эквивалентности транзитивно в собственно евклидовой геометрии. По определению, транзитивность отношения эквивалентности означает, что

$$\text{если} \quad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\text{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1 \wedge \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\text{eqv}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1, \quad \text{то} \quad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\text{eqv}\mathbf{R}_0\mathbf{R}_1 \tag{1.9}$$

В произвольной физической геометрии отношение эквивалентности имеет тот же вид (1.8) с другой мировой функцией σ, удовлетворяющей ограничениям

$$\sigma: \quad \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \qquad \sigma(P,P) = 0, \qquad \forall P, Q \in \Omega \tag{1.10}$$

Здесь Ω есть множество точек, на котором задана геометрия.

В случае произвольной мировой функции нельзя гарантировать, что уравнения (1.8) всегда имеют единственное решение. Может быть много решений. В этом случае получается многовариантная геометрия. Может не быть решений. В этом случае получается нуль-вариантная (дискриминирующая) геометрия. В обоих случаях отношение эквивалентности интранзитивно, и геометрия неаксиоматизируема. Возможна такая ситуация, что геометрия многовариантна относительно некоторых точек и векторов и она нуль-вариантна относительно других точек и векторов. Такая геометрия также будет квалифицироваться как многовариантная геометрия.

Традиционно полагают, что мировая функция пространства-времени симметрична

$$\sigma(P,Q) = \sigma(Q,P), \qquad \forall P, Q \in \Omega \tag{1.11}$$

Это условие означает, что прошлое и будущее геометрически эквивалентны. Однако, физическая геометрия может быть построена для асимметричной мировой функции Σ [4]

$$\Sigma(P,Q) = G(P,Q) + A(P,Q), \tag{1.12}$$

$$G(P,Q) = G(Q,P), \qquad A(P,Q) = -A(Q,P) \tag{1.13}$$

Время рассматривается как атрибут пространства событий (пространства-времени). Стрела времени может быть учтена в формализме асимметричной геометрии пространства-времени.

Асимметричная геометрия с асимметричной мировой функцией может описывать микромир. Однако ее приложение особенно интересно в космологии, где будущее и прошлое нашей вселенной могут оказаться неравноправными. Кроме того, закон гравитации в асимметричной геометрии пространства-времени отличается от закона гравитации в симметричной геометрии пространства-времени. Может быть, естественное предположение об асимметрии геометрии пространства-времени сможет объяснить отклонение астрономических наблюдений от представлений общей теории относительности. В этом случае изобретение темной материи может оказаться излишним. Однако, такая возможность пока не исследована надлежащим образом.

Зернистая геометрия пространства-времени $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$, заданная на многообразии Минковского описывается приближенно мировой функцией σ_{g}

$$\sigma_{\mathrm{g}}=\sigma_{\mathrm{M}}+\lambda_0^2\left\{\begin{array}{lll}\operatorname{sgn}(\sigma_{\mathrm{M}}) & \text{если} & |\sigma_{\mathrm{M}}|>\sigma_0\\ \frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0} & \text{если} & |\sigma_{\mathrm{M}}|\leq\sigma_0\end{array}\right., \qquad \lambda_0^2,\sigma_0=\mathrm{const}\geq 0 \tag{1.14}$$

где σ_{M} есть мировая функция геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$ Минковского, λ_0 есть элементарная длина. Мировая функция σ_{M} геометрии Минковского $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$ является Лоренц-инвариантной. Мировая функция σ_{g} зернистой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$ также является Лоренц-инвариантной, потому что она является функцией от σ_{M}. Если $\sigma_0=0$, геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$ дискретна, хотя она задана на непрерывном многообразии Минковского. В самом деле, если $\sigma_0=0$, то в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$ нет близких точек, разделенных расстоянием меньшим, чем $\sqrt{2}\lambda_0$. Это утверждение следует из (1.14). Дискретная Лоренец-инвариантная геометрия на непрерывном многообразии! Этот факт представляется неожиданным при традиционном подходе к геометрии, где дискретность геометрии зависит от структуры множества точек Ω, на котором задана геометрия и где геометрия формулируется в некоторой системе координат.

В физической геометрии дискретность и непрерывность геометрии определяется мировой функцией и только мировой функцией, и структура точек множества Ω важна лишь в той мере, в какой она влияет на мировую функцию.

Зернистость геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$ становится более ясной, если рассмотреть относительную плотность $\rho(\sigma_{\mathrm{g}})=\frac{d\sigma_{\mathrm{M}}(\sigma_{\mathrm{g}})}{d\sigma_{\mathrm{g}}}$ точек в $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$ по отношению к плотности точек в $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$. Получаем из (1.14)

$$\rho(\sigma_{\mathrm{g}})=\frac{d\sigma_{\mathrm{M}}(\sigma_{\mathrm{g}})}{d\sigma_{\mathrm{g}}}=\left\{\begin{array}{lll}1 & \text{если} & |\sigma_{\mathrm{g}}|>\sigma_0+\lambda_0^2\\ \frac{\sigma_0}{\sigma_0+\lambda_0^2} & \text{если} & |\sigma_{\mathrm{g}}|\leq\sigma_0+\lambda_0^2\end{array}\right. \tag{1.15}$$

Можно видеть из (1.15), что при $\sigma_0=0$ нет точек в интервале $\sigma_g\in\left(-\lambda_0^2,\lambda_0^2\right)$. Если $\sigma_0\neq 0$, то можно видеть из (1.15), что относительная плотность точек в интервале $\sigma_g\in\left(-\lambda_0^2-\sigma_0,\lambda_0^2+\sigma_0\right)$ меньше единицы, но она не равна нулю. Мы имеем некоторую промежуточную ситуацию между непрерывностью (когда $\rho=1$) и дискретностью (когда $\rho=0$). Такую ситуацию мы будем называть зернистостью. Заметим, что геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$ может рассматриваться как специальный случай зернистой геометрии.

В зернистой геометрии пространства-времени элементарная частица описывается ее каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, .., P_n\}$ состоящим из $n+1$ точек. Точечная частица описывается каркасом $\mathcal{P}_1 = \{P_0, P_1\}$, состоящим из двух точек, или вектором $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$. Вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ представляет собой импульс точечной частицы, тогда как его длина $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \mu$ представляет собой геометрическую массу частицы, которая связана с обычной массой m с помощью соотношения

$$m = b\mu \tag{1.16}$$

где b есть некоторая универсальная постоянная.

Эволюция элементарной частицы описывается мировой цепью, состоящей из связанных каркасов $...\mathcal{P}_n^{(0)}, \mathcal{P}_n^{(1)}, ..., \mathcal{P}_n^{(s)}...$

$$\mathcal{P}_n^{(s)} = \left\{P_0^{(s)}, P_1^{(s)}, ..P_n^{(s)}\right\}, \qquad s = ...0, 1, ... \tag{1.17}$$

Смежные каркасы $\mathcal{P}_n^{(s)}, \mathcal{P}_n^{(s+1)}$ цепи связаны соотношениями $P_1^{(s)} = P_0^{(s+1)}$, $s = ...0, 1, ...$ Вектор $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)} = \mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_0^{(s+1)}$ является ведущим вектором, который определяет направление мировой цепи.

Динамика свободной элементарной частицы определяется соотношениями

$$\mathcal{P}_n^{(s)}\mathrm{eqv}\mathcal{P}_n^{(s+1)}: \qquad \mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\mathrm{eqv}\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}, \qquad i,k = 0,1,..n; \qquad s = ...0,1,... \tag{1.18}$$

которое описывает эквивалентность смежных каркасов.

Таким образом, динамика свободной элементарной частицы описывается системой алгебраических уравнений (1.18). Особенности динамики зависят от структуры элементарной частицы (расположения точек внутри каркаса) и от геометрии пространства-времени.

В простейшем случае, когда геометрия пространства-времени является 5-мерной геометрией Калуцы-Клейна [5, 6], динамические уравнения (1.18) для точечной частицы приводятся к традиционным дифференциальным динамическим уравнениям, описывающим движение заряженной точечной частицы в заданных гравитационном и электромагнитном полях. Таким образом, динамические уравнения (1.18) могут рассматриваться как обобщение классических динамических дифференциальных уравнений на случай зернистой геометрии пространства-времени. Это очень важный факт, который показывает, что описание свободных частиц с помощью мировой цепи, состоящей из связанных каркасов, является просто обобщением релятивистской динамики частиц, которые не взаимодействуют между собой. Это обобщение не содержит никаких новых принципов. Это просто обобщение динамики частиц на случай зернистой геометрии пространства-времени.

Формально это динамика свободных частиц, движущихся в сильно деформированном и искривленном пространстве-времени. Однако, динамика свободных частиц может рассматриваться как движение частиц, взаимодействующих с некоторыми заданными полями (электромагнитном, гравитационном и другими) в пространственно-временной геометрии Минковского. Другими словами, движение заряженной частицы в заданных гравитационном, электромагнитном и других полях может рассматриваться как движение свободной частицы в зернистой геометрии пространства-времени. Это свойство известно для римановой пространственно-временной геометрии Калуцы-Клейна [5, 6]. Теперь это свойство обобщено на случай произвольной зернистой геометрии пространства-времени.

Заметим, что в соответствии с определением динамики (1.18) все векторы каркаса переносятся вдоль цепи параллельно самим себе, т.е. без вращения. Это означает более сильное определение свободной частицы, чем то которое употребляется обычно. Традиционно вращающаяся частица, движущаяся в отсутствии внешнего поля, считается свободной, хотя некоторые части частицы движутся с ускорением, обусловленным вращением. При свободном движении, определяемом, соотношением (1.18), все точки каркаса движутся без ускорения и все векторы каркаса не вращаются. Вращение частицы оказывается особым видом движения со сверхсветовой скоростью (с пространственноподобным ведущим вектором). Это свойство представляется неожиданным с традиционной точки зрения [8, 9, 7]. Однако, это свойство может существовать в некоторых особых видах зернистой геометрии. Тогда вращение сложной частицы осуществляется в виде мировой цепи, имеющей вид винтовой линии.

Совершенно естественно, что динамические уравнения в зернистой геометрии пространства-времени не могут быть дифференциальными уравнениями. Динамические уравнения могут быть только уравнениями в конечных разностях.

Пусть элементарная длина λ_0 имеет вид

$$\lambda_0^2 = \frac{\hbar}{2bc} \tag{1.19}$$

где $\hbar$ есть квантовая постоянная, c есть скорость света и b есть универсальная постоянная, определенная соотношением (1.16). Пусть постоянная σ_0 в (1.15) достаточно мала. Тогда движение точечной частицы в зернистой пространственно-временной геометрии (1.15) оказывается многовариантным (стохастическим). Статистическое описание этого многовавриантного движения частицы совпадает с квантовым описанием в терминах уравнения Шредингера [3]. Квантовая постоянная появляется в описании через элементарную длину (1.19), которая является параметром зернистой геометрии пространства-времени.

2 Динамические уравнения в конечных разностях как обобщение дифференциальных динамических уравнений для точечной частицы в римановом пространстве-времени

Покажем, что динамические уравнения в конечных разностях (1.18) для точечной частицы, описываемой вектором $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ могут быть преобразованы к динамическим уравнениям для геодезической, если геометрия пространства-времени является римановой. В пространственно-временной геометрии Калуцы-Клейна, которое является 5-мерной римановой геометрией, геодезическая описывает движение точечной заряженной частицы в заданных гравитационном и электромагнитном полях.

Сначала мы рассмотрим случай риманова пространства без внешних полей, т.е. псевдо-евклидово пространство индекса 1. Для точечной частицы динамические уравнения (1.18) принимают вид

$$(\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}.\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}) = |\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}| \cdot |\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}|, \qquad s = ...0, 1, ... \tag{2.1}$$

$$|\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}|^2 = |\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}|^2, \qquad s = ...0, 1, ... \tag{2.2}$$

При использовании соотношения (1.5) для скалярного произведения соотношение (2.1) для случая $s = 0$ принимает вид

$$\sigma(P_0, P_1) = \sigma(P_1, P_2), \qquad \sigma(P_0, P_2) = 4\sigma(P_0, P_1) \tag{2.3}$$

Выберем систему координат таким образом, что

$$P_0 = \{0, 0, , ...0\}, \qquad P_1 = \left\{x^0, x^1, ..., x^n\right\} \tag{2.4}$$

$$P_2 = \left\{2x^0 + \alpha^0, 2x^1 + \alpha^1, ..., 2x^n + \alpha^n\right\} \tag{2.5}$$

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \left\{x^0, x^1, ..., x^n\right\}, \qquad \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 = \left\{x^0 + \alpha^0, x^1 + \alpha^1, ..., x^n + \alpha^n\right\} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2 = \left\{2x^0 + \alpha^0, 2x^1 + \alpha^1, ..., 2x^n + \alpha^n\right\} \tag{2.7}$$

Введем обозначения

$$x = \left\{x^0, \mathbf{x}\right\} = \left\{x^0, x^1, ..., x^n\right\}, \qquad \alpha = \left\{\alpha^0, \boldsymbol{\alpha}\right\} = \left\{\alpha^0, \alpha^1, ..., \alpha^n\right\} \tag{2.8}$$

где x и α являются $(n+1)$-векторами, тогда как $\mathbf{x}$ и $\boldsymbol{\alpha}$ являются n-векторами. Уравнения (2.3) приводятся к соотношениям

$$(x.\alpha) = x^0\alpha^0 - \mathbf{x}\boldsymbol{\alpha} \equiv x^0\alpha^0 - \sum_{\mu=1}^{\mu=n} x^\mu\alpha^\mu = 0 \tag{2.9}$$

$$(\alpha.\alpha) = \alpha^0\alpha^0 - \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha} \equiv \alpha^0\alpha^0 - \sum_{\mu=1}^{\mu=n} \alpha^\mu\alpha^\mu = 0 \tag{2.10}$$

Если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является времениподобным ($|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 > 0$), то имеется единственное решение $\alpha = \{\alpha^0, \boldsymbol{\alpha}\} = 0$ уравнений (2.3), и точки P_0, P_1, P_2 лежат на одной и той же времениподобной прямой (геодезической). Если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является изотропным ($|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 = 0$), то $\alpha = kx = \{k\alpha^0, k\mathbf{x}\}$, где k есть произвольное вещественное число, и точки P_0, P_1, P_2 лежат на одной и той же изотропной прямой (геодезической). Если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является пространственноподобным ($|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 < 0$), то решение не единственно. Оно имеет вид

$$\alpha = \{a, a\mathbf{n}\}, \qquad \mathbf{n}^2 = 1, \qquad \mathbf{n}\mathbf{x} = -x^0 \tag{2.11}$$

где a есть произвольное вещественное число, $\mathbf{n}$ является единичным n-вектором. Точки P_0, P_1, P_2 лежат на одной и той же пространственноподобной прямой (геодезической), только если $a = 0$.

В общем случае $a \neq 0$, пространственноподобный вектор $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$ многовариантен, если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является пространственноподобным. Поскольку величина a может быть бесконечно большой, мировая цепь с пространственноподобным ведущим вектором $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ оказывается невозможной. Этот факт известен. При традиционном подходе он постулируется. В динамических уравнениях в конечных разностях (1.18) невозможность существования пространственноподобного ведущего вектора является следствием динамических уравнений.

Рассмотрим случай, когда геометрия пространства-времени является псевдоримановой геометрией индекса 1. Тогда предположение, что вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является времениподобным и точки P_0, P_1, P_2 лежат на одной и той же времениподобной геодезической совместимо с уравнениями (2.3). В соответствии с (2.3) получаем

$$\rho(P_0, P_1) + \rho(P_1, P_2) = \rho(P_0, P_2), \qquad \rho(P_1, P_2) = \sqrt{2\sigma(P_1, P_2)} \tag{2.12}$$

Времениподобная геодезическая в псевдо-римановом пространстве индекса 1 является самой длинной линией. Другими словами, в псевдо-римановом пространстве индекса 1 для любых трех точек P_0, P_1, P_2, разделенных времениподобными интервалами имеет место "аксиома треугольника"

$$\rho(P_0, P_1) + \rho(P_1, P_2) \leq \rho(P_0, P_2) \tag{2.13}$$

Если предположить, что точка P_1 не принадлежит геодезической $\mathcal{L}_{P_0P_2}$, проходящей через точки P_0 и P_2, то

$$P_1 \notin \mathcal{L}_{P_0P_2}: \qquad \rho(P_0, P_1) + \rho(P_1, P_2) < \rho(P_0, P_2) \tag{2.14}$$

Условие (2.14) не совместимо с динамическими уравнениями (2.3) для времениподобного вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$. Следовательно, для $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2|^2 > 0$ точки P_0, P_1, P_2 лежат на одной и той же времениподобной геодезической. Это утверждение верно для любых трех смежных точек P_s, P_{s+1}, P_{s+2}, $s = ...0, 1, ...$

Таким образом, если пространство-время является псевдо-римановым пространством индекса 1, динамические уравнения (1.18) для точечной частицы описывают времениподобную геодезическую в пространстве-времени, если ведущий вектор $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ является времениподобным. С другой стороны, времениподобные геодезические в 5-мерном пространстве-времени Калуцы-Клейна описывают движение заряженной точечной частицы в заданных гравитационном и электромагнитном полях. Таким образом, динамические уравнения (1.18) являются обобщением традиционной релятивистской динамики на зернистую геометрию пространства-времени.

3 Составные частицы

Если каркас $\mathcal{P}_1 = \{P_0, P_1\}$ состоит из двух точек, он описывает точечную частицу. Если каркас $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$ состоит более, чем из двух точек ($n > 1$), он описывает составную частицу. Пусть размерность пространства-времени равна N. Тогда число координат, описывающих эволюцию каркаса $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$, равно nN, тогда как число динамических уравнений (1.18) описывающих каркас равно $n(n+1)$. Если сложность n устройства частицы возрастает, число $n(n+1)$ динамических уравнений растет быстрее, чем число зависимых динамических переменных nN. При $n \geq N$ число динамических уравнений становится больше, чем число зависимых переменных.

Для точечной частицы ($n = 1$) число динамических уравнений равно двум, тогда как число динамических переменных равно пяти в 5-мерной пространственно-временной геометрии Калуцы-Клейна, и оно равно четырем в 4-мерной геометрии Минковского. В обоих случаях невозможность пространственноподобной мировой цепи обусловлена тем фактом, что число динамических переменных больше, чем число динамических уравнений. Следует ожидать, что для достаточно сложных частиц с достаточно большим n, мировые цепи с пространственноподобным ведущим вектором $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ окажутся возможными. Для того, чтобы мировая цепь с пространственноподобным ведущим вектором $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ была наблюдаемой, мировая цепь должна иметь вид винтовой линии с времениподобной осью.

Движение элементарных частиц, не являющихся точечными, пока еще не изучено надлежащим образом. Имеется только некоторая информация о дираковской частице, чей каркас состоит из трех точек ($n = 2$), и ведущий вектор является пространственноподобным [7]. В этом случае мировая цепь представляет собой пространственноподобную винтовую линию с времениподобной осью. Такая пространственноподобная винтовая линия не может существовать в зернистой геометрии (1.14). Однако, если мировую функцию (1.14) несколько изменить при малых расстояниях $\sigma_{\mathrm{g}} \to \sigma_{\mathrm{gm}}$

$$\sigma_{\mathrm{gm}} = \sigma_{\mathrm{M}} + \lambda_0^2 \begin{cases} \operatorname{sgn}(\sigma_{\mathrm{M}}) & \text{если} \quad |\sigma_{\mathrm{M}}| > \sigma_0 \\ \left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right)^3 & \text{если} \quad |\sigma_{\mathrm{M}}| \leq \sigma_0 \end{cases}, \qquad \lambda_0^2, \sigma_0 = \mathrm{const} \geq 0 \qquad (3.1)$$

такая пространственноподобная винтовая линия становится возможной. Пространственноподобная винтовая линия возможна также для других геометрий пространства-времени, где мировая функция в интервале $(-\sigma_0, \sigma_0)$ имеет вид $f(\sigma_{\rm M}/\sigma_0)$, $|\sigma_{\rm M}| < |\sigma_0|$. Она должна удовлетворять условию $|f(\sigma_{\rm M}/\sigma_0)| < |\sigma_{\rm M}/\sigma_0|$.

Отождествление элементарной частицы с винтообразной мировой цепью и дираковской частицы основано на следующем факте. В классическом пределе уравнение Дирака для свободной частицы описывает динамическую систему, имеющую 10 степеней свободы. Решение динамических уравнений приводит к винтовой мировой линии с времениподобной осью [8]. Не совсем ясно, является ли эта винтовая линия пространственноподобной или времениподобной, потому что внутренние степени свободы, ответственные за вращательное движение, описываются нерелятивистски (т.е. неправильно), хотя внешние степени свободы описываются релятивистски [9].

Заметим, что динамические уравнения (1.18) не могут прямо описывать вращение каркаса. Они описывают только трансляционный перенос всех векторов $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k$, $i,k = 0,1,..n$. Явление вращения появляется только в виде спиральной форме мировой цепи, и это обстоятельство порождает ограничения на значения спина, которые предполагаются с связанными вращением составной частицы.

Предположение, что структура элементарной частицы определяется взаимным расположением точек в ее каркасе, представляется естественным и разумным. Такие параметры элементарной частицы геометризуются уже для точечной частицы. В случае точечной частицы ее масса m определяется соотношением (1.16), тогда как электрический заряд определяется проекцией импульса частицы на направление, выделенное компактификацией пространства-времени Калуцы-Клейна. Следует ожидать, что в случае составных частиц все их параметры, включая массу и электрический заряд, будут определяться расположение точек в каркасе частицы. Идея полной геометризации элементарных частиц, когда динамика и параметры элементарной частицы полностью определяются каркасом частицы, кажется привлекательной. При таком подходе каркас частицы является единственной характеристикой элементарной частицы. Такое описание не содержит волновых функций, бран, струн и других изысков, которые очень далеки от геометрии пространства-времени. Наблюдаемые симметрии элементарных частиц могут быть объяснены как симметрии точек внутри каркаса.

4 Многовариантность и дискриминация

Зернистая геометрия имеет два важных свойства, отсутствующих при традиционном описании пространства-времени, как риманова пространства. Многовариантность обусловлена тем фактом, что отношение эквивалентности (1.8) имеет много решений. Многовариантность времениподобных векторов вводится в зернистые геометрии (1.14) и (3.1) членом с коэффициентом λ_0^2, где λ_0 есть некоторая элементарная длина. Многовариантность времениподобных векторов ответственна за квантовые эффекты. Многовариантность пространственноподобных векторов не зависит от λ_0. Она связана с тем, что фактом, что геометрия пространства-времени близка к псевдо-римановой геометрии индекса 1.

Дискриминация (или нуль-вариантность) обусловлена тем фактом, что отношение эквивалентности (1.8) может не иметь решений. Эффект дискриминации ответственен за дискретные значения параметров элементарных частиц. Наиболее ясно эффект дискриминации проявляется при компактификации геометрии Калуцы-Клейна. Компактификация означает, что координата x^5, ответственная за электрический заряд, может изменяться только внутри конечного интервала $x^5 \in (-L, L]$, и концевые точки этого интервала отождествлены. Это означает, что все физические величины (и волновые функции) являются периодическими функциями координаты x^5 с периодом $2L$. Компактификация геометрии Калуцы-Клейна означает модификацию ее топологии. Однако, в физической геометрии топология полностью определяется мировой функцией. Нельзя изменить топологию без соответствующего изменения мировой функции.

В рамках квантовой парадигмы собственные значения оператора импульса $p_5 = -i\hbar\partial/\partial x^5$ являются кратными величине $(h/2L)$, и имеется много геодезических, соединяющих две точки пространства-времени. Электрический заряд оказывается кратным некоторому элементарному заряду, и эта пропорциональность обусловлена использованием квантовых принципов. При традиционном подходе мировая функция определяется как производная величина

$$\sigma(P, Q) = \frac{1}{2}\left(\int\limits_{\mathcal{L}_{PQ}} \sqrt{g_{ik}(x)\, dx^i dx^k}\right)^2 \tag{4.1}$$

где $\mathcal{L}_{PQ}$ есть геодезическая, соединяющая точки P и Q. Поскольку имеется много геодезических, соединяющих две точки P и Q, мировая функция $\sigma(P, Q)$ оказывается многозначной. При традиционном подходе, где мировая функция является производной (а не фундаментальной) величиной, она может быть многозначной.

В физической геометрии, где мировая функция является фундаментальной величиной, она должна быть однозначной. Если мировая функция определяется соотношением (4.1), необходимо использовать только одну геодезическую, удалив все остальные. Используя кратчайшую геодезическую, получаем однозначную мировую функцию. Ситуация выглядит следующим образом. Изменяем мировую функцию и компактификация является следствием этой модификации. Динамические уравнения (1.18) для точечной частицы накладывают ограничения на электрический заряд точечной частицы [10]. Эти ограничения не имеют ничего общего с квантовыми принципами. Они являются чисто геометрическими ограничениями, обусловленными нуль-вариантностью геометрии пространства-времени, порожденной компактификацией.

5 Преобразование геометрии пространства-времени к эталонной геометрии с помощью введения геометрических силовых полей

Динамические уравнения в конечных разностях (1.18) могут быть записаны в виде близком к традиционному описанию в геометрии Калуцы-Клейна. Пусть σ_{K_0} является мировой функцией в пространственно-временной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. Геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$ является 5-мерной псевдо-евклидовой геометрией индекса 1 с компактифицированной координатой x^5. Другими словами, геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$ является геометрией Калуцы-Клейна, в которой отсутствуют гравитационное и электромагнитное поля. Представим мировую функцию σ геометрии $\mathcal{G}$ в виде

$$\sigma\left(P,Q\right)=\sigma_{\mathrm{K}_0}\left(P,Q\right)+d\left(P,Q\right) \tag{5.1}$$

где функция d описывает различие между истинной мировой функцией σ реальной геометрии пространства-времени и мировой функцией σ_{K_0} эталонной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$, где будет производиться описание. Тогда получаем

$$\left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\right)=\left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\right)_{\mathrm{K}_0}+d\left(P_0,Q_1\right)+d\left(P_1,Q_0\right)-d\left(P_0,Q_0\right)-d\left(P_1,Q_0\right) \tag{5.2}$$

$$\left|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\right|^2=\left|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\right|_{\mathrm{K}_0}^2+2d\left(P_0,P_1\right) \tag{5.3}$$

где индекс "K_0" означает, что соответствующие величины подсчитаны в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$ при помощи мировой функции σ_{K_0}.

С помощью of (5.2), (5.3) динамические уравнения (1.18) могут быть записаны в виде

$$\left(\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}.\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right)_{\mathrm{K}_0}-\left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2=w\left(P_i^{(s)},P_k^{(s)},P_i^{(s+1)},P_k^{(s+1)}\right),\qquad i,k=0,1,...n \tag{5.4}$$

$$\left|\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2-\left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2=2d\left(P_i^{(s)},P_k^{(s)}\right)-2d\left(P_i^{(s+1)},P_k^{(s+1)}\right),\qquad i,k=0,1,...n \tag{5.5}$$

где

$$w\left(P_i^{(s)},P_k^{(s)},P_i^{(s+1)},P_k^{(s+1)}\right) = 2d\left(P_i^{(s)},P_k^{(s)}\right)-d\left(P_i^{(s)},P_k^{(s+1)}\right) \tag{5.6}$$

$$-d\left(P_k^{(s)},P_i^{(s+1)}\right)+d\left(P_i^{(s)},P_i^{(s+1)}\right) \tag{5.7}$$

$$+d\left(P_k^{(s)},P_k^{(s+1)}\right) \tag{5.8}$$

Уравнения (5.4), (5.5) являются динамическими уравнениями в конечных разностях, записанными в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. Правые части равенства этих уравнений можно интерпретировать как некоторые геометрические силовые поля, порожденные тем фактом, что геометрия пространства-времени $\mathcal{G}$ описывается в терминах эталонной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. Эти силовые поля описывают отклонение зернистой геометрии от геометрии Калуцы-Клейна. Такая возможность используется при описании гравитационного поля, которое может описываться, как порожденное кривизной искривленного пространства-времени, или как гравитационное поле в геометрии Минковского. В динамических уравнениях (5.4), (5.5) такая возможность реализуется для произвольной зернистой геометрии пространства-времени.

Эволюция ведущего вектора $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ представляет наибольший интерес. Эти уравнения получаются из уравнений (5.4), (5.5) при $i = 0, k = 1$. Получаем из уравнений (5.4), (5.5)

$$\left|\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 - \left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 = 2d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s)}\right) - 2d\left(P_1^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right) \tag{5.9}$$

$$\left(\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}.\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right)_{\mathrm{K}_0} - \left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 \tag{5.10}$$

$$= 3d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s)}\right) - d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right) + d\left(P_1^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right) \tag{5.11}$$

где используется, что $P_1^{(s)} = P_0^{(s+1)}$.

В случае, когда пространство-время однородно, и мировая функция

$$d\left(P, Q\right) = D\left(\sigma_{\mathrm{K}_0}\left(P, Q\right)\right) \tag{5.12}$$

уравнения (5.9), (5.11) принимают вид

$$\left|\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 - \left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 = 0 \tag{5.13}$$

$$\left(\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}.\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right)_{\mathrm{K}_0} - \left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 = 4d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s)}\right) - d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right) \tag{5.14}$$

В случае, когда ведущий вектор $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ является времениподобным, можно ввести угол $\phi_{01}^{(s)}$ между векторами $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ и $\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}$ в эталонной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. С помощью (5.13) он определяется соотношением

$$\cosh\phi_{01}^{(s)} = \frac{\left(\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}.\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right)_{\mathrm{K}_0}}{\left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2} \tag{5.15}$$

Тогда в однородной геометрии $\mathcal{G}$ уравнение (5.14) имеет вид

$$\sinh\frac{\phi_{01}^{(s)}}{2} = \frac{\sqrt{4d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s)}\right) - d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right)}}{\sqrt{2}\left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}} \tag{5.16}$$

Таким образом, релятивистская динамика частиц может быть обобщена на случай зернистой геометрии пространства-времени.

6 Заключительные замечания

Представленная концепция полностью ортодоксальна, потому что она не использует никаких новых принципов. Вводя в рассмотрение неаксиоматизируемые геометрии, мы только устраняем неполноту в описании геометрии пространства-времени. Ортодоксальность концепции свидетельствует в пользу этой концепции.

Вообще говоря, геометрическая динамика (1.18) представляет собой классическую динамику в зернистой геометрии пространства-времени. Зернистость пространства-времени порождает два новых свойства, которые отсутствуют в аксиоматизируемых геометриях: (1) многовариантность, ответственная за квантовые эффекты, (2) нуль-вариантность (дискриминационный механизм), ответственную за дискретность параметров элементарных частиц. Многовариантность зернистой геометрии пространства-времени может быть учтена с помощью статистического описания. Квантовая теория может имитировать многовариантность (и статистическое описание) на уровне динамики, но она не может имитировать нуль-вариантность (дискриминационный механизм). В результате современная теория элементарных частиц не имеет ключа к объяснению дискретности параметров элементарных частиц.

В заключение заметим, что мы не использовали каких бы то ни было гипотез. Наша концепция не является концептуально новой теорией. Это просто обобщение классической релятивистской динамики на случай зернистой геометрии пространства-времени, которая игнорировалась современными математиками (и физиками). Вводя зернистое пространство-время, мы не использовали каких-либо новых гипотез или принципов. Мы просто преодолевали предрассудок, что геометрия пространства-времени может быть только аксиоматизируемой. Кроме того, мы уменьшили число принципов в теории в том смысле, что квантовые принципы не использовались. Квантовые эффекты теперь описываются многовариантностью зернистой геометрии пространства-времени. Невозможность пространственноподобной мировой цепи оказалась только следствием того факта, что такую мировую цепь нельзя наблюдать, а не делом принципа.

Обобщение классической физики на случай зернистой геометрии пространства-времени пока не завершено в том смысле, что получено только обобщение динамических уравнений для движения частицы в заданных внешних полях. Другая часть классической физики, которая описывает воздействие материи на геометрию пространства-времени (уравнения гравитации и уравнения Максвелла), еще не обобщена на случай зернистой геометрии пространства-времени.

Список литературы

[1] Rylov, Yu.A.Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci.* **30**, iss. 12, 733-760, (2002).

[2] Rylov, Yu. A. Geometries with intransitive equivalence relation. *eprint http://arXiv.org/abs/0807.2034*

[3] Rylov, Yu. A. Non-Riemannian model of space-time, responsible for quantum effects, *J. Math. Phys.* **32** (8), 2092 - 2098, (1991)

[4] Rylov, Yu. A. Asymmetric nondegenerate geometry. *Proc. of XXV workshop on the fundamental problems on high energy physics and field theory. Protvino*, June 25-28 (2002) pp. 154-190. *e-print http://arXiv.org/abs/math.MG/0205061*

[5] Kaluza, T. Zum Unitätsproblem der Physik, *Sitz.Preuss.Akad. Wiss.966, (1921).*

[6] Klein, O. Quantentheorie and funfdimensionale Relativitatstheorie. *Zeits.f.Physik*, **37**, 895 (1926).

[7] Rylov, Yu. A. Geometrical dynamics: spin as a result of rotation with superluminal speed. *e-print http://arXiv. org/abs /0801.1913.*

[8] Rylov, Yu. A. Is the Dirac particle composite? *e-print,* http://arXiv.org /abs /physics/0410045

[9] Rylov, Yu. A. Is the Dirac particle completely relativistic? *e-print, http:// arXiv.org/abs/physics/0412032*

[10] Rylov, Yu. A. Discriminating properties of the space-time compactification. *e-print http://arXiv.org/abs/0809.2516.*