Общая теория относительности, распространенная на нериманову геометрию пространства-времени

Ю.А.Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{\ }rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site:
$http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{\ }rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Уравнения тяготения общей теории относительности, написанные для римановой геометрии пространства-времени распространяются на случай произвольной неримановой геометрии пространства-времени. Полученные уравнения записываются в терминах мировой функции в бескоординатном виде. Эти уравнения прямо определяют мировую функцию (а не только метрический тензор). В результате геометрия пространства-времени оказывается неримановой. Инвариантная форма уравнений позволяет исключит влияние системы координат на решение динамических уравнений. Всякий, кто доверяет общей теории относительности, должен принять расширенную теорию относительности, потому что *расширенная теория не использует каких-либо новых гипотез. Она только исправляет непоследовательности и ограничения, налагаемые на традиционную концепцию общей теории относительности.* Расширенная общая теория относительности предсказывает индуцированную антигравитацию, которая устраняет существование черных дыр.

1 Введение

В работе рассматриваются динамические уравнения для гравитационного поля, которые получаются при обобщении теории относительности на случай наиболее общей геометрии пространства-времени. В общей теории относительности предполагается, что риманова геометрия является самым общим видом геометрии пространства-времени. Это предположение основано на нашем недостаточном знании геометрии, когда предполагается, что любая геометрия является аксиоматизируемой. Это означает, что любая геометрия строится как логическое построение. На самом деле существуют неаксиоматизируемые геометрии пространства-времени [1], которые строятся с помощью принципа деформации [2] как деформация собственно евклидовой геометрии. Эта геометрия полностью описывается мировой функцией [3] и только мировой функцией. Такая геометрия называется физической, потому что физикам нужна такая геометрия, которая была бы наукой о расположении и форме геометрических объектов (а не логической конструкцией). Физики используют геометрию как инструмент для исследования свойств пространства-времени. Физики безразличны к вопросу о том, является ли геометрия логическим построением.

Физическая геометрия может быть непрерывной или дискретной. Она может быть зернистой, т.е. частично непрерывной и частично дискретной. Во всех случаях она описывается одним и тем же способом. Свойства физической геометрии определяются только свойствами мировой функции (а не свойствами множества точек, на котором задана геометрия). В результате физическая геометрия может быть сформулирована в бескоординатном виде (только в терминах мировой функции). Хорошей иллюстрацией этого факта служит следующий пример.

Пусть собственно евклидова геометрия задана в декартовых координатах (x, y) на квадрате $[0,1] \times [0,1]$. Это означает, что мировая функция задана на этом квадрате. Отобразим квадрат $[0,1] \times [0,1]$ на одномерный отрезок $[0,1]$. Пусть отображение $(x, y) \rightarrow X$ будет взаимно однозначным. Это возможно, если только оно будет разрывным в любой точке. Например, отображение может быть реализовано следующим образом. Пусть координаты x, y, X представлены в виде десятичных дробей

$$x = 0.\alpha_1\alpha_2\alpha_3...., \qquad y = 0.\beta_1\beta_2\beta_3...., \qquad X = 0.\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\alpha_3\beta_3... \tag{1.1}$$

где α и β суть десятичные цифры. Формулы (1.1) осуществляют одно-однозначное отображение $(x, y) \leftrightarrow X$. Теперь мировая функция σ задана на одномерном отрезке $[0,1]$.

$$\sigma(X_1; X_2) = \sigma(x_1, y_1; x_2, y_2)$$

Тем не менее, рассматривая мировую функцию на одномерном отрезке $[0,1]$, можно восстановить собственно евклидову геометрию. В частности, можно определить, что геометрия на отрезке $[0,1]$ является двумерной евклидовой геометрией (в том смысле, что максимальное число линейно независимых векторов равно двум), хотя геометрия задана на одномерном отрезке.

Для построения физической геометрии достаточно задать мировую функцию для любой пары точек на точечном множестве, где задается геометрия. Не нужно доказывать многочисленных теорем и проверять совместность геометрических аксиом. Мировая функция $\sigma(P, Q) = \frac{1}{2}\rho^2(P, Q)$ является функцией двух точек P и Q, где $\rho(P, Q)$ есть расстояние между этими точками. Число возможных мировых функций много больше, чем число бесконечно малых интервалов $dS^2 = g_{ik}(x)\, dx^i dx^k$, которые являются функциями одной точки.

В частности, имеется только одна однородная изотропная геометрия (геометрия Минковского) в множестве всех римановых геометрий. Она описывается мировой функцией σ_{M}. В множестве физических геометрий любая геометрия однородна и изотропна, если она описывается мировой функцией $\sigma = F\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right)$, где F есть произвольная функция, обладающая свойством $F\left(0\right) = 0$ и σ_{M} есть мировая функция геометрии Минковского.

В частности, геометрия пространства-времени, описываемая мировой функцией

$$\sigma = \sigma\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right) = \sigma_{\mathrm{M}} + \lambda_0^2 \mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right), \qquad \lambda_0^2 = \frac{\hbar}{2bc} = \mathrm{const} \tag{1.2}$$

однородна и изотропна. Здесь $\hbar$ есть квантовая постоянная, c есть скорость света и b есть некоторая универсальная постоянная. Кроме того, эта геометрия неаксиоматизируема и дискретна. В этой пространственно-временной геометрии любое движение свободных точечных частиц многовариантно (стохастично). Статистическое описание этого стохастического движения эквивалентно квантовому описанию в терминах уравнения Шредингера [4]. Это обстоятельство позволяет получить статистическое обоснование квантовой механики и интерпретировать квантовые эффекты как геометрические эффекты.Это позволяет исключит квантовые принципы из числа первых физических принципов и уменьшить число физических сущностей, что важно для фундаментальной физической теории.

Специальная теория относительности по определению является рассмотрением физических явлений в плоском однородном изотропном пространствевремени. В множестве римановых геометрий имеется только одна такая геометрия. Это пространственно-временная геометрия Минковского. Описание физических явлений в геометрии (1.2) следует квалифицировать как расширение специальной теории относительности, потому что пространственно-временная геометрия (1.2) однородна и изотропна, но она нериманова.

Статистическое обоснование квантовой теории показывает также, что реальное пространство-время может быть неримановым, и нельзя себя ограничивать, рассматривая только римановы геометрии пространства-времени.

Расширение общей теории относительности на на случай физических геометрий пространства-времени оказывается возможным только при учете двух существенных положений:

1. Рассмотрение физических геометрий.
2. Использование адекватных релятивистских понятий и, в частности, релятивистского понятия близости событий.

Причины нарушения первого условия исследованы в [5].

В начале двадцатого века теоретическая физика развивалась по пути геометризации. Специальная теория относительности и общая теория относительности были только этапами в этой геометризации. Но геометризация физики оказалась ограниченной нашими убогими знаниями геометрии, когда были известны только аксиоматизируемые геометрии. Не умели работать с дискретными геометриями и геометриями с ограниченной делимостью. Квантовые эффекты легко могут быть объяснены многовариантностью геометрии пространства-времени. Однако свойство многовариантности [6] не было известно в начале двадцатого века, и исследователи были вынуждены ввести новые (квантовые) принципы динамики. В результате появилась квантовая парадигма развития физики микромира. Квантовая парадигма доминировала весь двадцатый век. Квантовая парадигма содержит больше сущностей, чем это необходимо.

В конце двадцатого века, когда наше знание геометрии стало более полным, можно вернуться к парадигме дальнейшей геометризации физики. Геометрическая парадигма оказалась возможной, когда оказалось возможным непринужденно объяснять квантовые эффекты свойствами геометрии пространства-времени, используя при этом классические принципы динамики. Геометрическая парадигма является более привлекательной, потому что она содержит меньше физических сущностей, чем квантовая парадигма. Чтобы заменить квантовую парадигму геометрической парадигмой, нужно обобщить специальную теорию относительности и общую теорию относительности на случай произвольной физической геометрии пространства-времени.

Физическая геометрия – это такая геометрия, которая полностью описывается мировой функцией (мировая функция – это половина квадрата расстояния). Физическая геометрия – это практически метрическая геометрия, которая освобождена от всех ограничений на метрику за исключением того ограничения, что мировая функция (или метрика) обращается в нуль для совпадающих точек. Физическая геометрия представляет собой очень простую конструкцию [1, 2]. Для построения физической геометрии не нужно формулировать аксиомы и доказывать многочисленные теоремы. Достаточно знать собственно евклидову геометрию, которая используется как эталонная физическая геометрия. Все определения собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ могут быть сформулированы в терминах евклидовой мировой функции σ_{E}. Заменяя евклидову мировую функцию σ_{E} во всех определениях евклидовой геометрии другой мировой функцией σ, получаем все определения физической геометрии $\mathcal{G}$, описываемой мировой функцией σ.

Кроме того, физическая геометрия является монистической концепцией, которая полностью описывается единственной фундаментальной величиной σ. Все остальные геометрические величины и понятия однозначно выражаются через фундаментальную величину σ. Это обстоятельство позволяет легко модифицировать физическую геометрию, потому что все другие геометрические величины и понятия автоматически модифицируются при модификации фундаментальной величины σ. [7]. Программа геометризации физики позволяет создать монистическую концепцию физики с фундаментальной величиной σ.

Множество всех римановых геометрий является только малой частью множества всех физических геометрий. Обобщение теории относительности на случай произвольной физической геометрии позволяет получать такие результаты, которые не могут быть получены в рамках римановой геометрии. Обобщение специальной теории относительности (движение частиц в заданной геометрии пространства-времени) на случай произвольной физической геометрии пространства-времени уже сделано [8]. Обобщение описания влияния вещества на произвольную геометрию пространства-времени встречает ряд проблем. Эти проблемы связаны с тем, что в теории относительности некоторые базовые понятия взяты из нерелятивистской физики. Понятия нерелятивистской физики не пригодны для последовательного геометрического описания теории относительности и для обобщения этого описания на случай более общей геометрии пространства-времени.

Практически вся физические явления на Земле являются нерелятивистскими. Сначала мы изучаем нерелятивистскую физику с ее нерелятивистскими понятиями. Релятивистские эффекты появились как поправки к нерелятивистской физике. В начале двадцатого века релятивистская физика была представлена в терминах слегка подправленных нерелятивистских понятий. Например, принцип теории относительности был представлен как инвариантность динамических уравнений по отношению к преобразованиям Лоренца и как существование предельной скорости распространения взаимодействий. Такое представление полезно для педагогических целей, когда нужно перейти от нерелятивистской физики к релятивистской. Однако, такая формулировка не эффективна, когда мы пытаемся развивать релятивистскую физику. В частности, принцип относительности формулируется в адекватных терминах следующим образом. Релятивистская физика есть физика, формулируемая в псевдоевклидовой геометрии индекса 1 (геометрия Минковского или Калуцы-Клейна). Все другие детали описания являются следствиями свойств геометрии пространства-времени. Например, свойства, касающиеся роли скорости света, являются чисто геометрическими свойствами пространства-времени.

К сожалению, формулировка теории относительности в адекватных (геометрических) терминах встречается редко. Главное различие геометрии пространства-времени в релятивистской теории от от геометрии в нерелятивистской (ньютоновой) физике заключается в следующем. Релятивистская геометрия пространства событий (пространства-времени) описывается одним инвариантом (пространственно-временным интервалом), тогда как в ньютоновой физике пространство событий описывается двумя инвариантами (пространственным расстоянием и временным интервалом). Иногда в учебниках не упоминают об этом различии. Вместо этого говорят о различии в законах преобразования. На самом деле различие в числе инвариантов является фундаментальным свойством, тогда как различие в законах преобразования является очень специальным свойством, потому что оно существенно только для плоской пространственно-временной геометрии. Кроме того, трансформационные свойства используются только при описании в системах координат. Они бесполезны при бескоординатном описании. Это различие в формулировке не существенно, когда теория используется для расчета конкретных физических явлений. Однако, это различие становится существенным, если мы пытаемся получить обобщение теории относительности на случай произвольной геометрии пространства-времени.

Например, понятие точечной частицы как точки в конфигурационном пространстве является нерелятивистским понятием. Это понятие нуждается в понятиях скорости и ускорения частицы. Эти понятия являются вторичными понятиями, которые могут быть введены только после введения понятия линейного векторного пространства и, в частности, системы координат. Эти понятия неадекватны в случае дискретной геометрии пространства-времени. В результате понятия скорости и ускорения не могут быть использованы в случае расширения теории относительности на случай произвольной геометрии пространства-времени.

В общей теории относительности все взаимодействия (электромагнитное и гравитационное) предполагаются близкодействующими. Понятие близкодействия основано на нерелятивистском понятии близости событий. События рассматриваются как точки в пространстве событий (пространстве-времени). Два события считаются близкими, если они происходят в одном и том же месте в один и тот же момент времени. Это определение близости событий является нерелятивистским, потому что это определение ссылается одновременно на пространственное расстояние и временной интервал. Последовательное релятивистское понятие близости должно содержать ссылку только на одну величину: пространственно-временной интервал (или мировую функцию). Например, если происходит вспышка сверхновой звезды в далекой галактике и наблюдатель на Земле видит ее, то момент вспышки и момент наблюдения этой вспышки на Земле являются близкими событиями.

С обычной точки зрения утверждение о близости этих двух событий (вспышки и наблюдения вспышки) кажется довольно странным и неожиданным. Однако, с последовательно релятивистской точки зрения эти два события близки, потому что пространственно-временной интервал между ними равен нулю.

Проблема релятивистского понятия близости обсуждается в [9]. Это известно как принцип Фоккера [10], который интерпретируется как понятие действия на расстоянии (но не как релятивистское понятие близости событий). Действие на расстоянии трактуется как прямое воздействие одного объекта на другой без промежуточного агента, циркулирующего между ними.

2 Релятивистское понятие близости

Рассмотрим собственно евклидову геометрию. Пусть $\rho(P,Q)$ есть евклидово расстояние между точками P и Q. Множество O_ε точек P, определяемое соотношением

$$O_\varepsilon = \{P|\ \rho(O,P) < \varepsilon\}, \qquad \varepsilon > 0 \tag{2.1}$$

называется ε-окрестностью точки O. Если параметр ε мал, точки P и O близки ($P \simeq O$). Если $\varepsilon \to 0$, ε-окрестность O_ε вырождается в точку $O_0 = O$. Легко видеть, что если $P \simeq Q$, то $Q \simeq P$.

Отношение близости в собственно евклидовой геометрии обладает свойством транзитивности: Если $P \in O_\varepsilon$ и $Q \in O_\varepsilon$, то $P \in Q_{2\varepsilon}$ и $Q \in P_{2\varepsilon}$. Это следует из аксиомы треугольника

$$\rho\left(O,P\right)+\rho\left(O,Q\right)\geq\rho\left(Q,P\right)$$

которая верна для собственно евклидовой геометрии. Если $\varepsilon \to 0$, то также $2\varepsilon \to 0$. Это означает, что если $P \simeq O$ and $Q \simeq O$, то $P \simeq Q$.

Свойство транзитивности кажется естественным свойством отношения близости точек. Однако, транзитивность отношения близости не выполняется в геометрии пространства-времени, например, в геометрии Минковского. В этом случае ε-окрестность O_ε точки O определяется соотношением

$$O_\varepsilon=\left\{R|\ \left|\rho\left(O,R\right)\right|<\varepsilon\right\},\qquad\rho\left(O,R\right)=\sqrt{2\sigma_{\mathrm{M}}\left(O,R\right)}\tag{2.2}$$

Здесь $\sigma_{\mathrm{M}}\left(P,Q\right)=\sigma_{\mathrm{M}}\left(x,x'\right)$ есть мировая функция пространства Минковского

$$\sigma_{\mathrm{M}}\left(P,Q\right)=\sigma_{\mathrm{M}}\left(x,x'\right)=\frac{1}{2}\left(g_{\mathrm{M}}\right)_{ik}\left(x^i-x'^i\right)\left(x^k-x'^k\right)\tag{2.3}$$

x, x' суть координаты точек P и Q в некоторой инерциальной системе координат, и $\left(g_{\mathrm{M}}\right)_{ik}$ есть метрический тензор в этой системе координат.

В этом случае точки с координатами $P=\left\{\sqrt{a^2+\varepsilon^2},a,0,0\right\}$ и $Q=\left\{\sqrt{a^2+\varepsilon^2},-a,0,0\right\}$ принадлежат к ε-окрестности точки $O=\{0,0,0,0\}$, тогда как $P\notin Q_{2\varepsilon}$, потому что

$$\left|2\sigma\left(P,Q\right)\right|=\left|\rho^2\left(P,Q\right)\right|=4a^2\tag{2.4}$$

Поскольку величина a может быть сколь угодно большой, расстояние между точками P и Q может быть очень большим, хотя обе точки близки к точке O ($P\simeq O$ и $Q\simeq O$).

В пространстве-времени Минковского ε-окрестность точки $O=\{0,0,0,0\}$ есть область пространства-времени между двумя гиперболоидами

$$\left(x^0\right)^2-\mathbf{x}^2=\varepsilon^2,\qquad\left(x^0\right)^2-\mathbf{x}^2=-\varepsilon^2\tag{2.5}$$

Формально соотношение (2.5) определяет сферу радиуса ε в пространстве-времени Минковского. При $\varepsilon\to0$ эта область превращается в световой конус с вершиной в точке O. Таким образом, при $\varepsilon\to0$ в собственно евклидовой геометрии ε-окрестностью точки P является сама точка P, тогда как в геометрии Минковского ε-окрестностью точки P является световой конус с вершиной в точке P.

В нерелятивистской физике ε-окрестность O_ε точки $O=\{0,0,0,0\}$ определяется соотношениями

$$O_\varepsilon=\left\{\left\{x^0,\mathbf{x}\right\}|\ \left|x^0\right|<\varepsilon\wedge\left|\mathbf{x}\right|<\varepsilon\right\}\tag{2.6}$$

В пределе $\varepsilon \to 0$, ε-окрестность (2.6) превращается в одну точку O. Таким образом в нерелятивистской физике имеется только одна близкая точка тогда как в релятивистской физике имеется континуальное множество близких точек. Это различие оказывается очень важным в определении близко действующего взаимодействия между частицами.

Подчеркнем, что введя коническую ε-окрестность и близость точек на световом конусе к вершине конуса, **мы не выдвигаем никакой гипотезы. Мы только следуем принципам теории относительности.** Если мы следуем принципам теории относительности, то нам следует признать факт конической ε-окрестности, потому что точечная ε-окрестность в пределе $\varepsilon \to 0$ является пережитком нерелятивистской теории.

3 Релятивистское понятие точечной частицы

В последовательном геометрическом описании всякая частица представляется своим каркасом. В случае точечной частицы каркас представляет собой упорядоченное множество из двух точек $\{P_s, P_{s+1}\}$. Вектор $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ описывает геометрический импульс частицы. Длина $|\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}| = \sqrt{2\sigma\left(P_s, P_{s+1}\right)}$ вектора $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ описывает геометрическую массу частицы. Такое описание является чисто геометрическим.

Движение точечной частицы описывается мировой цепью $\mathcal{C}$, состоящей из связанных звеньев $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$

$$\mathcal{C} = \sum_s \mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]} \tag{3.1}$$

Каждое звено $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ представляет собой отрезок прямой линии, определяемый каркасом $\mathcal{P}_1^{(s)} = \{P_s, P_{s+1}\}$. Звено $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ представляет собой множество точек, определяемое соотношением

$$\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]} = \left\{R|\sqrt{2\sigma\left(P_s, R\right)} + \sqrt{2\sigma\left(R, P_{s+1}\right)} - \sqrt{2\sigma\left(P_s, P_{s+1}\right)} = 0\right\} \tag{3.2}$$

Длина

$$\mu = \sqrt{2\sigma\left(P_s, P_{s+1}\right)} \tag{3.3}$$

всех звеньев одна и та же. Длина μ есть геометрическая масса частицы, которая связана с обычной массой m частицы соотношением

$$m = b\mu = b\sqrt{2\sigma\left(P_s, P_{s+1}\right)} \tag{3.4}$$

где b есть та же самая универсальная постоянная, которая появляется в (1.2)

Сложные (не точечные) частицы описываются более сложным каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$ [8].

Описание движения частицы не нуждается во введении системы координат. Детали такого описания движения частицы можно найти в [8]. Такое описание легко обобщается на случай произвольной геометрии пространства-времени (в частности, дискретной). В микромире структура мировой цепи (3.1) существенна, но вне микромира можно рассматривать длину μ звена $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ как бесконечно малую величину и заменить мировую цепь гладкой мировой линией.

Пусть $\mathcal{L}$ является мировой линией точечной частицы, и и точка $P\in\mathcal{L}$. Множество $\mathbb{N}_P$ событий Q, которые близки к точке P различно с релятивистской точки зрения и с точки зрения нерелятивистской. С нерелятивистской (традиционной) точки зрения $\mathbb{N}_P=\{P\}$, тогда как с релятивистской точки зрения $\mathbb{N}_P=\mathcal{C}_P$, где $\mathcal{C}_P$ представляет собой световой конус с вершиной в точке P.

$$\mathcal{C}_P=\{R|\sigma\left(P,R\right)=0\} \tag{3.5}$$

Известно, что электромагнитное взаимодействие между двумя заряженными точечными частицами осуществляется только через точки связанные нулевым пространственно-временным интервалом (запаздывающее взаимодействие), т.е. через точки, которые близки с релятивистской точки зрения. То же верно и для гравитационного взаимодействия. С другой стороны, близкие точки мировой линии $\mathcal{L}$ следует интерпретировать в некотором смысле как точки, принадлежащие мировой линии. В этом смысле взаимодействие двух точечных частиц может быть интерпретировано как прямое взаимодействие (столкновение).

Световые конусы с вершинами в точках $P\in\mathcal{L}$, можно рассматривать как атрибуты точечной частицы, которая описывается мировой линией $\mathcal{L}$. Мы будем рассматривать эти направленные в прошлое световые конусы, как пучки изотропных прямых линий $\mathcal{H}$. Другими словами, всякая мировая линия $\mathcal{L}$ точечной частицы оборудована связкой $\mathcal{C}_P$ волос $\mathcal{H}_P$ в каждой точке $P\in\mathcal{L}$. Каждый волос $\mathcal{H}_P$ состоит из точек $R\in\mathcal{H}_P$, которые близки к точке $P\in\mathcal{L}$, $\quad(\sigma\left(P,R\right)=0,\quad R\in\mathcal{H}_P)$ на мировой линии $\mathcal{L}$. Точка P является основанием волоса $\mathcal{H}_P$. Длина волоса $\mathcal{H}_P$ равна нулю, потому что волос $\mathcal{H}_P$ состоит из точек, близких к точке P. Хотя длина каждого волоса равна нулю, тем не менее волосы любой мировой линии покрывают все пространство-время. Когда некоторая точка $P'\in\mathcal{H}_P$, $P\in\mathcal{L}_1$ волоса мировой линии $\mathcal{L}_1$ совпадает с точкой $P'=P_2\in\mathcal{L}_2$ другой мировой линии $\mathcal{L}_2$, частица $\mathcal{L}_2$ передает часть своего импульса частице $\mathcal{L}_1$. Смотри рисунок. Какую часть своего импульса предает частица $\mathcal{L}_2$, зависит от точки $P'\in\mathcal{H}_P$, которая является общей точкой с $\mathcal{L}_2$ $(P'=P_2\in\mathcal{L}_2)$.

Хотя длина любой части волоса равна нулю, но тем не менее имеется некоторый инвариантный параметр вдоль любого волоса $\mathcal{H}$. Этот параметр l_r представляет собой относительную длину отрезка волоса. Относительная длина (r-длина) точки P тем больше, чем "дальше" точка $R\in\mathcal{H}_P$ находится от основания P волоса $\mathcal{H}_P$. Эта r-длина l_r точки $R\in\mathcal{H}_P$ определена соотношением

$$l_r=l_r\left(P,R\right)=\frac{(\mathbf{PR}.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)}{|\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|} \tag{3.6}$$

где вектор $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ представляет собой произвольный времениподобный вектор $(\sigma\left(O_0,Q_1\right)>0)$. Скалярное произведение $(\mathbf{PR}.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ векторов $\mathbf{PR}$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется соотношением

$$(\mathbf{PR}.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)=\sigma\left(P,Q_1\right)+\sigma\left(R,Q_0\right)-\sigma\left(P,Q_0\right)-\sigma\left(R,Q_1\right) \tag{3.7}$$

$$|\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| = \sqrt{(\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)} = \sqrt{2\sigma\left(Q_0, Q_1\right)} \tag{3.8}$$

Из выражений (3.6) - (3.8) следует, что относительная длина является инвариантом, потому что она выражается в терминах мировой функции. Численное значение r-длины зависит от выбора времениподобного вектора $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$. Знак r-длины тоже зависит от выбора времениподобного вектора $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$. Однако порядок точек на волосе, направленном в прошлое, определяется однозначно величиной r-длины.

Если для некоторого выбора времениподобного вектора $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$

$$\left|l_r\left(P, R_1\right)\right| < \left|l_r\left(P, R_2\right)\right|, \qquad R_1, R_2 \in \mathcal{H}_P \tag{3.9}$$

то соотношение (3.9) остается тем же для любого другого выбора времениподобного вектора $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$. Это означает, что точка R_1 расположена между точками P и R_2. Величина передаваемого импульса обратно пропорциональна r-длине $l_r\left(P, P'\right)$ между основанием волоса $P \in \mathcal{L}_1$ и точкой $P' \in \mathcal{L}_2$, $P' \in \mathcal{H}_P$.

Понятие волоса мировой линии позволяет рассматривать и рассчитывать электромагнитное и гравитационное взаимодействие частиц как прямое столкновение одной частицы с волосом другой частицы. Поскольку волосы мировой линии рассматриваются как атрибуты частицы, то можно рассматривать электромагнитное и гравитационное взаимодействия частиц как прямое столкновение частиц. Такое описание взаимодействия частиц *не упоминает о гравитационном и электромагнитном полях. Такое описание является последовательным релятивистским описанием.*

В нерелятивистской теории электромагнитное и гравитационное поля являются *сущностями, которые существуют независимо от вещества.* Эти сущности передают импульс от одной частицы к другой. Введение этих сущностей было необходимо, потому что использовалось нерелятивистское понятие близости событий. В последовательной релятивистской теории, которая использует релятивистское понятие близости, нет необходимости рассматривать гравитационное и электромагнитное поля как дополнительные физические сущности. Достаточно рассматривать их как способ описания взаимодействия частиц. Чем меньше число сущностей в фундаментальной теории, тем совершеннее эта теория.

Наше заключение, что гравитационное и электромагнитное поля не являются физическими сущностями (они только атрибуты мировой функции) кажется несколько неожиданным для большинства физиков. Это связано с тем фактом, что теория относительности рассматривается обычно как поправка к нерелятивистской физике. В результате теория относительности излагается почти во всех учебниках в терминах понятий нерелятивистской физики. Теория относительности изучается после изучения нерелятивистской физики. Естественно, что теория относительности излагается в терминах нерелятивистских понятий. Такое изложение понятнее для физиков, которые знают нерелятивистскую физику. Новые специфически релятивистские понятия используются только в случае, когда без них нельзя обойтись.

Однако, релятивистская теория представляет собой самодостаточную фундаментальную теорию, которая может и должна излагаться без упоминания нерелятивистских понятий. *Более того, теория относительности может успешно развиваться только в терминах адекватных (релятивистских) понятий.*

Пусть имеются две времениподобные мировые линии $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ двух различных частиц. Каждой точке $P \in \mathcal{L}_1$ соответствует, по крайней мере, одна близкая точка $P' \in \mathcal{L}_2$, т.е. $P' \simeq P$, потому что времениподобная мировая линия $\mathcal{L}_2$ пресекает световой конус с вершиной в точке $P \in \mathcal{L}_1$. Другими словами, любая точка мировой линии $\mathcal{L}_1$ имеет близкую точку на мировой линии $\mathcal{L}_2$ и наоборот.

Рассмотрим пространство-время Минковского Ω, которое описывается мировой функцией σ_{M}, определенной соотношением (2.3). Пусть используется инерциальная система координат K и мировые цепи $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ времениподобны. Мировые цепи $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ состоят из связанных отрезков $\mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]}$ и $\mathcal{T}_{[P'_l P'_{l+1}]}$

$$\mathcal{C}_1 = \bigcup_l \mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]}, \qquad \mathcal{C}_2 = \bigcup_l \mathcal{T}_{[P'_l P'_{l+1}]} \tag{3.10}$$

$$\mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]} = \left\{ R | \sqrt{2\sigma_{\mathrm{M}}(P_l, R)} + \sqrt{2\sigma_{\mathrm{M}}(P_{l+1}, R)} = \sqrt{2\sigma_{\mathrm{M}}(P_l, P_{l+1})} \right\} \tag{3.11}$$

$$\mathcal{T}_{[P'_l P'_{l+1}]} = \left\{ R | \sqrt{2\sigma_{\mathrm{M}}(P'_l, R)} + \sqrt{2\sigma_{\mathrm{M}}\left(P'_{l+1}, R\right)} = \sqrt{2\sigma_{\mathrm{M}}\left(P'_l, P'_{l+1}\right)} \right\} \tag{3.12}$$

Все звенья мировой цепи имеют одну и ту же геометрическую длину μ, определяемую соотношением (3.3). Действительная масса частицы, описываемой мировой цепью, связана с геометрической массой μ с помощью соотношения (3.4).

Вне микромира геометрическая длина μ мала по сравнению с характерным размером мировой цепи, и можно считать, что векторы $\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}$ любого звена имеют бесконечно малую длину. В пространстве-времени Минковского Ω времениподобные звенья $\mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]}$ являются одномерными времениподобными отрезками. Времениподобная мировая цепь $\mathcal{C}$ может быть заменена гладкой времениподобной линией $\mathcal{L}$, чьи точки маркируются параметром τ. Мировая линия описывается вектором $\mathbf{PP'}(\tau)$, где P есть начало системы координат K и $P'(\tau) \in \mathcal{L}$. Векторы $\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}$ звеньев превращаются в бесконечно малые векторы $\mathbf{P}'(\tau)\mathbf{P}'(\tau + d\tau)$, касательные к мировой линии.

Пусть мировые линии $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ времениподобны. Для времениподобных мировых линий бесконечно малые отрезки $\mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]} = \mathbf{P}'(\tau)\mathbf{P}'(\tau + d\tau)$ времениподобны, и геометрические массы μ вещественны ($\sigma(P_l, P_{l+1}) > 0$). В этом случае мировые линии $\mathcal{L}_1$ и $\mathcal{L}_2$ одномерны, и все точки мировой линии могут маркироваться параметром τ.

Поскольку пространство-время Минковского Ω является линейным векторным пространством, векторы $\mathbf{PP'}(\tau)$ могут быть представлены как линейные комбинации базисных векторов. Тогда четыре базисных вектора $\mathbf{e}_k$ могут быть представлены в виде

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{PQ}_k, \qquad \mathbf{e}^i = (g_{\mathrm{M}})^{ik}\mathbf{e}_k = (g_{\mathrm{M}})^{ik}\mathbf{PQ}_k, \qquad k = 0, 1, 2, 3 \tag{3.13}$$

Здесь и дальше по повторяющимся латинским индексам производится суммирование $0 \div 3$. Базисный вектор $\mathbf{e}_k = \mathbf{PQ}_k$ определяется начальной точкой P и концевой точкой Q_k. Такое представление необходимо для того, чтобы можно было использовать скалярное произведение в произвольной физической геометрии, где нет линейного векторного пространства, и скалярное произведение двух векторов $\mathbf{PR}$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется соотношением (3.7). Скалярное произведение $(\mathbf{PR}.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ двух векторов $\mathbf{PR}$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется только через мировую функцию без ссылки на свойства линейного векторного пространства.

Координаты точек $P'(\tau)$ в системе координат K могут быть представлены следующим образом

$$\mathcal{L}_2 : P'(\tau) = \left\{f^k(\tau)\right\} = \left\{\left(\mathbf{PP}'(\tau).\mathbf{e}^k\right)\right\} = \left\{(g_{\mathrm{M}})^{ik}\left(\mathbf{PP}'(\tau).\mathbf{e}_i\right)\right\}, \quad \tau \in \mathbb{R}, \quad P' \in \Omega \tag{3.14}$$

или

$$f^k(\tau) = (g_{\mathrm{M}})^{kl}\left(\mathbf{PP}'(\tau).\mathbf{e}_l\right) = (g_{\mathrm{M}})^{kl}\left(\mathbf{PP}'(\tau).\mathbf{PQ}_l\right) \tag{3.15}$$

$$f_k(\tau) = g_{\mathrm{M}kl} f^l(\tau) = \left(\mathbf{PP}'(\tau).\mathbf{PQ}_k\right) \tag{3.16}$$

где $(g_{\mathrm{M}})^{kl}$ есть контравариантный метрический тензор, который получается из ковариантного метрического тензора $(g_{\mathrm{M}})_{kl}$ с помощью соотношений

$$(g_{\mathrm{M}})^{il}(g_{\mathrm{M}})_{lk} = \delta^i_k, \qquad (g_{\mathrm{M}})_{lk} = (\mathbf{e}_i.\mathbf{e}_k) = (\mathbf{PQ}_i.\mathbf{PQ}_k) \tag{3.17}$$

На самом деле функции $f^k(\tau)$ являются кусочно-гладкими. Но для простоты мы будем рассматривать их как непрерывные и дифференцируемые

$$\mathcal{L}_2 : \qquad x^k = f^k(\tau), \qquad \dot{f}^k(\tau) \equiv \frac{df^k(\tau)}{d\tau} \qquad k = 0,1,2,3, \tag{3.18}$$

4 Динамические уравнения для расчета мировой функции пространства-времени

Вариация δg_{ik} метрического тензора, порожденная частицами в пространстве-времени Минковского, описывается уравнением [11]

$$\left(c^{-2}\partial_0^2 - \nabla^2\right)\delta g_{ik} = -\kappa T_{ik} \tag{4.1}$$

где T_{ik} есть тензор энергии-импульса частиц. Постоянная $\kappa = 8\pi G/c^2$, где G есть гравитационная постоянная и c есть скорость света. Решение этого уравнения может быть представлено в виде

$$\delta g_{ik}(x) = -\kappa \int G_{\mathrm{ret}}(x,x')\, T_{ik}(x')\sqrt{-g_{\mathrm{M}}}\,d^4x', \tag{4.2}$$

$$g_{\mathrm{M}} = \det\left|\left|(g_{\mathrm{M}})_{ik}\right|\right|, \qquad i,k = 0,1,2,3 \tag{4.3}$$

где запаздывающая функция Грина $G_{\mathrm{ret}}\left(x,x'\right)$ имеет вид

$$G_{\mathrm{ret}}\left(x,x'\right)=\frac{1}{2\pi c}\theta\left(x^{0}-x^{0\prime}\right)\delta\left(2\sigma_{\mathrm{M}}\left(x,x'\right)\right) \qquad (4.4)$$

Здесь σ_{M} есть мировая функция пространства-времени Минковского, определенная соотношением (2.3), А множитель

$$\theta\left(x\right)=\left\{\begin{array}{lll}1 & \text{если} & x>0\\ 0 & \text{если} & x\leq 0\end{array}\right. \qquad (4.5)$$

Тензор энергии-импульса T_{ik} частиц имеет вид

$$T^{ik}\left(x\right)=\sum_{s}p_{(s)}^{i}\left(x\right)u_{(s)}^{k}\left(x\right),\qquad i,k=0,1,2,3 \qquad (4.6)$$

где $u_{(s)}^{k}\left(x\right)$ и $p_{(s)}^{k}\left(x\right)$ являются распределениями 4-скорости и 4-импульса s-ой частицы в пространстве-времени. Получаем для частицы с номером s

$$\mathcal{L}_{(s)}:\qquad x^{i}=f_{(s)}^{i}\left(\tau\right),\qquad p_{(s)}^{i}=b\dot{f}_{(s)}^{i}\left(\tau\right)d\tau,\qquad g_{\mathrm{M}}^{ik}p_{(s)i}p_{(s)k}=m_{(s)}^{2}c^{2},\qquad s=..0,1,... \qquad (4.7)$$

$$u_{(s)}^{k}=\frac{\dot{f}^{k}\left(\tau\right)}{\sqrt{g_{rs}\dot{f}_{(s)}^{r}\left(\tau\right)\dot{f}_{(s)}^{s}\left(\tau\right)}} \qquad (4.8)$$

$$p_{(s)i}=g_{\mathrm{M}ik}b\left(f_{(s)}^{k}\left(\tau+d\tau\right)-f_{(s)}^{k}\left(\tau\right)\right)=g_{\mathrm{M}ik}\dot{f}_{(s)}^{k}\left(\tau\right)bd\tau \qquad (4.9)$$

где постоянная b является коэффициентом пропорциональности (3.4) между длиной звена мировой цепи $\mu=\left|\mathbf{P}_{l}\mathbf{P}_{l+1}\right|$ и массой частицы, описываемой этим звеном.

Получаем

$$p_{(s)i}g_{\mathrm{M}}^{ik}p_{(s)k}=g_{\mathrm{M}ik}\dot{f}_{(s)}^{i}\left(\tau\right)\dot{f}_{(s)}^{k}\left(\tau\right)b^{2}\left(d\tau\right)^{2}=m_{(s)}^{2}c^{2} \qquad (4.10)$$

$$m_{(s)}=\frac{bd\tau}{c}\sqrt{g_{\mathrm{M}rs}\dot{f}_{(s)}^{r}\dot{f}_{(s)}^{s}} \qquad (4.11)$$

Тогда из (4.7) и (4.11) следует, что

$$p_{(s)}^{i}=\frac{m_{(s)}c\dot{f}^{i}}{\sqrt{g_{\mathrm{M}rs}\dot{f}_{(s)}^{r}\dot{f}_{(s)}^{s}}} \qquad (4.12)$$

В соответствии с (4.6) получаем для точечных частиц

$$T^{ik}\left(x\right)=\sum_{s}\frac{m_{(s)}c\dot{f}_{(s)}^{i}\left(\tau\right)\dot{f}_{(s)}^{k}\left(\tau\right)}{g_{\mathrm{M}rs}\dot{f}^{r}\dot{f}^{s}}\prod_{\alpha=1}^{\alpha=3}\delta_{\alpha}\left(x^{\alpha}-f_{(s)}^{\alpha}\left(\tau\right)\right) \qquad (4.13)$$

где δ-функция определяется соотношениями

$$\int_{V}\prod_{\alpha=1}^{\alpha=3}F\left(\mathbf{x}'\right)\delta_{\alpha}\left(x'^{\alpha}-f^{\alpha}\left(\tau\right)\right)\sqrt{-g_{\mathrm{sp}}}d\mathbf{x}'=\left\{\begin{array}{cl}F\left(\mathbf{f}\left(\tau\right)\right) & \text{если}\quad \mathbf{x}'\in V\\ 0 & \text{если}\quad \mathbf{x}'\notin V\end{array}\right. \qquad (4.14)$$

Здесь

$$g_{\mathrm{sp}} = \det\left|\left|(g_{\mathrm{M}})_{\alpha\beta}\right|\right|, \qquad \alpha,\beta = 1,2,3 \tag{4.15}$$

Интеграл (4.2) по

$$d^4x' = d^3\mathbf{x}'dt' = d^3\mathbf{x}'\frac{dt'}{d\tau}d\tau = d^3\mathbf{x}'\dot{f}^0(\tau)\,d\tau$$

может быть представлен в виде

$$\begin{aligned}\delta g^{ik}(x) &= -\kappa\int G_{\mathrm{ret}}(x,x')\,T^{ik}(x')\sqrt{-g_{\mathrm{M}}}d^4x' \\ &= -\kappa\int\sum_s \frac{m_{(s)}\dot{f}^i_{(s)}(\tau)\,\dot{f}^k_{(s)}(\tau)}{2\pi g_{\mathrm{M}rs}\dot{f}^r\dot{f}^s}\prod_{\alpha=1}^{\alpha=3}\delta_\alpha\left(x'^\alpha - f^\alpha_{(s)}(\tau)\right)\sqrt{-g_{\mathrm{M}}}d^3\mathbf{x}' \\ &\quad\times\delta\left(\sigma_{\mathrm{M}}(x,f_{(s)}(\tau))\right)\dot{f}^0_{(s)}(\tau)\,d\tau \end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\delta g^{ik}(x) = -\kappa\int\sum_s \frac{m_{(s)}\dot{f}^i_{(s)}(\tau)\,\dot{f}^k_{(s)}(\tau)}{2\pi g_{\mathrm{M}rl}\dot{f}^r_{(s)}(\tau)\,\dot{f}^l_{(s)}(\tau)}\sqrt{\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{sp}}}}\delta\left(2\sigma_{\mathrm{M}}(x,f_{(s)}(\tau))\right)\dot{f}^0_{(s)}(\tau)\,d\tau \tag{4.17}$$

Интегрирование по $d\tau$ дает

$$\delta g_{ik}(x) = -\frac{\kappa}{4\pi}\sum_s \frac{m_{(s)}g_{\mathrm{M}ij}\dot{f}^j_{(s)}(\tau_s)\,g_{\mathrm{M}kl}\dot{f}^l_{(s)}(\tau_s)}{g_{\mathrm{M}rl}\dot{f}^r_{(s)}(\tau)\,\dot{f}^l_{(s)}(\tau)\left|\frac{d}{d\tau}\sigma_{\mathrm{M}}(x,f(\tau_s))\right|}\sqrt{\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{sp}}}}\dot{f}^0_{(s)}(\tau_s) \tag{4.18}$$

где $\tau_s = \tau_s(t,\mathbf{x})$ есть корень уравнения

$$2\sigma_{\mathrm{M}}(x,f(\tau_s)) = g_{\mathrm{M}ik}\left(x^i - f^i_{(s)}(\tau_s)\right)\left(x^k - f^k_{(s)}(\tau_s)\right) = 0 \tag{4.19}$$

которое может быть записано в виде

$$\sigma(P,P'_l) = 0 \tag{4.20}$$

Получаем

$$\frac{d}{d\tau}\sigma_{\mathrm{M}}(x,f(\tau_s)) = -g_{\mathrm{M}ik}\left(x^i - f^i_{(s)}(\tau_s)\right)\dot{f}^k(\tau_s) = -\frac{\left(\mathbf{PP}'_l.\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}\right)}{d\tau} \tag{4.21}$$

Используя соотношения (3.15), (3.16), можно переписать соотношение (4.18) в виде

$$\delta g_{ik}(x) = -\frac{\kappa}{4\pi}\sum_s \frac{m_{(s)}\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PQ}_i\right)\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PQ}_k\right)}{\left|\left(\mathbf{PP}'_l.\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}\right)\right|\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}\right)}\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PQ}_k\right)g^{0k}_{\mathrm{M}}\sqrt{\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{sp}}}} \tag{4.22}$$

В случае, когда все базисные векторы $\mathbf{PQ}_k$ единичны и ортогональны, определители g_{M} и g_{sp} связаны соотношением

$$g_{\mathrm{M}} = \det||g_{\mathrm{M}ik}|| = g_{\mathrm{M}00}g_{\mathrm{sp}}, \qquad g_{\mathrm{M}00} = (\mathbf{PQ}_0.\mathbf{PQ}_0) = |\mathbf{PQ}_0|^2 \tag{4.23}$$

Последний множитель соотношения (4.22) может быть записан в виде

$$g_{\mathrm{M}}^{00}\sqrt{\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{sp}}}} = (g_{\mathrm{M}00})^{-1}\sqrt{g_{\mathrm{M}00}} = \frac{1}{|\mathbf{PQ}_0|} \tag{4.24}$$

Постоянная κ связана с гравитационной постоянной G с помощью соотношения $\kappa = 8\pi G/c^2$. Используя (4.24) и (3.17), Соотношение (4.22) может быть переписано в терминах скалярных произведений

$$\delta g_{ik}(P) = \delta\left((\mathbf{PQ}_i.\mathbf{PQ}_k)\right)$$

$$= -\frac{2G}{c^2}\sum_s m_{(s)}\frac{\theta\left((\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{PQ}_0)\right)}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)}\frac{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PQ}_i\right)\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PQ}_k\right)\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PQ}_0\right)}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)|\mathbf{PQ}_0|} \tag{4.25}$$

$$\sigma(P, P_l') = 0 \tag{4.26}$$

где векторы $\mathbf{PQ}_i$, $i = 0, 1, 2, 3$ являются базисными векторами системы координат в точке P. Вектор $\mathbf{PQ}_0$ является времениподобным. Точки P_l' и P_{l+1}' лежат на мировой линии $\mathcal{L}_{(s)}$ s-той частицы. Точки P_l' и P_{l+1}' разделены бесконечно малым расстоянием. Все скалярные произведения вычисляются в геометрии пространства-времени Минковского. Кроме того используется тот факт, что метрический тензор $g_{ik}(P)$ в точке P может быть представлен в виде

$$g_{ik}(P) = (\mathbf{PQ}_i.\mathbf{PQ}_k), \qquad i, k = 0, 1, 2, 3 \tag{4.27}$$

а скалярные произведения выражаются через мировую функцию с помощью соотношения (3.7).

Чтобы определить мировую функцию σ из соотношений (4.25), (4.26), используем соотношение

$$(\mathbf{PS}_1.\mathbf{PS}_2) = \sigma(P, S_2) + \sigma(S_1, P) - \sigma(P, P) - \sigma(S_1, S_2) \tag{4.28}$$

Поскольку $\sigma(P, P) = 0$, его можно переписать в виде

$$\sigma(S_1, S_2) = \sigma(P, S_2) + \sigma(S_1, P) - (\mathbf{PS}_1.\mathbf{PS}_2) \tag{4.29}$$

Используя (3.8), можно переписать соотношение (4.29) в терминах скалярных произведений

$$\sigma(S_1, S_2) = \frac{1}{2}\left((\mathbf{PS}_1.\mathbf{PS}_1) + (\mathbf{PS}_2.\mathbf{PS}_2) - 2(\mathbf{PS}_1.\mathbf{PS}_2)\right) \tag{4.30}$$

Заменяя $Q_i \to S_1, Q_k \to S_2$ в соотношении (4.25) и подставляя в (4.30), получаем после преобразований

$$\begin{aligned}\delta\sigma(S_1, S_2) &= -\frac{G}{c^2}\sum_s m_{(s)}\frac{\theta\left((\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{PQ}_0)\right)\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PQ}_0\right)}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)|\mathbf{PQ}_0|} \\ &\quad\times\frac{\left(\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PS}_1\right) - \left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PS}_2\right)\right)^2}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)}\end{aligned} \tag{4.31}$$

Соотношения (4.31), (4.26) являются полностью геометрическими соотношениями, записанными в терминах мировой функции $\sigma_{\rm M}$ геометрии Минковского. В соответствии с принципом деформации соотношения (4.31), (4.26) верны в любой физической геометрии пространства-времени (т.е. для любой мировой функции σ). Это означает, что если геометрия пространства-времени без дополнительных частиц описывается мировой функцией σ_0, то появление дополнительных частиц возмущает геометрию пространства-времени, и она начинает описываться мировой функцией $\sigma=\sigma_0+\delta\sigma$, где возмущение $\delta\sigma$ мировой функции определяется соотношением (4.31), (4.26). Скалярные произведения в правой части равенства (4.31) следует рассчитывать с помощью мировой функции σ, которая вначале не известна. В результате уравнения (4.31), (4.26) образуют уравнения для определения мировой функции σ.

В случае непрерывного распределения частиц суммирование в (4.31) заменяется интегрированием по лагранжевым координатам $\boldsymbol{\xi}$, маркирующим возмущающие частицы. Получаем

$$\begin{aligned}\delta\left(S_1,S_2\right) &= -\frac{G}{c^2}\int_V \rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)d\boldsymbol{\xi}\frac{\theta\left(\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{PQ}_0\right)\right)\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PQ}_0\right)}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)\left|\mathbf{PQ}_0\right|}\\ &\times\frac{\left(\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PS}_1\right)-\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PS}_2\right)\right)^2}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)}\end{aligned}\tag{4.32}$$

где полная масса M определяется соотношением

$$\int_V \rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)d\boldsymbol{\xi}=M\tag{4.33}$$

Точки S_1 и S_2 являются произвольными точками пространства-времени.

5 Мировая функция невращающегося тела

Рассмотрим физическое тело, сконцентрированное в пространственном объеме V. Его плотность равна $\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)$, где $\boldsymbol{\xi}$ суть лагранжевы координаты точек тела. Тело не вращается. Будем использовать инерциальную систему $x=\{t,\mathbf{x}\}=\{t,x^1,x^2,x^3\}$.

Мы будем искать решение уравнений (4.32), (4.26) в виде многочлена второго порядка по (t_1-t_2)

$$\sigma\left(t_1,\mathbf{y}_1;t_2,\mathbf{y}_2\right)=\frac{1}{2}A\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c^2\left(t_2-t_1\right)^2+B\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c\left(t_2-t_1\right)+C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)\tag{5.1}$$

$$A\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=1-V\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right),\qquad C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-\frac{1}{2}\left(\mathbf{y}_1-\mathbf{y}_2\right)^2+\delta C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)\tag{5.2}$$

где функции A,B и C следует определять как результат решения уравнений (4.32), (4.26). В нулевом порядке приближения, когда пространство-время описывается геометрией Минковского, получаем

$$A_0\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=1,\quad V_0\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=0,\quad B_0\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=0,\quad \delta C_0\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=0\tag{5.3}$$

Пусть координаты точек имеют вид

$$\begin{aligned}
P_l' &= \left\{t-\frac{r}{c},\boldsymbol{\xi}\right\}, \qquad P_{l+1}'=\left\{t-\frac{r}{c}+dT,\boldsymbol{\xi}\right\}, \\
P &= \{t,\mathbf{x}\} \qquad S_1=\{t_1,\mathbf{y}_1\} \qquad S_2=\{t_2,\mathbf{y}_2\} \\
Q_0 &= \{t+dt,\mathbf{x}\}, \qquad Q_1=\left\{t,x^1+dx^1,x^2,x^3\right\}, \\
Q_2 &= \left\{t,x^1,x^2+dx^2,x^3\right\}, \qquad Q_3=\left\{t,x^1,x^2,x^3+dx^3\right\}
\end{aligned} \tag{5.4}$$

где координаты $\boldsymbol{\xi}$ маркируют точки тела. Точка P выбрана так, что

$$t=\frac{t_1+t_2}{2}, \quad \mathbf{x}=\frac{\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2}{2} \tag{5.5}$$

Векторы $\mathbf{PQ}$ в скалярных произведениях выражения (4.32) описываются координатами точек P и Q: $\mathbf{PQ}=\{x(P);x(Q)\}$, где $x(P)$ суть координаты точки P. С помощью (5.4) получаем следующие координаты векторов в (4.32):

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_l'\mathbf{P} &= \left\{t-\frac{r}{c},\boldsymbol{\xi};t,\mathbf{x}\right\}, \quad \mathbf{PQ}_0=\{t,\mathbf{x};t+dt,\mathbf{x}\}, \quad \mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'=\left\{t-\frac{r}{c},\boldsymbol{\xi};t-\frac{r}{c}+dT,\boldsymbol{\xi}\right\}, \\
\mathbf{PS}_1 &= \{t,\mathbf{x};t_1,\mathbf{y}_1\}, \quad \mathbf{PS}_2=\{t,\mathbf{x};t_2,\mathbf{y}_2\}
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Величина dT предполагается бесконечно малой.

В первом приближении мировая функция имеет вид

$$\sigma_1(t_1,\mathbf{y}_1;t_2,\mathbf{y}_2)=\frac{1}{2}A_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)c^2(t_2-t_1)^2+B_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)c(t_2-t_1)+C_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) \tag{5.7}$$

Поскольку $\sigma_1=\sigma_{\mathrm{M}}+\delta\sigma_1$, из (5.7) следует

$$\delta\sigma_1(t_1,\mathbf{y}_1;t_2,\mathbf{y}_2)=-\frac{1}{2}V_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)c^2(t_2-t_1)^2+B_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)c(t_2-t_1)+\delta C_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) \tag{5.8}$$

где

$$\delta C_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)=C_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)+\frac{1}{2}(\mathbf{y}_2-\mathbf{y}_1)^2 \tag{5.9}$$

При $t_2\to t_1$ мировая функция $\sigma_1(t_1,\mathbf{y}_1;t_2,\mathbf{y}_1)$ стремится к 0. Принимая во внимание симметрию мировой функции относительно перестановки $(t_1,\mathbf{y}_1)\leftrightarrow(t_2,\mathbf{y}_1)$, заключаем, что

$$C_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_1)=0, \quad B_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_1)=0 \tag{5.10}$$

В соответствии с уравнением(4.26), получаем из (5.7), (5.6)

$$\frac{1}{2}\left|\mathbf{P}_l'\mathbf{P}\right|^2=\frac{1}{2}A_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})c^2\left(\frac{r}{c}\right)^2+B_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})r+C_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})=0 \tag{5.11}$$

Решение уравнения (5.11) имеет вид

$$\begin{aligned}
r &= \frac{-B_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})+\sqrt{B_1^2(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})-2C_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})A_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})}}{A_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})} \\
&= -\frac{2C_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})}{B_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})+\sqrt{B_1^2(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})-2C_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})A_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})}}
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Расчет других скалярных произведений дает результаты

$$\left|\mathbf{PQ}_0\right|^2 = A_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c^2\left(dt\right)^2 \tag{5.13}$$

$$\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}\right) = A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)c^2\left(dT\right)^2 \tag{5.14}$$

$$\begin{aligned}\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{P}'_l\mathbf{P}\right) &= \sigma\left(P'_l,P\right)+\sigma\left(P'_{l+1},P'_l\right)-0-\sigma\left(P'_{l+1},P\right)\\ &= \sigma\left(P'_{l+1},P'_l\right)-\sigma\left(P'_{l+1},P\right)\end{aligned} \tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}\sigma\left(P'_{l+1},P\right) &= \sigma\left(t-\frac{r}{c}+dT,\boldsymbol{\xi};t,\mathbf{x}\right) \qquad (5.16)\\ &= \frac{1}{2}A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)c^2\left(\frac{r}{c}-dT\right)^2+cB_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\frac{r}{c}-dT\right)+C_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{P}'_l\mathbf{P}\right)=\sigma\left(P'_{l+1},P'_l\right)-\sigma\left(P'_{l+1},P\right) \qquad (5.17)\\ =\ & \frac{1}{2}A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)c^2\left(dT\right)^2-\left(\frac{1}{2}A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)c^2\left(\frac{r}{c}-dT\right)^2+cB_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\frac{r}{c}-dT\right)+C_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)\\ =\ & -\frac{1}{2}A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)r^2+A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)crdT-B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)r+B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)cdT-C_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+\mathcal{O}\left(dT^2\right)\end{aligned}$$

Принимая во внимание соотношение (5.11), получаем

$$\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{P}'_l\mathbf{P}\right) =_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)crdT+B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)cdT+\mathcal{O}\left(dT^2\right) \tag{5.18}$$

Расчет выражения $\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_1\right)-\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_2\right)$ дает

$$\begin{aligned}&\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_1\right)-\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_2\right)\\ =\ & \sigma_1\left(P'_l,S_1\right)+\sigma_1\left(P'_{l+1},P\right)-\sigma_1\left(P'_l,P\right)-\sigma_1\left(P'_{l+1},S_1\right)\\ & -\left(\sigma_1\left(P'_l,S_2\right)+\sigma_1\left(P'_{l+1},P\right)-\sigma_1\left(P'_l,P\right)-\sigma_1\left(P'_{l+1},S_2\right)\right)\\ =\ & \sigma_1\left(P'_l,S_1\right)-\sigma_1\left(P'_{l+1},S_1\right)-\left(\sigma_1\left(P'_l,S_2\right)-\sigma_1\left(P'_{l+1},S_2\right)\right)\\ =\ & -dT\frac{\partial}{\partial dT}\sigma_1\left(P'_{l+1},S_1\right)+dT\frac{\partial}{\partial dT}\sigma_1\left(P'_{l+1},S_2\right)\\ =\ & dT\frac{\partial}{\partial dT}\left(\sigma_1\left(P'_{l+1},S_2\right)-\sigma_1\left(P'_{l+1},S_1\right)\right)+\mathcal{O}\left(dT^2\right)\end{aligned} \tag{5.19}$$

Используя (5.1) и

$$\mathbf{P}'_l\mathbf{S}_1=\left\{t-\frac{r}{c},\boldsymbol{\xi};t_1,\mathbf{y}_1\right\},\qquad \mathbf{P}'_{l+1}\mathbf{S}_1=\left\{t-\frac{r}{c}+dT,\boldsymbol{\xi};t_1,\mathbf{y}_1\right\} \tag{5.20}$$

получаем из (5.19)

$$\begin{aligned}&\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_1\right)-\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_2\right)\\ =\ & +A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)c^2t_1dT-A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)c^2t_2dT+\left(A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)c^2\left(t-\frac{r}{c}\right)dT\\ & +\left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)cdT+\mathcal{O}\left(dT^2\right)\end{aligned} \tag{5.21}$$

Примем во внимание, что временная координата t точки P имеет вид (5.5). Тогда соотношение (5.21) принимает вид

$$\begin{aligned}
&\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_1\right) - \left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_2\right) \\
= \; & +\frac{1}{2}\left(A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right) + A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right) c^2\left(t_1 - t_2\right) dT - \left(A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right) - A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right) rcdT \\
& + \left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right) - B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right) cdT
\end{aligned} \tag{5.22}$$

Используя (5.2), записываем соотношение (5.22) в виде

$$\begin{aligned}
&\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_1\right) - \left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}'_{l+1}.\mathbf{PS}_2\right) \\
= \; & \left(1 - \frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right) + V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right) c^2\left(t_1 - t_2\right) dT + \left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right) - V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right) rcdT \\
& + \left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right) - B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right) cdT
\end{aligned} \tag{5.23}$$

Расчет дает следующий результат для скалярного произведения $\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}.\mathbf{PQ}_0\right)$

$$\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}.\mathbf{PQ}_0\right) = \left(2A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) r + B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right) cdt \tag{5.24}$$

Это скалярное произведение положительно, если r, определенное соотношением (5.12), положительно и $A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) > 0$.

После подстановки выражений (5.10), (5.11), (5.14), (5.18) и (5.23), выражение (4.32) принимает вид

$$\begin{aligned}
&\delta\sigma\left(S_1,S_2\right) \\
= \; & -\frac{G}{c^2}\int_V \rho\left(\boldsymbol{\xi}\right) d\boldsymbol{\xi} \frac{\theta\left(\left(\mathbf{P}'_l\mathbf{P}.\mathbf{PQ}_0\right)\right) A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) c^2 dtdT}{\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}cdt} \\
& \times \frac{\begin{pmatrix} \left(1 - \frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right) + V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right) c\left(t_1 - t_2\right) \\ + \left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right) - V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right) r + \left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right) - B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right) \end{pmatrix}^2 \left(cdT\right)^2}{\left(A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) r + B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right) A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right) c^2\left(dT\right)^2 cdT}
\end{aligned} \tag{5.25}$$

После сокращения множителей dT и dt, получаем

$$\begin{aligned}
&\delta\sigma\left(S_1,S_2\right) \\
= \; & -\frac{G}{c^2}\int_V \rho\left(\boldsymbol{\xi}\right) d\boldsymbol{\xi} \frac{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}{\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\left(A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) r + B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right) A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)} \\
& \times \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right) + V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right) c\left(t_1 - t_2\right) \\ + \left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right) - V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right) r + \left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right) - B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right) \end{pmatrix}^2
\end{aligned} \tag{5.26}$$

где

$$r = \frac{-B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) + \sqrt{B_1^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) - 2C_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)} \tag{5.27}$$

Правая часть соотношения (5.26) представляет собой многочлен второго порядка $(t_1 - t_2)$. Таким образом, предположение, что мировая функция представляет собой многочлен второго порядка от $(t_1 - t_2)$ не изменилось после вариации мировой функции под действием дополнительных частиц.

$$\delta\sigma_2\left(t_1,\mathbf{y}_1;t_2,\mathbf{y}_2\right)=-\frac{1}{2}V_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c^2\left(t_2-t_1\right)^2+B_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c\left(t_2-t_1\right)+\delta C_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) \tag{5.28}$$

С другой стороны, из (5.26) следует, что

$$\begin{aligned}
&\delta\sigma_2\left(S_1,S_2\right)\\
=\;&-\int_V D\left(\mathbf{x},\boldsymbol{\xi}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)^2c^2\left(t_1-t_2\right)^2d\boldsymbol{\xi}\\
&-2\int_V D\left(\mathbf{x},\boldsymbol{\xi}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)c\left(t_1-t_2\right)\\
&\times\left(\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r+\left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)\right)d\boldsymbol{\xi}\\
&-\int_V D\left(\mathbf{x},\boldsymbol{\xi}\right)\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r+\left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)^2d\boldsymbol{\xi}
\end{aligned} \tag{5.29}$$

где

$$\begin{aligned}
D\left(\mathbf{x},\boldsymbol{\xi}\right)&=\frac{G}{c^2}\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\left(A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)r+B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}\\
&=\frac{G}{c^2}\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{B_1^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)-2C_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}}
\end{aligned} \tag{5.30}$$

Здесь

$$C_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)=-\frac{1}{2}\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2+\delta C_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right) \tag{5.31}$$

Сравнивая (5.28) и (5.29), заключаем

$$V_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=2\int_V D\left(\mathbf{x},\boldsymbol{\xi}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)^2d\boldsymbol{\xi} \tag{5.32}$$

$$\begin{aligned}
B_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=&-2\int_V D\left(\mathbf{x},\boldsymbol{\xi}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)\\
&\times\left(\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r+\left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)\right)d\boldsymbol{\xi}
\end{aligned} \tag{5.33}$$

$$\delta C_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-\int_V D\left(\mathbf{x},\boldsymbol{\xi}\right)\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r+\left(B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)^2d\boldsymbol{\xi} \tag{5.34}$$

Подставляя $V_2, B_2, \delta C_2$ в правые части уравнений (5.32) - (5.34) вместо $V_1, B_1, \delta C_1$, получаем величины $V_3, B_3, \delta C_3$. Продолжая этот процесс получаем в пределе, что величины $V_n, B_n, \delta C_n$, оказываются одинаковыми в обеих частях равенства уравнений (5.32) - (5.34). В развернутой форме эти уравнения записываются следующим образом

$$V\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\frac{2G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)^2}{A\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{B^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2-2\delta C\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}}d\boldsymbol{\xi} \tag{5.35}$$

$$B\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-2\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{B^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2-2\delta C\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}}d\boldsymbol{\xi}$$

$$\times\left(\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r+\left(B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)\right) \qquad (5.36)$$

$$\delta C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r+\left(B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)\right)^2}{A\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{B^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2-2\delta C\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}}d\boldsymbol{\xi} \qquad (5.37)$$

где

$$\mathbf{x}=\frac{\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2}{2},\quad A\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=1-V\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) \qquad (5.38)$$

$$r=\frac{-B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+\sqrt{B^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2-2\delta C\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}}{A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)} \qquad (5.39)$$

Из уравнений (5.36) - (5.37) следует, что для $\mathbf{y}_1=\mathbf{y}_2=\mathbf{x}$

$$B\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)=0,\qquad \delta C\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)=0 \qquad (5.40)$$

Уравнения (5.35) - (5.37) представляют собой три интегральных уравнения для определения трех величин $V\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right),B\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right),\delta C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)$, которые определяют мировую функцию

$$\begin{aligned}\sigma\left(t_1,\mathbf{y}_1;t_2,\mathbf{y}_2\right) &= \frac{1}{2}c^2\left(t_2-t_1\right)^2-\frac{1}{2}\left(\mathbf{y}_1-\mathbf{y}_2\right)^2-\frac{1}{2}V\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c^2\left(t_2-t_1\right)^2\\ &+B\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c\left(t_2-t_1\right)+\delta C_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) \qquad (5.41)\end{aligned}$$

6 Динамические уравнения для мировой функции, порождаемой невращающейся сферой

Пусть физическое тело имеет форму сферы радиуса R. Введем параметр $\varepsilon=r_g/R$, где $r_g=2GM/c^2$ есть так называемый гравитационный радиус. Пусть

$$\varepsilon=\frac{2G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)}{R}d\boldsymbol{\xi}\ll 1 \qquad (6.1)$$

Тогда из уравнений (5.37) - (5.39) следует, что

$$V\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\mathcal{O}\left(\varepsilon\right),\qquad B\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\mathcal{O}\left(\varepsilon^2\right),\qquad \delta C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \qquad (6.2)$$

Если $\varepsilon\ll 1$, уравнения (5.35) - (5.37) могут быть решены с помощью метода последовательных приближений. Получаем в первом приближении

$$V_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\frac{2G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\left|\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2\right|^2}{4}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^2\right) \qquad (6.3)$$

$$B_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=0,\quad \delta C_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=0 \tag{6.4}$$

Если $\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)$

$$\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)=\left\{\begin{array}{lll}\rho_0 & \text{если} & \left|\boldsymbol{\xi}\right|<R\\ 0 & \text{если} & \left|\boldsymbol{\xi}\right|>R\end{array}\right., \qquad \rho_0=\frac{3M}{4\pi R^3}=\text{const} \tag{6.5}$$

где M есть масса сферы, то

$$V_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\left\{\begin{array}{ccc}\frac{2GM}{c^2\left|\mathbf{x}\right|} & \text{если} & \left|\mathbf{x}\right|>R\\ 3\frac{GM}{c^2R}-\frac{GM}{c^2R^3}\left|\mathbf{x}\right|^2 & \text{если} & \left|\mathbf{x}\right|<R\end{array}\right., \qquad \mathbf{x}=\frac{\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2}{2} \tag{6.6}$$

Во втором приближении получаем

$$V_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\frac{2G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}\left(1-\frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)^2}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{6.7}$$

$$\begin{aligned}B_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) &= -2\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}\left(1-\frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi}\\ &\quad\times\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r \end{aligned}\tag{6.8}$$

где

$$r=\frac{\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}{\sqrt{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}}$$

$$B_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-2\frac{G}{c^2}\int_V\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{6.9}$$

$$\delta C_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}\left(\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\frac{\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}{\sqrt{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}}\right)^2}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2\right)}}d\boldsymbol{\xi}$$

$$=-\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)^2}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}}d\boldsymbol{\xi}=\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{6.10}$$

Получаем

$$V_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\frac{2G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)}\left(1-\frac{1}{2}\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)^2}{A_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{6.11}$$

$$\begin{aligned}V_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) &= V_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)+\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\left(-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+2V_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)+V_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)\right)}{\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi}\\ &\quad-\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)}{\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right)\end{aligned} \tag{6.12}$$

$$\begin{aligned} V_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) &= V_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)+\frac{2G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)V_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)}{\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \qquad (6.13)\\ &+\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\left(-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+V_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)}{\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi} \end{aligned}$$

Оценка соотношения (6.13) в случае, когда $\left|\mathbf{y}_1\right|,\left|\mathbf{y}_2\right|,\left|\mathbf{x}\right|\gg R$, имеет вид

$$V_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=V_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)+\frac{6}{5}\varepsilon^2\frac{R}{\left|\mathbf{x}\right|}-\frac{\varepsilon^2}{2}\frac{R^2}{\left|\mathbf{x}\right|^2}\left(1+\frac{2\left|\mathbf{x}\right|}{\left|\mathbf{y}_1\right|}+\frac{2\left|\mathbf{x}\right|}{\left|\mathbf{y}_2\right|}\right)+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \qquad (6.14)$$

где $V_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)$ определяется соотношением (6.6), и

$$\varepsilon=\frac{2GM}{c^2R}\ll 1 \qquad (6.15)$$

В случае, когда $\mathbf{y}_1=\mathbf{y}_2=\mathbf{x}$, получаем

$$V_2\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)=V_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)+\frac{6}{5}\varepsilon^2\frac{R}{\left|\mathbf{x}\right|}-\frac{5}{2}\varepsilon^2\frac{R^2}{\left|\mathbf{x}\right|^2}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \qquad (6.16)$$

Получаем для величины $B_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)$ в случае, когда $\left|\mathbf{y}_2\right|,\left|\mathbf{y}_1\right|\gg R$

$$\begin{aligned} B_2\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) &= -2\frac{G}{c^2}\int_V\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right)\\ &= -2\frac{GM}{c^2}\left(V_1\left(0,\mathbf{y}_2\right)-V_1\left(0,\mathbf{y}_1\right)\right)+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right)\\ &= -\varepsilon^2R^2\left(\frac{1}{\left|\mathbf{y}_2\right|}-\frac{1}{\left|\mathbf{y}_1\right|}\right)+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \qquad (6.17) \end{aligned}$$

$$B_2\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)=0 \qquad (6.18)$$

Таким образом, для малого $\varepsilon=2GM/\left(Rc^2\right)$ и $\left|\mathbf{x}\right|\gg R$, рассчитанная величина метрического тензора, определяемого величинами $V_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_1\right),B_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_1\right)$, $\delta C_1\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_1\right)$ совпадает с метрическим тензором, рассчитанным в ньютоновом приближении общей теории относительности.

При больших значениях параметра ε величина $V\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)$ остается меньшей единицы. В самом деле, полагая $\mathbf{y}_1=\mathbf{y}_2=\mathbf{x}$ В точных уравнениях (5.35) - (5.37), получаем

$$V\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)=\frac{2G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)\right)^2}{A\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{B^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2-2\delta C\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}}d\boldsymbol{\xi} \qquad (6.19)$$

$$B\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)=0,\qquad \delta C\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)=0$$

Переписывая уравнение (6.19) в виде

$$V\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)\sqrt{1-V\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}$$

$$= \frac{2G}{c^2}\int_V \frac{\rho(\boldsymbol{\xi})\, A(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})\left(1-\frac{1}{2}\left(V(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})+V(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})\right)\right)^2}{A(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi})\sqrt{B^2(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})+A(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi})^2-2A(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})\,\delta C(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})}}d\boldsymbol{\xi} \qquad (6.20)$$

заключаем, что уравнение (6.20) содержит только решения с $V(\mathbf{x},\mathbf{x}) \leq 1$. Другими словами, составляющая $g_{00} = c^2(1 - V(\mathbf{x},\mathbf{x}))$ метрического тензора не может изменять свой знак. *Это означает, что невращающееся физическое тело любого размера и любой массы не может породить черную дыру.*

Этот результат не согласуется с результатом общей теории относительности, но он согласуется со здравым смыслом. Чтобы понять причину такого неожиданного результата, рассчитаем величины $A, B, \delta C$ внутри однородной тяжелой сферы радиуса R и массы M. При расчете будем считать, что величина

$$\varepsilon = \frac{r_g}{R} = \frac{2GM}{c^2 R} \ll 1 \qquad (6.21)$$

где r_g есть гравитационный радиус сферы.

Для $|\mathbf{x}| < R$ результаты расчета выглядят следующим образом (детали расчета довольно громоздки и мы опускаем их)

$$V_2(\mathbf{x},\mathbf{x}) = \varepsilon\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\frac{\mathbf{x}^2}{R^2}\right) - \varepsilon^2\frac{153}{64} + \varepsilon^2\frac{37}{32}\frac{\mathbf{x}^2}{R^2} - \varepsilon^2\frac{61}{320}\frac{|\mathbf{x}|^4}{R^4} + \mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \qquad (6.22)$$

Сила гравитации внутри области $|\mathbf{x}| < R$ имеет вид

$$\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla} V_2(\mathbf{x},\mathbf{x}) = -\frac{\varepsilon}{R^2}\mathbf{x} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}\frac{37}{16}\mathbf{x} - \frac{61}{80}\frac{\varepsilon^2}{R^2}\frac{|\mathbf{x}|^2}{R^2}\mathbf{x}, \qquad |\mathbf{x}| < R \qquad (6.23)$$

Из (6.23) следует, что если $\varepsilon > \frac{16}{37} \approx 0.43$, То вблизи точки $\mathbf{x} = 0$ появляется область, где гравитационное поле направлено от центра сферы. Если $\varepsilon \geq 0.65$, то гравитационная сила направлена от центра сферы во всей области $|\mathbf{x}| < R$.

Таким образом, внутри тяжелой сферы при больших значениях ε может появиться область антигравитации. Чтобы осознать это неожиданное обстоятельство, заметим, что динамический (не полностью релятивистский) подход и геометрический (полностью релятивистский) подход к явлениям гравитации расходятся в некоторых пунктах.

Ньютоновский гравитационный потенциал однородной тяжелой сферы радиуса R имеет вид

$$\varphi(\mathbf{x}) = \left\{\begin{array}{cl} \frac{GM}{|\mathbf{x}|} & \text{если} \quad |\mathbf{x}| > R \\ \frac{3GM}{2R} - \frac{GM}{2R^3}|\mathbf{x}|^2 & \text{если} \quad |\mathbf{x}| < R \end{array}\right. \qquad (6.24)$$

где M есть масса сферы. Гравитационный потенциал φ максимален в точке $\mathbf{x} = 0$, тогда как сила гравитации $\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla}\varphi$ минимальна в точке $\mathbf{x} = 0$ ($\mathbf{F} = 0$ при $\mathbf{x} = 0$). Геометрия пространства-времени связана с гравитационным потенциалом $g_{00} = (c^2 - 2\varphi)$, но не с силой гравитации $\mathbf{F}$.

Гравитационный потенциал φ внутри полой сферы массы M пропорционален массе M, но $\varphi =$const, и сила гравитации $\mathbf{F} = 0$ внутри сферы. С динамической (дифференциальной) точки зрения этот факт объясняется как результат компенсации гравитационного воздействия со стороны различных частей полой сферы. Если закон тяготения отличается от ньютоновского, то такая компенсация может исчезнуть, и может появиться индуцированная антигравитация, потому что сила притяжения порожденная различными частями полой сферы, направлена от центра сферы.

С геометрической (интегральной) точки зрения появление индуцированной антигравитации представляется естественным, потому что гравитационный потенциал увеличивается в таких областях с увеличением массы вещества. Что касается силы гравитации, то она может иметь любое направление.

7 Заключительные замечания

Таким образом, расширенная общая теория относительности (РОТО) является следующим этапом геометризации физики. На этом этапе мы имеем монистическую концепцию, содержащую только одну фундаментальную величину: мировую функцию σ. Гравитационное поле, которое является одной из фундаментальных величин в общей теории относительности (ОТО), представляет собой теперь атрибут мировой функции. С точки зрения расширенной теории относительности (РОТО) гравитационное поле не является физической сущностью. Это просто способ описания взаимодействия частиц. В частности, с точки зрения РОТО гравитационное поле не может существовать отдельно от вещества. Такое изменение подхода к гравитационному полю связано с использованием релятивистского понятия близости событий.

Любая монистическая концепция является результатом развития предшествующей плюралистической концепции, и в виде общего правила монистическая концепция более совершенна, чем предшествующая плюралистическая. Расширенная общая теория относительности (РОТО) получается как результат преодоления дефектов общей теории относительности (ОТО): (1) использование только непоследовательной римановой геометрии, (2) Использование неадекватных (нерелятивистских) понятий и величин. РОТО должна рассматриваться как более совершенная концепция, чем ОТО. Результаты, полученные в рамках РОТО заслуживают большего доверия, чем результаты, полученные в рамках ОТО. В частности, заключение о невозможности существования черных дыр заслуживает большего доверия, чем заключение о существовании черных дыр, полученное в рамках ОТО. Невозможность гравитационного коллапса, приводящего к образованию черных дыр, подтверждается появлением индуцированной антигравитации в рамках РОТО,

Кроме того, математический формализм РОТО один и тот же для всех (непрерывных и дискретных) геометрий. Динамические уравнения для мировой функции записываются в бескоординатной форме. Это обстоятельство позволяет избежать рассмотрения любых преобразований координат.

Возможно, что некоторые проблемы современной космологии (темная материя, темная энергия) являются результатом несовершенной теории гравитации. Более корректные результаты РОТО, касающиеся черных дыр, позволяют надеяться, что РОТО сможет решить трудные проблемы современной космологии.

Список литературы

[1] Yu.A.Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci.* **30**, iss. 12, 733-760, (2002),

[2] Yu.A.Rylov, Non-Euclidean method of the generalized geometry construction and its application to space-time geometry in *Pure and Applied Differential geometry* pp.238-246. eds. Franki Dillen and Ignace Van de Woestyne. Shaker Verlag, Aachen, 2007. *e-print Math.GM/0702552*

[3] J.L.Synge, *Relativity: the General Theory.* Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1960.

[4] Yu.A.Rylov, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *Journ. Math. Phys.* **32(8)**, 2092-2098, (1991).

[5] Yu. A. Rylov, Logical reloading as overcoming of crisis in geometry. *e-print 1005.2074*

[6] Yu. A. Rylov, Multivariance as a crucial property of microcosm. *Concepts of Physics* **6**, iss.1, 89 -117, (2009). ISSN1897-2357. *e-print 0806.1716* .

[7] Yu. A. Rylov, Monistic conception of geometry. *e-print 1009.2815*

[8] Yu.A.Rylov, Generalization of relativistic particle dynamics on the case of non-Riemannian space-time geometry. *Concepts of Physics* **6**, Number.4, p 605, (2009). ISSN1897-2357 See also *e-print, 0811.4562*

[9] Yu.S.Vladimirov, *Geometrodynamics.* Moscow, Binom, Laboratory of sciences, 2005. chp.14.

[10] A.D.Fokker, Ein invarianter Variationssatz für die Bewegung mehrer elektrischer Massenteilchen. *Z.Phys.* Bd. **58,** 386-393, (1929).

[11] V.A. Fock, *Theory of space, time and gravitation*, GITTL, Moscow, 1955. (in Russian) Sec. 53,54.