Индуцированная антигравитация в расширенной общей теории относительности

Ю.А.Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site:
$http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Распространение общей теории относительности на случай неримановых геометрий, пригодных для описания геометрии пространства-времени, приводит к интегральным динамическим уравнениям, которые верны для непрерывного и дискретного пространства-времени. Гравитационное поле тяжелой однородной невращающейся сферы рассчитывается внутри сферы. Геометрия пространства-времени оказывается неримановой. В случае, когда гравитационный радиус сферы порядка ее радиуса, внутри сферы появляется индуцированная антигравитация. Другими словами, сила гравитации внутри сферы направлена вдоль радиуса в направлении от центра. Антигравитация препятствует коллапсу сферы и образованию черной дыры.

1 Введение

Расширенная общая теория относительности представляет собой общую теорию относительности, расширенную на произвольную (риманову и нериманову) геометрию пространства-времени. Вопрос: "Почему рассматривается расширенная теория относительности (вместо теории относительности)?"представляет собой пример неправильно поставленного вопроса. Правильно поставленный вопрос выглядит следующим образом. Почему общая теория относительности рассматривается обычно в римановом пространстве? Ответ такой. В двадцатом веке риманова геометрия рассматривалась как наиболее общая геометрия, пригодная для описания пространства-времени. Физическая геометрия [1, 2], полностью описываемая мировой функцией σ [3] (или расстоянием) не была известна. Физическая геометрия является, вообще говоря, неаксиоматизируемой геометрией. Исследователи полагали, что существуют только аксиоматизируемые геометрии, которые представляют собой логические построения. Таким образом, расширенная общая теория относительности (РОТО) осуществляет естественный подход к исследованию свойств пространства-времени, тогда как общая теория относительности (ОТО) реализует подход, ограниченный нашим несовершенным знанием геометрии. Изложение РОТО можно найти в [4].

С формально математической точки зрения риманова геометрия описывается мировой функцией σ, удовлетворяющей уравнению

$$\frac{\partial\sigma\left(x,x'\right)}{\partial x^{i}}g^{ik}\left(x\right)\frac{\partial\sigma\left(x,x'\right)}{\partial x^{k}}=2\sigma\left(x,x'\right),\qquad\sigma\left(x,x'\right)=\sigma\left(x',x\right)\tag{1.1}$$

где $g^{ik}(x)$ есть метрический тензор в точке x, определяемый через мировую функцию с помощью соотношений

$$g^{ik}\left(x\right)g_{kl}\left(x\right)=\delta_{l}^{i},\qquad g_{kl}\left(x\right)=\left[\frac{\partial\sigma\left(x,x'\right)}{\partial x^{k}\partial x^{l}}\right]_{x'=x}\tag{1.2}$$

Из-за ограничения (1.1) множество всех римановых геометрий представляет собой малую часть множества всех физических геометрий. Совершенно не понятно, почему следует рассматривать только римановы геометрии, ограниченные условием (1.1).

Гравитационное поле, рассчитанное в рамках РОТО отличается от гравитационного поля рассчитанного в рамках ОТО. В частности, геометрия пространства-времени, порожденная тяжелой сферой радиуса R и массы M, различна в РОТО и ОТО, потому что геометрия пространства-времени оказывается неримановой в РОТО. Различие мало, если параметр $\varepsilon=r_g/R=2GM/\left(Rc^2\right)$ мал. Здесь r_g есть гравитационный радиус сферы. Тем не менее появляется новый гравитационный эффект (индуцированная антигравитация) внутри сферы, рассматриваемой в рамках РОТО. Другими словами, при некоторых значениях параметра ε внутри сферы появляется сила тяготения, направленная от центра сферы. Эта сила имитирует антигравитацию хотя это не означает, что частицы начинают отталкиваться вместо того, чтобы притягиваться друг к другу. Отталкивание от центра сферы частицы, находящейся внутри сферы, порождается притяжением частиц, которые расположены дальше от центра сферы, чем рассматриваемая частица.

Рассмотрим однородную тяжелую полую сферу массы M с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R. Пусть начало декартовой системы координат расположено в центре сферы. В соответствии с ньютоновской теорией тяготения гравитационный потенциал φ имеет вид

$$\varphi\left(\mathbf{x}\right)=\left\{\begin{array}{ccc}\frac{3}{2}\frac{GM}{R^{2}}\left(1-\frac{R_{1}^{2}}{R^{2}}-\frac{R_{1}^{3}}{R^{3}}\right) & \text{если} & \left|\mathbf{x}\right|<R_{1}\\ -\frac{GM}{R^{3}}\left(\frac{1}{2}\left|\mathbf{x}\right|^{2}+\frac{R_{1}^{3}}{\left|\mathbf{x}\right|}\right)+\frac{3}{2}\frac{GM}{R}\left(1-\frac{R_{1}^{3}}{R^{3}}\right) & \text{если} & R_{1}<\left|\mathbf{x}\right|<R\\ \frac{GM}{\left|\mathbf{x}\right|}\left(1-\frac{R_{1}^{3}}{R^{3}}\right) & \text{если} & \left|\mathbf{x}\right|>R\end{array}\right.\tag{1.3}$$

Сила гравитации пропорциональна величине $\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla}\varphi(\mathbf{x})$

$$\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla}\varphi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{если} \quad |\mathbf{x}| < R_1 \\ -\frac{GM}{R^3}\left(1 - \frac{R_1^3}{|\mathbf{x}|^3}\right)|\mathbf{x}|\,\mathbf{x} & \text{если} \quad R_1 < |\mathbf{x}| < R \\ -\frac{GM}{|\mathbf{x}|^2}\left(1 - \frac{R_1^3}{R^3}\right)\mathbf{x} & \text{если} \quad |\mathbf{x}| > R \end{cases} \tag{1.4}$$

Из (1.3), (1.4) следует, что гравитационный потенциал максимален в области $|\mathbf{x}| < R_1$, тогда как сила гравитации в этой области минимальна. Это означает, что вариация метрического тензора $\delta g_{00} = -2\varphi/c^2$ максимальна вблизи центра сферы, где сила гравитации $\mathbf{F} = 0$. Сила гравитации исчезает, потому что сила является вектором, и гравитационное влияние различных частей сферы компенсируется, а не потому что гравитационное влияние на геометрию пространства-времени исчезает вблизи центра сферы.

Представим себе, что реальная сила гравитации немного отклоняется от той, что задается ньютоновским законом тяготения. В этом случае возможна такая ситуация, что гравитационные силы вблизи центра сферы не компенсируются полностью. Результирующая сила тяготения может оказаться направленной от центра. Это будет индуцированная антигравитация, порожденная притяжением различных частей сферы.

Мы собираемся подсчитать поправки к ньютоновскому закону тяготения (и закону тяготения в ОТО). В РОТО оказывается, что если параметр ε не слишком мал, то поправки к ньютоновскому закону тяготения доминируют над ньютоновской силой тяготения. Появляется индуцированная сила антигравитации, порожденная гравитацией тяжелого вещества. распределенного в пространстве. Эта антигравитация препятствует коллапсу физического тела, когда параметр ε возрастет достаточно сильно. В результате образование черной дыры оказывается невозможным. Таким образом, поправки к закону тяготения Ньютона (и ОТО) могут оказаться существенными при построении космологических моделей.

Физическая геометрия представляет собой монистическую концепцию [5], полностью описываемую единственной фундаментальной величиной σ (мировой функцией [3]). Все другие геометрические величины являются известными функциями мировой функции σ. Чтобы модифицировать физическую геометрию, достаточно модифицировать мировую функцию σ. Другие геометрические величины модифицируются автоматически, потому что они остаются теми же самыми известными функциями мировой функции σ. Вид этих функций может быть определен из рассмотрения собственно евклидовой геометрии.

При построении римановой геометрии использовался плюралистский подход [5], когда имеется несколько независимых фундаментальных величин (размерность, вектор, скалярное произведение и т.д.) Между этими фундаментальными величинами имеются связи, но не все эти связи учитывались при плюралистическом подходе.

Всякая геометрия является результатом модификации (обобщения собственно евклидовой геометрии. Риманова геометрия тоже является результатом модификации собственно евклидовой геометрии, рассматриваемой как плюралистическая концепция. При такой модификации все фундаментальные величины модифицируются независимо. В результате полученная геометрия может оказаться непоследовательной. Риманова геометрия оказывается непоследовательной [6, 5].

Физическая геометрия является результатом модификации евклидовой геометрии, рассматриваемой как монистическая концепция, описываемая единственной фундаментальной величиной (мировой функцией). В результате физическая геометрия оказывается последовательной. Более того, физическая геометрия не может быть непоследовательной, потому что она является, вообще говоря, неаксиоматизируемой геометрией, чей формализм не использует формальной логики. Вместо правил формальной логики физическая геометрия использует правила такой логической конструкции как собственно евклидова геометрия [7].

Расширение общей теории относительности на случай физической геометрии пространства-времени было осуществлено [4, 8]. В результате такого обобщения возник бескоординатный формализм, который пригоден для любой (непрерывной и дискретной) геометрии пространства-времени, потому что он не использует дифференциальных уравнений. Этот формализм довольно непривычный, но он очень прост и эффективен.

Общая теория относительности, расширенная на случай произвольной геометрии пространства-времени, представляет собой довольно радикальную конструкцию, которая свободна от дефектов традиционной общей теории относительности. Традиционная теория относительности использует непоследовательную риманову геометрию и игнорирует большую часть возможных геометрий пространства-времени. Эти (физические) геометрии являются последовательными и, вообще говоря, неаксиоматизируемыми. Однако, исследователи (даже математики) не умеют работать с неаксиоматизируемыми геометриями и предпочитают их игнорировать. Кроме того, общая теория относительности, которая является *по существу геометризацией физики*, не осуществляет эту геометризацию полностью. В частности, общая теория относительности не учитывает релятивистское понятие близости событий [4]. Вместо релятивистского понятия близости традиционная общая теория относительности использует нерелятивистское понятие близости, которое не согласуется с релятивистскими принципами. Формализм расширенной теории более совершенен. Описание геометрии пространства-времени является нелокальным. Оно осуществляется с помощью интегральных уравнений, которые не чувствительны к непрерывности пространства-времени.

Следует особенно подчеркнуть, что *расширенная теория не использует никаких новых гипотез. Она только исправляет непоследовательности традиционной концепции общей теории относительности.* Это означает, что, всякий, кто доверяет традиционной общей теории относительности, должен доверять и расширенной общей теории относительности, потому что она не содержит ничего, что выходило бы за пределы релятивистских принципов. Все новые результаты расширенной общей теории относительности являются результатом преодоления дефектов и предрассудков традиционной теории.

В этой работе мы применяем формализм расширенной общей теории относительности для расчета пространственно-временной геометрии, порожденной тяжелой невращающейся сферой. Практически мы рассчитываем поправки к ньютоновскому потенциалу. Мы намерены показать, что поправки к ньютоновскому потенциалу действительно возникают. Гравитационное поле, связанное с этими поправками, соответствует отталкиванию частиц от центра сферы. Эта индуцированная антигравитация препятствует коллапсу сферы. В результате оказывается невозможным существование сферы Шварцшильда.

2 Постановка задачи

Пусть геометрия пространства-времени описывается мировой функцией σ_0. добавим частицу в пространство-время. Геометрия пространства-времени изменится. Она будет описываться мировой функцией $\sigma = \sigma_0 + \delta\sigma$. Нужно определить $\delta\sigma$.

Частица описывается ее мировой цепью

$$\mathcal{T} = \sum_l \mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]} \tag{2.1}$$

где $\mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]}$, $l = ... - 1, 0, 1, ...$ суть отрезки времениподобной прямой одной и той же длины. Каждое звено мировой цепи представляет собой отрезок $\mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]}$, определяемый как множество точек R с помощью соотношения

$$\mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]} = \left\{ R | \sqrt{2\sigma\left(P_l, R\right)} + \sqrt{2\sigma\left(P_{l+1}, R\right)} = \sqrt{2\sigma\left(P_l, P_{l+1}\right)} \right\} \tag{2.2}$$

Здесь $\sqrt{2\sigma\left(P_l, R\right)}$ представляет собой расстояние между точками P_l и R. В собственно евклидовой геометрии отрезок прямой определяется соотношением (2.2). В любой физической геометрии отрезок прямой определяется тем же самым соотношением (2.2), где σ есть мировая функция физической геометрии. Если мировая цепь описывает свободное движение частицы, то векторы $\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}$ и $\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}$, описывающие смежные отрезки $\mathcal{T}_{[P_l P_{l+1}]}$ и $\mathcal{T}_{[P_{l+1} P_{l+2}]}$, эквивалентны ($\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}\text{eqv}\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}$). Это по определению означает, что векторы $\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}$ и $\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}$ параллельны ($\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1} \upuparrows \mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}$) и их модули $|\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}|$ и $|\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}|$ равны.

В собственно евклидовой геометрии векторы $\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}$ и $\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}$ параллельны, если

$$\left(\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1} \upuparrows \mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}\right): \qquad \left(\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}.\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}\right) = |\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}| \cdot |\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}| \tag{2.3}$$

где скалярное произведение $\left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\right)$ двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется соотношением

$$\left(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\right) = \sigma\left(P_0, Q_1\right) + \sigma\left(P_1, Q_0\right) - \sigma\left(P_0, Q_0\right) - \sigma\left(P_1, Q_1\right) \tag{2.4}$$

В собственно евклидовой геометрии определение скалярного произведения совпадает с традиционным определением в терминах линейного векторного пространства, которое может быть введено в собственно евклидовой геометрии. Определение скалярного произведения в терминах мировой функции полезно в том отношении, что оно не содержит ссылки на линейное векторное пространство и систему координат. Оно может использоваться в любой физической геометрии, которая полностью описывается ее мировой функцией. При этом не имеет значения, можно ли ввести линейное векторное пространство в этой геометрии.

Условие эквивалентности $(\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}\mathrm{eqv}\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2})$ векторов $\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}$ и $\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}$ записывается в виде

$$\begin{aligned}(\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}\mathrm{eqv}\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}) \quad &: \quad (\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}.\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}) = |\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}| \cdot |\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}| \qquad (2.5)\\ \wedge |\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}| \quad &= \quad |\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}| \qquad (2.6)\end{aligned}$$

Используя (2.4) и

$$|\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}| = \sqrt{2\sigma\left(P_l, P_{l+1}\right)} \qquad (2.7)$$

можно переписать два условия (2.5), (2.6) в виде

$$(\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}\mathrm{eqv}\mathbf{P}_{l+1}\mathbf{P}_{l+2}): \qquad 4\sigma\left(P_l, P_{l+1}\right) = \sigma\left(P_l, P_{l+2}\right) \wedge \sigma\left(P_l, P_{l+1}\right) = \sigma\left(P_{l+1}, P_{l+2}\right) \qquad (2.8)$$

Таким образом, мировая цепь свободной частицы описывается геометрически (в терминах мировой функции). Масса частицы также описывается геометрически как длина звена мировой цепи. $\mu = |\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}|$ является геометрической массой частицы. Обычная масса m связана с геометрической массой μ с помощью соотношения

$$m = b\mu = b\left|\mathbf{P}_l\mathbf{P}_{l+1}\right| \qquad (2.9)$$

где b есть некоторая универсальная постоянная. Такое представление массы частицы позволяет свести квантовые эффекты к чисто геометрическим эффектам. Такое сведение возможно, если геометрия пространства-времени в микромире описывается мировой функцией σ_{d} [9]

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + \lambda^2 \mathrm{sgn}\sigma_{\mathrm{M}}, \qquad \lambda^2 = \frac{\hbar}{2bc} \qquad (2.10)$$

где σ_{M} мировая функция геометрии Минковского, и c есть скорость света.

Геометризация массы частицы позволяет получить полностью геометрическое описание частицы, когда масса частицы описывается длиной звена ее мировой цепи (а не некоторым внешним параметром, приписываемым частице). Геометрия пространства-времени, описываемого мировой функцией σ_{d} оказывается дискретной, хотя она задана на непрерывном многообразии Минковского. С традиционной точки зрения, когда дискретная геометрия задается на решетчатом множестве точек, такая ситуация кажется невозможной. Дискретность геометрии (2.10) проявляется в том факте,что в геометрии (2.10) нет векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, чья длина $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|$ лежала бы внутри интервала $\left(0, \sqrt{2}\lambda\right)$. Геометрия (2.10) инвариантна относительно пространственно-временных вращений, что невозможно для геометрии, заданной на решетчатом множестве точек.

Заметим, что электрический заряд также геометризуется. Он представляет собой составляющую импульса частицы вдоль пятого направления пятимерной геометрии Калуцы-Клейна. [10]. Однако, в этом случае элементарную частицу следует рассматривать как геометрический объект, описываемый его каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$, состоящим из $n+1$ пространственно-временных точек $P_0, P_1, ...P_n$. В этом случае движение элементарной частицы описывается мировой цепью, состоящей из связанных каркасов [11]. Такой подход позволяет геометризовать полностью описание частиц и привести фундаментальную теорию частиц к рассмотрению пространственно-временных точек и расстояний (мировых функций) между ними. При описании частиц их каркасами возникает такая проблема. Какие причины (или поля) связывают между собой точки каркаса? Такой вопрос возникает потому, что принято рассматривать геометрию пространства-времени как безгранично делимую геометрию. Однако, геометрия пространства-времени в микромире может быть ограниченно делимой геометрией. В этом случае нет необходимости объяснять связи между точками каркаса. Ограниченно делимая геометрия полностью описывается мировой функцией так же, как и безгранично делимая геометрия.

Например, для объяснения конфайнмента кварков нет необходимости вводить глюоны. Достаточно сослаться на ограниченно делимую геометрию пространства-времени в микромире.

В этой связи стоит отметить, что теория относительности представляет собой по существу геометризацию физики. Однако эта геометризация не доведена до конца. Масса частицы, ее заряд и некоторые другие характеристики частиц остаются не геометризованными. Эта неполная геометризация связана с недостаточным знанием геометрии, когда неаксиоматизируемые геометрии остаются неизвестными. Сейчас, обладая более совершенным знанием геометрии, мы надеемся преуспеть в полной геометризации физики, когда на уровне фундаментальной физики все физические явления могут описываться в терминах каркасов частиц и мировой функции пространства-времени. Реализация программы геометризации физики позволяет построить монистическую концепцию фундаментальной физики, когда все физические явления описываются в терминах одной фундаментальной величины (мировой функции). Все другие физические величины будут появляться как величины, производные от мировой функции. В частности, силовые поля (электромагнитное, гравитационное и другие) появляются как атрибуты пространственно-временной геометрии (мировой функции), а не как независимые сущности. Такой подход очень непривычен (Эйнштейн мечтал о единой теории *поля*, где поля были бы некими фундаментальными сущностями. Мы будем говорить о программе геометризации физики вместо единой теории поля. Программа геометризации является монистической концепцией, или по крайней мере, она менее плюралистична, чем единая теория поля.

Если геометрия пространства-времени описывается мировой функцией σ, то геометрия пространства-времени с дополнительными частицами описывается мировой функцией $\sigma = \sigma_0 + \delta\sigma$, где изменение $\delta\sigma$ мировой функции описывается соотношением (смотри детали в [4])

$$\begin{aligned}\delta\sigma\left(S_1,S_2\right) &= -\frac{G}{c^2}\sum_s m_{(s)}\frac{\theta\left(\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{PQ}_0\right)\right)\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PQ}_0\right)}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)\left|\mathbf{PQ}_0\right|} \\ &\quad\times\frac{\left(\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PS}_1\right)-\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PS}_2\right)\right)^2}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)}\end{aligned} \tag{2.11}$$

где S_1 и S_2 суть произвольные точки пространства-времени, $m_{(s)}$ есть масса s-ой частицы, G является гравитационной постоянной. Суммирование производится по всем дополнительным частицам. Все скалярные произведения в правой части равенства (2.11) рассчитываются с помощью соотношения (2.4) с мировой функцией $\sigma = \sigma_0 + \delta\sigma$, которая вначале не известна. В результате соотношение (2.11) представляет собой уравнение для определения $\delta\sigma$ (или $\sigma = \sigma_0 + \delta\sigma$).

Точка P представляет собой середину отрезка S_1S_2, определяемую соотношениями

$$4\sigma\left(P,S_1\right)=\sigma\left(S_1,S_2\right), \qquad 4\sigma\left(P,S_2\right)=\sigma\left(S_1,S_2\right) \tag{2.12}$$

Точка P_l' есть точка на мировой линии s-ой частицы $P_l' \in \mathcal{L}_{(s)}$, которая определяется соотношением

$$\sigma\left(P,P_l'\right)=0, \qquad P' \in \mathcal{L}_{(s)} \tag{2.13}$$

Точка $P_{l+1}' \in \mathcal{L}_{(s)}$ есть точка, бесконечно близкая к точке P_l', лежащей на той же самой мировой линии $\mathcal{L}_{(s)}$.

В случае непрерывного распределения частиц суммирование в (2.11) заменяется интегрированием по лагранжевым координатам $\boldsymbol{\xi}$, маркирующим возмущающие частицы. Получаем

$$\begin{aligned}\delta\sigma\left(S_1,S_2\right) &= -\frac{G}{c^2}\int_V \rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)d\boldsymbol{\xi}\frac{\theta\left(\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{PQ}_0\right)\right)\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PQ}_0\right)}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)\left|\mathbf{PQ}_0\right|} \\ &\quad\times\frac{\left(\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PS}_1\right)-\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{PS}_2\right)\right)^2}{\left(\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'.\mathbf{P}_l'\mathbf{P}_{l+1}'\right)}\end{aligned} \tag{2.14}$$

где $\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)$ есть плотность массы дополнительных (возмущающих) частиц. V есть объем в пространстве лагранжевых координат $\boldsymbol{\xi}$, маркирующих дополнительные частицы. Общая масса M дополнительных частиц определяется соотношением

$$\int_V \rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)d\boldsymbol{\xi} = M \tag{2.15}$$

Точки S_1 и S_2 суть произвольные точки пространства-времени. Точка P должна быть некоторой функцией $P = P\left(S_1,S_2\right)$ точек S_1 и S_2, которая определяется соотношениями (2.12). Функция $P\left(S_1,S_2\right)$ является симметричной функцией точек S_1 и S_2

$$P\left(S_1,S_2\right)=P\left(S_2,S_1\right) \tag{2.16}$$

Точка P является началом системы координат с базисными векторами $\mathbf{PQ}_i$, $i=0,1,2,3$. Вектор $\mathbf{PQ}_0$ является времениподобным.

Предполагается, что движение дополнительных частиц задано (их мировые линии фиксированы), и нужно определить порождаемую ими мировую функцию. Мы знаем только один метод решения уравнения (2.14). Это – метод последовательных приближений. Задается нулевое приближение σ_0 мировой функции и подсчитывается $\delta\sigma_1$, используя σ_0 в правой части равенства (2.14). Получается $\sigma_1=\sigma_0+\delta\sigma_1$. Это есть первое приближение мировой функции. Подсчитывается правая часть равенства (2.14), с помощью σ_1 и получается $\delta\sigma_2$. Мировая функция $\sigma_2=\sigma_0+\delta\sigma_2$ представляет собой второе приближение. Тем же путем подсчитываются третье приближение $\sigma_3=\sigma_0+\delta\sigma_3$, где $\delta\sigma_3$ подсчитывается с помощью σ_2 и так далее. Когда σ_{n+1} совпадет с σ_n, получается решение уравнений (2.14), (2.13).

3 Мировая функция невращающегося тела

В случае невращающегося физического тела, которое находится в покое, можно получить три интегральных уравнения для подсчета мировой функции от точек $S_1=\{t_1,\mathbf{y}_1\}$, $S_2=\{t_2,\mathbf{y}_2\}$. Мировая функция ищется в форме многочлена второго порядка [4] от (t_2-t_1)

$$\sigma\left(t_1,\mathbf{y}_1;t_2,\mathbf{y}_2\right)=\frac{1}{2}A\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c^2\left(t_2-t_1\right)^2+B\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)c\left(t_2-t_1\right)+C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) \tag{3.1}$$

Функции

$$A\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=1-V\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right),\qquad B\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right),\qquad C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-\frac{1}{2}\left(\mathbf{y}_1-\mathbf{y}_2\right)^2+\delta C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right) \tag{3.2}$$

должны быть определены из интегральных уравнений, написанных для переменных $V,B,\delta C$

Вид мировой функции в виде многочлена второго порядка от (t_2-t_1) сохраняется после использования уравнения (2.14) [4]. В результате можно получить уравнения для величин $V,B,\delta C$ в виде

$$V\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=\frac{2G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)^2}{A\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{B^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2-2\delta C\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}}d\boldsymbol{\xi} \tag{3.3}$$

$$B\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-2\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)+V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)\right)}{A\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{B^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2-2\delta C\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}}d\boldsymbol{\xi}$$
$$\times\left(\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r+\left(B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)\right) \tag{3.4}$$

$$\delta C\left(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2\right)=-\frac{G}{c^2}\int_V\frac{\rho\left(\boldsymbol{\xi}\right)A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)-V\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)\right)r+\left(B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1\right)-B\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2\right)\right)\right)^2}{A\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)\sqrt{A\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)}\sqrt{B^2\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+A\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\left(\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2-2\delta C\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)\right)}}d\boldsymbol{\xi} \tag{3.5}$$

где

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2}{2}, \tag{3.6}$$

$$r = \frac{-B(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}) + \sqrt{B^2(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}) + A(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})\left((\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})^2 - 2\delta C(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})\right)}}{A(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})} \tag{3.7}$$

В том частном случае, когда $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_2$, получаем из (3.3) - (3.6), что

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_2 = \mathbf{x}, \qquad B(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1) = 0, \qquad \delta C(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1) = 0 \tag{3.8}$$

Уравнение (3.3) принимает вид

$$\begin{aligned} &(1 - A(\mathbf{x}, \mathbf{x}))\sqrt{A(\mathbf{x}, \mathbf{x})} \\ = \ & \frac{2G}{c^2}\int_V \frac{\rho(\boldsymbol{\xi}) A(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})(1 - V(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}))^2}{A(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi})\sqrt{B^2(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}) + A(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})\left((\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})^2 - 2\delta C(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})\right)}} d\boldsymbol{\xi} \end{aligned} \tag{3.9}$$

Из (3.9) следует, что составляющая $g_{00}(t, \mathbf{x}) = c^2 A(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ метрического тензора g_{ik} не может быть отрицательна из-за множителя $\sqrt{A(\mathbf{x}, \mathbf{x})}$.

Хорошо известно, что поверхность Шварцшильда, определяющая существования черной дыры, определяется соотношением

$$g_{00}(t, \mathbf{x}) = c^2 A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 0 \tag{3.10}$$

Это означает, что любое невращающееся тело, состоящее из неподвижных частиц, не может порождать черную дыру.

Что является причиной неожиданного результата, отличающегося от результата общей теории относительности? По-видимому, причина в индуцированной антигравитации, которая обсуждалась во введении. Антигравитация препятствует коллапсу тела. Мы намерены показать, что антигравитация действительно имеет место.

4 Мировая функция однородной тяжелой сферы

Рассмотрим однородную сферу радиуса R и массы M. Будут рассчитаны два первых приближения решения уравнений (3.3) - (3.7). Интегралы в этих уравнениях преобразуются в интегралы вида

$$\int_0^R \xi^2 d\xi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} \rho_0(.)\, d\varphi \tag{4.1}$$

где

$$\rho(\boldsymbol{\xi}) = \rho_0 = \frac{3M}{4\pi R^3} = \text{const} \tag{4.2}$$

Величина $\varepsilon = r_g/R = 2GM/Rc^2$ считается малой величиной.

$$\varepsilon = \frac{2GM}{c^2 R} = \frac{8\pi G R^2}{3c^2}\rho_0 \ll 1 \tag{4.3}$$

В качестве нулевого приближения принимается пустое пространство-время, описываемое геометрией Минковского. В этом случае

$$A_0(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = 1, \qquad V_0(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = 0, \qquad B_0(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = 0, \tag{4.4}$$

$$C_0(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = -\frac{1}{2}(\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2)^2, \qquad \delta C_0(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = 0 \tag{4.5}$$

Из (3.3) - (3.5) следует, что

$$V_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \mathcal{O}(\varepsilon), \qquad B_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \mathcal{O}\left(\varepsilon^2\right), \qquad \delta C_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.6}$$

Уравнение (3.3) имеет вид

$$V_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \frac{2G}{c^2}\int_0^R \xi^2 d\xi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} \frac{3M}{4\pi R^3}\frac{d\varphi}{\sqrt{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})^2}} \tag{4.7}$$

В результате первое приближение мировой функции имеет вид

$$\sigma_1(t_1, \mathbf{y}_1; t_2, \mathbf{y}_2) = \frac{1}{2}(1 - V_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2))c^2(t_2 - t_1)^2 - \frac{1}{2}(\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1)^2 \tag{4.8}$$

где

$$V_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \begin{cases} \frac{2GM}{c^2|\mathbf{x}|} & \text{если} \quad |\mathbf{x}| > R \\ \frac{3GM}{c^2 R} - \frac{GM}{c^2 R^3}|\mathbf{x}|^2 & \text{если} \quad |\mathbf{x}| < R \end{cases}, \qquad \mathbf{x} = \frac{\mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2}{2} \tag{4.9}$$

Можно видеть, что уже первое приближение геометрии пространства-времени является неримановым, хотя составляющая $g_{00}(\mathbf{x}) = c^2(1 - V_1(\mathbf{x}, \mathbf{x}))$ метрического тензора совпадает с ньютоновским приближением $c^2 - 2\varphi(\mathbf{x})$, где φ определяется соотношением (1.3). Другие составляющие метрического тензора тоже совпадают.

Во втором приближении уравнения (3.3) -(3.7) принимают вид

$$V_2(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \frac{2G}{c^2}\int_V \frac{\rho_0\sqrt{A_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})}\left(1 - \frac{1}{2}(V_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{y}_2) + V_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{y}_1))\right)^2}{A_1(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi})\sqrt{A_1(\mathbf{x}, \mathbf{x})}\sqrt{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})^2}} d\boldsymbol{\xi} \tag{4.10}$$

$$B_2(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = -2\frac{G}{c^2}\int_V \frac{\rho_0\sqrt{A_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x})}\left(1 - \frac{1}{2}(V_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{y}_2) + V_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{y}_1))\right)}{A_1(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi})\sqrt{A_1(\mathbf{x}, \mathbf{x})}\sqrt{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})^2}} d\boldsymbol{\xi}$$
$$\times((V_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{y}_2) - V_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{y}_1))r_1) \tag{4.11}$$

$$\delta C_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) = -\frac{G}{c^2}\int_V \frac{\rho_0\sqrt{A_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})}\left(\left(V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2)-V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1)\right)r_1\right)^2}{A_1(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi})\sqrt{A_1(\mathbf{x},\mathbf{x})}\sqrt{(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi})^2}}d\boldsymbol{\xi} \tag{4.12}$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi})^2}{A_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})}} \tag{4.13}$$

Величина $V_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)$ является малой величиной порядка ε. Величина $A_1 = 1 - V_1 = 1 + \mathcal{O}(\varepsilon)$. Величины $V_2, B_2, \delta C_2$ рассчитываются с точностью до ε^2. Разлагая (4.11), (4.12) по степеням ε и учитывая, что $2\frac{G}{c^2}\int_V \rho_0 d\boldsymbol{\xi}$ является величиной порядка ε, получаем с точностью до ε^2

$$B_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) = -2\frac{G}{c^2}\int_V \rho_0\left(V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2)-V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1)\right)d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.14}$$

$$\delta C_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) = -\frac{G}{c^2}\int_V \frac{\rho_0\sqrt{(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi})^2}\left(V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2)-V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1)\right)^2}{A_1(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi})\sqrt{A_1(\mathbf{x},\mathbf{x})A_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})}}d\boldsymbol{\xi} = \mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned} V_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) &= V_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) + \frac{G}{c^2}\int_V \frac{\rho_0\left(2V_1(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi})-V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})+V_1(\mathbf{x},\mathbf{x})\right)}{\sqrt{(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi})^2}}d\boldsymbol{\xi} \\ &\quad -\frac{2G}{c^2}\int_V \frac{\rho_0\left(V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2)+V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1)\right)}{\sqrt{(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi})^2}}d\boldsymbol{\xi} + \mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \end{aligned} \tag{4.16}$$

где в соответствии с (4.7)

$$V_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) = \frac{2G}{c^2}\int_V \frac{\rho_0}{\sqrt{\left(\frac{|\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2|^2}{4}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi} \tag{4.17}$$

Рассмотрим случай, когда точки $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ лежат внутри сферы, т.е. $|\mathbf{y}_1|, |\mathbf{y}_2|, |\mathbf{x}| < R$. Тогда, используя

$$V_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) = \frac{3GM}{c^2R} - \frac{GM}{c^2R^3}\left|\frac{\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2}{2}\right|^2 = \varepsilon\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{\mathbf{x}^2}{R^2}\right) \tag{4.18}$$

приводим соотношение (4.16) к виду

$$\begin{aligned} V_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) &= V_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) - 6\frac{G^2M}{c^4R}\int_V \frac{\rho_0 d\boldsymbol{\xi}}{\sqrt{|\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}|^2}} \\ &+\frac{G^2M}{4c^4R^3}\int_V \frac{\rho_0\left(10\mathbf{x}\boldsymbol{\xi}-3\boldsymbol{\xi}^2-3\mathbf{x}^2+2\mathbf{y}_2^2+2\mathbf{y}_1^2\right)}{\sqrt{|\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}|^2}}d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \end{aligned} \tag{4.19}$$

Это соотношение преобразуется к виду

$$V_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)=V_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)\left(1-3\frac{GM}{c^2R}+\frac{GM\left(2\left(\mathbf{y}_2^2+\mathbf{y}_1^2\right)-3\mathbf{x}^2\right)}{8c^2R^3}\right)$$
$$+\frac{5G^2M}{2c^4R^3}\int_V\frac{\rho_0\mathbf{x}\boldsymbol{\xi}}{\sqrt{|\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}|^2}}d\boldsymbol{\xi}-\frac{3G^2M}{4c^4R^3}\int_V\frac{\rho_0\boldsymbol{\xi}^2}{\sqrt{|\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}|^2}}d\boldsymbol{\xi}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.20}$$

Вычисление интегралов в (4.20) дает

$$\int_V\frac{\rho_0\mathbf{x}\boldsymbol{\xi}}{\sqrt{|\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}|^2}}d\boldsymbol{\xi}=\frac{2\pi}{3}\rho_0|\mathbf{x}|^2R^2-\frac{2\pi}{5}\rho_0|\mathbf{x}|^4,\qquad |\mathbf{x}|<R \tag{4.21}$$

$$\int_V\frac{\rho_0\boldsymbol{\xi}^2}{\sqrt{|\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}|^2}}d\boldsymbol{\xi}=\pi\rho_0|\mathbf{x}|^4\left(\left(\frac{R}{|\mathbf{x}|}\right)^4-\frac{1}{5}\right),\qquad |\mathbf{x}|<R \tag{4.22}$$

Подставляя (4.21), (4.22) в (4.20) и выражая M и ρ_0 через ε с помощью (4.3), получаем для (4.20)

$$V_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)$$
$$=\varepsilon\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{\mathbf{x}^2}{R^2}\right)-\varepsilon^2\frac{153}{64}+\varepsilon^2\left(\frac{17}{16}\frac{\mathbf{x}^2}{R^2}+\frac{3}{2}\frac{\left(5\mathbf{x}^2-4\left(\mathbf{y}_2\mathbf{y}_1\right)\right)}{16R^2}\right)$$
$$-\varepsilon^2\frac{51}{320}\frac{|\mathbf{x}|^4}{R^4}-\varepsilon^2\frac{1}{32}\frac{\mathbf{x}^2}{R^2}\frac{\left(5\mathbf{x}^2-4\left(\mathbf{y}_2\mathbf{y}_1\right)\right)}{R^2}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right),\qquad |\mathbf{x}|,|\mathbf{y}_1|,|\mathbf{y}_2|<R \tag{4.23}$$

Если кроме того $\mathbf{y}_1=\mathbf{y}_2=\mathbf{x}$, то

$$V_2(\mathbf{x},\mathbf{x})=\varepsilon\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{\mathbf{x}^2}{R^2}\right)-\varepsilon^2\frac{153}{64}+\varepsilon^2\frac{37}{32}\frac{\mathbf{x}^2}{R^2}-\varepsilon^2\frac{61}{320}\frac{|\mathbf{x}|^4}{R^4}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.24}$$

Сила гравитации внутри области $|\mathbf{x}|<R$ имеет вид

$$\mathbf{F}=\boldsymbol{\nabla}V_2(\mathbf{x},\mathbf{x})=-\frac{\varepsilon}{R^2}\mathbf{x}+\frac{\varepsilon^2}{R^2}\frac{37}{16}\mathbf{x}-\frac{61}{80}\frac{\varepsilon^2}{R^2}\frac{|\mathbf{x}|^2}{R^2}\mathbf{x},\qquad |\mathbf{x}|<R \tag{4.25}$$

Если $\varepsilon>\frac{16}{37}\approx 0.43$, то вблизи точки $\mathbf{x}=0$ появляется область, где сила гравитации направлена от центра сферы. Если $\varepsilon\geq 0.65$, сила гравитации направлена от центра сферы во всей области $|\mathbf{x}|<R$.

Интересно подсчитать внешний гравитационный потенциал V_{ext2}, порожденный полой сферой с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R. Он получается изменением выражения (4.10) с помощью замены объема V ($|\boldsymbol{\xi}|<R$) объемом V_1 ($R_1<|\boldsymbol{\xi}|<R$). Получаем

$$V_{\text{ext2}}(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)=\frac{2G}{c^2}\int_{V_1}\frac{\rho_0\sqrt{A_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x})}\left(1-\frac{1}{2}\left(V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_2)+V_1(\boldsymbol{\xi},\mathbf{y}_1)\right)\right)^2}{A_1(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi})\sqrt{A_1(\mathbf{x},\mathbf{x})}\sqrt{(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi})^2}}d\boldsymbol{\xi} \tag{4.26}$$

Расчет выражения (4.26) для $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_2 = \mathbf{x}$, $|\mathbf{x}| < R_1$ дает следующий результат

$$V_{\text{ext2}}(\mathbf{x},\mathbf{x}) = \varepsilon\left(1-\frac{R_1^2}{R^2}\right)\left(\frac{3}{2}\left(1-\frac{3}{2}\varepsilon\right)-\frac{9}{64}\varepsilon\left(1+\frac{R_1^2}{R^2}\right)\right)$$
$$+\frac{13}{32}\varepsilon^2\left(1-\frac{R_1^2}{R^2}\right)\frac{|\mathbf{x}|^2}{R^2}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right), \qquad |\mathbf{x}| < R_1 \tag{4.27}$$

Соответствующая сила гравитации $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ имеет вид

$$\mathbf{F}_{\text{ext2}} = \frac{13}{16}\varepsilon^2\left(1-\frac{R_1^2}{R^2}\right)\frac{\mathbf{x}}{R^2} \tag{4.28}$$

Можно видеть из (4.28), что внешняя сила гравитации появляется только во втором приближении. Она всегда направлена от центра сферы. Полная сила гравитации (4.25) содержит составляющую, направленную от центра, и эта составляющая больше, чем внешняя сила гравитации (4.28)

Расчет потенциала V_2 для случая когда $|\mathbf{x}|$, $|\mathbf{y}_1|$, $|\mathbf{y}_2| \gg R$, приводит к следующему результату

$$V_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) = V_1(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)+\frac{6}{5}\varepsilon^2\frac{R}{|\mathbf{x}|}-\varepsilon^2\frac{R^2}{2|\mathbf{x}|^2}\left(1+\frac{2|\mathbf{x}|}{|\mathbf{y}_1|}+\frac{2|\mathbf{x}|}{|\mathbf{y}_2|}\right)+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.29}$$

$$V_2(\mathbf{x},\mathbf{x}) = V_1(\mathbf{x},\mathbf{x})+\frac{6}{5}\varepsilon^2\frac{R}{|\mathbf{x}|}-\frac{5}{2}\varepsilon^2\frac{R^2}{|\mathbf{x}|^2}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.30}$$

$$\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla}V_2(\mathbf{x},\mathbf{x}) = -\varepsilon\frac{R}{|\mathbf{x}|^3}\mathbf{x}-\frac{6}{5}\varepsilon^2\frac{R}{|\mathbf{x}|^3}\mathbf{x}+5\varepsilon^2\frac{R^2}{|\mathbf{x}|^4}\mathbf{x} \tag{4.31}$$

Два последних члена в (4.31) описывают поправку второго порядка к силе гравитации вне сферы. Антигравитация (отталкивание) доминирует в этой поправке только для $|\mathbf{x}| < 4.17R$. Влияние антигравитации меньше, чем влияние гравитации для $|\mathbf{x}| \gg R$.

Вычисление $B_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2)$ дает следующий результат

$$B_2(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) = -2\frac{G^2M^2}{c^4R}\frac{\mathbf{y}_1^2-\mathbf{y}_2^2}{R^2} = -2\varepsilon^2\frac{\mathbf{y}_1^2-\mathbf{y}_2^2}{R}+\mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.32}$$

$$B_2(\mathbf{x},\mathbf{x}) = \mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right), \qquad \delta C(\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2) = \mathcal{O}\left(\varepsilon^3\right) \tag{4.33}$$

5 Обсуждение

Представим себе сферу радиуса R, однородно наполненную гравитирующей пылью. Пусть полная масса пыли M. Под влиянием гравитации радиус сферы уменьшается, и параметр $\varepsilon = 2GM/c^2R$ увеличивается. Когда параметр достигнет значения $\varepsilon = 0.43$, вблизи центра сферы возникает область антигравитации. В этой области возникает сила гравитации, направленная от центра сферы. Коллапс пылевого облака будет ослабевать, и при значении $\varepsilon \geq 0.65$ антигравитация появится всюду внутри сферы.

Разумеется, это упрощенное рассмотрение. На самом деле коллапс пылевого облака не будет однородным, и эта неоднородность должна быть учтена при расчете силы гравитации внутри сферы. Кроме того, следует учесть движение пыли, которое тоже влияет на гравитационное поле.

Однако, в ньютоновской теории гравитации так же как и в общей теории относительности область антигравитации не появляется внутри сферического облака пыли ни при каких обстоятельствах. Если теория гравитации предсказывает возможность антигравитации, которая может сопротивляться коллапсу пылевого облака, то это может оказаться важным при построении правильных космологических моделей.

Заметим, что подход к гравитации с динамической точки зрения и геометрической точки зрения различны. С геометрической точки зрения влияние гравитации максимально в точке $\mathbf{x} = 0$. Изменение составляющей $g_{00} = c^2(1-V(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ метрического тензора максимально в точке $\mathbf{x} = 0$, как это следует из (1.3). Однако с динамической токи зрения влияние гравитации минимально в точке $\mathbf{x} = 0$, потому что сила гравитации (1.4) в этой точке исчезает. Такое различие связано с тем, что динамическое описание локально (дифференциально), тогда как геометрическое описание нелокально (интегрально). Именно в этом причина того, почему трудно различить между гравитацией и антигравитацией при геометрическом описании.

Уже в первом (ньютоновском) приближении мировая функция σ_1, определяемая соотношениями (4.8), (4.9), оказывается неримановой (интегральное различие), хотя метрический тензор совпадает в этом приближении с метрическим тензором решения Шварцшильда в случае очень малого $\varepsilon = r_g/R = 2GM/(c^2R)$ (дифференциальное совпадение).

Список литературы

[1] Yu.A.Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci.* **30**, iss. 12, 733-760, (2002),

[2] Yu.A.Rylov, Non-Euclidean method of the generalized geometry construction and its application to space-time geometry in *Pure and Applied Differential geometry* pp.238-246. eds. Franki Dillen and Ignace Van de Woestyne. Shaker Verlag, Aachen, 2007. Available also at *http://arXiv.org/abs/Math.GM/0702552*

[3] J.L.Synge, *Relativity: the General Theory.* Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1960.

[4] Yu. A. Rylov, General relativity extended to non-Riemannian space-time geometry. *e-print 0910.3582v7.*

[5] Yu. A. Rylov, Monistic conception of geometry. *e-print 1009.2815*

[6] Yu. A. Rylov, New crisis in geometry? *e-print math.GM/0503261*.

[7] Yu. A. Rylov, Godel's theorem as a corollary of impossibility of complete axiomatization of geometry.*e-print 0709.0783*

[8] Yu. A. Rylov, Necessity of the general relativity revision and free motion of particles in non-Riemannian space-time geometry.*e-print 1001.5362v1*

[9] Yu.A.Rylov, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *Journ. Math. Phys.* **32(8)**, 2092-2098, (1991)

[10] Yu. A. Rylov, Geometrical dynamics: spin as a result of rotation with superluminal speed. *e-print 0801.1913*.

[11] Yu. A. Rylov, Generalization of relativistic particle dynamics on the case of non-Riemannian space-time geometry. *Concepts of Physics* **6**, *iss.4, 605, (2009)*. See also *e-print 0811.4562*.