Многовариантность как ключевое свойство микромира

Ю.А. Рылов

Институт проблем механики РАН,
Россия, Москва 119526, Проспект Вернадского 101-1.
e-mail: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site:
$http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Традиционный метод построения обобщенной геометрии, основанный на выведении всех утверждений геометрии из аксиом, оказывается несовершенным в том смысле, что многовариантные геометрии не могут быть построены с помощью этого метода. Многовариантной является такая геометрия, где в точке P имеется много векторов $\mathbf{PP'}$, $\mathbf{PP''}$,... которые эквивалентны вектору $\mathbf{QQ'}$ в точке Q, но они не эквивалентны между собой. В традиционном (евклидовом) методе отношение эквивалентности транзитивно, тогда как в многовариантной геометрии отношение эквивалентности, вообще говоря, интранзитивно. Это является причиной того, почему многовариантные геометрии не могут быть выведены из системы аксиом. Геометрия пространства-времени в микромире многовариантна. Многовариантная геометрия – это зернистая геометрия т.е. геометрия, которая является частично непрерывной и частично дискретной. Многовариантность сопутствует математическому методу описания зернистости. Зернистость (и многовариантность) геометрии пространства-времени порождают многовариантное (квантовое) движение частиц в микромире. Кроме того, зернистое пространство-время порождает некоторый дискриминационный механизм, ответственный за дискретные параметры (масса, заряд, спин) элементарных частиц. Динамика частиц оказывается полностью определенной свойствами зернистого пространства-времени. Квантовые принципы оказываются излишними.

1 Введение

Сначала о термине "ключевой" применительно к свойствам физической теории. В пятнадцатом и шестнадцатом веках, когда происходил переход от механики

Аристотеля к механике Ньютона, ключевым понятием было понятие инерции. Этого понятия нет в механике Аристотеля, но это новое понятие появилось в механике Ньютона. Формально увеличение порядка динамических уравнений, описывающих движение физического тела, связано с понятием инерции. Колесница запряженная лошадьми является символом механики Аристотеля (инерции не существенна). Маятник, чьи колебания можно объяснить только с помощью понятия инерции, является символом механики Ньютона. Введение ключевого понятия в механику продолжалось более века. Это введение сопровождалось трудностями и конфликтами между исследователями. Например, конфликт между последователями Птолемея и последователями Коперника был обусловлен использованием понятия инерции. В соответствии с доктриной Птолемея планетарная система представляет собой грандиозный механизм, приводимый в движением Богом, тогда как согласно доктрине к Коперника планеты движутся сами по инерции. В конце концов, понятие инерции было столь важным, что Сэр Исаак Ньютон посвятил первый закон механики формулированию этого понятия, хотя, на самом деле, первый закон механики представляет собой частный случай второго закона механики. Появление понятия инерции обусловлено переходом от земной механики, где трение является доминирующей причиной динамики, к небесной механике, где силами трения можно пренебречь.

При переходе от макроскопической механики к механике микромира появляется новое ключевое понятие. Это новое понятие называется многовариантностью. Когда исследовали пролет электронов через узкую щель, то обнаружили, что движение электрона перестает быть детерминированным (дифракция электронов). Движение электрона становится многовариантным (недетерминированным). Принципы классической механики не допускают многовариантного движения свободной частицы. Однако, эксперимент показывает, что движение малых (элементарных) частиц может быть многовариантным. Движение определяется двумя факторами: (1) геометрией пространства-времени, (2) законами динамики. Таким образом, имеются две возможности: или многовариантна геометрия пространства-времени, или многовариантна динамика в микромире (могут быть многовариантными и геометрия, и динамика). В тридцатых годах двадцатого века, когда была открыта дифракция электронов, многовариантная геометрия не была известна. Никто не мог представить себе, что пространственно-временная геометрия может быть многовариантной. (Заметим, что существовали недетерминированные геометрии. Но на самом деле, существовали стохастические структуры, заданные на геометрии, в то время как сама геометрия была детерминированной и одновариантной. В результате многовариантность была приписана динамике. Эта многовариантная динамика известна как квантовая механика. Заметим, что появление многовариантной геометрии в динамике не эквивалентно квантовой динамике. Квантовая динамика является частным случаем многовариантной динамики. Многовариантная динамика содержит в себе квантовую динамику и что-то еще, что не может быть сведено к квантовой динамике. Это "что-то еще" оказывается очень интересным.

Оказалось, что геометрия может быть многовариантной [1]. Многовариантность геометрии означает следующее. Пусть $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является вектором в точке P_0. Пусть в точке Q_0 имеется много векторов $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$,$\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_2$,... , которые эквивалентны (равны) вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в точке P_0, но векторы $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$,$\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_2$,... не эквивалентны между собой. Если в геометрии имеет место такая ситуация, то такая геометрия многовариантна.

Если в каждой точке Q_0 имеется один и только один вектор $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, который эквивалентен вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в точке P_0, то такая геометрия называется одновариантной.

Вообще говоря, многовариантность и одновариантность геометрии рассматривается по отношению к некоторой паре точек P_0, Q_0. Возможна такая ситуация, когда геометрия многовариантна по отношению к некоторым парам точек, и она одновариантна по отношению к другим парам точек. Если геометрия многовариантна по отношению, по крайней мере, к одной паре точек, то такая геометрия будет квалифицироваться как многовариантная. В многовариантной геометрии пространства-времени динамика оказывается многовариантной, если даже эта динамика действует в соответствии с традиционными принципами классической динамики.

Замечу, что отношение эквивалентности предполагается транзитивным во всех математических моделях, т.е. во всех логических конструкциях, которые могут быть выведены из системы аксиом при помощи правил формальной логики. Отношение эквивалентности по определению является транзитивным, если для любых объектов (например, векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$,$\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$,$\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_2$) из соотношений $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ и $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_2$ следует, что $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_2$. Здесь обозначение "eqv" означает отношение эквивалентности. Сравнение определения многовариантности ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1 \wedge \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_2$, но $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\overline{\mathrm{eqv}}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_2$) с определением транзитивности показывает, что отношение эквивалентности в многовариантной геометрии не может быть всегда транзитивным.

Однако, существуют ли многовариантные геометрии (Т-геометрии)? Если да, то как можно построить многовариантную геометрию?

Рассмотрим собственно евклидову геометрию и определим эквивалентность двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ следующим образом. Векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ эквивалентны ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$), если векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ параллельны ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \uparrow\uparrow \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$) и их длины $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|$ и $|\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|$ равны. Математически эти два условия записываются в виде

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \uparrow\uparrow \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1): \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{1.1}$$

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|, \qquad |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{2\sigma(P_0, P_1)} \tag{1.2}$$

где $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ есть скалярное произведение двух векторов, определенное соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = \sigma(P_0, Q_1) + \sigma(P_1, Q_0) - \sigma(P_0, Q_0) - \sigma(P_1, Q_1) \tag{1.3}$$

Здесь σ есть мировая функция собственно евклидовой геометрии, которая определяется через евклидово расстояние $\rho(P,Q)$ между точками P,Q с помощью соотношения

$$\sigma(P,Q)=\frac{1}{2}\rho^2(P,Q) \tag{1.4}$$

Длина $|\mathbf{PQ}|$ вектора $\mathbf{PQ}$ определяется соотношением

$$|\mathbf{PQ}|=\rho(P,Q)=\sqrt{2\sigma(P,Q)} \tag{1.5}$$

Используя соотношения (1.1) - (1.5), можно записать условие эквивалентности ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\text{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$) в виде:

$$\sigma(P_0,Q_1)+\sigma(P_1,Q_0)-\sigma(P_0,Q_0)-\sigma(P_1,Q_1) = \sigma(P_0,P_1) \tag{1.6}$$

$$\wedge\sigma(P_0,P_1) = \sigma(Q_0,Q_1) \tag{1.7}$$

Определение эквивалентности (1.6), (1.7) является удовлетворительным геометрическим определением, потому что оно не содержит ссылки на размерность пространства и на систему координат. Оно содержит только точки P_0,P_1,Q_0,Q_1, определяющие векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ и расстояния (мировые функции) между этими точками. Определение эквивалентности (1.6), (1.7) совпадает с традиционным определением эквивалентности двух векторов в собственно евклидовой геометрии. Если зафиксировать точки P_0,P_1,Q_0 в соотношениях (1.6), (1.7) и разрешить их относительно точки Q_1, то окажется, что эти уравнения всегда имеют одно и только одно решение. Это утверждение следует из свойств мировой функции собственно евклидовой геометрии. Это означает, что собственно евклидова геометрия одновариантна относительно любой пары точек. Это означает также, что отношение эквивалентности в собственно евклидовой геометрии транзитивно. Всякая геометрия представляет собой множество (вообще говоря, континуальное) утверждений. Собственно евклидова геометрия может быть аксиоматизирована, т.е. все утверждения собственно евклидовой геометрии могут быть выведены из конечного множества утверждений (аксиом) с помощью правил формальной логики. Эта система аксиом непротиворечива [2]. Этот факт находится в соответствии с транзитивностью отношения эквивалентности в собственно евклидовой геометрии.

С другой стороны, все утверждения собственно евклидовой геометрии выражаются в терминах мировой функции [1]. Представим все утверждения собственно евклидовой геометрии в терминах евклидовой мировой функции σ_{E} и заменим евклидову мировую функцию σ_{E} некоторой другой мировой функцией σ, удовлетворяющей условиям

$$\sigma:\quad \Omega\times\Omega\rightarrow\mathbb{R},\qquad \sigma(P,Q)=\sigma(Q,P),\qquad \sigma(P,P)=0,\qquad \forall P,Q\in\Omega \tag{1.8}$$

где Ω есть множество всех точек, на котором задана геометрия. Получаем множество всех утверждений геометрии $\mathcal{G}$, описываемой мировой функцией σ. Такая замена представляет собой деформацию собственно евклидовой геометрии.

Таким образом, можно построить "метрическую" геометрию, которая содержит все утверждения собственно евклидовой геометрии. Я не буду использовать термин метрическая геометрия для деформированной геометрии $\mathcal{G}$, потому что геометрия $\mathcal{G}$ свободна от ограничения (аксиомы треугольника), налагаемого на метрическую геометрию.

$$\rho(P,R)+\rho(R,Q)\geq\rho(P,Q), \qquad \forall P,Q,R\in\Omega \tag{1.9}$$

Аксиома треугольника (1.9) накладывается для того, чтобы сохранить одномерный характер кратчайшей (прямой) в метрической геометрии. В самом деле, В собственно евклидовой геометрии множество

$$\mathcal{EL}_{P_1,P_2,Q,}=\{R|\rho(P_1,R)+\rho(R,P_2)=\rho(P_1,Q)+\rho(Q,P_2)\} \tag{1.10}$$

представляет собой эллипсоид с фокусами в точках P_1, P_2 и точкой Q на поверхности эллипсоида. Если точка Q стремится к фокусу P_2, эллипсоид вырождается в отрезок

$$\mathcal{T}_{[P_1,P_2,]}=\{R|\rho(P_1,R)+\rho(R,P_2)=\rho(P_1,P_2)\} \tag{1.11}$$

прямой линии, проходящей через точки P_1 и P_2. В собственно евклидовой геометрии эллипсоид вырождается в одномерный отрезок прямой. Однако, в произвольной метрической геометрии, заданной на n-мерном многообразии, уравнение

$$\mathcal{S}: \quad \Phi(R)=0, \qquad \Phi(R)\equiv\rho(P_1,R)+\rho(R,P_2)-\rho(P_1,P_2) \tag{1.12}$$

определяет, вообще говоря, $(n-1)$-мерную замкнутую поверхность $\mathcal{S}$. Точки R, удовлетворяющие условию $\Phi(R)>0$ являются внешними точками, которые находятся вне замкнутой поверхности $\mathcal{S}$. Точки R, удовлетворяющие условию $\Phi(R)<0$ являются внутренними точками, которые находятся внутри поверхности $\mathcal{S}$. Если выполнено условие (1.9), то это означает, что замкнутая поверхность $\mathcal{S}$ не имеет внутренних точек. В этом случае отрезок (1.11) не имеет внутренних точек, т.е. он одномерный.

В деформированной геометрии $\mathcal{G}$ решение уравнений (1.6), (1.7) для точки Q_1 при фиксированных точках P_0, P_1, Q_0 существует не всегда. Если оно существует, то оно не всегда единственно. Другими словами, деформированная геометрия $\mathcal{G}$, вообще говоря многовариантна. В то же время любое утверждение собственно евклидовой геометрии существует в деформированной геометрии $\mathcal{G}$, хотя смысл его может отличаться от смысла, который оно имеет в собственно евклидовой геометрии. Тем не менее это утверждение является тем же самым утверждением, но только сформулированным в другой геометрии.

Некоторые традиционные утверждения собственно евклидовой геометрии содержат ссылки на размерность и на систему координат, т.е. на метод описания геометрии. В традиционном (векторном) представлении евклидовой геометрии ее размерность рассматривается как свойство самой геометрии, хотя существуют геометрии,для которых размерность не может быть введена, потому что введение размерности требует выполнения многих очень ограничительных условий. На самом деле, размерность геометрии есть размерность системы координат (число координат), которая используется для описания геометрии. Многообразие и его размерность представляют собой традиционный метод описания геометрии [3], при этом нельзя отделить этот метод от самой геометрии до тех пора нет альтернативного метода построения геометрии.

Деформированная геометрии $\mathcal{G}$ является многовариантной геометрией, которая, вообще говоря, не может быть аксиоматизирована. Это означает, что геометрия $\mathcal{G}$ является примером теории, которая не может рассматриваться как традиционная математическая модель, построенная с помощью формальной логики на основе некоторой аксиоматики. Возвращаясь к многовариантности движения электронов, можно утверждать, что проблема многовариантности движения электронов может быть решена на основе многовариантной геометрии. Многовариантность геометрии пространства-времени выглядит более естественно, чем многовариантная динамика в одновариантной геометрии пространства-времени. В самом деле, для того, чтобы получить многовариантную динамику нужно заменить принципы классической динамики квантовыми принципами, что выглядит довольно искусственно. В то же время многовариантность выглядит как естественное свойство физической геометрии (т.е. геометрии полностью описываемой мировой функцией). От вида мировой функции σ в соотношениях эквивалентности (1.6), (1.7) зависит, будет ли многовариантной геометрия $\mathcal{G}$. При изменении мировой функции пространства-времени изменяется и характер многовариантности. Можно выбрать такую мировую функцию пространства-времени, что традиционное классическое описание движения частицы совпадет с квантово-механическим описанием [4].

Пусть геометрия пространства-времени описывается мировой функцией

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + d\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right), \qquad d \equiv \lambda_0^2 = \frac{\hbar}{2bc} = \mathrm{const} \tag{1.13}$$

$$\mathrm{sgn}\left(x\right) = \begin{cases} 1 & \text{если} \quad x > 0 \\ 0 & \text{если} \quad x = 0 \\ -1 & \text{если} \quad x < 0 \end{cases}$$

где σ_{M} есть мировая функция пространства-времени Минковского, $\hbar$ есть квантовая постоянная, c есть скорость света и b есть некоторая универсальная постоянная. Тогда мировая цепь, состоящая из точек $...P_0, P_1, ...P_k, ...$ удовлетворяющих соотношениям

$$\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}\mathrm{eqv}\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{P}_{k+2}, \qquad k = ...0, 1, .. \tag{1.14}$$

описывает движение свободной частицы. Оказывается, что движение многовариантно (стохастично) в пространстве-времени с мировой функцией (1.13). Статистическое описание этих многовариантных мировых цепей совпадает с квантовым описанием в терминах уравнения Шредингера [4].

Кроме того пространство-время (1.13) оказывается дискретным, потому что в этом пространстве-времени нет векторов $\mathbf{PQ}$ длины $|\mathbf{PQ}|^4 \in (0, \lambda_0^4)$. Дискретность пространства-времени кажется удивительным, потому что оно задано на многообразии Минковского. Традиционно дискретное пространство ассоциируется с решеткой. Дискретное пространство-время на непрерывном многообразии кажется невозможным. Этот пример показывает, что физическая геометрия и непрерывное многообразие на котором задана геометрия, являются совершенно разными вещами. Многообразие и его размерность суть только атрибуты векторного представления евклидовой геометрии (т.е. атрибуты способа описания) [3], тогда как дискретность геометрии есть атрибут самой геометрии.

В любой математической модели отношение эквивалентности транзитивно. Это свойство математической модели обеспечивает определенность (одновариантность) всех заключений, сделанных на основе такой математической модели. Если отношение эквивалентности интранзитивно, заключения, сделанные на основе такой модели, перестают быть определенными. Они становятся многовариантными. Логическое построение с интранзитивным отношением эквивалентности и, следовательно, с многовариантными заключениями не рассматривается как математическая модель, потому что она бесполезна, и нельзя получить определенных предсказаний на основе такой модели. Кроме того, такая модель не может быть аксиоматизирована, потому что аксиоматизация предполагает одновариантность заключений.

Будем называть модели с многовариантными (неопределенными) предсказаниями интранзитивными моделями, или многовариантными моделями. Многовариантные модели появляются автоматически, как только они используют многовариантную геометрию пространства-времени. Поскольку модели физических явлений не могут игнорировать геометрию пространства-времени, а геометрия пространства-времени может быть многовариантной, то нельзя избежать использования многовариантных моделей физических явлений.

К счастью, многовариантная модель может быть приведена к одновариантной модели, при условии объединения многих заключений, получаемых из одного утверждения, в одно заключение. Другими словами, много различных объектов рассматривается как статистический ансамбль. Тогда многовариантная модель перестает быть многовариантной. Она превращается в одновариантную (транзитивную) модель при условии, что ее объектами являются статистические ансамбли первоначальных объектов. Такая процедура известна как статистическое описание, которое имеет дело со среднестатистическими объектами. Предсказание модели о среднестатистических объектах (статистических ансамблях), которые теперь являются объектами модели, могут оказаться одновариантными, если статистическое описание производится надлежащим образом. Другими словами, статистическое описание, производимое надлежащим образом, преобразует многовариантную модель в одновариантную математическую модель.

Процедура статистического описания хорошо известна. Она используется в различных разделах теоретической физики. Однако, иногда получают одновариантную статистическую модель, имея дело со среднестатистическими объектами и не зная того, что модель имеет дело со среднестатистическими объектами. Например, модель газовой динамики имеет дело с частицами газа. Движение частиц газа описывает среднее движение газовых молекул. Однако уравнения газовой динамики (как динамические уравнения для движения сплошной среды) были получены прежде, чем стало известно, что газ состоит из молекул. Кроме того существует боле детальное статистическое описание движения газовых молекул, основанное на кинетической теории газа (уравнение Больцмана).

Квантовая механика представляет собой статистическое описание многовариантного движения частицы, которое прямо обусловлено многовариантной геометрией пространства-времени (1.13). Однако, традиционно квантовая механика не рассматривается как статистическое описание многовариантного движения частицы. Квантовую механику рассматривают как следствие особых квантовых принципов динамики, которые вводятся аксиоматически. В этом виде квантовая механика успешно описывает физические явления атомной физики. Формализм квантовой механики довольно прост и удобен. Многим исследователям нравится формализм квантовой механики, и они возражают против квантовой механика как статистического описания многовариантно движущихся частиц.

Что-то вроде этого было более, чем сто лет назад с тепловыми явлениями. Тепло рассматривалось как специальная тепловая жидкость (теплород), чьи свойства описывались законами термодинамики. Аксиоматическая термодинамика очень хорошо объясняла все тепловые явления. Попытки интерпретации тепла как хаотического движения молекул встречали возражения многих исследователей, которые не верили в существование молекул. Идея тепла как хаотического движения молекул была принята после того, как стало ясно, что тепловые флуктуации не могут быть объяснены аксиоматической термодинамикой. Тепловые флуктуации могли быть объяснены только с помощью предположения, что тепло есть хаотическое движение молекул. Однако, аксиоматическая термодинамика много проще, чем статистическая теория тепла. Она и сейчас используется в механике сплошной среды и других приложениях.

Положение с квантовой механикой выглядит следующим образом. Вообще говоря, квантовая механика может быть получена как результат статистического описания многовариантного движения частиц, обусловленного многовариантной геометрией пространства-времени вида (1.13). Однако, квантовая механика была сформулирована в начале двадцатого века как аксиоматическая концепция. Тогда многовариантная геометрия пространства-времени не была известна. Сейчас большинство исследователей не видят необходимости в введении понятия многовариантной геометрии. Тот факт, что введение квантовых принципов является следствием нашего несовершенного знания геометрии, их не волнует. Они верят, что релятивистская квантовая теория и теория элементарных частиц могут быть получены на основе объединения квантовых принципов и принципов теории относительности.

Стратегия дальнейших исследований в микромире существенно зависит от подхода к многовариантной геометрии пространства-времени. Если мы верим, что многовариантная геометрия пространства-времени не возможна, и квантовые принципы отражают природу микромира, мы вынуждены будем использовать исследовательскую стратегию, которая была использована при построении нерелятивистской квантовой механики. Квантовая механика была построена методом проб и ошибок. Тот же метод используется для дальнейшего исследования микромира. Кроме того, квантовые принципы предполагают, что все физические объекты и все физические поля нужно квантовать. В частности, следует квантовать гравитационное и электромагнитное поля.

Наоборот, если допустить, что квантовые эффекты являются следствием многовариантной геометрии, то не следует квантовать электромагнитное и гравитационное поля, потому что эти поля описывают геометрию пространства-времени. Кроме того, динамические уравнения электромагнитного и гравитационного полей не содержат квантовой постоянной. Этот факт показывает отличие динамических уравнений этих полей от уравнений Шредингера и Дирака. С логической точки зрения подход, основанный многовариантной геометрии пространства-времени, является также более последовательным. В самом деле, почему следует использовать только одновариантные геометрии пространства-времени, которые составляют только малую часть всех возможных геометрий пространства-времени? Когда оказывается, что одновариантные геометрии пространства-времени не могут объяснить многовариантное движение свободных частиц, то приходится вводить таинственные квантовые принципы для того, чтобы квантовые эффекты, которые являются проявлением многовариантности. Вообще, почему следует игнорировать свойства многовариантности, которые наблюдаются в экспериментах по дифракции электронов?

Заметим, что в соответствии с определением эквивалентности (1.6), (1.7), существует нуль-вариантность, когда уравнения (1.6), (1.7) не имеют решений. Если многовариантность может быть уменьшена до одновариантности среднестатистических объектов с помощью статистического описания, то нуль-вариантность геометрии пространства-времени не может описываться с помощью одновариантной математической модели. Нуль-вариантность означает дискриминацию, когда дискриминируются некоторые варианты движения частицы. Например, геометрия пространства-времени (1.13) дискриминирует частицы малой массы, потому что в многовариантной геометрии пространства-времени массы частиц геометризуются, и масса m частицы связана с длинами $|\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}|$ векторов мировой цепи соотношением

$$m = b\,|\mathbf{P}_k\mathbf{P}_{k+1}| \tag{1.15}$$

где b есть универсальная постоянная, которая входит в выражение (1.13) для элементарной длины λ_0.

Тот факт, что массы элементарных частиц, их электрические заряды и их угловые моменты (спины) являются дискретными величинами (а не принимают все возможные значения) является результатом действия некоторого дискриминационного механизма, связанного с возможной нуль-вариантностью геометрии пространства-времени. Величины электрического заряда и спина оказываются кратными величинам e и $\hbar$ соответственно. Этот факт постулируется в рамках квантовой механики. Дискретность масс элементарных частиц также постулируется. Однако, величины масс берутся из эксперимента, и теоретики мечтают получить рецепт определения значений масс, рассматривая этот рецепт как величайшее достижение теории элементарных частиц. Однако квантовые принципы не позволяют определить дискретные значения масс элементарных частиц. Эти дискретные значения масс (так же как и значения электрического заряда и спина) должны определяться некоторым дискриминационным механизмом, который обусловлен многовариантной (нуль-вариантной) геометрией пространства-времени. Такая возможность должна быть исследована, потому что, будучи следствием статистического описания, квантовые принципы не позволяют определить такой дискриминационный механизм.

Исследование геометрии пространства-времени позволяет поставить вопрос о том, какие элементарные частицы могут существовать при данной геометрии пространства-времени. Чтобы определить подходящую геометрию пространства-времени, можно варьировать мировую функцию (1.13) в интервале, где $\sigma \in (-\lambda_0^2, \lambda_0^2)$. Вариация вида мировой функции σ для значений аргумента σ_{M} в интервале, где $\sigma \in (-\lambda_0^2, \lambda_0^2)$ не влияет на уравнение Шредингера, порожденное многовариантной геометрией (1.13). При традиционном подходе, когда рассматривается только одновариантная геометрия пространства-времени, вопрос о геометрическом обосновании элементарных частиц не может быть поставлен вообще. Этот вопрос ставится только на уровне динамики, где нет дискриминационного механизма. В многовариантной геометрии пространства-времени можно рассматривать вопрос об ограниченной делимости геометрических объектов [5]. В одновариантной геометрии такой вопрос не может быть поставлен, потому что в такой геометрии имеется неограниченная делимость.

2 Почему большинство исследователей игнорируют концепцию многовариантности?

Этот вопрос не является научным вопросом. Это социальный около-научный вопрос. Я не знаю на него ответа. Но этот ответ очень важен для дальнейшего развития физики микромира, потому что это позволяет выбрать эффективную исследовательскую стратегию. Я попробую рассмотреть различные версии ответа. На самом деле, глобальный вопрос разделяется на ряд более частных вопросов, и я постараюсь ответить на некоторые из них.

Невозможно найти дефект в построении самой многовариантной геометрии (T-геометрии). Она слишком проста для того, чтобы можно было найти ошибку в ее построении. Имеются три пункта в методе построения T-геометрии:

(1) T-геометрия является физической (метрической) геометрией, которая полностью описывается мировой функцией и только мировой функцией.

(2) Метод построения геометрических объектов и утверждений Т-геометрии один и тот же для всех Т-геометрий, т.е. формула описания в терминах мировой функции одна и та же во всех Т-геометриях.

(3) Собственно евклидова геометрия является одновременно математической (аксиоматизируемой) геометрией и физической геометрией. Имеется теорема евклидовой геометрии, которая утверждает, что собственно евклидова геометрия может описываться в терминах и только в терминах мировой функции [1].

Пункт (2) следует из пункта (1). В самом деле, пусть геометрический объект описывается формулой a_1 в физической геометрии $\mathcal{G}_1$, и тот же самый объект описывается формулой a_2 в физической геометрии $\mathcal{G}_2$. Если формулы a_1 и a_2 различны, то это будет означать, что геометрии $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_2$ различаются не только своими мировыми функциями. Имеется некоторая величина, которая различна для разных $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_2$, и это обстоятельство не согласуется с пунктом (1).

Из пункта (3)следует, что все утверждения собственно евклидовой геометрии могут быть выведены из евклидовых аксиом и представлены в терминах мировой функции собственно евклидовой геометрии $\sigma_{\rm E}$. Заменяя $\sigma_{\rm E}$ во всех утверждениях собственно евклидовой геометрии мировой функцией σ физической геометрии $\mathcal{G}$, получаем все утверждения геометрии $\mathcal{G}$ и, следовательно, саму физическую геометрию $\mathcal{G}$. Пункт (3) позволяет строить физическую геометрию на основе нашего знания собственно евклидовой геометрии.

Не-евклидов метод построения физической геометрии (принцип деформации) [6] проще, чем традиционный евклидов метод построения геометрии, потому что ему не нужны доказательства теорем и исследование непротиворечивости аксиом. Можно сказать, что традиционный метод заимствует у Евклида полуфабрикат (метод построения геометрии), тогда как не-евклидов метод (принцип деформации) берет у Евклида конечный продукт (саму евклидову геометрию). Полуфабрикат требует дальнейшей работы (доказательство теорем), тогда как конечный продукт не требует дальнейшей работы, потому, что все необходимые теоремы предполагаются доказанными на стадии построения собственно евклидовой геометрии.

Итак, принцип деформации не содержит трудностей евклидова метода. Кроме того, он позволяет построить многовариантные геометрии. Однако большинство математиков не принимают принцип деформации. Например, когда я представил свой доклад о построении Т-геометрии на один геометро-топологический семинар в Московском университете им. М.В. Ломоносова, секретарь семинара, просматривая представленную работу, сказал примерно следующее: "Какая странная геометрия! Ни одной теоремы! Одни определения! Я думаю, что такая геометрия не интересна для участников нашего семинара." Секретарь был совершенно прав. Основная деятельность геометро-топологов состоит в формулировании и доказательстве теорем. Такая деятельность не может быть использована в геометрии, построенной на основе принципа деформации.

Секретарь другого геометро-топологического семинара исследовал работы представленные для прочтения моего доклада. Доклад был посвящен построению T-геометрии. Представленные работы содержали, в частности, работу [7]. Исследование представленных работ продолжалось почти год. Оно было закончено с решением: "Участники семинара не готовы заслушать доклад". Такое решение означало, участники семинара ничего не могут возразить против T-геометрии, но тем не менее они не могут ее принять. Другой пример негативного отношения к построению T-геометрии можно найти в [7].

Я должен заметить, что были и математики, чье отношение к построению T-геометрии было благожелательным. Это были участники семинара по "геометрии в целом" в Московском университете им. М.В. Ломоносова. Доклады по T-геометрии были несколько раз заслушаны на этом семинаре. Однако, участники этого семинара не были геометро-топологами.

Геометро-топологи строят обобщенные геометрии на основе топологического пространства и соответствующей аксиоматики. Их негативное отношение к T-геометрии может быть интерпретировано в том смысле, что принимая T-геометрию, они обесценивают работы, основанные на традиционном (топологическом) подходе к построению обобщенных геометрий. Однако, я не хотел бы таким образом интерпретировать реакцию топологов. Я предпочел бы понять объективные причины негативного отношения к T-геометрии.

Выражение евклидовых аксиом в терминах мировой функции предполагает другое множество $\mathcal{A}_{\mathrm{d}}$ первичных аксиом, чем множество $\mathcal{A}_{\mathrm{c}}$ первичных аксиом используемое обычно. Например, множество $\mathcal{A}_{\mathrm{c}}$ содержит аксиому: "Прямая не имеет толщины". Система первичных аксиом $\mathcal{A}_{\mathrm{d}}$ не содержит этого утверждения. Утверждение "прямая не имеет толщины" правильно для собственно евклидовой геометрии в системе аксиом $\mathcal{A}_{\mathrm{d}}$, но это вторичное утверждение в $\mathcal{A}_{\mathrm{d}}$. Оно является результатом аксиоматики $\mathcal{A}_{\mathrm{d}}$ и определения прямой. Определение прямой $\mathcal{T}_{P_0P_1}$, проходящей через точки P_0, P_1 имеет вид

$$\mathcal{T}_{P_0;P_0P_1} = \mathcal{T}_{P_0P_1} = \{R|\mathbf{P}_0\mathbf{R} \parallel \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\} \tag{2.1}$$

где отношение коллинеарности $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \parallel \mathbf{P}_0\mathbf{R}$ определяется соотношением

$$\mathbf{P}_0\mathbf{R} \parallel \mathbf{P}_0\mathbf{P}_1: \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{R}.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1)^2 = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2\,|\mathbf{P}_0\mathbf{R}|^2 \tag{2.2}$$

Здесь скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{R})$ определяется соотношением (1.3). Вообще говоря, одно уравнение (2.2) определяет $(n-1)$-мерную поверхность на n-мерном многообразии (а не одномерную прямую). Утверждение, что множество точек (2.1), (2.2) представляет собой одномерную прямую, которая не имеет толщины, следует из свойств евклидовой мировой функции. Для другой мировой функции оно может не выполняться.

Замечу, что множество точек

$$\mathcal{T}_{P_0;Q_0Q_1} = \{R|\mathbf{P}_0\mathbf{R} \parallel \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1\} \tag{2.3}$$

$$\mathbf{P}_0\mathbf{R} \parallel \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1: \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{R}.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)^2 = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2\,|\mathbf{P}_0\mathbf{R}|^2 \tag{2.4}$$

также представляет собой $(n-1)$-мерную поверхность на n-мерном многообразии. В собственно евклидовой геометрии множество $\mathcal{T}_{P_0;Q_0Q_1}$ вырождается в прямую линию, проходящую через точку P_0 параллельно вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ в точке Q_0.

В n-мерной римановой геометрии $(n-1)$-мерное множество точек (2.1), (2.2) также вырождается в одномерную геодезическую, проходящую через точку P_0 параллельно вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$. Это вырождение обусловлено тем, что риманово пространство может рассматриваться как метрическое пространство с метрикой, удовлетворяющей аксиоме треугольника. Однако, множество точек (2.3), (2.4), вообще говоря не вырождается в одномерную кривую (геодезическую). В n-мерной римановой геометрии множество точек (2.3), (2.4) остается $(n-1)$-мерной поверхностью, так же как в любой Т-геометрии (исключая собственно евклидову геометрию).

Этот факт означает, что риманова геометрия представляет собой, вообще говоря, многовариантную физическую геометрию, хотя некоторые виды прямых ($\mathcal{T}_{P_0;P_0P_1} = \mathcal{T}_{P_0P_1}$) являются одновариантными (одномерными). С другой стороны, обычно риманова геометрия строится как одновариантная геометрия, и существование геометрических объектов (2.3), (2.4) несовместимо с аксиомой "геодезическая не имеет толщины". Геодезическая определяется как кривая минимальной (экстремальной) длины. В свою очередь кривая определяется как непрерывное отображение

$$[0,1] \to \Omega$$

которое не может быть сформулировано только в терминах мировой функции, потому что оно содержит ссылку на многообразие. Чтобы устранить противоречие между определением (2.3), (2.4) и аксиомой "геодезическая не имеет толщины", провозглашается, что в римановой геометрии нет фернпараллелизма, т.е. параллельность удаленных векторов не определена. При таком определении геометрические объекты (2.3), (2.4) не определены и, следовательно, они не существуют.

Однако исключение фернпараллелизма не устраняет непоследовательность римановой геометрии, оно только исключает одно из следствий этой непоследовательности. Возможны другие (неизвестные) следствия этой непоследовательности. Устранить эти следствия можно только устранив их причину (аксиому, что геодезическая не имеет толщины). Это означает, что следует принять определение прямой (геодезической) в виде (2.3), (2.4), т.е. принять идею многовариантности.

Непоследовательность концепции проявляется только, если решать задачу различными правильными методами и получать различные результаты. Однако, очень немногие исследователи решают сложную задачу несколькими различными методами и сравнивают полученные результаты.

Выдающийся тополог Г.Перельман доказал справедливость гипотезы Пуанкаре [8, 9, 10]. В 2006 году ему была присуждена медаль Филдса. Однако, он уклонился от получения награды. Он был единственным человеком, который сделал это. Кроме того, он уклонился от публикации своих работ в какомнибудь реферируемом журнале, что было необходимым условием для присуждения ему премии в миллион долларов. В глазах математического сообщества его поведение выглядит странным и необъяснимым. Александр Абрамов [11], очень хорошо знающий Г.Перельмана лично, так описывает стиль его работы. Перельман рассматривал несколько вариантов решения задачи и выбирал лучший из них. Такой редкий стиль исследования является наилучшим для обнаружения непоследовательности римановой геометрии. По-видимому, после публикации своих работ в Архивах Перельман обнаружил, что традиционный (топологический) подход к римановой геометрии является непоследовательным (может быть работа [7], появившаяся в марте 2005 года дала ему толчок для его исследования). Однако, Г.Перельман является топологом, и его работы по доказательству гипотезы Пуанкаре основаны на римановой геометрии. Если риманова геометрия непоследовательна, то его собственные работы могут оказаться сомнительными, если даже все его рассмотрение верно.

Его дальнейшее поведение обусловлено его научной добросовестностью. Он не мог изъять свои работы из Архивов, где они были опубликованы (изъятие работ запрещено правилами публикации в Архивах). Однако, он мог уклониться от публикации своих работ в рецензируемых журналах. Он мог не принять медаль Филдса, потому что некоторое время спустя его работы могут быть провозглашены сомнительными. Ему следовало опубликовать тот факт, что он обнаружил непоследовательность римановой геометрии. Но такая работа была бы диссидентской. Всякий, кому случалось публиковать диссидентские работы, хорошо знает, как трудно опубликовать диссидентскую работу. Обсуждая с коллегами возможную непоследовательность римановой геометрии, Г.Перельман встретил непонимание коллег. Результатом таких дискуссий стал его уход из института, в котором он работал. Обвинение коллег в научной недобросовестности тоже является результатом этих дискуссий.

Я не знаю Г.Перельмана лично, и мое описание его достойного поведения является только гипотезой. Но это очень естественная гипотеза, которая непринужденно объясняет все факты научной добросовестностью Г.Перельмана и его способностями вести исследовательскую работу. Моя оценка деятельности Г.Перельмана отличается от оценки других исследователей, потому что я определенно знаю о непоследовательности римановой геометрии, особенно в той ее части, которая касается топологии. Топология в римановой геометрии, так же как и в других физических геометриях, полностью определяется мировой функцией. Топология не может задаваться независимо, потому что в этом случае мы рискуем получить противоречия.

Построение многовариантной геометрии связано с заменой формальной логики "евклидовой логикой" [12], когда правила формальной логики заменяются правилами построения утверждений евклидовой геометрии в терминах мировой функции. Переход от формальной логики к "евклидовой логике" представляет собой переход от одной системы аксиом к другой эквивалентной (для евклидовой геометрии) системе аксиом. Такой переход в практике математических исследований осуществляется очень редко. Хотя возможность такого переход признается математиками, но на практике преобразования систем аксиом, связанные с таким переходом, используются редко. В приложениях любой аксиоматики имеются логические стереотипы, когда цепь логических умозаключений заменяется одним утверждением. Такие стереотипы зависят от аксиоматики и они меняются при изменении аксиоматики. При замене аксиоматики логические стереотипы должны анализироваться и заменяться новыми логическими стереотипами. К сожалению, практика работы с логическими стереотипами недостаточна. В результате старые логические стереотипы мешают восприятию новой аксиоматики.

Позвольте мне привести простой пример. При традиционном подходе к геометрии, который основанном на векторном представлении геометрии, дискретная геометрия не может задаваться на непрерывном множестве точек (на многообразии). Она может задаваться только на дискретном множестве точек типа решетки. С другой стороны, по определению, дискретная геометрия – это такая геометрия, где нет близких точек. В подходе основанном на принципе деформации, расстояние между точками определяется мировой функцией и только мировой функцией. Не имеет значения, где задана мировая функция (на решетке или на непрерывном многообразии). Если мировая функция задана на многообразии в таком виде, что нет значений мировой функции σ в интервалах $(-a, 0)$ и $(0, a)$, $a > 0$, то геометрия не имеет близких точек, и геометрия дискретна, даже если она задана на непрерывном многообразии.

Утверждение (st): "дискретная геометрия не может быть задана на многообразии" является логическим стереотипом подхода, основанного на векторном представлении геометрии. Этот стереотип состоит из двух утверждений: (1) определение: дискретная геометрия не содержит близких точек, (2) аксиома: непрерывная геометрия задается на многообразии. Хотя утверждение (st), строго говоря, не следует из утверждений (1) и (2), потому что неизвестно где задается дискретная геометрия. Тем не менее, из-за недостаточного развития дискретной геометрии заключают, что дискретная геометрия не может быть задана на многообразии, поскольку на многообразии задается непрерывная геометрия.

Я не мог преодолеть стереотип (st) в течении почти пятнадцати лет, когда я работал над созданием и применением Т-геометрии. Я не мог преодолеть этот стереотип, хотя в течение пятнадцати лет я имел дело с дискретной геометрией, описываемой мировой функцией (4.1), заданной на непрерывном многообразии. Я не мог преодолеть этот стереотип, хотя я без проблем разрабатывал формализм мировой функции. Я не мог преодолеть стереотип, хотя его существо лежало на поверхности явления. Этот стереотип не единственный. Я встречал другие стереотипы у других исследователей. И полагаю, что такие стереотипы не позволяют принять идею принципа деформации. В свою очередь, трудности с преодолением стереотипов связаны с тем обстоятельством, что переход от одной аксиоматики к другой эквивалентной аксиоматике применяется на практике очень редко. Подготовленность математиков к таким переходам слишком мала.

3 Многовариантность и размерность

Возвращаясь к Т-геометрии, я хотел бы продемонстрировать, что понятие размерности может иметь различный смысл при традиционном подходе к геометрии и подходе, основанном на принципе деформации. Я покажу, что размерность геометрии и размерность многообразия, на котором задана геометрия, суть различные вещи. Размерность многообразия $n_{\mathcal{M}}$ и размерность $n_{\mathcal{G}}$ геометрии суть разные понятия которые совпадают для собственно евклидовой геометрии. Однако, в других физических геометриях эти две величины, вообще говоря, не совпадают.

Рассмотрим очень простой пример двумерной собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, заданной на двумерном многообразии. Мировая функция имеет вид

$$\sigma_{\mathrm{E}}(P_1,P_2)=\sigma_{\mathrm{E}}(\mathbf{x},\mathbf{y})=\frac{1}{2}\left(\left(x^1-y^1\right)^2+\left(x^2-y^2\right)^2\right),\qquad \sigma_{\mathrm{E}}\geq 0 \tag{3.1}$$

где точки P_0, P_1, P_2 суть три точки, чьи декартовы координаты имеют вид:

$$P_0=\{0,0\}\qquad P_1=\left\{x^1,x^2\right\},\qquad P_2=\left\{y^1,y^2\right\} \tag{3.2}$$

Векторы $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2$ имеют декартовы координаты

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1=\mathbf{x}=\left\{x^1,x^2\right\},\qquad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_2=\mathbf{y}=\left\{y^1,y^2\right\} \tag{3.3}$$

Кроме того, рассматривается деформированная геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$, описываемая мировой функцией

$$\sigma_{\mathrm{d}}(P_1,P_2)=\sigma_{\mathrm{E}}(P_1,P_2)+d\left(\sigma_{\mathrm{E}}(P_1,P_2)\right) \tag{3.4}$$

где

$$d(\sigma_{\mathrm{E}})=\left\{\begin{array}{ccc}-\lambda_0^2 & \text{если} & \sigma_{\mathrm{E}}>\sigma_0\\ -\lambda_0^2\frac{\sigma_{\mathrm{E}}}{\sigma_0} & \text{если} & 0\leq\sigma_{\mathrm{E}}\leq\sigma_0\end{array}\right.,\qquad \lambda_0^2\geq\sigma_0\geq 0,\qquad \lambda_0,\sigma_0=\mathrm{const} \tag{3.5}$$

Здесь λ_0 есть элементарная длина, которая характерна для деформированной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$.

По определению, размерность n геометрии есть максимальное число линейно независимых векторов. В данном случае размерность $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ равна 2, так же как размерность многообразия, где задана геометрия. Размерность многообразия определяется числом координат в координатной системе.

Размерность многообразия в физической геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ также 2, как и в $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. В физической геометрии (Т-геометрии) m векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_2, ...\mathbf{P}_0\mathbf{P}_m$ являются линейно независимыми, если и только если определитель Грама

$$F_m(\mathcal{P}^m)\neq 0,\qquad F_m(\mathcal{P}^m)\equiv\det\left|\left|(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i,\mathbf{P}_0\mathbf{P}_k)\right|\right|,\qquad i,k=1,2,...m \tag{3.6}$$

Здесь $\mathcal{P}^m=\{P_0,P_1,...P_m\}$, и скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i,\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_k)$ двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определено соотношением (1.3).

Традиционное определение линейной независимости другое. s векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2,...\mathbf{P}_0\mathbf{P}_s$ линейно независимы, если линейная комбинация векторов удовлетворяет соотношению

$$\sum_{k=1}^{k=s} \alpha_k \mathbf{P}_0\mathbf{P}_k = 0 \tag{3.7}$$

только при $\alpha_k = 0, \quad k = 1, 2, ...s$. Для собственно евклидовой геометрии оба определения (3.6) и (3.7) эквивалентны. Для деформированной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ они, вообще говоря, не эквивалентны.

Традиционное определение (3.7) предполагает существование линейного векторного пространства со скалярным произведением, заданным на нем, и, в частности, оно предполагает процедуры определения: суммы векторов и умножения вектора на вещественное число. Определение (3.6) содержит ссылки только на мировую функцию и точки пространства. Существование линейного векторного пространства и линейных операций над векторами не предполагается. Очевидно, что определение (3.6) является более общим определением, чем (3.7), которое может быть использовано, только если введено линейное векторное пространство. Кажется несколько неожиданным, что можно определить линейную зависимость без введения линейного пространства, потому что термин "линейная зависимость" традиционно включает в себя существование линейного пространства. Однако, определение (3.6) может использоваться в случае, когда нельзя ввести линейное пространство. В этом случае определитель, построенный из скалярных произведений векторов, описывает взаимоотношение s векторов и, в частности, их взаимную ориентацию.

Рассмотрим четыре вектора

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \{a, 0\}, \qquad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_2 = \{0, b\}, \qquad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_3 = \{a, b\}, \qquad \mathbf{P}_0\mathbf{P}_2 = \{2a, 0\} \tag{3.8}$$

Предположим для простоты, что координаты $a, b \gg \lambda_0$. Тогда скалярные произведения любых векторов (3.8) в собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ и в деформированной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ связаны соотношениями

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_k)_{\mathrm{d}} = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_k)_{\mathrm{E}} - 2\lambda_0^2, \qquad \text{если } P_i \neq P_k \tag{3.9}$$

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_i)_{\mathrm{d}} = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_0\mathbf{P}_i)_{\mathrm{E}} - \lambda_0^2 \tag{3.10}$$

Эти соотношения являются следствиями соотношений (3.4) и (1.3).

Определитель Грама в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ для первых трех векторов (3.8) имеет вид

$$\begin{vmatrix} a^2 - 2\lambda_0^2 & -\lambda_0^2 & a^2 - \lambda_0^2 \\ -\lambda_0^2 & b^2 - 2\lambda_0^2 & b^2 - \lambda_0^2 \\ a^2 - \lambda_0^2 & b^2 - \lambda_0^2 & a^2 + b^2 - 2\lambda_0^2 \end{vmatrix} = -4\lambda_0^2 \left(b^2 - \lambda_0^2\right)\left(a^2 - \lambda_0^2\right) \tag{3.11}$$

Для четырех векторов (3.8) определитель Грама в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ имеет вид

$$\begin{vmatrix} a^2 - 2\lambda_0^2 & -\lambda_0^2 & a^2 - \lambda_0^2 & 2a^2 - \lambda_0^2 \\ -\lambda_0^2 & b^2 - 2\lambda_0^2 & b^2 - \lambda_0^2 & b^2 - \lambda_0^2 \\ a^2 - \lambda_0^2 & b - \lambda_0^2 & a^2 + b^2 - 2\lambda_0^2 & 2a^2 + b^2 - \lambda_0^2 \\ 2a^2 - \lambda_0^2 & b^2 - \lambda_0^2 & 2a^2 + b^2 - \lambda_0^2 & a^2 + b^2 - 2\lambda_0^2 \end{vmatrix} \tag{3.12}$$

$$= \ -\lambda_0^2 \left(12a^4\lambda_0^2 - 12a^4b^2 + 2a^2\lambda_0^4 + 6b^2\lambda_0^4 - 5\lambda_0^6 - 3a^2b^2\lambda_0^2\right) \tag{3.13}$$

В геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$ определитель Грама для двух "коллинеарных векторов" $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \{a, 0\}$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2 = \{2a, 0\}$ имеет вид.

$$\begin{vmatrix} a^2 - \lambda_0^2 & 2a^2 - 2\lambda_0^2 \\ 2a^2 - 2\lambda_0^2 & 4a^2 - \lambda_0^2 \end{vmatrix} = 3\lambda_0^2 \left(a^2 - \lambda_0^2\right) \tag{3.14}$$

хотя в евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\rm E}$ этот определитель обращается в нуль. Вообще говоря, в геометрии $\mathcal{G}_{\rm E}$ все три определителя (3.11), (3.13), (3.14) обращаются в нуль, потому что $\lambda_0^2 = 0$ и размерность геометрии $\mathcal{G}_{\rm E}$ равна 2.

Из (3.11) и (3.13) следует, что в деформированной геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$ существует, по крайней мере, четыре линейно независимых вектора, хотя размерность многообразия остается равной 2. Следует ожидать, что в деформированной геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$ имеется бесконечное число линейно независимых векторов, и понятие размерности неадекватно для физической геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$.

Таким образом, в собственно евклидовой геометрии размерность $n_{\mathcal{M}}$ многообразия равна размерности $n_{\mathcal{G}}$ геометрии, тогда как в деформированной геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$ размерность многообразия и размерность геометрии суть совершенно разные величины. Это выгладит довольно неожиданным. Как это возможно?

Размерность $n_{\mathcal{G}}$ геометрии является довольно сложным понятием, но оно относится к самой геометрии. Размерность $n_{\mathcal{M}}$ многообразия является относительно простым понятием, но оно относится только к методу описания (многообразию). В собственно евклидовой геометрии величины (но не понятия) этих двух размерностей совпадают ($n_{\mathcal{G}} = n_{\mathcal{M}}$). Традиционно не различают между этими двумя размерностями. Это приводит к путанице и к приписыванию свойств описания свойствам геометрии и наоборот.

Размерность $n_{\mathcal{M}}$ многообразия может быть определена только для непрерывного множества точек. Она инвариантна относительно непрерывного преобразования координат. В этой связи интересно рассмотреть дискретную геометрию $\mathcal{G}_{\rm dis}$. Рассмотрим двумерную собственно евклидову геометрию, заданную на множестве точек Ω_2. Множество точек Ω_2 получается из точечного множества Ω следующим образом. Пусть K_2 есть декартова система координат на Ω. Удалим все точки множества Ω, за исключением тех точек, для которых обе декартовы координаты целые. Оставшиеся точки образуют решетку Ω_2. Мировая функция $\sigma_{\rm dis}$ определяется на множестве $(\Omega_2 \times \Omega_2) \subset (\Omega \times \Omega)$. На этом множестве мировая функция $\sigma_{\rm dis}$ совпадает с $\sigma_{\rm E}$ и, следовательно, удовлетворяет все условиям евклидовости [1] за исключением условия IV (условие непрерывности). Размерность $n_{\mathcal{G}}$ геометрии $\mathcal{G}_{\rm dis}$, заданная с помощью определения (3.6), равна 2. Размерность $n_{\mathcal{M}}$ "многообразия" Ω_2 не может быть определена, потому что число целых переменных, маркирующих точки множества Ω_2 может быть равным $1, 2$,...Размерность $n_{\mathcal{M}}$ является инвариантом по отношению непрерывным преобразованиям координат. В данном случае, когда координаты целые, не существует непрерывных преобразований координат. В этом случае размерность многообразия не имеет смысла, потому что многообразия нет, тогда как размерность геометрии $n_{\mathcal{G}}$ корректно определена и в случае дискретной геометрии.

4 Многовариантность, дискретность и зернистость пространства-времени

Традиционно дискретная геометрия рассматривается на некотором решеточном множестве точек. Кажется, что геометрия, заданная на непрерывном многообразии не может быть дискретной. Традиционно это означает, что дискретность связывается со средствами описания геометрии (а не с самой геометрией). На самом деле, дискретность геометрии определяется мировой функцией. В частности, дискретная геометрия может быть задана на непрерывном многообразии. Кроме того, могут быть разные степени дискретности физической геометрии.

Рассмотрим вопрос о дискретности геометрии пространства-времени, описываемого мировой функцией

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + d \cdot \operatorname{sgn}(\sigma_{\mathrm{M}}), \qquad d = \lambda_0^2 = \mathrm{const} > 0 \tag{4.1}$$

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \\ -1, & \text{если } x < 0 \end{cases}, \tag{4.2}$$

где σ_{M} есть мировая функция 4-мерного пространства-времени Минковского. λ_0 есть некоторая элементарная длина. Геометрия пространства-времени (4.1) ближе к реальному пространству -времени микромира, чем пространство-время Минковского, потому что в этом пространстве-времени квантовые эффекты могут быть описаны без ссылки на квантовые принципы, если элементарная длина $\lambda_0 = \hbar^{1/2}(2bc)^{-1/2}$. Здесь c есть скорость света, $\hbar$ есть квантовая постоянная, и b есть некоторая универсальная постоянная, точное значение которой не определено [4].

Геометрия пространства-времени (4.1) является дискретной геометрией, потому что в этой геометрии пространства-времени нет векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, чья длина $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|$ была бы достаточно мала, т.е.

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^4 \notin \left(0, \lambda_0^4\right), \qquad \forall P_0, P_1 \subset \Omega \tag{4.3}$$

Другими словами, геометрия пространства-времени (4.1) не имеет близких точек.

Рассмотрим другую геометрию пространства-времени $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$, которая дискретна частично. Мировая функция σ этой геометрии имеет вид

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + d(\sigma_{\mathrm{M}}) \tag{4.4}$$

$$d(\sigma_{\mathrm{M}}) = \lambda_0^2 f\left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right) = \begin{cases} \lambda_0^2 \operatorname{sgn}\left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right) & \text{если } |\sigma_{\mathrm{M}}| > \sigma_0 > 0 \\ \lambda_0^2 \frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0} & \text{если } |\sigma_{\mathrm{M}}| \leq \sigma_0 \end{cases} \tag{4.5}$$

где $\sigma_{\rm M}$ есть мировая функция геометрии Минковского.

Если величина σ_0 мала, мировая функция близка к мировой функции (4.1). Если $\sigma_0 \to 0$, мировая функция (4.5) стремится к (4.1). Строго говоря, геометрия пространства-времени (4.5) не является дискретной, но она близка к дискретной геометрии (4.1).

Рассмотрим относительную плотность $\rho(\sigma_{\rm d}) = d\sigma_{\rm d}/d\sigma_{\rm E}$ точек геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$ по отношению к геометрии $\mathcal{G}_{\rm E}$. Получаем

$$\rho(\sigma_{\rm d}) = d\sigma_{\rm d}/d\sigma_{\rm E} = \left\{ \begin{array}{lll} 1 & \text{если} & |\sigma_{\rm d}| > \sigma_0 + \lambda_0^2 \\ \frac{\sigma_0}{\sigma_0+\lambda_0^2} & \text{если} & |\sigma_{\rm d}| \leq \sigma_0 + \lambda_0^2 \end{array} \right. \tag{4.6}$$

Если $\sigma_0 = 0$, то не существует близких точек, разделенных интервалом с мировой функцией $\sigma_{\rm d} \in (0, \lambda_0^2)$ и $\sigma_{\rm d} \in (-\lambda_0^2, 0)$. Это означает, что геометрия пространства-времени дискретна при $\sigma_0 = 0$.

Если $\sigma_0 \ll \lambda_0^2$, то относительная плотность $\rho(\sigma_{\rm d}) \simeq \sigma_0/\lambda_0^2$ точек внутри интервала $\sigma_{\rm d} \in (-\sigma_0 - \lambda_0^2, \sigma_0 + \lambda_0^2)$ много меньше единицы. Это означает, что геометрия пространства-времени почти дискретна. Величина $1 - \rho(\sigma_{\rm d})$, $\sigma_{\rm d} \in (-\sigma_0 - \lambda_0^2, \sigma_0 + \lambda_0^2)$ может быть интерпретирована как степень дискретности геометрии пространства-времени. Можно видеть, что дискретность и степень дискретности определяются свойствами мировой функции (а не свойствами многообразия). Тот факт, что геометрия пространства-времени, заданная на непрерывном многообразии может быть дискретной, кажется неожиданным. Этот факт подтверждает то, что мировая функция и только мировая функция определяет геометрию пространства-времени.

Представляется естественным интерпретировать относительную плотность $\rho(\sigma_{\rm d}) = d\sigma_{\rm d}/d\sigma_{\rm E}$ точек деформированного пространства-времени по отношению к плотности точек эталонного пространства-времени Минковского как меру его зернистости. Дискретность есть специальный случай зернистости. Непрерывность является другим частным случаем зернистости. Зернистость пространства-времени описывает также все промежуточные случаи, когда пространство-время является частично непрерывным и частично дискретным. Взаимоотношение зернистости с дискретностью напоминает взаимоотношение рациональных чисел с натуральными.

Зернистость пространства-времени является физическим свойством пространства-времени, тогда как многовариантность является математическим свойством пространства-времени. Зернистость пространства-времени связана с многовариантностью, и формализм мировой функции является математическим формализмом, который может описывать зернистость пространства-времени.

Легко представить себе два предельных случая зернистости: дискретность и непрерывность. Относительная плотность $\rho(\sigma_{\rm d}) = d\sigma_{\rm d}/d\sigma_{\rm E}$ позволяет реализовать промежуточный случай зернистости. Традиционный подход к геометрии, основанный на понятии линейного векторного пространства, описывает только непрерывные геометрии. Векторное представление геометрии [3], основанное на понятии линейного векторного пространства не может описать неопределенную зернистость пространства-времени. Никакие ухищрения, основанные на векторном представлении геометрии, не способны эффективно описать пространство-время, зернистость которого отличается от непрерывности.

Дискретные значения характеристик элементарных частиц (масса, заряд, спин) порождены некоторым дискриминационным механизмом. Причина этих дискриминаций обусловлена многовариантностью (более точно нуль-вариантностью) геометрии пространства-времени [13]. С физической точки зрения причиной дискретных характеристик является зернистость пространства-времени.

5 Заключительные замечания

Таким образом, многовариантность является общим свойством геометрии пространства-времени. Класс однородных изотропных плоских пространственно-временных геометрий представляет собой континуальное множество, маркируемое вещественной функцией одного аргумента. Только одна геометрия из этого класса (геометрия Минковского) является одновариантной. Все остальные геометрии пространства-времени являются многовариантными. Рассматривая риманову геометрию, как наиболее общую геометрию пространства-времени, мы ограничиваем наши возможности. При традиционном подходе, основанном на понятии линейного векторного пространства, естественная многовариантность римановой геометрии подавляется с помощью запрета ферннпараллелизма.

В рамках римановой геометрии нельзя описать такие свойства пространства-времени как ограниченная делимость и зернистость, которые очень важны для геометрического описания элементарных частиц. Вообще говоря, игнорируя многовариантные геометрии, мы демонстрируем, что наше знание геометрии очень ограничено. Наше знание геометрии не позволяет построить эффективное описание и эффективную динамику элементарных частиц в микромире, где зернистость пространства-времени важна.

Многовариантность и зернистость связаны между собой. Однако, зернистость является скорее физическим понятием, тогда как многовариантность является скорее математическим понятием. Многовариантность описывает взаимоотношение двух векторов, тогда как зернистость описывает взаимоотношение плотности точек пространства-времени с эталонной плотностью точек пространства-времени Минковского. Зернистость более наглядна и более сложна, тогда как многовариантность менее наглядна и более проста. В результате многовариантность рассматривается как базовое понятие пространства-времени, тогда как зернистость трактуется как производное (от многовариантности) понятие.

В римановой геометрии существует неограниченная делимость пространства-времени. В результате, с одной стороны, динамика частиц описывается в терминах дифференциальных уравнений, применение которых предполагает неограниченную делимость пространства-времени. С другой стороны неограниченная делимость порождает такие проблемы как проблема конфайнмента.

Едва ли можно сформулировать математически динамику частиц в зернистом пространстве-времени, где делимость пространства-времени ограничена, и нельзя использовать дифференциальные уравнения. В зернистом пространстве-времени динамика частицы определяется самой геометрией пространства-времени и структурой самой частицы. Такая геометрическая динамика формулируется в терминах мировой цепи с конечными звеньями [14]. Мировая цепь представляет собой такое обобщение мировой линии, где бесконечно малые отрезки мировой линии заменяются конечными геометрическими объектами.

Список литературы

[1] Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Journ. Mat. & Mat. Sci.* **30**, iss. 12, 733-760, (2002), (See also *e-print http://arXiv.org/abs/math.MG/0103002*).

[2] D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie.* 7 Auflage, B.G.Teubner, Leipzig, Berlin, 1930.

[3] Yu.A.Rylov, Different conceptions of Euclidean geometry. *e-print http://arXiv.org/abs/0709.2755*

[4] Yu. A. Rylov, Non-Riemannian model of space-time, responsible for quantum effects, *J. Math. Phys.* **32** (8), 2092 - 2098, (1991)

[5] Yu. A. Rylov, Tubular geometry construction as a reason for new revision of the space-time conception. (Printed in *What is Geometry?* polimetrica Publisher, Italy, pp.201-235).

[6] Yu. A.Rylov, Non-Euclidean method of the generalized geometry construction and its application to space-time geometry in *Pure and Applied Differential geometry PADGE 2007*, pp.238-246. eds. Franki Dillen and Ignace Van de Woestyne. Shaker Verlag, Aachen, 2007. (or *e-print http://arXiv.org/abs/math.GM/0702552*)

[7] Yu. A. Rylov, New crisis in geometry? *e-print http://arXiv.org/abs/math.GM/0503261.*

[8] G. Perelman, The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications. *e-print http://arXiv.org/abs/math.DG/0211159*

[9] G. Perelman, Ricci flow with surgery on three-manifolds. *e-print http://arXiv.org/abs/math.DG/0303109.*

[10] G. Perelman, Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds. *e-print http://arXiv.org/abs/math.DG/0307245.*

[11] A. Abramov, Московские новости, номер 32, 2006.

[12] Yu. A. Rylov, Euclidean geometry as algorithm for construction of generalized geometries. *e-print http://arXiv.org/abs/math.GM/0511575.*

[13] Yu. A. Rylov, Discrimination of particle masses in multivariant space-time geometry *e-print http://arXiv.org/abs/0712.1335.*

[14] Yu. A. Rylov, Geometrical dynamics: spin as a result of rotation with superluminal speed. *e-print http://arXiv.org/abs/0801.1913.*