Необходимость пересмотра общей теории относительности и свободное движение частиц в неримановом пространстве-времени

Ю.А.Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site:
$http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Показано, что свободное движение микрочастиц (элементарных частиц) в гравитационном поле является многовариантным (случайным). Эта многовариантность обусловлена многовариантной физической геометрией пространства-времени. Физическая геометрия полностью описывается мировой функцией. Римановы геометрии образуют малую часть возможных физических геометрий. Современная теория тяготения игнорирует существование физических геометрий. Предполагается, что любая геометрия пространства-времени является римановой геометрией. Это ошибка. В результате современная теория тяготения нуждается в пересмотре. Кроме того, риманова геометрия непоследовательна, и заключения теории тяготения могут быть ошибочными. Свободное движение макрочастиц (планет), состоящих из многих связанных микрочастиц, является детерминированным, потому что связи микрочастиц внутри макрочастицы усредняют случайное движение отдельных микрочастиц.

1 Введение

Физическая геометрия описывает пространство-время в терминах конечного пространственно-временного расстояния ρ (или в терминах мировой функции $\sigma = \frac{1}{2}\rho^2$). Это описание в терминах расстояния ρ и только в терминах ρ является полным описанием. Риманова геометрия пытается описывает пространство-время в терминах бесконечно малого пространственно-временного интервала

$d\rho$, который определяется метрическим тензором g_{ik}, заданным в каждой точке пространства-времени.

$$d\rho^2 = g_{ik}(x)\, dx^i dx^k \tag{1.1}$$

Расстояние $\rho = \rho(x, x')$ является функцией от двух пространственно-временных точек x и x'. Расстояние ρ как функция двух точек содержит в себе много больше информации, чем десять функций g_{ik}, которые являются функциями одной точки. Чтобы получить конечное расстояние ρ из бесконечно малого расстояния $d\rho$, должен выполняться ряд дополнительных условий (и нужна дополнительная информация). В частности, полученное *конечное расстояние ρ должно быть однозначной функцией любых двух точек пространства-времени.* Построение геометрии пространства-времени методами построения римановой геометрии приводит, вообще говоря, к многозначному конечному расстоянию ρ. Этот факт представляется бессмысленным. Кроме того, риманова геометрия сама по себе оказывается непоследовательной [1, 2]. Однако, в двадцатом веке никто не обращал на это внимания, потому что римановой геометрии не было альтернативы.

Когда эта альтернатива появилась [3], возникла проблема пересмотра общей теории относительности. Подчеркнем, что это была именно проблема пересмотра, а не проблема построения новой теории тяготения, потому что основная идея общей теории относительности (геометризация физики) осталась неизменной.

Проблема пересмотра общей теории относительности содержит два существенных пункта.

1. Использование более общего и эффективного математического метода: физической геометрии, полностью описываемой конечным пространственно-временным расстоянием и только им.

2. Описание теории относительности в терминах, которые адекватны этой теории.

Фактически, когда теория относительности пришла на смену нерелятивистской физике, то некоторые термины и понятия нерелятивистской физики остались в теории относительности. Эти понятия не мешали решать конкретные физические проблемы. Но они мешали развитию теории относительности. В частности, нерелятивистское понятие понятие близости двух событий препятствовало обобщению общей теории относительности [4].

Настоящая работа написана в рамках геометризации физики. Программа геометризации физики представляет собой обобщение теории относительности на случай неримановой геометрии пространства-времени. Общая теория относительности (теория тяготения) создавалась в предположении, что геометрия пространства-времени является римановой геометрией. В двадцатом веке риманова геометрия рассматривалась как наиболее общая геометрия, пригодная для описания пространства-времени. Однако, оказалось, что существуют неримановы геометрии, которые являются более общими в том смысле, что множество римановых геометрий составляет ничтожную часть неримановых (физических) геометрий. Физические геометрии полностью описываются конечным пространственно-временным интервалом, а не бесконечно малым пространственно-временным интервалом римановых геометрий. Физическая геометрия является конструктивной (неаксиоматизируемой) геометрией, которая не выводится из аксиоматики.

Показано [4], что тяжелая сфера создает деформацию пространства-времени таким образом, что геометрия пространства-времени перестает быть римановой геометрией. Дело в том, что метрический тензор, заданный во всем пространстве-времени, определяет геометрию пространства-времени только при условии, что пространственно-временная геометрия является римановой. В двадцатом веке риманова геометрия рассматривалась как наиболее общая пространственно-временная геометрия. Условие, что пространственно-временная геометрия является римановой геометрией казалось очень убедительным.

Риманова геометрия является математической геометрией в том смысле, что она представляет собой логическое построение, и все утверждения математической геометрии выводятся из некоторой системы аксиом. Главным свойством математической геометрии является тот факт, что любая математическая геометрия представляет собой логическое построение. Описывает ли математическая геометрия взаимное расположение геометрических объектов, является второстепенным обстоятельством. Существуют такие математические геометрии (например, симплектическая геометрия), которые не описывают взаимное расположение геометрических объектов.

Наоборот, всякая физическая геометрия определяется как наука о взаимном расположении геометрических объектов в пространстве или в пространстве-времени. Является ли физическая геометрия логическим построением, является второстепенным обстоятельством. Физическая геометрия полностью описывается с помощью расстояния $\rho(P,Q)$ между любыми двумя точками P и Q пространства или пространства-времени. В этом смысле физическая геометрия является дистантной (метрической) геометрией [5]. Физическая геометрия отличается от дистантной (метрической) геометрии в том отношении, что дистантная геометрия не является полностью метрической геометрией. Например, в дистантной геометрии понятие кривой формулируется не только в терминах расстояния, тогда как в физической геометрии все геометрические понятия формулируются в терминах расстояния ρ и только в терминах расстояния. Фактически физическая геометрия формулируется в терминах мировой функции $\sigma(P,Q) = \frac{1}{2}\rho^2(P,Q)$ [6]. Использование мировой функции более эффективно с технической точки зрения. (Например, скалярное произведение $(\mathbf{PQ}.\mathbf{RS})$ векторов $\mathbf{PQ}$ и $\mathbf{RS}$ представляет собой линейную функцию мировых точек точек P,Q,R,S, тогда как в терминах расстояния ρ скалярное произведение представляет собой более сложное выражение.

На самом деле, существуют неаксиоматизируемые пространственно-временные геометрии, которые нельзя вывести из системы аксиом. Римановы геометрии образуют малое подмножество всех возможных физических пространственно-временных геометрий, которые, вообще говоря, неаксиоматизируемы. Различные неаксиоматизируемые геометрии пространства-времени могут иметь один и тот же метрический тензор. В результате метрический тензор не определяет однозначно геометрию пространства-времени.

Кроме того риманова геометрия, вообще говоря, непоследовательна. Риманова геометрия рассматривается как разновидность математической геометрии, т.е. она может быть выведена из некоторой системы аксиом. Эти аксиомы непоследовательны в некоторых пунктах. В результате у римановой геометрии появляются по крайней мере три хорошо известных дефекта. Во-первых, параллельный перенос вектора из точки P_0 в точку P_1 зависит от пути переноса. Это означает, что в римановой геометрии нет абсолютного параллелизма. Во-вторых, с физической точки зрения главной характеристикой геометрии пространства-времени является расстояние $\rho(P,Q)$ между двумя точками P и Q. Это расстояние должно быть однозначным. Однако, в римановой геометрии расстояние $\rho(P,Q)$ определяется как длина геодезической, соединяющей точки P и Q. В римановой геометрии имеются такие точки P и Q, которые могут быть соединены несколькими геодезическими разной длины. Это приводит к многозначности расстояния $\rho(P,Q)$.

В третьих, евклидова геометрия является частным случаем римановой геометрии. Построим евклидову геометрию на двумерной плоскости $\mathcal{P}_2$ с помощью того метода, каким строится риманова геометрия, т.е. мы определим расстояние $\rho(P,Q)$ как длину геодезической (длину кратчайшее линии, соединяющей точки P и Q). Поскольку в случае евклидовой геометрии геодезические являются прямыми линиями, получаем в декартовой системе координат

$$\rho(P,Q) = \rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2} \tag{1.2}$$

Вырежем отверстие в двумерной плоскости $\mathcal{P}_2$. Геодезические пересекавшие отверстие станут невозможными, и кратчайшие линии будут огибать отверстие. Их длины изменятся, и формула(1.2) перестанет быть правильной для некоторых точек. В результате плоскость $\mathcal{P}_2$ с отверстием перестанет быть изометрически вложимой в ту же самую плоскость $\mathcal{P}_2$ без отверстия.

Этот результат представляется парадоксальным, потому что, если вырезать отверстие в плоском куске жести, то полученный кусок жести с отверстием может быть изометрически совмещен с первоначальным куском жести. Математики знают этот результат, означающий, что традиционный метод построения римановой геометрии непоследователен. Однако, у них нет альтернативы традиционному методу построения римановой геометрии. В результате они предпочитают рассматривать риманову геометрию на выпуклых множествах точек.

Разумеется, такое ограничение выпуклыми множествами точек не решает проблемы непоследовательности римановой геометрии. Эта проблема может быть решена только изменением метода построения геометрии.

Выведение геометрических утверждений из системы базовых аксиом представляет собой очень трудоемкий процесс. Нужно доказывать многочисленные теоремы. Кроме того нужно быть уверенным, что базовые аксиомы совместимы между собой. Проверка совместности очень трудоемкий процесс. Для каждой новой пространственно-временной геометрии нужно повторять эту проверку совместности аксиом.

Однако, главной проблемой математической геометрии является сомнение в том, что любая геометрия пространства-времени может быть выведена из конечной системы базовых аксиом. В самом деле, всякая геометрия представляет собой континуальное множество геометрических утверждений. Ниоткуда не следует, что континуальное множество геометрических утверждений может быть выведено из конечного множества основных утверждений с помощью формальной логики. Верно, что Евклиду удалось вывести все утверждения евклидовой геометрии из нескольких аксиом. Однако, это вовсе не означает, что подобная дедукция возможна для других геометрий. На самом деле, подобная дедукция не возможна для большинства физических геометрий, т.е. для геометрий, которые могут быть использованы для описания пространства-времени [1, 2].

Для построения физических геометрий следует использовать саму собственно евклидову геометрию (а не метод ее построения). Собственно евклидова геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ является одновременно математической и физической геометрией. Это означает, что собственно евклидова геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ может быть выведена из системы базовых аксиом, и все ее определения могут быть выражены в терминах мировой функции σ_{E} собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Заменяя σ_{E} во всех определениях евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ мировой функцией σ другой физической геометрии $\mathcal{G}$, получаем все определения физической геометрии $\mathcal{G}$.

Процедура замены мировой функции представляет собой изменение расстояний между точками пространства (или пространства-времени). Такая замена представляет собой деформацию евклидовой геометрии. Такой метод построения физической геометрии называется принципом деформации [3]. Принцип деформации очень прост. Он не требует доказательства многочисленных теорем и проверки последовательности геометрии. (Все теоремы были доказаны при построении собственно евклидовой геометрии). Использование принципа деформации для построения физической геометрии не требует применения формальной логики. Принцип деформации позволяет строить неаксиоматизируемые геометрии. Большинство физических геометрий неаксиоматизируемы, и они не могут быть построены традиционным методом (выведение геометрии из аксиом). В частности, риманова ((σ-риманова) геометрия, построенная с помощью принципа деформации, не имеет дефектов, которые характерны для римановой геометрии, построенной традиционным методом.В σ-римановой геометрии имеется ферн-параллелизм. Вырезая дырку в пространстве-времени, мы не меняем пространственно-временной геометрии в оставшейся части пространства-времени.

Современная теория гравитации так же как и современная космология основаны на предположении, что геометрия пространства-времени является римановой геометрией. Однако, обобщение общей теории относительности на случай физической геометрии пространства-времени показывает, что деформация пространственно-временной геометрии Минковского порождает нериманову геометрию пространства-времени [4]. Полученное обобщение позволяет получать мировую функцию геометрии пространства-времени прямо [4]. В частности, геометрия пространства-времени, порожденная тяжелой сферой оказывается неримановой.

Мировая функция римановой геометрии удовлетворяет уравнению

$$\sigma_{,i}(x,x')\, g^{ik}(x)\, \sigma_{,k}(x,x') = 2\sigma(x,x'), \qquad \sigma_{,i}(x,x') \equiv \frac{\partial}{\partial x^i}\sigma(x,x') \tag{1.3}$$

Первое приближение мировой функции пространства-времени, порожденного тяжелой сферой массы M имеет вид

$$\sigma(t_1,\mathbf{x}_1;t_2,\mathbf{x}_2) = \frac{1}{2}\left(c^2\left(1-\frac{4GM}{c^2\left|\mathbf{x}_2+\mathbf{x}_1\right|}\right)(t_2-t_1)^2 - (\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1)^2\right) \tag{1.4}$$

где G есть гравитационная постоянная. Мировая функция (1.4) не удовлетворяет уравнению (1.3). Она описывает нериманову геометрию пространства-времени, хотя метрический тензор совпадает с метрическим тензором ньютоновского приближения

$$g_{00}(\mathbf{x}) = c^2 - 2\frac{Gm}{|\mathbf{x}|}, \qquad g_{0\alpha} = g_{\alpha\beta} = 0, \qquad \alpha,\beta = 1,2,3 \tag{1.5}$$

Заметим, что в римановой геометрии, построенной для метрического тензора (1.5), мировая функция многозначна, тогда как мировая функция неримановой геометрии однозначна [4], как это следует из (1.4). Этот факт свидетельствует в пользу неримановой геометрии.

Заметим, что использование физической (неримановой) геометрии не является гипотезой, которую следует проверить экспериментально. Это логическая необходимость, потому что риманова геометрия непоследовательна. Это означает, что современная теория гравитации космология нуждаются в пересмотре. Мы не утверждаем, что такой пересмотр приведет к изменению наших космологических представлений. Однако такое изменение может произойти. Например, понятие темной материи, сделанное на основе неудовлетворительной теории гравитации может оказаться ошибочным.

В настоящей работе мы пытаемся получить закон движения свободной частицы в неримновой геометрии пространства-времени. Этот закон был сформулирован для микрочастиц, движущихся в произвольной геометрии пространства-времени [7]. Этот закон был представлен в инвариантном виде (в терминах мировой функции). Сейчас мы сформулируем его в терминах дифференциальных уравнений (в традиционной координатной форме).

2 Движение свободной микрочастицы в физической геометрии пространства-времени

Состояние простой микрочастицы описывается ее каркасом $\mathcal{P}^1$, который состоит из двух точек P_0, P_1. Эти две точки образуют вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 = \{P_0, P_1\}$, который описывает энергию-импульс микрочастицы. Длина $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|$ вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$

представляет собой геометрическую массу μ микрочастицы

$$\mu = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{2\sigma\left(P_0, P_1\right)} \tag{2.1}$$

где σ есть мировая функция геометрии пространства-времени. Геометрическая масса μ связана с обычной массой m микрочастицы с помощью соотношения

$$m = b\mu \tag{2.2}$$

где b есть некоторая универсальная постоянная. Существуют сложные микрочастицы, чей каркас $\mathcal{P}^n$ состоит из $n+1$, $n = 1, 2, ..$ пространственно-временных точек.

Мировая функция пространства-времени Минковского имеет вид

$$\sigma_{\mathrm{M}}\left(P, P'\right) = \sigma_{\mathrm{M}}\left(x, x'\right) = \frac{1}{2} g_{ik}\left(x^i - x'^i\right)\left(x^k - x'^k\right) \tag{2.3}$$

$$g_{ik} = \mathrm{diag}\left\{c^2, -1, -1, -1\right\} \tag{2.4}$$

Эволюция точечной микрочастицы в пространстве-времени описывается мировой цепью $\mathcal{T}_{\mathrm{br}}$ из связанных звеньев

$$\mathcal{T}_{\mathrm{br}} = \bigcup_s \mathcal{P}_s^1 = \bigcup_s \mathcal{T}_{[s,s+1]} \tag{2.5}$$

где каждое звено $\mathcal{T}_{[s,s+1]}$ представляет собой множество точек R, определяемых соотношением

$$\mathcal{T}_{[s,s+1]} = \left\{R | \sqrt{2\sigma\left(P_s, R\right)} + \sqrt{2\sigma\left(R, P_{s+1}\right)} = \sqrt{2\sigma\left(P_s, P_{s+1}\right)}\right\} \tag{2.6}$$

Звенья $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ мировой цепи имеют одну и ту же длину. В соответствии с (2.1) это означает, что они имеют одну и ту же массу. Если движение частицы является свободным, то смежные векторы $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ и $\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}$ параллельны. Это означает, что

$$\left(\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}.\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}\right) = \left|\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}\right| \cdot \left|\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}\right|, \qquad s = 0, \pm 1, \pm 2, ... \tag{2.7}$$

где $\left(\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}.\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}\right)$ есть скалярное произведение векторов $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ и $\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}$.

Скалярное произведение $(\mathbf{PQ}.\mathbf{RS})$ двух векторов $\mathbf{PQ}$ и $\mathbf{RS}$ в физической геометрии определяется соотношением

$$(\mathbf{PQ}.\mathbf{RS}) = \sigma\left(P, S\right) + \sigma\left(Q, R\right) - \sigma\left(P, R\right) - \sigma\left(Q, S\right) \tag{2.8}$$

где P, Q, R, S суть точки, которые определяют векторы $\mathbf{PQ}$ и $\mathbf{RS}$. В собственно евклидовой геометрии определение скалярного произведения (2.8) эквивалентно традиционному определению скалярного произведения в линейном векторном пространстве. Определение (2.8) через мировую функцию не ссылается на линейное векторное пространство, и оно может использоваться в случае такой физической геометрии, где нельзя ввести линейное векторное пространство.

Эквивалентность (параллельность и равенство длин) двух векторов $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ и $\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}$ записывается в виде двух уравнений

$$(\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}.\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}) \equiv \sigma(P_s,P_{s+2}) - \sigma(P_s,P_{s+1}) - \sigma(P_{s+1},P_{s+2}) = 2\sigma(P_s,P_{s+1}) \tag{2.9}$$

$$\sigma(P_s,P_{s+1}) = \sigma(P_{s+1},P_{s+2}), \qquad s = 0, \pm1, \pm2, ... \tag{2.10}$$

С помощью соотношения (2.10) уравнение (2.9) может быть приведено к виду

$$\sigma(P_s,P_{s+2}) = 4\sigma(P_s,P_{s+1}), \qquad s = 0, \pm1, \pm2, ... \tag{2.11}$$

Два уравнения (2.10), (2.11) описывают мировую цепь свободной микрочастицы. В пространстве-времени Минковского времениподобные звенья (2.6) этой цепи представляют собой отрезки прямой линии. Эти отрезки становятся бесконечно малыми, если длины $|\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}|$ звеньев стремятся к нулю, и мировая цепь превращается в мировую линию в пространстве-времени Минковского. В этом пределе геометрическая длина $\mu \to 0$, и соотношение (2.2) не могут быть использованы для геометризации конечной массы m частицы. В этом случае масса m частицы становится внешней характеристикой частицы, которая не связана прямо с пространственно-временной геометрией.

В случае произвольной геометрии пространства-времени звено (2.6), вообще говоря, не является отрезком прямой линии. В самом деле, согласно определению (2.6) звено $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ является трехмерной поверхностью в 4-мерном пространстве-времени. В случае пространства-времени Минковского и времениподобного вектора $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ поверхность $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ вырождается в отрезок одномерной прямой линии. Такое же вырождение возникает в случае римановой геометрии пространства-времени.

Это вырождение связано с исходными предположениями о геометрии пространства-времени и геометрии, вообще. Предполагается, что геометрия одновариантна и безгранично делима. На самом деле, геометрия пространства-времени многовариантна и ограниченно делима.

Разъясним понятие многовариантности. Два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ эквивалентны (равны) ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$), если они параллельны и длины их равны.

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{2.12}$$

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{2.13}$$

В терминах мировой функции соотношения (2.12), (2.13) записываются в виде

$$\sigma(P_0,Q_1) + \sigma(P_1,Q_0) - \sigma(P_0,Q_0) - \sigma(P_1,Q_0) = 2\sigma(P_0,P_1) \tag{2.14}$$

$$\sigma(P_0,P_1) = \sigma(Q_0,Q_1) \tag{2.15}$$

Определение эквивалентности векторов не содержит ссылки на систему координат и размерность пространства-времени. Если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ задан, и мы собираемся определить в точке Q_0 вектор $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, который эквивалентен вектору

$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, нам следует решить систему двух уравнений (2.14), (2.15) относительно точки Q_1 при заданных точках Q_0, P_0, P_1.

В собственно евклидовом пространстве или в пространстве Минковского для времениподобного вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ $(\sigma(P_0, P_1) > 0)$ имеется одно и только одно решение Q_1 двух уравнений (2.14), (2.15). Этот факт формулируется следующим образом. Геометрия Минковского одновариантна по отношению к любой точке Q_0 и по отношению к любому времениподобному вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$.

Однако, та же геометрия Минковского многовариантна по отношению к любой точке Q_0 и любому пространственноподобному вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ $(\sigma(P_0, P_1) < 0)$. Это означает, что в случае заданной точки Q_0 и заданного пространственноподобного вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ система двух уравнений (2.14), (2.15) имеет много решений для точки Q_1.

Все аксиоматизируемые геометрии, построенные на основе линейного векторного пространства оказываются одновариантными, потому что построение линейного векторного пространства не допускает многовариантности. Дело в том, что в многовариантной геометрии отношение эквивалентности интранзитивно, тогда как аксиомы линейного векторного пространства требуют транзитивного отношения эквивалентности. Аксиоматизируемые геометрии не могут быть многовариантными, потому что они построены на основе линейного векторного пространства. Таким образом, многоваринтность и интранзитивность отношения эквивалентности несовместимы с аксиоматизируемостью геометрии.

В неаксиоматизируемой геометрии пространства-времени звенья $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ мировой цепи (2.5) являются поверхностями. Если пространственно-временная геометрия близка к геометрии Минковского, звенья $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ имеют форму узких трубок. Если пространственно-временная геометрия стремится к геометрии Минковского, эти трубки вырождаются в отрезки одномерной прямой линии. Однако, такое вырождение возникает, только если векторы $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ являются времениподобными.

В случае пространственноподобных векторов $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ любое звено $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ имеет форму бесконечных трехмерных гиперплоскостей, которые касательны к световому конусу и содержат в себе точки одномерного отрезка, ограниченного точками P_s, P_{s+1}. Такая форма пространственноподобных звеньев $\mathcal{T}_{[P_sP_{s+1}]}$ является причиной, почему существуют только времениподобные мировые линии. Пространственноподобные мировые линии не были обнаружены. При традиционном подходе к геометрии пространства-времени отсутствие пространственноподобных мировых линий просто постулируется.

Стоит заметить, что многовариантные пространственно-временные геометрии действительно существуют. В такой пространственно-временной геометрии мировые цепи оказываются стохастическими, и нужно использовать статистическое описание для того, чтобы получить детерминированное описание и сделать некоторые предсказания о возможной эволюции частицы.

Например, мировая функция

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + d \cdot \mathrm{sign}\sigma_{\mathrm{M}}, \qquad d = \frac{\hbar}{2bc} = \mathrm{const} \tag{2.16}$$

где σ_{M} есть мировая функция (2.3) геометрии Минковского, описывает геометрию пространства-времени, многовариантную по отношению к любым времениподобным векторам. Здесь $\hbar$ есть квантовая постоянная, а b – универсальная постоянная, определяемая соотношением (2.2). Мировые цепи случайны в этой геометрии. Статистическое описание случайных времениподобных мировых цепей эквивалентно квантовому описанию в терминах уравнения Шредингера [8]. Квантовая постоянная $\hbar$ появляется в уравнении из выражения (2.16) для волновой функции, тогда как универсальная постоянная b исчезает из статистического описания, потому что статистическое описание чувствительно к длине μ звеньев мировой цепи. Замена μ выражением $\mu = m/b$, которое следует из (2.2), приводит к исчезновению b и появлению m вместо μ.

Следует заметить, что геометрия (2.16) однородна изотропна и дискретна. При традиционном подходе к геометрии как логической конструкции изотропная геометрия не может быть дискретной. Такая точка зрения имеет место, потому что традиционный подход связывает дискретность со свойствами многообразия (множества точек, на котором задана геометрия). В соответствии с этим подходом дискретная геометрия не может быть задана на непрерывном многообразии. На самом деле, дискретность определяется свойствами мировой функции. На одном и том же многообразии Минковского можно задать и непрерывную геометрию и дискретную. Геометрия пространства-времени (2.16) дискретна, потому что в этой геометрии нет векторов $\mathbf{PQ}$ длиной $|\mathbf{PQ}|$, удовлетворяющих условию

$$0 < |\mathbf{PQ}|^2 < d^2 \tag{2.17}$$

где d есть постоянная, определенная в (2.16). Разумеется, такое пространство-время следует квалифицировать как дискретное. Смотри детали в [9].

3 Общие свойства динамических уравнений

Динамические уравнения (2.10), (2.11) описывают эволюцию состояния микрочастицы, которое описывается вектором $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$. Динамические уравнения представляют собой уравнения в конечных разностях, а не дифференциальные уравнения. Они чувствительны к длине шага (звена цепи). Они записаны в форме, которая не чувствительна к выбору системы координат и к размерности пространства-времени. Вся информация о динамических уравнениях сосредоточена в геометрии пространства-времени и длине звеньев мировой цепи. Мы собираемся переписать уравнения (2.10), (2.11) в виде дифференциальных уравнений, устремляя длину звеньев к нулю. Нас интересует вид динамических уравнений в случае неримановой геометрии пространства-времени. В частности, нас интересует вид динамических уравнений в случае, когда геометрия пространства-времени деформирована присутствием тяжелой сферы.

Прежде чем записывать динамические уравнения (2.10), (2.11) в виде дифференциальных уравнений, перепишем их в терминах расстояния $\rho = \sqrt{2\sigma}$.

Получаем

$$\rho\left(P_s,P_{s+1}\right) = \rho\left(P_{s+1},P_{s+2}\right), \qquad s=0,\pm1,\pm2,... \tag{3.1}$$
$$\rho\left(P_s,P_{s+2}\right) = 2\rho\left(P_s,P_{s+1}\right), \qquad s=0,\pm1,\pm2,.. \tag{3.2}$$

В случае собственно евклидового пространства все точки P_s, $s=0,\pm1,\pm2,...$ лежат на прямой линии. В пространственно-временной геометрии Минковского все точки P_s, $s=0,\pm1,\pm2,...$ лежат на одной времениподобной прямой, если только $\rho^2\left(P_s,P_{s+1}\right)=\rho^2\left(P_0,P_1\right)>0$.

Уравнения (3.1), (3.2), так же как уравнения (2.10), (2.11) реализуют процедуру построения прямой линии с помощью одного только циркуля. Начинаем с отрезка P_0P_1 длины ρ_0 и строим сферу $\mathcal{S}_{P_1,\rho_0}$ радиуса ρ_0 с центром в точке P_1. Кроме того, строим сферу $\mathcal{S}_{P_0,2\rho_0}$ радиуса $2\rho_0$ с центром в точке P_0. Сферы $\mathcal{S}_{P_1,\rho_0}$ и $\mathcal{S}_{P_0,2\rho_0}$ имеют только одну общую точку P_2. Это точка P_2, которая определяется как общая точка сфер $\mathcal{S}_{P_1,\rho_0}$ и $\mathcal{S}_{P_0,2\rho_0}$, которые касаются друг друга в этой точке. Отрезок P_1P_2 имеет длину ρ_0. Строим сферы $\mathcal{S}_{P_2,\rho_0}$ и $\mathcal{S}_{P_1,2\rho_0}$, которые имеют только одну общую точку P_3 и так далее. Все точки построенные этим методом лежат на одной и той же прямой линии. Эта процедура очень чувствительна к погрешности $\delta\rho_0=\alpha\rho_0$, $0<\alpha\ll1$ в радиусе ρ_0 в том смысле, что погрешность в радиусе порождает ошибку $\delta\rho$ в положении точки P_2, которая много больше, чем $\delta\rho_0$ ($\delta\rho=\sqrt{\alpha}\rho_0\gg\delta\rho_0$).

Можно построить точки $P_0,P_1,P_2,...$, которые лежат на одной и той же прямой в собственно евклидовом пространстве, если использовать тот факт, что смежные векторы $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ и $\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}$ параллельны. Однако, обычно в этом случае используют определение параллельности, определенное в линейном векторном пространстве. Это определение параллельности ссылается на систему координат и размерность евклидова пространства. Это обстоятельство препятствует использованию динамических уравнений в случае произвольной геометрии пространства-времени, где нельзя ввести линейное векторное пространство. Динамическое уравнение (3.2) было получено из уравнения (2.9), которое описывает параллельность векторов $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ и $\mathbf{P}_{s+1}\mathbf{P}_{s+2}$. Однако в этом случае используется определение параллельности в виде (2.7), которое ссылается только на мировую функцию. В результате вид динамических уравнений (2.10), (2.11) оказывается правильным в случае любой физической геометрии пространства-времени.

Рассмотрим динамические уравнения (2.10), (2.11) в пространстве-времени, геометрия которого близка к геометрии Минковского. Для простоты рассмотрим случай частицы, находящейся в покое, где координаты точек P_0,P_1 суть

$$P_0=\{-\mu,\mathbf{0}\}, \qquad P_1=\{0,\mathbf{0}\},, \qquad P_2=\{t,\mathbf{x}\} \tag{3.3}$$

Уравнения "сфер" $\mathcal{S}_{P_0,2\mu}$ и $\mathcal{S}_{P_1,\mu}$ имеют вид

$$\mathcal{S}_{P_1,\mu}: t^2-\mathbf{x}^2+\alpha_1\left(t,\mathbf{x}\right)\mu^2=\mu^2, \qquad \left|\alpha_1\left(t,\mathbf{x}\right)\right|\ll1 \tag{3.4}$$

$$\mathcal{S}_{P_0,2\mu}: \left(t+\mu\right)^2-\mathbf{x}^2+\alpha_2\left(t,\mathbf{x}\right)\mu^2=\left(2\mu\right)^2, \qquad \left|\alpha_2\left(t,\mathbf{x}\right)\right|\ll1 \tag{3.5}$$

где малые величины $\alpha_1(t,\mathbf{x})\mu^2$ и $\alpha_2(t,\mathbf{x})\mu^2$ учитывают малое отклонение геометрии пространства-времени от геометрии Минковского. На самом деле "сферы" $\mathcal{S}_{P_0,2\mu}$ и $\mathcal{S}_{P_1,\mu}$ являются деформированными сферами, которые близки к сферам.

Временная координата t точки пересечения определяется соотношением

$$(t+\mu)^2 - t^2 = 3\mu^2 - (\alpha_2 - \alpha_1)\mu^2 \tag{3.6}$$

или

$$t = \mu\left(1 - \frac{\alpha_2(t,\mathbf{x}) - \alpha_1(t,\mathbf{x})}{2}\right) \tag{3.7}$$

В пространстве-времени Минковского, где $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, получаем $t = \mu,\ \mathbf{x} = \mathbf{0}$. Это означает, что три точки P_0, P_1, P_2 лежат на одной и той же времениподобной прямой линии.

Получаем из (3.7) и (3.4), что пространственные координаты $\mathbf{x}$ точки пересечения находятся на двумерной поверхности

$$\mathbf{x}^2 = \left(-\alpha_2 + \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)^2}{4}\right)\mu^2 \tag{3.8}$$

Если

$$\alpha_2 < 0 \quad \text{и} \quad |\alpha_2|, |\alpha_1| \ll 1 \tag{3.9}$$

то имеется много точек пересечения, расположенных в малой пространственной области с радиусом порядка $\sqrt{|\alpha_2|}\mu$. В этом случае мировая цепь частицы многовариантна (случайна).

В случае, когда

$$\alpha_2 > \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)^2}{4} \tag{3.10}$$

нет точек пересечения между сферами $\mathcal{S}_{P_0,2\mu}$ and $\mathcal{S}_{P_1,\mu}$, определенными соотношениями (3.5), (3.4). Это означает, что мировая цепь с геометрической массой μ (длиной звена цепи) не может существовать. Такая область пространства-времени является "мертвой зоной" для микрочастиц с геометрической массой μ.

Наиболее интересный случай реализуется, когда правая часть уравнения (3.8) обращается в нуль. В этом случае звенья мировой цепи определяются однозначно. Мировая цепь оказывается детерминированной. Детерминированные (одновариантные) мировые цепи появляются в пространственно-временной геометрии Минковского и в римановой геометрии пространства-времени.

Результат о случайности мировых цепей, полученный в этом разделе, верен только для микрочастиц (элементарных частиц), которые описываются каркасом $\mathcal{P}^1 = \{P_0, P_1\}$, состоящим из двух точек. Макрочастицы (метеориты, планеты, звезды) состоят из многих микрочастиц, связанных между собой силовыми полями. Микрочастицы внутри макрочастиц не могут двигаться независимо и случайно. В результате движение всех микрочастиц внутри макрочастицы не является свободным. Оно описывается детерминированными (одновариантными) мировыми цепями. Каждая такая мировая цепь определяется как средняя мировая цепь, которая является результатом усреднения по поверхности (3.8). В результате этого усреднения поверхность (3.8) превращается в точку $P_2 = \{t, \mathbf{x}\}$, которая вместе с данной точкой $P_1 = \{0, \mathbf{0}\}$ однозначно определяет следующее звено (P_1, P_2).

Таким образом, для получения детерминированной (одновариантной) мировой цепи нужно произвести усреднение случайных мировых цепей микрочастиц, что эквивалентно статистическому описанию. Полученная средняя мировая цепь описывается динамическими уравнениями в конечных разностях, которые зависят от геометрической массы μ микрочастиц, составляющих макрочастицу. Чтобы получить дифференциальные динамические уравнения, нужно перейти к пределу $\mu \rightarrow 0$ в конечно-разностных динамических уравнениях. В результате получаются дифференциальные динамические уравнения, описывающие свободное движение макрочастиц в заданном физическом пространстве-времени.

Многовариантные физические геометрии пространства-времени не рассматриваются в современной теоретической физике. Считается, что геометрия не может быть неаксиоматизируемой (многовариантной), потому что непонятно, как строить такие геометрии. (принцип деформации или неизвестен или не признается). Считается, что свободное движение микрочастиц не может быть случайным, и статистическое описание этих случайных мировых цепей не рассматривается. Считается, что (средние) мировые линии микрочастиц являются геодезическими линиями пространственно-временной геометрии. Восстанавливая геометрию пространства-времени на основе этих геодезических линий, получают риманову геометрию, которая определяется геодезическими и длинами их отрезков. Игнорируется тот факт, что имеется промежуточное звено между мировыми линиями свободных макрочастиц и геометрией пространства-времени. Это промежуточное звено имеет вид статистического усреднения. В результате разные физические геометрии пространства-времени, имеющие одинаковые средние мировые линии макрочастиц, заменяются одной (римановой) геометрией.

Такой подход допустим, когда рассматривается движение свободных макрочастиц в фиксированной геометрии пространства-времени. Однако этот подход оказывается ошибочным, когда рассматривается генерация геометрии пространства-времени распределением вещества. Например, мировая функция геометрии пространства-времени, порожденная тяжелой сферой, дает в первом приближении [4]

$$\sigma_{(1)}\left(t_1, \mathbf{x}_1; t_2, \mathbf{x}_2\right) = \frac{1}{2}\left(c^2\left(1 - V_1\left(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2\right)\right)\left(t_2 - t_1\right)^2 - \left(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1\right)^2\right) \tag{3.11}$$

где

$$V_1\left(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2\right) = \frac{2GM}{c^2\sqrt{\left|\mathbf{x}\right|^2}}, \qquad \mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2}{2}, \qquad \rho_0 = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

Во втором приближении получаем [4]

$$\sigma_{(2)}\left(t_1,\mathbf{x}_1;t_2,\mathbf{x}_2\right)=\frac{1}{2}\left(c^2\left(t_2-t_1\right)^2-\left(\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1\right)^2\right)+\delta\sigma_2\left(t_1,\mathbf{x}_1;t_2,\mathbf{x}_2\right) \tag{3.12}$$

где

$$\delta\sigma_2\left(t_1,\mathbf{x}_1;t_2,\mathbf{x}_2\right)=-\frac{1}{2}V_2\left(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\right)c^2\left(t_2-t_1\right)^2+B_2\left(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\right)c\left(t_2-t_1\right) \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned} V_2\left(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\right) &= V_1\left(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\right)+\frac{3GM}{2\pi R^3c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)V_1\left(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\right)}{\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi} \qquad (3.14)\\ &+\frac{3GM}{4\pi R^3c^2}\int_V\frac{\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\left(-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}\right)+V_1\left(\mathbf{x},\mathbf{x}\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}_1\right)\right)}{\sqrt{\left(\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\right)^2}}d\boldsymbol{\xi}\end{aligned}$$

$$B_2\left(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\right)=-\frac{3GM}{2\pi R^3c^2}\int_V\rho_0\left(\boldsymbol{\xi}\right)\left(V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}_2\right)-V_1\left(\boldsymbol{\xi},\mathbf{x}_1\right)\right)d\boldsymbol{\xi} \tag{3.15}$$

и начало системы координат помещено в центр сферы массы M и радиуса R.

Сравнение мировой функции (3.11) первого приближения с мировой функцией (3.12) второго приближения (3.12) - (3.15) показывает, что итерационный процесс быстро сходится, если гравитационное поле слабое, т.е.

$$\frac{2GM}{c^2\left|\mathbf{x}\right|}\ll 1 \tag{3.16}$$

Хорошо известное решение Шварцшильда для гравитационного поля тяжелой сферы имеет вид

$$ds^2=\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)c^2dt^2-\left(1-\frac{2GM}{c^2r}\right)^{-1}dr^2-r^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right) \tag{3.17}$$

Гравитационный потенциал $V\left(r\right)=\frac{2GM}{c^2r}$ решения (3.17) совпадает с гравитационным потенциалом первого приближения (3.11)

$$V_1\left(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\right)=\frac{4GM}{c^2\left|\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2\right|} \tag{3.18}$$

Однако, он отличается от гравитационного потенциала (3.14) второго приближения.

Сравнение выражений (3.11) - (3.15) с точным решением Шварцшильда (3.17) выявляет следующие различия.

1. Геометрия (3.11) - (3.15) не является римановой геометрией. Здесь мировая функция получается прямо, тогда как в случае решения Шварцшильда (3.17) пространственно-временная геометрия *просто предполагается римановой.* При этом предположении она получается с помощью метрического тензора, который получается как решение уравнений гравитации.

2. Потенциал (3.14) в составляющей метрического тензора g_{00} решении Шварцшильда линейно зависит массы M частицы, тогда как эта зависимость нелинейна в случае геометрии (3.12) - (3.15).

Эти соотношения (3.17) и (3.12) - (3.15) не могут быть одновременно верны. Хотя мировая функция (3.12) - (3.15) представляет собой только второе приближение (а не точное решение), тем не менее оно ближе к истине, чем решение Шварцшильда (3.17), потому что решение Шварцшильда основано на использовании непоследовательной римановой геометрии.

В свете сомнений в последовательности римановой геометрии заключение о существовании темной материи и другие астрофизические заключения, основанные на современной (римановой) теории гравитации, могут оказаться несколько преждевременными.

4 Динамические уравнения для свободной частицы в пространстве-времени Минковского

Сначала мы рассмотрим применение предлагаемого метода к случаю пространственно-временной геометрии Минковского. Этот метод преобразует динамические уравнения, написанные в терминах конечных разностей, в дифференциальные уравнения динамики. Хотя полученный результат тривиален, он интересен в том отношении, что запрещает существование пространственноподобных мировых линий.

Рассмотрим два связанных звена мировой цепи, определяемых точками P_0, P_1, P_2, имеющими координаты

$$P_0 = \{y - dy_1\}, \qquad P_1 = \{y\}, \qquad P_2 = \{y + dy_2\} \tag{4.1}$$

где

$$y = \{t, \mathbf{y}\}, \qquad dy_1 = \{dt_1, d\mathbf{y}_1\}, \qquad dy_2 = \{dt_2, d\mathbf{y}_2\} \tag{4.2}$$

суть координаты в некоторой инерциальной системе координат, где мировая функция имеет вид (2.3). Динамические уравнения (2.10), (2.11) принимают вид

$$\sigma_{\mathrm{M}}(y, y - dy_1) = \sigma_{\mathrm{M}}(y, y + dy_2) \tag{4.3}$$

$$4\sigma_{\mathrm{M}}(y, y - dy_1) = \sigma_{\mathrm{M}}(y - dy_1, y + dy_2) \tag{4.4}$$

В развернутом виде получаем

$$\frac{1}{2}c^2 (dt_1)^2 - \frac{1}{2}(d\mathbf{y}_1)^2 = \frac{1}{2}c^2 (dt_2)^2 - \frac{1}{2}(d\mathbf{y}_2)^2 \tag{4.5}$$

$$2c^2 (dt_1)^2 - 2(d\mathbf{y}_1)^2 = \frac{1}{2}c^2 (dt_1 + dt_2)^2 - \frac{1}{2}(d\mathbf{y}_1 + d\mathbf{y}_2)^2 \tag{4.6}$$

Введем обозначения

$$\mathbf{v}_1 = \frac{d\mathbf{y}_1}{dt_1}, \qquad \mathbf{v}_2 = \frac{d\mathbf{y}_2}{dt_2}, \qquad \boldsymbol{\beta}_1 = \frac{\mathbf{v}_1}{c}, \qquad \boldsymbol{\beta}_2 = \frac{\mathbf{v}_2}{c} \tag{4.7}$$

$$\boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{\beta} - \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt, \qquad \boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{\beta} + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt, \qquad \dot{\boldsymbol{\beta}} \equiv \frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt}, \qquad dt = \frac{dt_1 + dt_2}{2} \tag{4.8}$$

где

$$\mathbf{v} = c\boldsymbol{\beta} \qquad \dot{\mathbf{v}} = c\dot{\boldsymbol{\beta}} \tag{4.9}$$

представляют собой соответственно среднюю скорость и среднее ускорение частицы на интервале (P_0, P_2).

Перепишем уравнения (4.5), (4.6) в виде

$$1 - \boldsymbol{\beta}_1^2 = \frac{dt_2^2}{dt_1^2} - \boldsymbol{\beta}_2^2 \frac{dt_2^2}{dt_1^2} \tag{4.10}$$

$$4 - 4\boldsymbol{\beta}_1^2 = \left(1 + \frac{dt_2}{dt_1}\right)^2 - \left(\boldsymbol{\beta}_1 + \boldsymbol{\beta}_2 \frac{dt_2}{dt_1}\right)^2 \tag{4.11}$$

Получаем из уравнения (4.10) с точностью до $(dt)^2$

$$\frac{dt_2^2}{dt_1^2} = \frac{1 - \boldsymbol{\beta}_1^2}{1 - \boldsymbol{\beta}_2^2} = \frac{1 - \left(\boldsymbol{\beta} - \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2}{1 - \left(\boldsymbol{\beta} + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2} = 1 + 2\frac{\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt}{1 - \boldsymbol{\beta}^2} + \frac{2\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2}{\left(1 - \boldsymbol{\beta}^2\right)^2} = 1 + \alpha \tag{4.12}$$

где

$$\alpha = 2\frac{\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt}{1 - \boldsymbol{\beta}^2} + 2\frac{\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2}{\left(1 - \boldsymbol{\beta}^2\right)^2} + O\left(dt^3\right) \tag{4.13}$$

Тогда

$$\frac{dt_2}{dt_1} = 1 + \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{8}\alpha^2 \tag{4.14}$$

Подставляя (4.8) и (4.14) в (4.11), получаем

$$4\left(1 - \left(\boldsymbol{\beta} - \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2\right) = \left(2 + \frac{\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt}{1 - \boldsymbol{\beta}^2} + \frac{1}{2}\frac{\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2}{\left(1 - \boldsymbol{\beta}^2\right)^2}\right)^2$$

$$- \left(2\boldsymbol{\beta} + \left(\boldsymbol{\beta} + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)\left(1 + \frac{\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt}{1 - \boldsymbol{\beta}^2} + \frac{1}{2}\frac{\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2}{\left(1 - \boldsymbol{\beta}^2\right)^2}\right)\right)^2 \tag{4.15}$$

После упрощений получаем

$$-\dot{\boldsymbol{\beta}}^2 dt^2 = +3\frac{\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2}{\left(1 - \boldsymbol{\beta}^2\right)^2} - 3\boldsymbol{\beta}^2\left(\frac{\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt}{1 - \boldsymbol{\beta}^2}\right)^2 - 2\frac{\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2}{1 - \boldsymbol{\beta}^2} \tag{4.16}$$

Заметим, что члены, пропорциональные dt, исчезают из уравнения (4.16). После упрощений уравнение (4.16) принимает вид

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^2 dt^2 + \frac{\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)^2}{1-\boldsymbol{\beta}^2} = 0 \tag{4.17}$$

Введем обозначения

$$\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}} = \sqrt{\boldsymbol{\beta}^2\dot{\boldsymbol{\beta}}^2}\cos\phi \tag{4.18}$$

где ϕ есть угол между векторами $\boldsymbol{\beta}$ и $\dot{\boldsymbol{\beta}}$**.** Уравнение (4.17) принимает вид

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^2\left(1+\frac{\boldsymbol{\beta}^2\cos^2\phi}{1-\boldsymbol{\beta}^2}\right) = 0 \tag{4.19}$$

Если звенья мировой цепи времениподобны, то $\boldsymbol{\beta}^2 = \mathbf{v}^2/c^2 < 1$, выражение в скобках уравнения (4.19) положительно, и уравнение (4.19) может быть выполнено только в том случае, когда

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{1}{c}\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0, \qquad \mathbf{v} = \mathbf{v}\left(t\right) = \mathrm{const} \tag{4.20}$$

Это ожидаемое единственное решение. Следует подчеркнуть, что единственное решение получается только в случае времениподобной мировой цепи. В случае пространственноподобной мировой цепи $\dot{\boldsymbol{\beta}}^2 > 1$, и найдется такой угол ϕ между векторами $\boldsymbol{\beta}$ и $\dot{\boldsymbol{\beta}}$, что длина $\left|\dot{\boldsymbol{\beta}}\right|$ вектора $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ будет произвольной. Этот угол определяется соотношением

$$\cos^2\phi = \frac{\boldsymbol{\beta}^2 - 1}{\boldsymbol{\beta}^2} < 1 \tag{4.21}$$

В случае пространственноподобной мировой цепи единственного решения не существует.

Заметим, что для получения дифференциальных уравнений из динамических уравнений в конечных разностях, мы использовали следующее представление конечных интервалов $dy_1 = \{dt_1, d\mathbf{y}_1\}$, $dy_2 = \{dt_2, d\mathbf{y}_2\}$

$$d\mathbf{y}_1 = c\boldsymbol{\beta}dt - \frac{c}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}\left(dt\right)^2, \qquad d\mathbf{y}_2 = c\boldsymbol{\beta}dt + \frac{c}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}\left(dt\right)^2$$

$$dt = \frac{dt_1 + dt_2}{2}$$

5 Динамические уравнения для движения свободной частицы в гравитационном поле тяжелой сферы

Рассмотрим те же самые уравнения (4.3), (4.4), но теперь в пространственно-временной геометрии с мировой функцией (3.11)

$$\sigma\left(t,\mathbf{y};t',\mathbf{y}'\right)=\frac{1}{2}\left(c^2-\frac{2GM}{\sqrt{\mathbf{x}^2}}\right)\left(t-t'\right)^2-\frac{1}{2}\left(\mathbf{y}-\mathbf{y}'\right)^2 \tag{5.1}$$

где

$$\mathbf{x}=\frac{\mathbf{y}+\mathbf{y}'}{2} \tag{5.2}$$

Будем использовать обозначения (4.1), (4.2) и (4.7), (4.8). Кроме того используем обозначения

$$V=V\left(\mathbf{y}\right)=\frac{GM}{\sqrt{\left(\mathbf{y}\right)^2}},\qquad U=\frac{V}{c^2} \tag{5.3}$$

Уравнения (4.3), (4.4) с мировой функцией (5.1) имеют вид

$$\frac{1}{2}\left(1-2U\left(\mathbf{y}-\frac{d\mathbf{y}_1}{2}\right)\right)-\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_1^2=\frac{1}{2}\left(1-2U\left(\mathbf{y}+\frac{d\mathbf{y}_2}{2}\right)\right)\frac{dt_2^2}{dt_1^2}-\frac{1}{2}\boldsymbol{\beta}_2^2\frac{dt_2^2}{dt_1^2} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}2\left(1-2U\left(\mathbf{y}-\frac{d\mathbf{y}_1}{2}\right)\right)-2\boldsymbol{\beta}_1^2 \;&=\; \frac{1}{2}\left(1-2U\left(\mathbf{y}+\frac{d\mathbf{y}_2-d\mathbf{y_1}}{2}\right)\right)\left(1+\frac{dt_2}{dt_1}\right)^2\\ &\quad -\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2\frac{dt_2}{dt_1}\right)^2\end{aligned} \tag{5.5}$$

Из (5.4) следует, что

$$\frac{dt_2^2}{dt_1^2}=\frac{1-2U\left(\mathbf{y}-\frac{d\mathbf{y}_1}{2}\right)-\boldsymbol{\beta}_1^2}{1-2U\left(\mathbf{y}+\frac{d\mathbf{y}_2}{2}\right)-\boldsymbol{\beta}_2^2}=1+\alpha+O\left(dt^3\right) \tag{5.6}$$

где α есть бесконечно малая величина. Мы будем рассматривать dt как главную бесконечно малую величину, и все бесконечно малые величины $d\mathbf{y}_1, d\mathbf{y}_2$, α будем выражать через dt и $(dt)^2$. Более высокими степенями dt будем пренебрегать.

Из (4.7), (4.8) и (5.6) получаем

$$\frac{dt_2}{dt_1}=1+\frac{\alpha}{2}-\frac{\alpha^2}{8},\qquad \frac{dt_1}{dt_2}=1-\frac{\alpha}{2}+\frac{3\alpha^2}{8} \tag{5.7}$$

$$\frac{dt}{dt_1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{dt_2}{dt_1}=1+\frac{\alpha}{4}-\frac{\alpha^2}{16} \tag{5.8}$$

$$\frac{dt}{dt_2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{dt_1}{dt_2}=1-\frac{\alpha}{4}+\frac{3}{16}\alpha^2 \tag{5.9}$$

$$\frac{dt_1}{dt}=1-\frac{\alpha}{4}+\frac{\alpha^2}{8},\qquad \frac{dt_2}{dt}=1+\frac{\alpha}{4}-\frac{\alpha^2}{8} \tag{5.10}$$

$$dt_1=\left(1-\frac{\alpha}{4}+\frac{\alpha^2}{8}\right)dt,\qquad dt_2=\left(1+\frac{\alpha}{4}-\frac{\alpha^2}{8}\right)dt \tag{5.11}$$

$$d\mathbf{y}_1=c\boldsymbol{\beta}_1dt_1=c\boldsymbol{\beta}_1\left(1-\frac{\alpha}{4}\right)dt=c\left(\boldsymbol{\beta}-\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)\left(1-\frac{\alpha}{4}\right)dt \tag{5.12}$$

$$d\mathbf{y}_2=c\boldsymbol{\beta}_2dt_2=c\boldsymbol{\beta}_2\left(1+\frac{\alpha}{4}\right)dt=c\left(\boldsymbol{\beta}+\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)\left(1+\frac{\alpha}{4}\right)dt \tag{5.13}$$

Кроме того, полезны следующие разложения

$$U\left(\mathbf{y}-\frac{d\mathbf{y}_1}{2}\right)=U\left(\mathbf{y}\right)+\delta_1U,\qquad U\left(\mathbf{y}+\frac{d\mathbf{y}_2}{2}\right)=U\left(\mathbf{y}\right)+\delta_2U \tag{5.14}$$

$$U\left(\mathbf{y}+\frac{d\mathbf{y}_2-d\mathbf{y_1}}{2}\right)=U\left(\mathbf{y}\right)+\delta_{2-1}U \tag{5.15}$$

где

$$\delta_1U = -\frac{d\mathbf{y}_1}{2}\boldsymbol{\nabla}U+\frac{1}{8}dy_1^\alpha dy_1^\beta U_{,\alpha\beta},\qquad U_{,\alpha\beta}=\frac{\partial^2U\left(\mathbf{y}\right)}{\partial y^\alpha\partial y^\beta} \tag{5.16}$$

$$\delta_2U = \frac{d\mathbf{y}_2}{2}\boldsymbol{\nabla}U+\frac{1}{8}dy_2^\alpha dy_2^\beta U_{,\alpha\beta} \tag{5.17}$$

$$\delta_{2-1}U=\frac{d\mathbf{y}_2-d\mathbf{y_1}}{2}\boldsymbol{\nabla}U+\frac{1}{8}\left(dy_2^\alpha-dy_1^\alpha\right)\left(dy_2^\beta-dy_1^\beta\right)U_{,\alpha\beta} \tag{5.18}$$

Используя (5.12), (5.13), получаем для (5.16) - (5.18)

$$\delta_1U = -\frac{1}{2}c\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\nabla}Udt+\frac{1}{8}c\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\nabla}U\alpha dt+\frac{1}{4}c\dot{\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{\nabla}U\left(dt\right)^2+\frac{c^2}{8}\beta^\alpha\beta^\beta U_{,\alpha\beta}\left(dt\right)^2 \tag{5.19}$$

$$\delta_2U = \frac{1}{2}c\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\nabla}Udt+\frac{1}{8}c\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\nabla}U\alpha dt+\frac{1}{4}c\dot{\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{\nabla}U\left(dt\right)^2+\frac{c^2}{8}\beta^\alpha\beta^\beta U_{,\alpha\beta}\left(dt\right)^2 \tag{5.20}$$

$$\delta_{2-1}U=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}c\boldsymbol{\beta}\alpha dt+c\dot{\boldsymbol{\beta}}\left(dt\right)^2\right)\boldsymbol{\nabla}U+O\left(dt^4\right) \tag{5.21}$$

Используя (5.6) и (5.14), (5.15), получаем для бесконечно малой величины α

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{2\delta_2U-2\delta_1U+\boldsymbol{\beta}_2^2-\boldsymbol{\beta}_1^2}{1-2U-\boldsymbol{\beta}_2^2-2\delta_2U}=\frac{2\delta_2U-2\delta_1U+2\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt}{1-2U-\boldsymbol{\beta}^2}\\ &+\frac{\left(2\delta_2U-2\delta_1U+2\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt\right)\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt+2\delta_2U\right)}{\left(1-2U-\boldsymbol{\beta}^2\right)^2}+O\left(dt^3\right)\end{aligned} \tag{5.22}$$

Подставим разложения (5.12) - (5.22) в динамическое уравнение (5.5). Получаем после упрощений

$$\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}^2\left(dt\right)^2-c\dot{\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{\nabla}U\left(dt\right)^2+\frac{1}{2}\frac{\left(c\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\nabla}U+\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}\right)^2}{1-2U-\boldsymbol{\beta}^2}\left(dt\right)^2+\frac{c^2}{2}\beta^\alpha\beta^\beta U_{,\alpha\beta}\left(dt\right)^2=0 \tag{5.23}$$

Заметим что все члены порядка dt исчезли.

В терминах переменных $\mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}, V$, определенных соотношениями (4.9), (5.3) соотношение (5.23) принимает вид

$$\frac{1}{2}\dot{\mathbf{v}}^2 - \dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V + \frac{1}{2}\frac{(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V + \mathbf{v}\dot{\mathbf{v}})^2}{c^2(1 - 2c^{-2}V - c^{-2}\mathbf{v}^2)} + \frac{1}{2c^2}v^\alpha v^\beta V_{,\alpha\beta} = 0 \tag{5.24}$$

Получаем в нерелятивистском приближении

$$\frac{1}{2}\dot{\mathbf{v}}^2 - \dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V = 0 \tag{5.25}$$

Очевидно, что нельзя определить составляющие вектора $\dot{\mathbf{v}}$ из уравнения (5.25). Можно определить только среднее значение $\langle\dot{\mathbf{v}}\rangle$ вектора $\dot{\mathbf{v}}$, выбирая некоторый принцип усреднения.

Представим $\mathbf{v}$ в виде

$$\dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{v}}_\parallel + \dot{\mathbf{v}}_\perp, \qquad \dot{\mathbf{v}}_\parallel = \boldsymbol{\nabla}V\frac{(\dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V)}{|\boldsymbol{\nabla}V|^2}, \qquad \dot{\mathbf{v}}_\perp = \dot{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\nabla}V\frac{(\dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V)}{|\boldsymbol{\nabla}V|^2} \tag{5.26}$$

где $\mathbf{v}_\parallel$ и $\mathbf{v}_\perp$ суть составляющие вектора $\mathbf{v}$, которые соответственно параллельны $\boldsymbol{\nabla}V$ и перпендикулярны $\boldsymbol{\nabla}V$. Предположим, что среднее значение $\langle\dot{\mathbf{v}}\rangle$ вектора $\dot{\mathbf{v}}$ направлено вдоль вектора $\boldsymbol{\nabla}V$. В этом случае $\langle\dot{\mathbf{v}}_\perp\rangle = 0$, хотя, вообще говоря, $\langle\dot{\mathbf{v}}_\perp^2\rangle > 0$. Получаем из (5.25)

$$\dot{v}_\parallel^2 - 2\dot{v}_\parallel|\boldsymbol{\nabla}V| + \left\langle\dot{\mathbf{v}}_\perp^2\right\rangle = 0 \tag{5.27}$$

или

$$\dot{v}_\parallel = |\boldsymbol{\nabla}V| \pm \sqrt{|\boldsymbol{\nabla}V|^2 - \langle\dot{\mathbf{v}}_\perp^2\rangle} \tag{5.28}$$

Из (5.28) следует, что

$$0 < \left\langle\dot{\mathbf{v}}_\perp^2\right\rangle \le |\boldsymbol{\nabla}V|^2, \qquad 0 < \dot{v}_\parallel < 2|\boldsymbol{\nabla}V| \tag{5.29}$$

При любом допустимом значении величины $\langle\dot{\mathbf{v}}_\perp^2\rangle$ величина $\dot{v}_\parallel$ колеблется вокруг ее среднего значения $\left\langle\dot{v}_\parallel\right\rangle = |\boldsymbol{\nabla}V|$. Принимая во внимание, что $\langle\dot{\mathbf{v}}_\perp\rangle = 0$, получаем, что

$$\langle\dot{\mathbf{v}}\rangle = \boldsymbol{\nabla}V = \boldsymbol{\nabla}\frac{GM}{r} \tag{5.30}$$

Любая макрочастица движется в гравитационном поле с ускорением (5.30). Заметим, что для получения этого результата важно только предположение $\langle\dot{\mathbf{v}}_\perp\rangle = 0$. Вариация величины $\langle\dot{\mathbf{v}}_\perp^2\rangle$ не изменяет направления ускорения $\langle\dot{\mathbf{v}}\rangle$. В соответствии с (5.28) эта вариация может изменить только значение $\left|\dot{v}_\parallel\right|$, которое может быть скомпенсировано надлежащим выбором гравитационной постоянной G.

В нерелятивистском случае ускорение $\dot{\mathbf{v}}$ макрочастицы в гравитационном поле определяется средним значением $\langle\dot{\mathbf{v}}\rangle = \boldsymbol{\nabla}V$. Этот результат согласуется с ньютоновской теорией гравитации.

В общем случае мы получаем вместо (5.27)

$$\begin{aligned}&\dot{v}_{\parallel}^2-2\dot{v}_{\parallel}\left|\boldsymbol{\nabla}V\right|+\left\langle\dot{\mathbf{v}}_{\perp}^2\right\rangle\\ = & -\frac{\left(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V\right)^2+2\left(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V\right)\left(\mathbf{v}\left\langle\dot{\mathbf{v}}_{\parallel}\right\rangle\right)+\left\langle\left(v_{\parallel}\dot{v}_{\parallel}+\mathbf{v}_{\perp}\dot{\mathbf{v}}_{\perp}\right)^2\right\rangle}{c^2-2V-\mathbf{v}^2}-\frac{1}{c^2}v^{\alpha}v^{\beta}V_{,\alpha\beta}\end{aligned}\tag{5.31}$$

Этот результат отличается от традиционного результата общей теории относительности, потому что он зависит от вторых производных $V_{,\alpha\beta}$ гравитационного потенциала. Уравнение (5.31) может быть записано в виде квадратичного уравнения относительно $\dot{v}_{\parallel}$

$$\begin{aligned}&\dot{v}_{\parallel}^2\left(1+\frac{v_{\parallel}^2}{c^2-2V-\mathbf{v}^2}\right)-2\dot{v}_{\parallel}\left(\left|\boldsymbol{\nabla}V\right|-\frac{\left(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V\right)v_{\parallel}}{c^2-2V-\mathbf{v}^2}\right)+\left\langle\dot{\mathbf{v}}_{\perp}^2\right\rangle\\ = & -\frac{\left(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V\right)^2+\left\langle\left(\mathbf{v}_{\perp}\dot{\mathbf{v}}_{\perp}\right)^2\right\rangle}{c^2-2V-\mathbf{v}^2}-\frac{1}{c^2}v^{\alpha}v^{\beta}V_{,\alpha\beta}\end{aligned}\tag{5.32}$$

6 Заключительные замечания

Наше рассмотрение движения свободной частицы привело к заключению, что свободное движение становится многовариантным (случайным) уже в гравитационном поле тяжелой сферы. Оно многовариантно так же и для других гравитационных потенциалов, потому что гравитационное поле рассматривалось в общем виде для гравитационного потенциала. Свободное движение макрочастицы оказывается одновариантным (детерминированным), потому что стохастическое поведение разных микрочастиц внутри макрочастицы является независимым. Усреднение по многим микрочастицам дает детерминированное свободное движение. В нерелятивистском случае это среднее движение макрочастицы совпадает с предсказаниями теории тяготения Ньютона, которое было проверено экспериментально. В релятивистском случае имеются различия между предсказаниями теории тяготения, основанной на физической геометрии пространства-времени и предсказаниями современной теории тяготения (общая теория относительности), основанной на римановой геометрии.

Риманова геометрия пространства-времени является приближенной теорией пространства-времени, потому что она основана на *ошибочном предположении, что риманова геометрия является наиболее общей геометрией, которая может быть использована для описания пространства-времени.* Кроме того, риманова геометрия построена как математическая геометрия, т.е. геометрия рассматривается как логическое построение, а не как наука о взаимном расположении геометрических объектов. В частности, пространственно-временное расстояние (мировая функция) оказывается многозначной даже в гравитационном поле тяжелой сферы. Это недопустимо, если пространственно-временная геометрия является физической геометрией, т.е. наукой о взаимном расположении геометрических объектов. Мировая функция должна быть однозначной, как главная характеристика геометрии.

Современная теория тяготения позволяет определять только метрический тензор, который определяет мировую функцию *только при предположении о римановости геометрии пространства-времени.* Новая концепция (обобщение теории относительности на случай физической геометрии пространства-времени) позволяет определить мировую функцию прямо, и оказывается, что эта мировая функция описывает нериманову геометрию даже в случае гравитационного поля тяжелой сферы. Обобщение ОТО оказывается возможным только, когда мы отказываемся от использования нерелятивистских понятий в теории относительности. В частности, нерелятивистское понятие близости двух событий заменяется релятивистским понятием.

Взаимоотношение между многовариантной геометрией пространства-времени и традиционной римановой геометрией может быть описано следующим образом. Риманова геометрия является одновариантным приближением к физической геометрии, которое порождено нашими убогими знаниями геометрии, С точки зрения физической геометрии это приближение выглядит следующим образом. Многовариантные мировые цепи микрочастиц заменяются усредненными мировыми цепями, которые интерпретируются как точные мировые линии частиц. Пространственно-временная геометрия строится на основе этих "точных" мировых линий таким образом, что эти мировые линии являются геодезическими геометрии. Такое приближение возможно на больших масштабах для описания движения частиц, хотя нельзя быть уверенным в том, что это приближение эффективно при описании влияния распределения вещества на геометрию пространства-времени, потому что риманова геометрия непоследовательна. На малых масштабах, когда многовариантность движения микрочастиц может наблюдаться непосредственно (например, дифракция электронов на малом отверстии), используется квантовое описание, которое учитывает некоторые свойства многовариантного движения.

Современная теория тяготения, так же как и интерпретация астрономических наблюдений, основанная на этой теории нуждаются в пересмотре. В частности, нужно пересмотреть такие понятия современной теории как "черные дыры" и "темная материя". На настоящей стадии исследований нельзя утверждать, что эти понятия описывают фиктивные объекты. Однако эти понятия становятся сомнительными, поскольку они введены на основе сомнительной теории гравитации. В любом случае пересмотр современной теории тяготения необходим.

Список литературы

[1] Rylov Yu. A., New crisis in geometry? *e-print* math.GM/0503261.

[2] Rylov Yu. A., Crisis in the geometry development and its social consequences. *e-print* math.GM/0609765.

[3] Rylov Yu. A., Non-Euclidean method of the generalized geometry construction and its application to space-time geometry. In *Pure and Applied Differential geometry* pp.238-246. eds. Franki Dillen and Ignace Van de Woestyne. Shaker Verlag, Aachen, 2007.

[4] Rylov Yu.A., Induced antigravitation in the extended general relativity *e-print 0910.3582v7*

[5] Blumental L.M., *Theory and Applications of Distance Geometry.* Oxford, Clarendon Press, 1953.

[6] Synge J.L., *Relativity: the General Theory.* Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1960.

[7] Rylov Yu. A. Generalization of relativistic particle dynamics on the case of non-Riemannian space-time geometry. e-print 0811.4562. *e-print* 0811.4562, *Concepts of Physics* **6**, iss.4, 605, (2009)(in print).

[8] Rylov Yu.A., Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *Journ. Math. Phys.* **32**(**8**), 2092-2098, (1991).

[9] Rylov Yu. A., Multivariance as a crucial property of microcosm *Concepts of Physics* **6**, iss.1, 89 -117, (2009).