Нериманова геометрия как причина третьей модификации геометрии пространства-времени

Ю.А. Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site:
$http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Рассматривается третья модификация геометрии пространства-времени. (первая модификация – это специальная теория относительности, вторая – общая теория относительности). После третьей модификации геометрии пространства-времени движение свободных частиц становится изначально стохастическим (многовариантным). Это обстоятельство вынуждает построить многовариантную динамику, которая представляет собой классическую динамику в неримановой геометрии пространства-времени. Многовариантная динамика объясняет квантовые эффекты без ссылки на квантовые принципы. Исключение квантовых принципов позволяет решить главную проблему релятивистской квантовой теории: объединение принципов теории относительности с нерелятивистскими принципами квантовой механики.

1 Введение

В XX веке динамика развивалась главным образом в результате модификации модели пространства-времени. Первые две существенные модификации пространства-времени были осуществлены Альбертом Эйнштейном. Первая модификация решила проблему движения с большими скоростями. Она известна как специальная теория относительности. Первая модификация привела к пространству-времени Минковского в результате замены двух пространственно-временных инвариантов одним.

Вторая модификация известна как общая теория относительности. Эта модификация привела к римановой геометрии пространства-времени, которая является результатом влияния распределения вещества на кривизну пространства-времени.

Третья модификация еще не имеет специального названия. Эта модификация привела к неримановой геометрии пространства-времени (Т-геометрии). Эта модификация позволяет описывать квантовые явления в рамках классической динамики, не используя при этом квантовых принципов. В неримановой геометрии пространства-времени движение свободных частиц является многовариантным (стохастическим), и нужна специальная многовариантная динамика, которая была бы совместна с пространственно-временной геометрией. Заметим, что сама по себе геометрия пространства-времени является одновариантной (детерминированной), тогда как движение частиц в одновариантном (детерминированном) пространстве-времени является многовариантным (стохастическим). Это есть следствие многовариантности понятия параллельности.

В пространстве-времени с геометрией Минковского детерминированное движение является естественным в том смысле, что нет никаких особых причин для детерминированного движения. Естественное стохастическое движение в пространстве-времени Минковского невозможно. Стохастическое движение является искусственным в том смысле, что должны быть некоторые особые причины для стохастичности.

В неримановом пространстве-времени движение любой частицы является стохастическим, причем не никаких особых причин для стохастичности. В этом смысле стохастическое движение является естественным. Мы будем использовать специальный термин "многовариантное движение"для естественного стохастического движения. В некоторых особых случаях (частица очень большой массы) многвариантное движение вырождается в одновариантное (детерминированное) движение, которое является частным случаем многовариантного движения.

Концепция, порожденная третьей модификацией пространственно-временной геометрии, описывает квантовые эффекты без ссылки на квантовые принципы. Она обладает следующими свойствами.

1. Она является модельной концепцией, тогда как традиционная квантовая механика является аксиоматической концепцией.

2. Она использует динамические методы, которые не ограничены квантовыми принципами. Динамические методы позволяют получить результаты, которые не могут быть получены в рамках традиционной квантовой механики: например, несовместимость копенгагенской интерпретации с формализмом квантовой механики [1, 2], существование внутренних степеней свободы дираковской частицы, описываемых нерелятивистски [3, 4, 5, 6], и природа механизма рождения пар [7]

3. Наибольшее значение имеет тот факт, что полученная концепция является *более фундаментальной, чем традиционное квантовое описание.*

Это можно увидеть на рис. 1, где представлена некоторая фундаментальная концепция, основанная на некоторых первых (фундаментальных) предложениях, которые показаны в нижней части схемы. Наверху показаны экспериментальные данные, которые могут быть объяснены с помощью первых предложений. Возможна такая ситуация, что экспериментальные данные могут быть объяснены с помощью множества следствий, расположенных вблизи экспериментальных данных, без прямой ссылки на первые предложения фундаментальной теории. В этом случае список этих предложений (следствий) можно рассматривать как первые предложения некоторой теории (усеченной теории). Эта усеченная теория может рассматриваться как самодостаточная теория, не нуждающаяся в ссылках на фундаментальную теорию и не использующая эти ссылки. Усеченная теория содержит больше первых предложений, чем фундаментальная концепция, потому что она содержит следствия первых предложений фундаментальный теории в качестве первых предложений, причем эти следствия получены при рассмотрении нерелятивистских явлений.

Если нам не известны первые предложения фундаментальной теории, мы не можем разделить, что в первых предложениях усеченной теории обусловлено первыми принципами фундаментальной теории, а что обусловлено нерелятивистским характером описываемых явлений. В этом случае можно воспринимать усеченную теорию как фундаментальную теорию с первыми предложениями, отличными от первых предложений фундаментальной теории. Усеченные теории как правило являются аксиоматическими, Их применение к объяснению экспериментальных данных легче и проще, чем применение фундаментальной теории, потому что некоторые следствия фундаментальной теории содержатся в усеченной теории в готовом виде.

С практической точки зрения применение усеченной теории проще, чем применение фундаментальной теории. Усеченная теория выглядит как более простая теория, которая оказывается более удобной для объяснения экспериментальных данных, чем фундаментальная теория. Кроме того, усеченная теория, как правило, появляется раньше, чем фундаментальная теория, потому что первые предложения усеченной теории ближе к экспериментальным данным, и она проще, чем фундаментальная теория. Например, аксиоматическая термодинамика (усеченная теория) была построена раньше, чем статистическая физика (кинетическая теория), которая является фундаментальной теорией по отношению к термодинамике. Как правило, переход от известной усеченной теории к соответствующей неизвестной фундаментальной теории оказывается трудным для восприятия исследователей.

Нерелятивистская квантовая теория является усеченной теорией, и для нее существует соответствующая фундаментальная теория. К сожалению, на настоящей стадии развития науки, большинство исследователей рассматривает нерелятивистскую квантовую механику как фундаментальную теорию. Первые предложения нерелятивистской квантовой теории содержат квантовые принципы, являющиеся нерелятивистскими. В результате проблема построения релятивистской квантовой теории формулируется как объединение нерелятивистских принципов квантовой механики с принципами теории относительности. Такая постановка проблемы непоследовательна.

Правильная постановка проблемы формулируется следующим образом. Нужно отделить нерелятивистский характер описываемых явлений от первых предложений теории. Это означает, что нужно построить фундаментальную теорию, первые предложения которой нечувствительны к характеру (релятивистскому или нерелятивистскому) описываемых явлений.

2 Зачем нужна Т-геометрия?

В тридцатые годы XX века было обнаружено, что свободные микрочастицы движутся стохастически. Движение свободных частиц зависит только от геометрии пространства-времени. Для объяснения стохастичности движения частиц пространственно-временная геометрия должна обладать следующими свойствами. Движение свободных частиц в таком пространстве-времени должно быть изначально стохастическим (многовариантным). Интенсивность стохастичности (многовариантность) должна зависеть от массы частицы. Такая геометрия не была известна до девяностых годов XX века.

В Т-геометрии свойство параллельности интранзитивно, т.е. если имеются соотношения $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ и $\mathbf{b} \parallel \mathbf{c}$ для векторов $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, то, вообще говоря, векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{c}$ не параллельны. На самом деле, в Т-геометрии имеется много векторов $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, ...$, которые параллельны вектору $\mathbf{a}$, но не параллельны между собой. Интранзитивность параллельности связана многовариантностью параллельности, которая означает, что существует много векторов (направлений) $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, ...$, которые параллельны вектору (направлению) $\mathbf{a}$, но не параллельны между собой. На рис.2 изображены мировые линии свободных частиц. В первом случае изображена мировая линия в пространстве-времени Минковского. Во втором случае изображена многовариантная мировая линия в пространстве-времени с интранзитивным параллелизмом. В первом случае мы имеем традиционную одновариантную динамику специальной теории относительности. Во втором случае удается построить соответствующую многовариантную динамику (или статистическое описание). Такое описание получается, когда отдельная частица (мировая линия) заменяется статистическим ансамблем частиц (мировых линий).

3 Построение Т-геометрии

Всякая обобщенная геометрия получается в результате деформации собственно евклидовой геометрии. Собственно евклидова геометрия формализуется, т.е. любое утверждение $\mathcal{S}$ и любой геометрический объект $\mathcal{O}$ представляются в терминах евклидовой мировой функции σ_{E} соответственно в виде $\mathcal{S}(\sigma_{\mathrm{E}})$ и $\mathcal{O}(\sigma_{\mathrm{E}})$. (Имеется теорема, которая утверждает, что это всегда возможно [9]). *Множество всех* $\mathcal{S}(\sigma_{\mathrm{E}})$ *и* $\mathcal{O}(\sigma_{\mathrm{E}})$ *образует собственно евклидову геометрию.* Мировая функция [8] $\sigma(P,Q)=\frac{1}{2}\rho^2(P,Q)$, где $\rho(P,Q)$ есть расстояние между точками P и Q. Она имеет свойства

$$\sigma(P,P)=0,\qquad \sigma(P,Q)=\sigma(Q,P),\qquad \forall P,Q\in\Omega \tag{3.1}$$

Для получения обобщенной геометрии $\mathcal{G}$, описываемой мировой функцией σ, достаточно заменить σ_{E} мировой функцией σ во всех выражениях $\mathcal{S}(\sigma_{\mathrm{E}})$ и $\mathcal{O}(\sigma_{\mathrm{E}})$. Тогда *множество всех* $\mathcal{S}(\sigma)$ и $\mathcal{O}(\sigma)$ *образует обобщенную геометрию* $\mathcal{G}$, описываемую мировой функцией σ.

Представление собственно евклидовой геометрии в формализованном (σ-имманентном) виде не содержит каких-либо теорем. Все теоремы заменены определениями.

Поясним это на примере теоремы косинусов, которая утверждает

$$\begin{aligned}|\mathbf{BC}|^2 &= |\mathbf{AB}|^2+|\mathbf{AC}|^2-2(\mathbf{AB}.\mathbf{AC}) \\ &= |\mathbf{AB}|^2+|\mathbf{AC}|^2-2|\mathbf{AB}||\mathbf{AC}|\cos\alpha\end{aligned} \tag{3.2}$$

где точки A,B,C являются вершинами треугольника, $|\mathbf{BC}|$, $|\mathbf{AB}|$, $|\mathbf{AC}|$ представляют собой длины сторон треугольника и α есть угол $\angle BAC$. Соотношение (3.2) представляет собой теорему косинусов, которая доказывается на основе аксиом собственно евклидовой геометрии.

Используя выражение для длины стороны треугольника $\mathbf{AB}$ через мировую функцию σ

$$|\mathbf{AB}|=\sqrt{2\sigma(A,B)} \tag{3.3}$$

можно переписать соотношение (3.2) для $|\mathbf{BC}|^2$ в виде

$$(\mathbf{AB}.\mathbf{AC})=\sigma(A,B)+\sigma(A,C)-\sigma(B,C) \tag{3.4}$$

Это соотношение представляет собой определение скалярного произведения $(\mathbf{AB}.\mathbf{AC})$ двух векторов $\mathbf{AB}$ и $\mathbf{AC}$, имеющих общее начало A. Таким образом, теорема заменяется определением нового понятия (скалярного произведения), которое теперь не связано прямо с понятием линейного пространства.

Другим примером является теорема Пифагора для прямоугольного треугольника ABC с прямым углом $\angle BAC$. Она записывается в виде

$$|\mathbf{BC}|^2=|\mathbf{AB}|^2+|\mathbf{AC}|^2$$

В формализованной форме евклидовой геометрии (в Т-геометрии) мы получаем вместо теоремы Пифагора определение прямого угла $\angle BAC$. В терминах мировой функции это определение имеет вид. *Угол* $\angle BAC$ *является прямым, если выполнено соотношение*

$$\sigma(A,B)+\sigma(A,C)-\sigma(B,C)=0 \tag{3.5}$$

Таким образом, теорема косинусов превращается в определение скалярного произведения, тогда как теорема Пифагора превращается в определение прямого угла. Подобным образом все теоремы евклидовой геометрии превращаются в определения.

Таким образом, теоремы собственно евклидовой геометрии заменяются определениями Т-геометрии. Ситуация очень необычная и странная для математиков, которые не могут представить себе какую-нибудь геометрию без теорем, потому что формулирование и доказательство теорем – это основная работа геометров. Многие из геометров не могут принять геометрию без теорем, т.е. евклидову геометрию в формализованном виде.

На самом деле, евклидова геометрия принимается в расчет в процессе ее формализации. Традиционный метод построения обобщенной геометрии повторяет все построения Евклида при других начальных аксиомах. Альтернативный метод, основанный на принципе деформации не нуждается в повторении всех построений Евклида при построении обобщенной геометрии. Все Евклидовы результаты содержатся в формализованном (σ-имманентном) виде евклидовой геометрии.

4 Параллельность удаленных векторов. Многовариантность параллельности

Скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ двух удаленных векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется σ-имманентным соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = \sigma(P_0, Q_1) + \sigma(P_1, Q_0) - \sigma(P_0, Q_0) - \sigma(P_1, Q_1) \tag{4.1}$$

Два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ являются линейно зависимыми (коллинеарными) $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1||\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, если определитель Грама обращается в нуль

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1||\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1: \qquad \begin{vmatrix} (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1) & (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) \\ (\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1) & (\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) \end{vmatrix} = 0 \tag{4.2}$$

или

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1||\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1: \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)^2 = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2\,|\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|^2 \tag{4.3}$$

Это есть определение линейной зависимости двух векторов, которое не ссылается на линейное пространство. Снова теорема о необходимом и достаточном условии линейной зависимости превращается в определение линейной зависимости.

Два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ параллельны $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \uparrow\uparrow \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, если

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \uparrow\uparrow \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1: \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{4.4}$$

Множество точек R таких, что вектор $\mathbf{Q}_0\mathbf{R}$ коллинеарен с вектором $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, образует прямую (трубку) $\mathcal{T}_{Q_0;P_0P_1}$, проходящую через точку Q_0 коллинеарно вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$.

$$\mathcal{T}_{Q_0;P_0P_1} = (R|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1||\mathbf{Q}_0\mathbf{R}) \tag{4.5}$$

Если прямая проходит в четырехмерном пространстве, то эта прямая представляет собой, вообще говоря, трехмерную поверхность (многовариантная прямая).

В пространстве-времени Минковского прямая $\mathcal{T}_{Q_0;P_0P_1}$ одномерна (одновариантна), если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ времениподобен
$(\sigma(P_0, P_1) > 0)$. Прямая $\mathcal{T}_{Q_0;P_0P_1}$ в пространстве-времени Минковского трехмерна (многовариантна), если вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ пространственноподобен $(\sigma(P_0, P_1) < 0)$. По этой причине нельзя обнаружить тахионы, если искать их в виде одномерных пространственноподобных линий.

Если пространство-время деформировано таким образом, что мировая функция σ_{d} имеет вид

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + d(\sigma_{\mathrm{M}}), \qquad d(\sigma_{\mathrm{M}}) = \begin{cases} \frac{\hbar}{2bc}, & \sigma_{\mathrm{M}} > \sigma_0 \\ 0, & \sigma_{\mathrm{M}} < 0 \end{cases}, \tag{4.6}$$

то прямая $\mathcal{T}_{Q_0;P_0P_1}$ всегда представляет собой трехмерную поверхность (многовариантную прямую). Здесь σ_{M} представляет собой мировую функцию пространства Минковского, а величины $\hbar$, b, c являются постоянными.

Сегмент $\mathcal{T}_{[P_0P_1]}$ времениподобной прямой $\mathcal{T}_{P_0;P_0P_1}$ между базисными точками P_0, P_1 может быть представлен в виде

$$\mathcal{T}_{[P_0P_1]} = \left(R|\sqrt{2\sigma(P_0, R)} + \sqrt{2\sigma(P_1, R)} - \sqrt{2\sigma(P_0, P_1)} = 0\right) \tag{4.7}$$

Цепь таких сегментов образует мировую линию (трубку)

$$\mathcal{T}_{\mathrm{br}} = \bigcup_i \mathcal{T}_{[P_iP_{i+1}]} \tag{4.8}$$

Эта мировая линия описывает свободную частицу, если векторы $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_{i+1}$, $i = 0, \pm1, \pm2, ...$ параллельны

$$\mathbf{P}_i\mathbf{P}_{i+1} \uparrow\uparrow \mathbf{P}_{i+1}\mathbf{P}_{i+2} \qquad i = 0, \pm1, \pm2, ... \tag{4.9}$$

и $|\mathbf{P}_i\mathbf{P}_{i+1}| = \mu, \qquad i = 0, \pm1, \pm2, ..,$ μ является геометрической массой частицы. В случае пространства-времени Минковского и времениподобного вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, получаем одномерную (одновариантную) прямую линию, проходящую через точки P_0, P_1.

В случае искаженного пространства-времени, описываемого мировой функцией σ_{d}, мировая линия частицы имеет форму многовариантной ломаной трубки. Для описания таких трубок нужна многовариантная динамика.

5 Многовариантная динамика

Сэр Исаак Ньютон построил свою детерминированную (одновариантную) динамику для ньютоновской концепции пространства-времени. Одновариантная динамика используется для описания релятивистских частиц. Однако, для описания многовариантных мировых линий нужна многовариантная динамика. Многовариантная динамика используется для описания движения частиц в ньютоновской модели пространства-времени или пространстве-времени Минковского, когда начальные условия точно не известны. В этом случае используется концепция статистического ансамбля.

Мы продемонстрируем на примере свободных нерелятивистских частиц, как вводится статистический ансамбль без ссылки на теорию вероятностей (т.е. чисто динамически). Действие $\mathcal{A}_{\mathcal{S}_\mathrm{d}}$ свободной детерминированной частицы $\mathcal{S}_\mathrm{d}$ имеет вид

$$\mathcal{A}_{\mathcal{S}_\mathrm{d}}[\mathbf{x}] = \int \frac{m}{2}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)^2 dt \qquad (5.1)$$

где $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$.

Для чистого статистического ансамбля $\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{d}]}$ свободных детерминированных частиц получаем

$$\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{d}]}[\mathbf{x}] = \int \frac{m}{2}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)^2 dt d\boldsymbol{\xi} \qquad (5.2)$$

где $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t, \boldsymbol{\xi})$ есть 3-векторная функция независимых переменных $t, \boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, ...\xi_n\}$. Переменные (лагранжевы координаты) $\boldsymbol{\xi}$ маркируют частицы $\mathcal{S}_\mathrm{d}$ статистического ансамбля $\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{d}]$. Статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{d}]$ является динамической системой гидродинамического типа. Заметим, что число n переменных $\xi_1, \xi_2, ...\xi_n$ может быть выбрано произвольно, но удобно выбрать их таким образом, чтобы соотношения $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t, \boldsymbol{\xi})$ можно было разрешить в виде $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}(t, \mathbf{x})$. В этом случае нужно положить $n = 3$. Статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{d}]$ осуществляет многовариантное описание в том смысле, что разные значения переменных $\boldsymbol{\xi}$ описывают различные мировые линии, определяемые различными начальными условиями.

Если частица $\mathcal{S} = \mathcal{S}_\mathrm{st}$ стохастическая, динамические уравнения для статистического ансамбля $\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{st}]$ существуют, тогда как динамических уравнений для отдельной стохастической частицы $\mathcal{S}_\mathrm{st}$ нет.

Обычно статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}]$ рассматривается как производный объект. Базовым объектом считается отдельная динамическая система. Чтобы построить многовариантную динамику, будем рассматривать статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}]$ как базовый объект динамики, тогда как отдельная динамическая система будет рассматриваться как частный случай статистического ансамбля с δ-образными начальными данными.

В случае детерминированной динамической системы $\mathcal{S}_\mathrm{d}$ динамические уравнения, порожденные действием (5.1) для отдельной частицы $\mathcal{S}_\mathrm{d}$, совпадают с динамическими уравнениями, порожденными действием (5.2) для статистического ансамбля $\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{d}]$.

$$\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} = 0 \qquad (5.3)$$

Объекты $\mathcal{S}_\mathrm{d}$ и $\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{d}]$ различаются в том отношении, что $\mathcal{S}_\mathrm{d}$ описывается одной векторной функцией $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$, тогда как $\mathcal{E}[\mathcal{S}_\mathrm{d}]$ описывается многими различными функциями $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t, \boldsymbol{\xi})$. В данном случае не важно, какой из двух объектов: $\mathcal{S}$ или $\mathcal{E}[\mathcal{S}]$ является базовым.

Однако, для стохастических частиц выбор базового объекта важен. Если базовым объектом является статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}]$, то динамические уравнения для него существуют всегда. Тот факт, что для отдельной стохастической частицы не существует динамических уравнений, значения не имеет, потому что отдельная частица не является базовым объектом, а динамика представляет собой динамику базовых объектов (статистических ансамблей).

Итак, *выбирая статистический ансамбль базовым объектом динамики, мы можем построить многовариантную динамику.*

Статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$ свободных particles $\mathcal{S}_{\rm st}$ является динамической системой, описываемой действием

$$\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]}[\mathbf{x}, \mathbf{u}_{\rm df}] = \int \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt} \right)^2 + \frac{m}{2} \mathbf{u}_{\rm df}^2 - \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\nabla} \mathbf{u}_{\rm df} \right\} dt d\boldsymbol{\xi} \tag{5.4}$$

где $\mathbf{u}_{\rm df} = \mathbf{u}_{\rm df}(t, \mathbf{x})$ есть диффузионная скорость, описывающая среднее значение стохастической составляющей скорости, тогда как $\frac{d\mathbf{x}}{dt}(t, \boldsymbol{\xi})$ описывает регулярную составляющую скорости частицы, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t, \boldsymbol{\xi})$ является 3-векторной функцией независимых переменных $t, \boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$. Переменные $\boldsymbol{\xi}$ маркируют частицы $\mathcal{S}_{\rm st}$, образующие статистический ансамбль. Оператор

$$\boldsymbol{\nabla} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^2} \right\} \tag{5.5}$$

определен в пространстве координат $\mathbf{x}$. Заметим, что переход от статистического ансамбля $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm d}]$ к статистическому ансамблю $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$ является чисто динамическим. Понятие вероятности не используется. Характер стохастичности определяется видом двух последних членов в действии (5.4) для $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$. Например, если заменить $\boldsymbol{\nabla}\mathbf{v}_{\rm df}$ некоторой функцией $f(\boldsymbol{\nabla}\mathbf{v}_{\rm df})$, то получится другой вид стохастичности, который не совпадает с квантовой стохастичностью.

Действие для отдельной стохастической частицы получается из действия (5.4) для $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$ устранением интегрирования по $\boldsymbol{\xi}$. Получаем действие

$$\mathcal{A}_{\mathcal{S}_{\rm st}}[\mathbf{x}, \mathbf{u}_{\rm df}] = \int \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt} \right)^2 + \frac{m}{2} \mathbf{u}_{\rm df}^2 - \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\nabla} \mathbf{u}_{\rm df} \right\} dt \tag{5.6}$$

где $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{u}_{\rm df} = \mathbf{u}_{\rm df}(t, \mathbf{x})$. Однако, это действие имеет только символический смысл, поскольку оператор $\boldsymbol{\nabla}$ определен в некоторой окрестности точки $\mathbf{x}$, а не в самой точке. Это означает, что это действие не определяет динамических уравнений для отдельной частицы $\mathcal{S}_{\rm st}$, и *частица оказывается стохастической*, хотя для статистического ансамбля таких частиц динамические уравнения существуют. Они определяются действием (5.4) для $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$. Таким образом, частицы описываемые действием для $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$ оказываются стохастическими, потому что не существует динамических уравнений для отдельной частицы. В случае, когда квантовая постоянная $\hbar = 0$, действие (5.4) для $\mathcal{S}_{\rm st}$ и действие

(5.2) для $\mathcal{S}_{\mathrm{d}}$ совпадают, потому что в этом случае из динамических уравнений следует, что $\mathbf{u}_{\mathrm{df}} = 0$.

Вариация действия (5.4) для $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right]$ по переменной $\mathbf{u}_{\mathrm{df}}$ приводит к уравнению

$$\mathbf{u}_{\mathrm{df}} = -\frac{\hbar}{2m}\boldsymbol{\nabla}\ln\rho, \tag{5.7}$$

где плотность частиц ρ определяется соотношением

$$\rho = \left[\frac{\partial\left(x^1, x^2, x^3\right)}{\partial\left(ß_1, \xi_2, \xi_3\right)}\right]^{-1} = \frac{\partial\left(\xi_1, \xi_2, \xi_3\right)}{\partial\left(x^1, x^2, x^3\right)} \tag{5.8}$$

Исключая $\mathbf{u}_{\mathrm{df}}$ из динамических уравнений для $\mathbf{x}$, получаем динамические уравнения гидродинамического типа.

$$m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} = -\boldsymbol{\nabla}U\left(\rho, \boldsymbol{\nabla}\rho\right) \tag{5.9}$$

$$U\left(\rho, \boldsymbol{\nabla}\rho\right) = \frac{\hbar^2}{8m}\left(\frac{\left(\boldsymbol{\nabla}\rho\right)^2}{\rho^2} - 2\frac{\boldsymbol{\nabla}^2\rho}{\rho}\right) \tag{5.10}$$

С помощью надлежащей замены переменных эти уравнения могут быть приведены к уравнению Шредингера [10].

Однако, здесь имеется серьезная математическая проблема. Дело в том, что гидродинамические должны быть проинтегрированы, для того чтобы их можно было описывать в терминах волновой функции. Возможность записи уравнения Шредингера в гидродинамической форме, известна давно [11]. Однако, обратный переход от гидродинамических уравнений к описанию в терминах волновой функции не был известен до конца XX века [10], и необходимость интегрирования гидродинамических уравнений была причиной этого.

Получение уравнения Шредингера в качестве частного случая динамических уравнений, описывающих статистический ансамбль, показывает, что *волновая функция является просто методом описания гидродинамических уравнений, а не специфическим квантовым объектом*, чьи свойства определяются квантовыми принципами. При таком интерпретации волновой функции *квантовые принципы оказываются излишними*, потому что они нужны только для объяснения того, как волновая функция связана со свойствами частицы. Вся остальная информация содержится в динамических уравнениях. Оказывается, что *квантовая частица является разновидностью стохастической частицы*, и все ее проявления могут быть легко интерпретированы в терминах многовариантной динамики (в терминах статистического ансамбля стохастических частиц).

Идея того, что квантовые частицы – это просто стохастические частицы, вполне естественна. Она известна очень давно. Однако, математическая формулировка этой идеи не могла быть реализована в течение долгого времени из-за двух рассмотренных выше проблем (некорректная концепция статистического ансамбля релятивистских частиц и необходимость интегрирования гидродинамических уравнений).

Можно показать, что квантовая система представляет собой особый вид динамических систем, которые могут быть получены из статистического ансамбля классических динамических систем с помощью замены параметров P динамической системы их эффективным значением P_{eff}. В частности, незаряженная частица описывается единственным параметром: ее массой m.

Статистический ансамбль свободных классических релятивистских частиц описывается действием

$$\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\text{d}}]}[x] = -\int mc\sqrt{g_{ik}\dot{x}^i\dot{x}^k}d\tau d\boldsymbol{\xi}, \qquad \dot{x}^k \equiv \frac{dx^k}{d\tau} \tag{5.11}$$

где $x^k = x^k(\tau, \boldsymbol{\xi})$. Чтобы получить квантовое описание, рассмотрим статистический ансамбль $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\text{st}}]$ свободных релятивистских стохастических частиц $\mathcal{S}_{\text{st}}$, который представляет собой динамическую систему, описываемую действием

$$\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\text{st}}]}[x, u] = -\int m_{\text{eff}}c\sqrt{g_{ik}\dot{x}^i\dot{x}^k}d\tau d\boldsymbol{\xi}, \qquad \dot{x}^k \equiv \frac{dx^k}{d\tau} \tag{5.12}$$

где $x^k = x^k(\tau, \boldsymbol{\xi})$, $u^k = u^k(x)$, $k = 0, 1, 2, 3$. Здесь эффективная масса m_{eff} получается из массы m детерминированной (классической) частицы с помощью замены

$$m^2 \to m_{\text{eff}}^2 = m^2\left(1 + g_{ik}\frac{u^i u^k}{c^2} + \frac{\hbar}{mc^2}\partial_k u^k\right) \tag{5.13}$$

где $u^k = u^k(x)$ является средним значением стохастической составляющей 4-скорости. Используя замену переменных

$$\kappa^k = \frac{m}{\hbar}u^k, \tag{5.14}$$

удобно ввести 4-скорость $\kappa = \{\kappa^0\boldsymbol{\kappa}\}$, с величиной $\boldsymbol{\kappa}$, имеющей размерность длины. Действие принимает вид

$$\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\text{st}}]}[x, \kappa] = -\int mcK\sqrt{g_{ik}\dot{x}^i\dot{x}^k}d\tau d\boldsymbol{\xi}, \tag{5.15}$$

$$K = \sqrt{1 + \lambda^2\left(g_{ik}\kappa^i\kappa^k + \partial_k\kappa^k\right)} \tag{5.16}$$

где $\lambda = \frac{\hbar}{mc}$ является комптоновской длиной волны частицы, и метрический тензор имеет вид $g_{ik} = \text{diag}\{c^2, -1, -1, -1\}$. В нерелятивистском приближении это действие превращается в действие

$$\mathcal{A}_{\mathcal{S}_{\text{st}}}[\mathbf{x}, \mathbf{u}] = \int\left\{-mc^2 + \frac{m}{2}\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)^2 + \frac{m}{2}\mathbf{u}^2 - \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}\right\}dtd\boldsymbol{\xi} \tag{5.17}$$

которое совпадает с действием (5.4) и порождает уравнение Шредингера для потенциального течения жидкости, описываемой этим действием. В релятивистском случае получается уравнение Клейна-Гордона.

Таким образом, мы видим, что надлежащая модификация геометрии пространства-времени порождает многовариантную динамику, которая описывает квантовые явления *без каких-либо дополнительных предположений.* Это означает, что мы получили *фундаментальную теорию,* которая заменяет усеченную теорию (традиционную нерелятивистскую квантовую механику). Имея фундаментальную теорию, мы можем надеяться построить релятивистскую квантовую теорию без каких-либо дополнительных гипотез.

Список литературы

[1] Yu. A. Rylov, Dynamical methods of investigations in application to the Schrödinger particle. *physics*/0510243.

[2] Yu. A. Rylov, Incompatibility of the Copenhagen interpretation with quantum formalism and its reasons. *physics*/0604111.

[3] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle composite? *physics*/0410045). .

[4] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle completely relativistic? *physics*/0412032.

[5] Yu. A. Rylov, Dynamical methods of investigation in application to the Dirac particle. *physics*/0507084.

[6] Yu. A. Rylov, Formalized procedure of transition to classical limit in application to the Dirac equation. (Report at 6th conference "Symmetry in nonlinear mathematical physics", Kiev, June 2005), *physics*/0507183.

[7] Yu.A. Rylov, Classical description of pair production. *physics*/0301020.

[8] J.L. Synge, . *Relativity: The General Theory*, North-Holland, Amsterdam, 1960.

[9] Yu.A. Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci.* **30**, iss. 12, 733-760, (2002), (Available at http://arXiv.org/abs/math.MG/0103002)

[10] Yu.A. Rylov, Spin and wave function as attributes of ideal fluid . *Journ. Math. Phys.*, **40**, pp. 256 - 278, (1999)).

[11] E. Madelung, Quanten Theorie in hydrodynamischer Form. *Z. Phys.* **40,** 322-326, (1926).