Геометризация физики в микромире: дискретное пространство-время и теория относительности

Ю.А.Рылов

Институт проблем механики, РАН
119526, Москва, Пр. Вернадского, 101-1
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: $http://rsfq1.physics.sunysb.edu/\tilde{}rylov/yrylov.htm$
or mirror Web site: $http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/\tilde{}rylov/yrylov.htm$

Аннотация

Настоящая работа представляет собой обзор работ, выполненных за последние двадцать лет и посвященных геометризации физики микромира. Эти работы развивают новое направление в физике микромира. Это так называемая геометрическая парадигма, альтернативная квантовой парадигме, которая традиционно используется сейчас. Гипотеза о дискретности геометрии пространства-времени оказывается более фундаментальной, чем гипотеза о квантовой природе микромира. Дискретная геометрия пространства-времени позволяет описывать квантовые эффекты как чисто геометрические эффекты. Математический формализм геометризации физики микромира (геометрической парадигмы) основывается на физической геометрии, которая полностью описывается мировой функцией. Уравнения движения частиц в микромире являются алгебраическими (а не дифференциальными) уравнениями. Они записываются в бескоординатном виде в терминах мировой функции. Геометрическая парадигма появляется как результат преодоления непоследовательности традиционной теории элементарных частиц. В рассматриваемой каркасной концепции состояние элементарной частицы описывается ее каркасом (несколько пространственно-временных точек). Каркас содержит всю информацию о свойствах частицы (масса, заряд, спин, и т.п.). Каркасная концепция представляет собой монистическое построение, где движение элементарной частицы описывается в терминах каркаса и мировой функции и только в этих терминах. Каркасная концепция может быть построена только на основе физической геометрии. К сожалению, большинство математиков не признает физические геометрии, потому что эти геометрии неаксиоматизируемы. Это повторение того случая, когда математики не признавали неевклидовы геометрии Лобачевского-Больяи. В результате этот обзор представляет собой обзор работ одного автора. Эта ситуация имеет и некоторые положительную сторону, потому что становится возможным изложить не только работы, но и мотивы написания этих работ.

1 Введение

Традиционная парадигма развития физики микромира может быть классифицирована как квантовая парадигма. Квантовая парадигма основывается на гипотезе о непрерывном пространстве-времени, оснащенном квантовыми принципами движения частиц. Существует альтернативная геометрическая парадигма, основанная на гипотезе о дискретном пространстве-времени. Нет необходимости использовать квантовые принципе в геометрической парадигме, потому что все квантовые эффекты могут быть объяснены существованием элементарной длины дискретной геометрии. Элементарная длина оказывается пропорциональной квантовой постоянной $\hbar$.

Гипотеза о дискретности пространственно-временной геометрии выглядит более разумной и естественной, чем гипотеза о таинственной квантовой природе микромира. Одной из причин, почему геометрическая парадигма не используется в современной физике, является то обстоятельство, что дискретная геометрия не была разработана должным образом. Считается, что дискретная геометрия – это геометрия на решетке. Решеточное множество точек не может быть однородным и изотропным, такое множество точек (событий) не годится для описания пространства-времени.

На самом деле, дискретная геометрия пространства-времени может быть определена на том же самом множестве точек, на котором задана геометрия Минковского. Другими словами, дискретная геометрия может быть однородной и изотропной. Это неожиданное обстоятельство позволяет использовать дискретную геометрию как геометрию пространства-времени. *Дискретная геометрия G_{d} есть такая геометрия, где нет близких точек.* Математически это означает, что

$$|\varrho\left(P,Q\right)| \notin \left(0,\lambda_0\right), \qquad \forall P,Q \in \Omega \tag{1.1}$$

Здесь Ω есть множество точек, не котором задана геометрия, и $\varrho\left(P,Q\right)$ есть расстояние между точками P, Q. Величина λ_0 является элементарной длиной дискретной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$. Геометрия на решетке может удовлетворять свойству(1.1), но такая геометрия является очень специальным видом дискретной геометрии, которая не может быть однородной и изотропной. Дискретная геометрия на точечном множестве Минковского имеет ряд новых неожиданных свойств, которые не были известны в двадцатом веке. Этот факт был одной из причин, почему геометризация физики в микромире не развивалась в двадцатом веке.

Эта работа представляет собой краткий обзор развития геометризации физики за последние два десятилетия. Геометризация физики началась в конце девятнадцатого века. Последовательными этапами геометризации физики являются: (1) связь законов сохранения со свойствами геометрии пространства-времени (однородностью и изотропностью), (2) специальная теория относительности, (3) общая теория относительности, (4) пространственно-временная геометрия Калуцы-Клейна. Большинство физиков не верит в возможность геометризации физики в микромире. Они верят в квантовую природу физических явлений в микромире и не знают свойств дискретной геометрии, позволяющих объяснить квантовые явления как геометрические эффекты. По этой причине сейчас почти никто не работает с геометризацией физики. По необходимости обзор работ по геометризации физики в микромире представляет собой обзор работ одного автора.

Следует заметить, что мы различаем между концепцией и теорией. Например, каркасная концепция элементарных частиц отличается от соответствующей теории элементарных частиц. В концепции исследуется связь между понятиями теории. Каркасная концепция элементарных частиц исследует структуру возможной теории элементарных частиц. Она исследует, почему элементарная частица описывается ее каркасом (несколькими пространственно-временными точками), которые содержат всю информацию об элементарной частице. Каркасная концепция объясняет, почему динамические уравнения являются бескоординатными алгебраическими уравнениями и почему динамические уравнения пишутся в терминах мировой функции. Однако каркасная концепция не дает ответ на вопрос, какой каркас соответствует конкретной элементарной частице и какова мировая функция геометрии реального пространства-времени. Другими словами, каркасная концепция имеет дело с физическими принципами, а не с конкретными элементарными частицами. Правильность концепции нельзя проверит экспериментально. Однако, если определена мировая функция реального пространства-времени и установлена связь между каждой конкретной элементарной частицей и ее каркасом, то каркасная концепция превращается в теорию элементарных частиц. Теория элементарных частиц (но не концепция) может быть проверена экспериментально.

Другими словами, бесполезно говорить об экспериментальной проверке каркасной концепции, потому что она имеет дело только с физическими принципами. Обсуждая свойства концепции, следует говорить только о свойствах понятий и логических связях между ними, но не о том в какой мере они согласуются с экспериментальными данными.

В обзоре рассматриваются следующие проблемы:

1. Принципиальные дефекты квантовой парадигмы, которые, в частности, заключаются в неправильном применении принципов теории относительности при описании недетерминированных частиц.

2. Объяснение квантовых эффектов как результат статистического описания движения недетерминированных частиц.

3. Дискретная геометрия как частный случай физической геометрии и свойства физических геометрий.

4. Движение элементарных частиц в пространстве-времени с физической геометрией и каркасная концепция динамики частиц.

Идея геометризации физики основана на следующем обстоятельстве. Описание движения частицы содержит два существенных элемента: геометрию пространства-времени и законы динамики. Эти две категории связаны. Можно исследовать эти две категории только вместе, и граница между законами геометрии и законами динамики не является жестко заданной. Можно сдвигать эту границу. Например, можно выбрать очень простую геометрию пространства-времени, тогда законы динамики окажутся довольно сложными. Можно попытаться использовать геометрию пространства-времени, выбранную таким образом, чтобы динамические законы были бы очень простыми. Например, может быть, существует такая геометрия пространства-времени, где элементарные частицы движутся свободно. Взаимодействие между частицами осуществляется через геометрию пространства-времени. Геометрия Калуцы-Клейна представляет собой пример такой геометрии, где электромагнитное поле является свойством геометрии пространства-времени. Электромагнитное взаимодействие частиц объясняется как результат взаимодействия с электромагнитным полем, если используется пространственно-временная геометрия Минковского (вместо геометрии Калуцы-Клейна).

Пространство-время Минковского однородно и изотропно. Можно легко написать законы сохранения энергии-импульса и углового момента в пространстве-времени Минковского. Нельзя написать законы сохранения в пространстве-времени Калуцы-Клейна с электромагнитным полем, потому что это пространство-время, вообще говоря, не является однородным и изотропным. Такое различие обусловлено тем обстоятельством, что в пространстве-времени Минковского электромагнитное поле является вещественной сущностью, тогда как в пространстве Калуцы-Клейна электромагнитное поле является только свойством пространственно-временной геометрии.

Какая из этих двух точек зрения является правильной? Мы полагаем, что следует использовать оба подхода. При геометрическом подходе число сущностей меньше (в пределе полной геометризации остается только одна сущность), и легче устанавливать физические (и геометрические) принципы, ответственные за описание различных сторон физических явлений. С другой стороны, когда связь между различными сторонами физического явления уже установлена, можно рассматривать различные стороны физического явления как разные сущности. Такой подход позволяет описывать конкретные физические явления проще и привычнее, рассматривая их как результат взаимодействия разных сущностей.

Развивая геометризацию физики, мы стремимся работать с физическими принципами, полагая, что добрые старые классические принципы верны. Мы уклоняемся от введения новых физических принципов на основе рассмотрения отдельных физических явлений. Мы полагаем, что классические принципы верны, хотя иногда они применяются неправильно. Нам удалось обнаружить несколько ошибок в применении классических принципов физики. Некоторые из ошибок связаны с нашим несовершенным знанием геометрии и, в частности, с неудовлетворительным знанием дискретной геометрии.

При полной геометризации физики геометрия пространства-времени выбирается таким образом, что все частицы движутся свободно. Силовые поля и их взаимодействие с частицами возникают только в том случае, когда геометрия пространства-времени выбрана неправильно. В том случае, когда геометрия пространства-времени отличается от истинной геометрии, различие геометрий порождает коррекцию в виде силовых полей. Полная геометризация физики известна для классических (гравитационного и электромагнитного) взаимодействий. Однако, полная геометризация физики еще не известна для микромира. Причина этого обстоятельства лежит главным образом в том, что наши знания геометрии не совершенны. Полная геометризация физики возможна только при более совершенном описании геометрии пространства-времени.

Геометрия как наука о расположении геометрических объектов в пространстве или в пространстве событий (пространстве-времени) полностью описывается расстоянием $\rho\left(P,Q\right)$ между любыми двумя точками P и Q, или мировой функцией $\sigma=\frac{1}{2}\rho^2$. Геометрия, которая полностью описывается мировой функцией, называется физической геометрией. После полной геометризации физики динамика частиц превращается в монистическую концепцию, полностью описываемую в терминах одной величины (мировой функции). Любая концепция, которая содержит несколько базовых понятий (величин) нуждается в согласованности между всеми понятиями, используемыми в концепции. Достижение такого согласия очень трудная задача. Это можно увидеть на примере геометрии. Физическая геометрия является монистической концепцией, потому что она описывается с помощью только одной мировой функции. При традиционном описании римановых геометрии используются несколько базовых понятий (многообразие, система координат, метрический тензор), и риманова геометрия оказывается менее общей концепцией, чем физическая геометрия.

Альберт Эйнштейн мечтал о создании единой теории поля. Такая теория была бы монистической концепцией, и это обстоятельство было бы наиболее привлекательной чертой такой теории. Однако монистическая теория на основе геометрии представляется более привлекательной, чем монистическая теория, основанная на едином поле, потому что главный объект физической геометрии (мировая функция) является более простым объектом, чем силовое поле единой теории поля.

Трудности геометризации физики появились, когда физики начали исследовать физические явления в микромире. Мы не можем точно знать геометрию пространства-времени в микромире. Довольно естественно, что геометрия пространства-времени в микромире может оказаться дискретной. Современные исследователи рассматривают дискретную геометрию как геометрию на решетчатом множестве точек. В частности, имеется специальный раздел в публикациях Архива, озаглавленный High Energy Physics - Lattice. Решетчатое множество точек не может быть однородным и изотропным. В соответствии с этим обстоятельством считается, что дискретная геометрия пространства-времени (геометрия на решетке) не может считаться однородной и изотропной.

На самом деле дискретная геометрия пространства-времени не обязательно является геометрией на решетке. Дискретная геометрия пространства-времени может быть задана на континуальном множестве точек. В частности она может быть задана на том же самом многообразии, где задана геометрия Минковского. Это связано с тем, что дискретность геометрии является свойством геометрии, а не свойством множества точек, на котором задана геометрия. Дискретная геометрия удовлетворяет ограничению (1.1). Геометрия на решетке удовлетворяет ограничению (1.1), но такая геометрия является частным случаем дискретной геометрии, когда геометрия не может быть однородной и изотропной.

Пусть σ_{M} является мировой функцией геометрии Минковского $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$

$$\sigma_{\mathrm{M}}\left(x,x'\right)=\frac{1}{2}g_{ik}\left(x^i-x'^i\right)\left(x^k-x'^k\right),\qquad \sigma_{\mathrm{M}}\left(x,x'\right)=\frac{1}{2}\rho_{\mathrm{M}}^2\left(x,x'\right) \tag{1.2}$$

где $\rho_{\mathrm{M}}\left(x,x'\right)$ есть расстояние (интервал) между точками с инерциальными координатами $x = \{x^0, x^1, x^2, x^3\}$ и $x' = \{x'^0, x'^1, x'^2, x'^3\}$. Мировая функция σ_{d}

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{M}} + \frac{\lambda_0^2}{2}\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right), \qquad \mathrm{sgn}\left(x\right) = \left\{ \begin{array}{rll} 1 & \text{если} & x>0 \\ 0 & \text{если} & x=0 \\ -1 & \text{если} & x<0 \end{array} \right. \tag{1.3}$$

описывает дискретную геометрию $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$, которая удовлетворяет ограничению (1.1), хотя геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ задана на том же самом точечном множестве Ω_{M}, где задана геометрия Минковского.

Геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ оказывается однородной и изотропной. однако использовать координаты для описания геометрии нельзя. Это не означает, что нельзя ввести координаты. Поставляя (1.2) в (1.3), получаем представление мировой функции σ_{d} в терминах координат. Но точки, имеющие близкие координаты, не являются близкими в том смысле, что расстояние между ними не меньше чем λ_0

$$\sqrt{2\sigma_{\mathrm{d}}\left(x, x'\right)} \geq \lambda_0, \qquad 0 < \left|x - x'\right|^2 < \varepsilon \tag{1.4}$$

Это означает, что координатные линии и дифференцирование вдоль них не имеют отношения к дискретной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$, заданной на многообразии Минковского. Это не означает, что не существует дискретной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$. Это означает только, что возможности координатного метода описания ограничены и нужно использовать бескоординатный метод описания, который используется при описании физических геометрий [1, 2, 3]

Кроме того дискретная геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ оказывается многовариантной и неаксиоматизируемой [4]. Эти свойства геометрии могут быть получены только при использовании бескоординатного метода описания. В дискретном пространстве-времени частица не может описываться мировой линией, потому что всякая мировая линия представляет собой множество связанных бесконечно малых отрезков прямой. Но в дискретной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ нет отрезков короче, чем элементарная длина λ_0. Это означает, что вместо мировой линии имеется мировая цепь

$$\mathcal{C} = \bigcup_s \mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1} \tag{1.5}$$

состоящая из геометрических векторов $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1} = \{P_s, P_{s+1}\}$, $s = ... -1, 0, 1, ...$ конечной длины μ. Геометрический вектор (g-вектор) представляет собой упорядоченное множество $\mathbf{PQ} = \{P, Q\}$ из двух точек P и Q. Первая точка P является началом вектора, тогда как вторая точка Q является концом g-вектора. Такое определение вектора используется в физике. Однако, математики предпочитают другое определение. Они определяют вектор как элемент линейного векторного пространства.

Замечание. Мы используем специальный термин "геометрический вектор", потому что традиционно термин "вектор" означает некоторую много-компонентную величину (компоненты вектора в некоторой системе координат). Вообще говоря, в современной геометрии вектор определяется как элемент линейного векторного пространства. В этом случае вектор может быть разложен по базисным векторам системы координат и представлен как множество координат вектора. Такое определение удобно, когда говорят о векторном поле, имеющем несколько составляющих.

В собственно евклидовой геометрии понятие геометрического вектора совпадает с традиционным определением вектора как элемента линейного векторного пространства. В евклидовой геометрии g-вектор может быть разложен по базисным векторам и представлен как множество координат. Однако в дискретной геометрии, описываемой мировой функцией (1.3), геометрический вектор не может быть представлен как сумма проекций на базисные векторы, потому что в дискретной геометрии (1.3) нельзя ввести линейное векторное пространство даже локально. Однако, определение вектора как множества из двух точек не содержит ссылки на систему координат и специальные свойства евклидовой геометрии (такие как линейное векторное пространство). Определение геометрического вектора является более общим, и в соответствии с правилами логики термин "вектор" следует использовать по отношению к геометрическому вектору. Для вектора, определяемого как элемент линейного пространства следует использовать другой термин, например, "линейный вектор" для того, чтобы подчеркнуть, что он является частным случаем вектора (геометрического вектора).

Дискретная геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ получается из геометрии Минковского $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$ с помощью деформации геометрии Минковского, когда мировая функция σ_{M} заменяется мировой функцией σ_{d} [3, 5] во всех определениях геометрии Минковского. Мировые цепи в дискретной геометрии пространства-времени оказываются стохастическими. Пусть элементарная длина λ_0 имеет вид

$$\lambda_0^2 = \frac{\hbar}{bc} \tag{1.6}$$

где $\hbar$ есть квантовая постоянная, c есть скорость света и b есть универсальная постоянная, связывающая геометрическую массу μ (длину звена мировой цепи) с массой m частицы, с помощью соотношения

$$m = b\mu \tag{1.7}$$

Тогда статистическое описание стохастических мировых цепей приводит к уравнению Шредингера [6]. В результате квантовые эффекты описываются как геометрические эффекты дискретной геометрии пространства-времени. Квантовые принципы перестают быть первыми физическими принципами. Они становятся вторичными принципами, которые не следует применять всегда и везде. В частности, не возникает необходимости квантовать гравитационное поле.

В дискретной геометрии пространства-времени теория относительности оказывается незавершенной. Дело в том, что переход от нерелятивистской физики к физике релятивистской сопровождается видоизменением динамических уравнений, описывающих движение частицы. Описание состояния частицы остается тем же, что и нерелятивистской физике. Состояние частицы описывается точкой в фазовом пространстве координат и импульсов. Импульс частицы p_k определяется как касательный вектор к мировой линии частицы $x^k = x^k(\tau)$, $k = 0, 1, 2, 3$.

$$p_k(\tau) = \frac{mg_{kl}u^l(\tau)}{\sqrt{g_{js}u^j(\tau)\,u^s(\tau)}}, \qquad u^l(\tau) = \lim_{d\tau\to 0}\frac{x^l(\tau + d\tau) - x^l(\tau)}{d\tau} \tag{1.8}$$

где τ есть параметр вдоль мировой линии. В дискретной геометрии пространства-времени нет мировых линий, и предел (1.8) не существует. Этот предел не существует и в том случае, когда частица недетерминированная, и ее мировая линия (если она существует) является случайной (стохастической). В физике на обычных пространственно-временных масштабах характерные длины много больше, чем элементарная длина λ_0, ограничивающая длину звеньев мировой цепи. В этом случае допустимо использовать предел (1.8) как удовлетворительное приближение. Но в физике микромира такое приближение оказывается неудовлетворительным, потому что характерные длины в физических явлениях оказываются порядка элементарной длины λ_0. В результате понятия теории элементарных частиц, основанные на понятии состояния частицы как точки фазового пространства, оказываются неудовлетворительными.

Последовательное релятивистское описание частиц в микромире не должно использовать фазовое пространство и его точки. Вместо этого используется каркасная концепция описания элементарных частиц, где частица описывается ее каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$, который состоит из $n+1$ жестко связанных пространственно-временных точек $P_0, P_1, ...P_n$. В случае точечной частицы ее каркас состоит из двух точек P_0, P_1, которые определяют вектор импульса частицы. В данном случае все характеристики частицы (масса, заряд, импульс) определяются геометрически двумя точками P_0, P_1. В случае более сложных частиц, описываемых каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$, имеется $n(n+1)/2$ инвариантов $|\mathbf{P}_k\mathbf{P}_i|$, $i, k = 0, 1, ...n$, описывающих геометрически все характеристики частицы. Вопрос о природе связи между точками каркаса не возникает, потому что дискретная геометрия пространства-времени может обладать ограниченной делимостью. Такой вопрос обусловлен гипотезой о непрерывности геометрии пространства-времени.

В начале двадцатого века было естественно думать, что квантовые частицы – это просто недетерминированные (стохастические) частицы, что-то вроде броуновских частиц. Были попытки объяснить квантовую механику как статистическое описание стохастически движущихся частиц [7, 8]. Однако эти попытки оказались неудачными из-за того, что использовалась *вероятностная концепция статистического описания.*

Статистическое описание используется в физике для описания недетерминированных частиц (или систем), когда нет динамических уравнений или начальные условия точно не определены. Рассматривается статистический ансамбль $\mathcal{E}$ недетерминированных частиц, т.е. много одинаковых независимых частиц. Оказывается, что существуют динамические уравнения для статистического ансамбля $\mathcal{E}$ недетерминированных частиц, которые являются конституантами этого статистического ансамбля $\mathcal{E}$. Рассмотрение статистического ансамбля как динамической системы является *динамической концепцией статистического описания* (ДКСО). Это изначальная концепция статистического описания. Использование ДКСО основано на независимости конституант статистического ансамбля. Случайные составляющие движения компенсируются из-за их независимости, тогда как регулярные составляющие движения накапливаются. В результате статистический ансамбль, рассматриваемый как динамическая система, описывает среднее движение недетерминированной частицы.

В релятивистском случае состояние статистического ансамбля описывается 4-вектором $j^k(x)$, который описывает плотность мировых линий в окрестности точки x. Состояние ансамбля не содержит ссылки на фазовое пространство. В нерелятивистском случае состояние ансамбля описывается 3-скаляром $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{p})$, который описывает плотность частиц в окрестности точки $(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ фазового пространства. ВКСО основывается на использовании неотрицательной величины ρ, которая используется как плотность вероятности нахождения частицы в точке $(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ фазового пространства.

Нерелятивистская квантовая механика представляет собой на самом деле релятивистское построение, потому что стохастическая составляющия скорости квантовой частицы может быть релятивистской. В такой ситуации нужно использовать динамическую концепцию статистического описания (ДКСО), которая не использует нерелятивистское понятие фазового пространства. Кроме того, нельзя использовать предел (1.8) в определении импульса частицы со стохастической мировой линией, у которой нет касательных векторов.

В самом деле, в рамках ДКСО удается получить квантовую механику, как статистическое описание стохастически движущихся частиц [9, 10, 11]. Это использование динамической концепции статистического описания не является этапом в геометризации физики. ДКСО является просто преодолением незавершенности теории относительности, когда релятивистские динамические уравнения комбинируются с нерелятивистским понятием состояния частицы. Однако, объяснение эффектов квантовой механики как результат статистического описания стохастического движения частиц поднимает *вопрос о природе стохастичности движения квантовых частиц.*

Первоначально стохастичность движения частиц интерпретировалась как результат взаимодействия с эфиром. Однако, в дальнейшем появилась идея, что сама геометрия пространства-времени может играть роль эфира. Другими словами, геометрия пространства-времени должна определять движение свободной частицы. Если движение свободной частицы является стохастическим, то геометрия пространства-времени не может быть геометрией Минковского, потому что в пространственно-временной геометрии Минковского движение свободной частицы является детерминированным. Реальная геометрия пространства-времени должна быть однородной и изотропной, но она должна отличаться от геометрии Минковского. Геометрия должна быть многовариантной. Это означает что в точке Q_0 имеется много векторов $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1'$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1''$,..., которые эквивалентны вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в точке P_0. Но векторы $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1'$, $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1''$,...не эквивалентны между собой. Это означает, что отношение эквивалентности интранзитивно. Такая геометрия не может быть аксиоматизируемой, потому что *в любой аксиоматизируемой геометрии отношение эквивалентности транзитивно.* Неаксиоматизируемые геометрии не были известны в семидесятых годах двадцатого века. Дискретная геометрия (1.3) тоже не была известна, потому что в то время дискретная геометрия воспринималась как геометрия на решетчатом множестве точек.

Идея физической геометрии, полностью описываемой мировой функцией, появилась только в девяностых годах двадцатого века [12]. Близкая идея дистантной (метрической) геометрии появилась раньше [13, 14]. Но такая геометрия не могла быть использована для описания геометрии пространства-времени.

Дискретная геометрия (1.3) используется для объяснения стохастичности движения свободных частиц [6]. Однако, эта геометрия использовалась сначала как простейшее многовариантное обобщение геометрии Минковского, а не как дискретная геометрия. Тот факт, что пространственно-временная геометрия (1.3) является дискретной, был замечен несколькими годами позднее. Естественно, что исходя из идеи дискретной геометрии, приходишь к геометрии на решетке, потому что нельзя получить геометрию (1.3), если физическая геометрия не известна.

Применение физической геометрии для описания пространства-времени имеет серьезные последствия для физики микромира. Оказывается, что квантовые принципы не являются первыми принципами природы. Теория относительности оказывается незавершенной. Нужно пересмотреть понятие состояния частицы. Математический аппарат, используемый для описания физических явлений в микромире, существенно изменяется. Динамические уравнения перестают быть дифференциальными уравнениями и превращаются в уравнения в конечных разностях. Описание движения частиц и описание влияния частиц на гравитационное поле становится бескоординатным. Это было прогрессом в описании движения частиц в микромире.

Переход от традиционного описания в терминах дифференциальных уравнений к бескоординатному описанию в терминах мировой функции был несколько неожиданным. Он связан с вырожденным характером собственно евклидовой геометрии по отношению к физической геометрии. Это означает, что некоторые геометрические объекты и некоторые геометрические понятия, которые различны в физической геометрии, оказываются совпадающими в собственно евклидовой геометрии. Например, геометрический вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ определяемый как упорядоченное множество из двух точек P_0 и P_1 является вектором в физической геометрии и в евклидовой геометрии. Проекции p_l вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ на базисные координатные векторы $\mathbf{Q}_0\mathbf{O}_l$, $l = 1, 2, ..n$ определяются соотношениями

$$p_l = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_l)\,, \qquad l = 1, 2, ...3 \tag{1.9}$$

Здесь $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_l)$ есть скалярное произведение двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_l$, которое определяется в терминах мировой функции соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_l) = \sigma(P_0, Q_l) + \sigma(P_1, Q_0) - \sigma(P_0, Q_0) - \sigma(P_1, Q_l) \tag{1.10}$$

Выражение скалярного произведения (1.10) через мировую функцию одно и то же в физической геометрии и в собственно евклидовой геометрии. В физической геометрии соотношение (1.10) представляет собой определение скалярного произведения, тогда как в евклидовой геометрии соотношение (1.10) получается как следствие теоремы косинусов, но в обоих случаях выражение (1.10) верно. В евклидовой геометрии скалярное произведение имеет известные линейные свойства, но эти свойства, вообще говоря, отсутствуют в физической геометрии. В результате составляющие p_l геометрического вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ не определяют вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в физической геометрии, хотя они определяют вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в собственно евклидовой геометрии. Это означает, что вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и его составляющие p_l, $l = 1, 2, ..n$ означают одну и ту же величину в евклидовой геометрии, тогда как это, вообще говоря различные величины в физической геометрии.

Аналогично выражение для кругового цилиндра $Cyl_{P_0P_1Q}$, определяемого точками P_0, P_1 $(P_0 \neq P_1)$ на оси цилиндра и точкой Q на поверхности цилиндра, представляет собой множество точек R, удовлетворяющих соотношению

$$Cyl_{P_0P_1Q} = \{R | S_{P_0P_1R} = S_{P_0P_1Q}\} \tag{1.11}$$

где $S_{P_0P_1Q}$ есть площадь треугольника, определяемого его вершинами P_0, P_1, Q. Площадь $S_{P_0P_1Q}$ определяется с помощью формулы Герона через расстояния между точками P_0, P_1, Q. Пусть точка $P_3 \in \mathcal{T}_{[P_0P_1]}$, где $\mathcal{T}_{[P_0P_1]}$ есть отрезок прямой линии между точками P_0, P_1. Этот отрезок определяется соотношением

$$\mathcal{T}_{[P_0P_1]} = \left\{ R | \sqrt{2\sigma(P_0, R)} + \sqrt{2\sigma(P_1, R)} = \sqrt{2\sigma(P_0, P_1)} \right\} \tag{1.12}$$

Тогда в собственно евклидовой геометрии $Cyl_{P_0P_1Q} = Cyl_{P_0P_3Q} = Cyl_{P_1P_3Q}$. Но в физической геометрии, вообще говоря, $Cyl_{P_0P_1Q} \neq Cyl_{P_0P_3Q} \neq Cyl_{P_1P_3Q}$. Другими словами, много различных цилиндров $Cyl_{P_0P_1Q}$, $\quad P_0, P_1 \in \mathcal{T}_{[S_1S_2]}$ физической геометрии вырождаются в собственно евклидовой геометрии в один цилиндр, определяемый его осью $\mathcal{T}_{[S_1S_2]}$ и точкой Q на поверхности цилиндра, потому что отрезок прямой (1.12) является одномерным в случае собственно евклидовой геометрии, но он является, вообще говоря многомерной поверхностью в случае физической геометрии.

Одномерность отрезка $\mathcal{T}_{[S_1S_2]}$ в евклидовой геометрии в терминах мировой функции формулируется следующим образом. Всякое сечение $S\left(\mathcal{T}_{[S_1S_2]}, Q\right)$ отрезка $\mathcal{T}_{[S_1S_2]}$ в точке $Q \in \mathcal{T}_{[S_1S_2]}$ состоит из одной точки Q. Сечение $S\left(\mathcal{T}_{[S_1S_2]}, Q\right)$ определяется как множество точек R

$$S\left(\mathcal{T}_{[S_1S_2]}, Q\right) = \{R | \sigma(S_1, R) = \sigma(S_1, Q) \wedge \sigma(S_2, R) = \sigma(S_2, Q)\} \tag{1.13}$$

В собственно евклидовой геометрии $S\left(\mathcal{T}_{[S_1S_2]}, Q\right) = \{Q\}$, $\forall Q \in \mathcal{T}_{[S_1S_2]}$, тогда как в случае физической геометрии это равенство не выполняется, вообще говоря.

Таким образом, геометрия, вообще говоря, вырождается при переходе от физической геометрии к собственно евклидовой геометрии. Различные геометрические объекты физической геометрии и понятия могут совпадать в евклидовой геометрии. Наоборот, при переходе от собственно евклидовой геометрии к физической геометрии некоторые объекты евклидовой геометрии расщепляются на различные геометрические объекты. Переход от общего случая к частному воспринимается легче, тогда как переход от частного случая к общему, сопровождается расщеплением геометрических объектов и геометрических понятий, и это воспринимается гораздо труднее.

2 Релятивистская инвариантность

Релятивистская инвариантность обычно представляется как инвариантность динамических уравнений относительно группы Пуанкаре преобразований инерциальных координат. Нерелятивистские динамические уравнения считаются инвариантными относительно группы галилеевых преобразований инерциальных координат. Возможно ли сформулировать различие между релятивистской и нерелятивистской физикой в инвариантных терминах, т.е. без ссылки на системы координат и законы их преобразования? Да, это возможно.

В релятивистской физике геометрия пространства-времени описывается с помощью одной структуры σ, которая известна как квадрат пространственно-временного интервала, или мировая функция. В нерелятивистской физике пространство событий (пространство-время) описывается двумя геометрическими структурами. Такое двух-структурное описание не является пространственно-временной геометрией, потому что геометрия пространства-времени описывается одной структурой σ. Если имеется другая пространственно-временная структура, то такое построение следует квалифицировать как обогащенную геометрию, т.е. геометрию с дополнительной геометрической структурой. Такой дополнительной структурой является временная структура $T(P,Q)$, которая представляет собой разность абсолютного времени между точками P и Q. Можно построить другую геометрическую структуру $S(P,Q)$, которая является разностью абсолютных пространственных положений точек P и Q. Структура $S(P,Q)$ не является независимой структурой. Пространственная структура $S(P,Q)$ может быть построена из двух структур σ и T. В любом случае *в нерелятивистской физике имеются две независимые геометрические структуры. В релятивистской физике имеется только одна структура σ.*

В нерелятивистской физике обычно используется временная структура T и пространственная структура S. Однако можно использовать геометрические структуры σ и T. В этом случае следует исследовать дополнительные ограничения, налагаемые временной структурой T на пространственно-временную геометрию Минковского. Геометрические структуры пространства-времени определяют группу движений пространства-времени, и эта группа движений пространства-времени определяет группу инвариантности динамических уравнений. Таким образом, различие между релятивистской и нерелятивистской физикой определяется числом геометрических структур. Это различие может быть сформулировано в бескоординатном виде. Законы преобразования динамических уравнений являются только следствиями существования этих геометрических структур.

3 Статистическое описание стохастического движения частиц

Статистическое описание стохастических (недетерминированных) частиц является источником физической геометрии, потому что оно ставит вопрос о природе индетерминизма, который может быть объяснен только более общей однородной геометрией пространства-времени, чем геометрия Минковского.

Как упоминалось во введении, статистическое описание недетерминированных частиц было впервые получено с помощью динамической концепции статистического описания (ДКСО). Этот подход основан на релятивистском понятии состояния частицы [9, 10, 11]. Другой метод описания стохастических частиц был использован позднее, когда статистический ансамбль использовался как базовый элемент динамики частиц (вместо отдельной частицы) [15]. В этом методе не используется понятие отдельной частицы и понятие фазового пространства. Этот метод обходит понятие состояния частицы. Он не использует это понятие. Используется только понятие состояния ансамбля, которое не чувствительно к проблеме существования предела (1.8). С формальной точки зрения этот метод использует ДКСО, а не ВКСО.

Действие для статистического ансамбля $\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\rm st}]$ свободных недетерминированных частиц $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$ записывается в виде

$$\mathcal{A}_{\mathcal{E}[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}]}\left[\mathbf{x},\mathbf{u}\right]=\int\int_{V_\xi}\left\{\frac{m}{2}\dot{\mathbf{x}}^2+\frac{m}{2}\mathbf{u}^2-\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}\right\}dtd\boldsymbol{\xi},\qquad \dot{\mathbf{x}}\equiv\frac{d\mathbf{x}}{dt} \tag{3.1}$$

Независимые переменные $\boldsymbol{\xi}=\{\xi_1,\xi_2,\xi_3\}$ маркируют конституанты $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$ статистического ансамбля. Зависимые переменные $\mathbf{x}=\mathbf{x}\left(t,\boldsymbol{\xi}\right)$ описывают регулярную составляющую движения частицы. Переменная $\mathbf{u}=\mathbf{u}\left(t,\mathbf{x}\right)$ описывает среднее значение стохастической составляющей скорости, $\hbar$ есть квантовая постоянная. Второй член в (3.1) описывает кинетическую энергию стохастической составляющей скорости. Третий член описывает взаимодействие между стохастической составляющей скорости $\mathbf{u}\left(t,\mathbf{x}\right)$ и регулярной составляющей $\dot{\mathbf{x}}\left(t,\boldsymbol{\xi}\right)$. Оператор

$$\boldsymbol{\nabla}=\left\{\frac{\partial}{\partial x^1},\frac{\partial}{\partial x^2},\frac{\partial}{\partial x^3}\right\} \tag{3.2}$$

определен в пространстве координат $\mathbf{x}$. Динамические уравнения для динамической системы $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right]$ получаются в результате варьирования действия (3.1) по динамическим переменным $\mathbf{x}$ и $\mathbf{u}$.

Действие для одной недетерминированной частицы $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$ имеет вид

$$\mathcal{A}_{\mathcal{S}_{\mathrm{st}}}\left[\mathbf{x},\mathbf{u}\right]=\int\left\{\frac{m}{2}\dot{\mathbf{x}}^2+\frac{m}{2}\mathbf{u}^2-\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}\right\}dt,\qquad \dot{\mathbf{x}}\equiv\frac{d\mathbf{x}}{dt} \tag{3.3}$$

Это действие определено некорректно, потому что оператор $\boldsymbol{\nabla}$ определен на трехмерном пространстве координат $\mathbf{x}=\{x^1,x^2,x^3\}$, тогда как в функционале действия (3.3) переменная $\mathbf{x}$ используется только на одномерном множестве. Это означает, что не существует динамических уравнений для частицы $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$, и частица $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$ является стохастической (а не динамической) системой. Однако, функционал действия (3.1) является хорошо определенным, для статистического ансамбля $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right]$ существуют динамические уравнения, хотя динамических уравнений не существует для конституант этого статистического ансамбля.

Вариация действия (3.1) приводит к динамическим уравнениям

$$\delta\mathbf{u}:\qquad m\rho\mathbf{u}+\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}\rho=0,\qquad \mathbf{u}=-\frac{\hbar}{2m}\boldsymbol{\nabla}\ln\rho \tag{3.4}$$

$$\delta\mathbf{x}:\qquad m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}=\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{m}{2}\mathbf{u}^2-\frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}\right) \tag{3.5}$$

где

$$\rho=\frac{\partial\left(\xi_1,\xi_2,\xi_3\right)}{\partial\left(x^1,x^2,x^3\right)}=\left(\frac{\partial\left(x^1,x^2,x^3\right)}{\partial\left(\xi_1,\xi_2,\xi_3\right)}\right)^{-1} \tag{3.6}$$

После надлежащей замены переменных динамические уравнения приводятся к уравнению [15]

$$i\hbar\partial_0\psi+\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2\psi+\frac{\hbar^2}{8m}\boldsymbol{\nabla}^2 s_\alpha\cdot\left(s_\alpha-2\sigma_\alpha\right)\psi-\frac{\hbar^2}{4m}\frac{\boldsymbol{\nabla}\rho}{\rho}\boldsymbol{\nabla}s_\alpha\sigma_\alpha\psi=0 \tag{3.7}$$

где ψ есть двухкомпонентная комплексная волновая функция

$$\rho = \psi^* \psi, \qquad s_\alpha = \frac{\psi^* \sigma_\alpha \psi}{\rho}, \qquad \alpha = 1, 2, 3 \tag{3.8}$$

σ_α суть 2×2 матрицы Паули

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{3.9}$$

Если составляющие ψ_1 и ψ_2 линейно независимы $\psi = \begin{pmatrix} a\psi_1 \\ b\psi_1 \end{pmatrix}$, $a, b = \mathrm{const}$, то $\mathbf{s} = \mathrm{const}$. Два последних члена уравнения (3.7) обращаются в нуль, и уравнение превращается в уравнение Шредингера

$$i\hbar \partial_0 \psi + \frac{\hbar^2}{2m} \boldsymbol{\nabla}^2 \psi = 0 \tag{3.10}$$

Таким образом, уравнение Шредингера и интерпретация квантовой механики возникают из динамической системы $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right]$, описываемой функционалом действия (3.1). Этот факт кажется несколько неожиданным, потому что волновая функция в квантовой механике рассматривается как особый квантовый объект, не имеющий аналога в классической физике. На самом деле, волновая функция есть просто способ описания идеальной сплошной среды [16]. Можно описывать идеальную жидкость в терминах гидродинамических переменных: плотности ρ и скорости $\mathbf{v}$. Можно описывать идеальную жидкость в терминах волновой функции. Статистический ансамбль $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right]$ представляет собой динамическую систему типа сплошной среды. Эти два представления динамических уравнений для динамической системы $\mathcal{E}\left[\mathcal{S}_{\mathrm{st}}\right]$ можно преобразовывать одно в другое.

Обобщение действия (3.3) на случай стохастических релятивистских частиц, движущихся в электромагнитном поле, имеет вид [17]

$$\mathcal{A}[x, \kappa] = \int \left\{ -mcK\sqrt{g_{ik}\dot{x}^i \dot{x}^k} - \frac{e}{c} A_k \dot{x}^k \right\} d^4\xi, \qquad d^4\xi = d\xi_0 d\boldsymbol{\xi}, \tag{3.11}$$

$$K = \sqrt{1 + \lambda^2 \left(\kappa_l \kappa^l + \partial_l \kappa^l \right)}, \qquad \lambda = \frac{\hbar}{mc} \tag{3.12}$$

где $x = \left\{ x^i \left(\xi_0, \boldsymbol{\xi} \right) \right\}, \ i = 0, 1, 2, 3$ суть зависимые переменные. $\xi = \left\{ \xi_0, \boldsymbol{\xi} \right\} = \left\{ \xi_k \right\}, \ k = 0, 1, 2, 3$ суть независимые переменные, и $\dot{x}^i \equiv dx^i / d\xi_0$. Величины $\kappa^l = \left\{ \kappa^l (x) \right\}$, $l = 0, 1, 2, 3$ являются зависимыми переменными, описывающими стохастическую составляющую движения частицы, $A_k = \left\{ A_k (x) \right\}, \ \ k = 0, 1, 2, 3$ есть потенциал электромагнитного поля. Динамическая система с действием (3.11), (3.12) является статистическим ансамблем недетерминированных частиц, который выглядит как некоторая сплошная среда. Переменные κ^l связаны со стохастической составляющей 4-скорости u^l частицы с помощью соотношения

$$\kappa^l = \frac{m}{\hbar} u^l, \qquad l = 0, 1, 2, 3 \tag{3.13}$$

В нерелятивистском приближении можно пренебречь временной составляющей $\kappa^0 = \frac{m}{\hbar}u^0$ по сравнению с пространственной $\boldsymbol{\kappa} = \frac{m}{\hbar}\mathbf{u}$. Полагая $\xi_0 = t = x^0$ и $A_k = 0$ в (3.11), (3.12), получаем действие (3.1) вместо (3.11), (3.12).

После надлежащей замены переменных получаем динамическое уравнение для действия (3.11), (3.12). Это динамическое уравнение имеет вид [17]

$$\begin{aligned} &\left(-i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k\right)\left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k\right)\psi - \left(m^2c^2 + \frac{\hbar^2}{4}\left(\partial_l s_\alpha\right)\left(\partial^l s_\alpha\right)\right)\psi \\ = &-\hbar^2\frac{\partial_l\left(\rho\partial^l s_\alpha\right)}{2\rho}\left(\sigma_\alpha - s_\alpha\right)\psi \end{aligned} \tag{3.14}$$

где используются обозначения (3.8), (3.9). В случае, когда волновая функция ψ однокомпонентна, вектор $\mathbf{s}$ =const, и динамическое уравнение (3.14) превращается в уравнение Клейна-Гордона

$$\left(-i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k\right)\left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k\right)\psi - m^2c^2\psi = 0 \tag{3.15}$$

Преобразование гидродинамических уравнений (3.4) в динамические уравнения в терминах волновой функции ψ основано на том факте, что волновая функция представляет собой способ описания гидродинамических уравнений. [16]. Преобразование гидродинамических уравнений, описываемых в терминах гидродинамических переменных (плотность ρ и скорость $\mathbf{v}$) к описанию в терминах волновой функции довольно громоздко, потому что оно использует частичное интегрирование динамических уравнений. Это интегрирование приводит к появлению произвольных функций $g^a\left(\boldsymbol{\xi}\right)$. Волновая функция строится из этих функций [16].

Можно следующим образом пояснить создавшуюся ситуацию. Хорошо известно, что уравнение Шредингера может быть записано в гидродинамической форме Маделунга-Бома [19, 20]. Волновая функция представляется в виде ψ

$$\psi = \sqrt{\rho}\exp\left(i\varphi/\hbar\right) \tag{3.16}$$

Подставляя (3.16) в уравнение Шредингера (3.10), получаем два вещественных уравнения для динамических переменных ρ и φ. Взяв градиент от уравнения для φ и вводя обозначения

$$\mathbf{v} = -\frac{\hbar}{m}\boldsymbol{\nabla}\varphi, \qquad \operatorname{curl}\mathbf{v} = 0 \tag{3.17}$$

получаем четыре уравнения гидродинамического типа

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}\left(\rho\mathbf{v}\right) = 0, \qquad \frac{d\mathbf{v}}{dt} \equiv \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + \left(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}\right)\mathbf{v} = -\frac{1}{m}\boldsymbol{\nabla}U_{\mathrm{B}} \tag{3.18}$$

где U_{B} есть потенциал Бома, определяемый соотношением

$$U_{\mathrm{B}} = U\left(\rho, \boldsymbol{\nabla}\rho, \boldsymbol{\nabla}^2\rho\right) = \frac{\hbar^2}{8m\rho}\left(\frac{\left(\boldsymbol{\nabla}\rho\right)^2}{\rho} - 2\boldsymbol{\nabla}^2\rho\right) = -\frac{\hbar^2}{2m\sqrt{\rho}}\boldsymbol{\nabla}^2\sqrt{\rho} \tag{3.19}$$

Гидродинамические уравнения (3.18) могут быть легко получены из уравнений (3.4), (3.5). Чтобы получить уравнения (3.18), (3.19) в терминах волновой функции, надо проинтегрировать эти уравнения, потому что они получены с помощью дифференцирования уравнения Шредингера. Это интегрирование легко произвести, если выполнено условие (3.17), и течение жидкости потенциально.

В общем случае завихренного течения интегрирование существенно сложнее. Тем не менее это интегрирование было произведено [16], и получено более сложное уравнение (3.7), где два последних члена описывают завихренность течения. Уравнение Шредингера (3.10) представляет собой частный случай более общего уравнения (3.7).

Заметим, что уравнение (3.7) нелинейно, хотя оно инвариантно относительно преобразования

$$\psi \to \tilde{\psi} = A\psi, \qquad A = \text{const} \tag{3.20}$$

которое позволяет нормировать волновую функцию к любому неотрицательному значению. Это свойство описывает независимость статистического ансамбля от числа конституант.

Представление квантовой механики как описание статистического ансамбля классических недетерминированных частиц позволяет интерпретировать квантовые соотношения в терминах статистического описания. Эта интерпретация различается в некоторых пунктах от традиционной (копенгагенской) интерпретации квантовой механики.

В любом статистическом описании имеются два вида измерений, которые обладают различными свойствами. Массовое измерение (M-измерение) производится над всеми конституантами статистического ансамбля. Результатом M-измерения величины R является распределение величины R, которое может быть предсказано в результате решения динамических уравнений для статистического ансамбля.

Отдельное измерение (S-измерение) производится над одним из конституант статистического ансамбля. Результатом S-измерения величины R является некоторое случайное значение величины R, которое не может быть предсказано теорией. В копенгагенской интерпретации квантовой механики предполагается, что волновая функция описывает отдельную частицу (а не статистический ансамбль частиц). В результате имеется только один тип измерения, который иногда рассматривается как M-измерение, а иногда как S-измерение. Поскольку M-измерение и S-измерение обладают разными свойствам, то отождествление этих двух видов измерения является источником многочисленных противоречий и парадоксов. [21].

Представление квантовой механики в виде статистического описания движения недетерминированных частиц имеет два важных следствия: (1) Исключение квантовых принципов из числа первых принципов. (2) возникновение проблемы изначального стохастического движения свободных частиц.

4 Принцип деформации

То, что геометрия может полностью описываться с помощью расстояния (или мировой функции) – это очень старая идея. Сначала это было метрическое пространство, описываемое метрикой (расстоянием). Метрика была ограничена рядом условий таких как аксиома треугольника и неотрицательность метрики. Требование неотрицательности метрики не позволяло применить метрическое пространство для описания пространства-времени. Главный недостаток метрической геометрии и дистантной геометрии [13, 14] – это невозможность (неумение) построения геометрических объектов в терминах мировой функции или в терминах метрики. Построение геометрических объектов в терминах мировой функции должно быть возможно, потому что предполагается, что геометрия полностью описывается мировой функцией и в терминах мировой функции. Более того, физическая геометрия позволяет осуществлять бескоординатное описание.

Такая ситуация возможна, если правильно определить понятия геометрии и геометрических объектов.

Определение 4.1: Физическая геометрия $\mathcal{G} = \{\sigma, \Omega\}$ представляет собой точечное множество Ω с заданной на нем однозначной мировой функцией σ

$$\sigma: \qquad \Omega \times \Omega \to \mathbb{R}, \qquad \sigma(P,P) = 0, \qquad \sigma(P,Q) = \sigma(Q,P), \qquad P, Q \in \Omega \tag{4.1}$$

Определение 4.2: Две физические геометрии $\mathcal{G}_1 = \{\sigma_1, \Omega_1\}$ и $\mathcal{G}_2 = \{\sigma_2, \Omega_2\}$ эквивалентны ($\mathcal{G}_1 \mathrm{eqv} \mathcal{G}_2$) если множество точек $\Omega_1 \subseteq \Omega_2 \wedge \sigma_1 = \sigma_2$, или $\Omega_2 \subseteq \Omega_1 \wedge \sigma_2 = \sigma_1$.

Замечание: Совпадение точечных множеств Ω_1 и Ω_2 не является необходимым для эквивалентности геометрий $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_2$. Если потребовать совпадения Ω_1 и Ω_2 в случае эквивалентности геометрий $\mathcal{G}_1$ и $\mathcal{G}_2$, то удаление одной точки P из точечного множества Ω_1 превращает геометрию $\mathcal{G}_1 = \{\sigma_1, \Omega_1\}$ в геометрию $\mathcal{G}_2 = \{\sigma_1, \Omega_1 \backslash P\}$, которая оказывается неэквивалентной геометрии $\mathcal{G}_1$. такая ситуация представляется неприемлемой, потому что геометрия на части $\omega \subset \Omega_1$ точечного множества Ω_1 оказывается неэквивалентной геометрии на всем точечном множестве Ω_1.

В соответствии с определением геометрии $\mathcal{G}_1 = \{\sigma, \omega_1\}$ и $\mathcal{G}_2 = \{\sigma, \omega_2\}$ на частях Ω, $\omega_1 \subset \Omega$ и $\omega_2 \subset \Omega$ эквивалентны $(\mathcal{G}_1 \mathrm{eqv} \mathcal{G}), (\mathcal{G}_2 \mathrm{eqv} \mathcal{G})$ геометрии $\mathcal{G}$, тогда как геометрии $\mathcal{G}_1 = \{\sigma, \omega_1\}$ и $\mathcal{G}_2 = \{\sigma, \omega_2\}$, вообще говоря, неэквивалентны, если $\omega_1 \nsubseteq \omega_2$ и $\omega_2 \nsubseteq \omega_1$. Таким образом, отношение эквивалентности, вообще говоря, интранзитивно. Геометрия пространства-времени может видоизменяться в различных областях пространства-времени. Это означает, что физическое тело, описываемое геометрическим объектом, может эволюционировать таким образом, что оно оказывается в областях с разной геометрией пространства-времени.

Определение 4.3: Геометрический объект $g_{\mathcal{P}_n}$ геометрии $\mathcal{G} = \{\sigma, \Omega\}$ является подмножеством $g_{\mathcal{P}_n} \subset \Omega$ точечного множества Ω. Этот геометрический объект $g_{\mathcal{P}_n}$ представляет собой множество корней $R \in \Omega$ функции $F_{\mathcal{P}_n}$

$$F_{\mathcal{P}_n}: \qquad \Omega \to \mathbb{R}$$

где

$$F_{\mathcal{P}_n} \quad : \qquad F_{\mathcal{P}_n}(R) = G_{\mathcal{P}_n}(u_1, u_2, \ldots u_s), \qquad s = \frac{1}{2}(n+1)(n+2) \tag{4.2}$$

$$u_l \;=\; \sigma(w_i, w_k), \qquad i, k = 0, 1, \ldots n+1, \qquad l = 1, 2, \ldots \frac{1}{2}(n+1)(n+2) \tag{4.3}$$

$$w_k \;=\; P_k \in \Omega, \qquad k = 0, 1, \ldots n, \qquad w_{n+1} = R \in \Omega \tag{4.4}$$

Здесь $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, \ldots, P_n\} \subset \Omega$ суть $n+1$ точек которые являются параметрами, определяющими геометрический объект $g_{\mathcal{P}_n}$

$$g_{\mathcal{P}_n} = \{R | F_{\mathcal{P}_n}(R) = 0\}, \qquad R \in \Omega, \qquad \mathcal{P}_n \in \Omega^{n+1} \tag{4.5}$$

$F_{\mathcal{P}_n}(R) = G_{\mathcal{P}_n}(u_1, u_2, ...u_s)$ есть произвольная функция $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$ аргументов u_s и $n+1$ параметров $\mathcal{P}_n$. Множество $\mathcal{P}_n$ параметров геометрического объекта называется каркасом геометрического объекта. Подмножество $g_{\mathcal{P}_n}$ называется оболочкой каркаса (геометрического объекта). Один каркас может иметь много разных оболочек. Когда частица рассматривается как геометрический объект, ее движение в пространстве-времени описывается главным образом ее каркасом $\mathcal{P}_n$. В первом приближении форма оболочки не имеет значения.

Замечание: Произвольное подмножество точечного множества Ω, вообще говоря, не является геометрическим объектом. Предполагается, что физические тела могут иметь только форму геометрических объектов, потому что только в этом случае можно отождествить одинаковые физические тела в различных геометриях пространства-времени.

Существование одних и тех же геометрических объектов в разных областях пространства-времени, имеющих различные геометрии, поднимает вопрос об эквивалентности геометрических объектов в разных геометриях. Такой вопрос не возникал раньше, потому что не рассматривалась такая ситуация, когда физическое тело перемещается из одной области пространства-времени в другую область, имеющую другую геометрию. Вообще говоря, традиционный математический аппарат геометрии пространства-времени не приспособлен для одновременного рассмотрения нескольких различных геометрий для различных областей пространства-времени.

Мы можем воспринимать геометрию пространства-времени только через движение физических тел в нем, или через построение геометрических объектов, соответствующих этим физическим телам. Как следует из *определения 4.3* геометрического объекта, функция F как функция ее аргументов (мировых функций от различных точек) имеет один и тот же вид во всех физических геометриях. Это означает, что геометрический объект $\mathcal{O}_1$ в геометрии $\mathcal{G}_1 = \{\sigma_1, \Omega_1\}$ получается из того же самого геометрического объекта $\mathcal{O}_2$ в геометрии $\mathcal{G}_2 = \{\sigma_2, \Omega_2\}$ с помощью замены $\sigma_2 \rightarrow \sigma_1$ в определении геометрического объекта.

Поскольку физическая геометрия определяется построением ее геометрических объектов, физическая геометрия $\mathcal{G} = \{\sigma, \Omega\}$ может быть получена из некоторой стандартной геометрии $\mathcal{G}_{\text{st}} = \{\sigma_{\text{st}}, \Omega\}$ с помощью деформации стандартной геометрии $\mathcal{G}_{\text{st}}$. Деформация стандартной геометрии $\mathcal{G}_{\text{st}}$ осуществляется заменой $\sigma_{\text{st}} \rightarrow \sigma$ во всех определениях геометрических объектов стандартной геометрии. Собственно евклидова геометрия является аксиоматизируемой геометрией. Она построена как логическое построение с помощью метода Евклида. Одновременно собственно евклидова геометрия является физической геометрией. Она может использоваться как стандартная геометрия $\mathcal{G}_{\text{st}}$. Построение физической геометрии в результате деформации собственно евклидовой геометрии называется принципом деформации. Большинство физических геометрий являются неаксиоматизируемыми геометриями. Они могут быть построены только с помощью принципа деформации.

Описание движения элементарных частиц в пространстве-времени содержит только каркас частицы $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$. Вид функции (4.2) не является существенным в первом приближении. В динамике элементарных частиц существенна только эквивалентность векторов $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k$, $\quad i, k = 0, 1, ...n$. Эти векторы определяются каркасом частицы $\mathcal{P}_n$.

Эквивалентность $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется соотношениями

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \mathrm{eqv} \mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1): \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \wedge |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{4.6}$$

где

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{2\sigma\left(P_0, P_1\right)} \tag{4.7}$$

и скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ определяется соотношением (1.10)

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_l) = \sigma\left(P_0, Q_l\right) + \sigma\left(P_1, Q_0\right) - \sigma\left(P_0, Q_0\right) - \sigma\left(P_1, Q_l\right) \tag{4.8}$$

Каркасы $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$ и $\mathcal{P}'_n = \{P'_0, P'_1, ...P'_n\}$ могут принадлежать одному и тому же геометрическому объекту, если

$$|\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k| = |\mathbf{P}'_i\mathbf{P}'_k|, \qquad i, k = 0, 1, ...n \tag{4.9}$$

т.е. длины всех векторов $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k$ и $\mathbf{P}'_i\mathbf{P}'_k$ равны. Однако этого недостаточно для эквивалентности каркасов $\mathcal{P}_n$ and $\mathcal{P}'_n$.

Каркасы $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$ и $\mathcal{P}'_n = \{P'_0, P'_1, ...P'_n\}$ эквивалентны

$$(\mathcal{P}_n \mathrm{eqv} \mathcal{P}'_n): \qquad \text{если} \quad \mathbf{P}_i\mathbf{P}_k \mathrm{eqv} \mathbf{P}'_i\mathbf{P}'_k, \qquad i, k = 0, 1, , ...n \tag{4.10}$$

Другим словами, эквивалентность каркасов требует равенства длин векторов $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_k$ и $\mathbf{P}'_i\mathbf{P}'_k$ и равенства их взаимных ориентаций.

5 Многовариантность

Физическая геометрия обладает свойством многовариантности. Это означает, что в точке P_0 имеется много векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}'_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}''_1, ...$, которые эквивалентны вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ в точке Q_0, но они не эквивалентны между собой. Собственно евклидова геометрия не обладает свойством многоинвариантности. В собственно евклидовой геометрии имеется только один вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в точке P_0, который эквивалентен вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ в точке Q_0.

Формально многовариантность связана с определением эквивалентности векторов через алгебраические соотношения (4.6) - (4.8). Если вектор $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ задан, и нужно определить эквивалентный вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в точке P_0, то нужно решить два уравнения (4.6) относительно точки P_1. Если эти два уравнения имеют единственное решение, то имеется только один эквивалентный вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ (одновариантность). Если имеется много решений, то имеется много векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}'_1$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}''_1, ..$, которые эквивалентны вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ (многовариантность). Возможен такой случай, когда нет решений. В этом случае имеет место нуль-вариантность.

Многовариантность геометрии пространства-времени ведет к расщеплению мировой цепи на много стохастических мировых цепей. В результате многовариантность геометрии пространства-времени приводит к появлению квантовых эффектов.

Нуль-вариантность появляется в случае многоточечных каркасов. Это интересно в том отношении, что нуль-вариантность может запрещать элементарные частицы с многоточечными каркасами.

6 Дискретность геометрии пространства-времени

Мировая функция (1.3) описывает полностью дискретную геометрию. Однако, геометрия пространства-времени может быть частично дискретной. Можно ввести плотность точек $\rho = d\sigma_{\mathrm{M}}/d\sigma_{\mathrm{d}}$ в дискретной геометрии по отношению к плотности точек в геометрии Минковского. Дискретная геометрия может описываться относительной плотностью точек

$$\rho\left(\sigma_{\mathrm{d}}\right) = \frac{d\sigma_{\mathrm{M}}\left(\sigma_{\mathrm{d}}\right)}{d\sigma_{\mathrm{d}}} = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & \text{если} & 0 < \left|\sigma_{\mathrm{d}}\right| < \frac{\lambda_0^2}{2} \\ 1 & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right| \geq \frac{\lambda_0^2}{2} \end{array} \right. \tag{6.1}$$

Для близких точек относительная плотность точек дискретной геометрии обращается в нуль, и это обстоятельство рассматривается как дискретность геометрии. Однако, геометрии может быть не полной.

Рассмотрим геометрию пространства-времени с мировой функцией σ_{g}

$$\sigma_{\mathrm{g}} = \sigma_{\mathrm{M}} + \frac{\lambda_0^2}{2} \left\{ \begin{array}{lll} \operatorname{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right) & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right| \geq \sigma_0 \\ \frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0} & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right| < \sigma_0 \end{array} \right., \qquad \lambda_0, \sigma_0 = \text{const} \tag{6.2}$$

Относительная плотность точек в геометрии (6.2) имеет вид

$$\rho\left(\sigma_{\mathrm{g}}\right) = \frac{d\sigma_{\mathrm{M}}\left(\sigma_{\mathrm{g}}\right)}{d\sigma_{\mathrm{g}}} = \left\{ \begin{array}{lll} 1 & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{g}}\right| \geq \sigma_0 + \frac{\lambda_0^2}{2} \\ \frac{\sigma_0}{\sigma_0 + \frac{\lambda_0^2}{2}} & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{g}}\right| < \sigma_0 + \frac{\lambda_0^2}{2} \end{array} \right. \tag{6.3}$$

Если $\sigma_0 \ll \lambda_0^2$ относительная плотность точек в области, где $\left|\sigma_{\mathrm{g}}\right| \in \left(0, \sigma_0 + \frac{\lambda_0^2}{2}\right)$ много меньше, чем 1. Если $\sigma_0 \to 0$, относительная плотность точек (6.3) стремится к (6.1). Геометрию (6.2) следует квалифицировать как частично дискретную геометрию пространства-времени. Будем называть геометрию (6.2) зернистой геометрией. В зернистой геометрии пространства-времени относительная плотность точек, разделенных малым расстоянием меньшим, чем λ_0), много меньше, чем относительная плотность других точек. Зернистая геометрия, описываемая мировой функцией

$$\begin{aligned} \sigma_{\mathrm{g}} &= \sigma_{\mathrm{M}} + \frac{\lambda_0^2}{2} \left\{ \begin{array}{lll} \operatorname{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right) & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right| > \sigma_0 \\ f\left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right) & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right| \leq \sigma_0 \end{array} \right., \qquad \lambda_0, \sigma_0 = \text{const} \\ f\left(x\right) &= -f\left(-x\right), \quad f\left(1\right) = 1 \end{aligned} \tag{6.4}$$

является обобщением геометрии (6.2).

7 Динамика элементарных частиц

Динамика элементарных частиц в зернистой геометрии пространства-времени рассматривается [22]. Состояние частицы описывается ее каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ...P_n\}$, состоящим из $n+1$ пространственно-временных точек. Такое описание состояния частицы является полным в том смысле, что не нужны параметры частицы (масса, заряд, спин и т.д.). Вся эта информация описывается расположением точек в каркасе. Это означает геометризацию параметров элементарных частиц. Кроме того, традиционное описание состояния частицы как точки в фазовом пространстве оказывается справедливым только для одновариантной геометрии. Зернистая геометрия, вообще говоря, многовариантна. Движение частицы является стохастическим, и предел (1.8), определяющий импульс частицы не существует. *Таким образом, мы вынуждены описывать состояние частицы ее каркасом для того, чтобы полученное описание было верно и в дискретной геометрии.*

Эволюция состояния частицы описывается мировой цепью $\mathcal{C}$, состоящей из связанных каркасов $\mathcal{P}_n^{(s)} = \left\{P_0^{(s)}, P_1^{(s)}, ...P_n^{(s)}\right\}$, $s = ... -1, 0, 1, ...$

$$\mathcal{C} = \bigcup_s \mathcal{P}_n^{(s)}, \quad P_1^{(s)} = P_0^{(s+1)}, \quad s = ... -1, 0, 1, ... \tag{7.1}$$

Связь между каркасами мировой цепи возникает, потому что вторая точка $P_1^{(s)}$ s-ого каркаса совпадает с первой точкой $P_0^{(s+1)}$ $(s+1)$-ого каркаса. Вектор $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)} = \mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_0^{(s+1)}$ называется ведущим вектором, определяющим форму мировой цепи. Все каркасы в цепи одинаковы в том смысле, что

$$\left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right| = \mu_{ik} = \text{const}, \quad i, k = 0, 1, ..n, \quad s = ... -1, 0, 1, ... \tag{7.2}$$

Определение: Два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ эквивалентны ($\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\text{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$), если

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| \cdot |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \wedge |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{7.3}$$

Если частица является свободной, то движение ее каркаса поступательно (т.е. движение без вращения), и ориентация смежных каркасов $\mathcal{P}_n^{(s)}$, $\mathcal{P}_n^{(s+1)}$ одна и та же.

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}.\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right) &= \left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right| \cdot \left|\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right| = \mu_{ik}^2, \\ i, k &= 0, 1, ..n, \quad s = ... -1, 0, 1, ... \end{aligned} \tag{7.4}$$

Уравнения (7.2), (7.4) означают, что смежные каркасы мировой цепи эквивалентны $\mathcal{P}_n^{(s)}\text{eqv}\mathcal{P}_n^{(s+1)}$, $s = ... -1, 0, 1, ...$Смежные каркасы эквивалентны, если эквивалентны соответствующие векторы смежных каркасов

$$\left(\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\text{eqv}\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right), \quad i, k = 0, 1, ..n, \quad s = ... -1, 0, 1, .. \tag{7.5}$$

Получаем $n(n+1)$ динамических уравнений в конечных разностях (7.5) (или (7.2), (7.4)), которые описывают эволюцию состояния частицы. Вводя систему координат, получаем nD динамических переменных, чьи значения определяются динамическими уравнениями (7.5). Здесь D есть размерность пространства-времени (число координат, описывающих положение точки). В частности, в случае точечной частицы, чье состояние описывается двумя точками P_0, P_1, число динамических уравнений $n_\text{d} = 2$, тогда как в четырехмерном пространстве-времени число переменных $n_\text{v} = 4$.

В многовариантном пространстве-времени динамические уравнения имеют много решений. В результате мировая цепь оказывается многовариантной (стохастической).

В римановом пространстве-времени и пространстве-времени Минковского мировая цепь может быть аппроксимирована мировой линией, при условии, что характерные размеры задачи много больше, чем длины звеньев мировой цепи. В этом случае динамические уравнения (7.5) приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Если мировая линия времениподобна [22], решения динамических уравнений оказываются единственными. Если векторы $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ пространственноподобны, динамические уравнения имеют много решений даже в римановом пространстве-времени. Это связано с тем обстоятельством, что риманова геометрия так же как и геометрия Минковского многовариантны по отношению к пространственноподобным векторам. При традиционном подходе пространственноподобные мировые линии не рассматриваются, вообще. Такие мировые линии недопустимы по определению (это - постулат).

В [23] была сделана попытка получить дифференциальные уравнения для точечной частицы. Сперва было получено уравнение для точечной частицы в пространстве Минковского. Это только одно уравнение, тогда как при традиционном подходе получаются три уравнения для составляющих скорости $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$. Это уравнение имеет вид

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^2 + \frac{\left(\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}\right)^2}{1-\boldsymbol{\beta}^2} = 0, \quad \dot{\boldsymbol{\beta}} \equiv \frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt} \tag{7.6}$$

Введем обозначения

$$\boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}} = \sqrt{\boldsymbol{\beta}^2\dot{\boldsymbol{\beta}}^2}\cos\phi \tag{7.7}$$

где ϕ есть угол между векторами $\boldsymbol{\beta}$ and $\dot{\boldsymbol{\beta}}$**.** Уравнение (7.6) принимает вид

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^2\left(1 + \frac{\boldsymbol{\beta}^2\cos^2\phi}{1-\boldsymbol{\beta}^2}\right) = 0 \tag{7.8}$$

Если мировая линия времениподобна $\boldsymbol{\beta}^2 < 1$, и $\cos^2\phi \leq 1$. то скобка в (7.8) положительна. Тогда заключаем из (7.8), что

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^2 = 0 \tag{7.9}$$

Получаем три уравнения из одного уравнения (7.9)

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} \equiv c^{-1}\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0 \tag{7.10}$$

Если мировая линия пространственноподобна, то $\boldsymbol{\beta}^2 > 1$, и скобка в (7.8) обращается в нуль при

$$\cos^2\phi = \frac{\boldsymbol{\beta}^2 - 1}{\boldsymbol{\beta}^2} < 1 \tag{7.11}$$

Ускорение $\dot{\mathbf{v}} = c\dot{\boldsymbol{\beta}}$ становится неопределенным при этом значении угла ϕ между $\dot{\boldsymbol{\beta}}$ и $\boldsymbol{\beta}$. Это следует интерпретировать как невозможность существования пространственноподобных мировых линий. При традиционном подходе такая невозможность существования пространственноподобных мировых линий просто постулируется.

Такой результат довольно очевиден, потому что пространственно-временная геометрия Минковского одновариантна относительно времениподобных векторов и многовариантна относительно просранственноподобных векторов. Для времениподобных векторов можно получить три динамических уравнения (7.10) из одного уравнения (7.8). Для пространственноподобных векторов это невозможно.

Другой пример рассматривается в работе [23]. Рассматривается движение точечной частицы в гравитационном поле массивной сферы массы M. В ньютоновском приближении мировая функция $\sigma\left(t,\mathbf{y};t',\mathbf{y}'\right)$ между точками с координатами $(t,\mathbf{y})$ и $(t',\mathbf{y}')$ имеет вид

$$\sigma\left(t,\mathbf{y};t',\mathbf{y}'\right)=\frac{1}{2}\left(c^2-\frac{2GM}{\sqrt{\mathbf{x}^2}}\right)\left(t-t'\right)^2-\frac{1}{2}\left(\mathbf{y}-\mathbf{y}'\right)^2 \tag{7.12}$$

где G есть гравитационная постоянная, и

$$\mathbf{x}=\frac{\mathbf{y}+\mathbf{y}'}{2} \tag{7.13}$$

Метрический тензор имеет традиционный вид

$$g_{ik}=g_{ik}\left(\mathbf{x}\right)=\operatorname{diag}\left(c^2-\frac{2GM}{\sqrt{\mathbf{x}^2}},-1,-1,-1\right) \tag{7.14}$$

но геометрия пространства-времени, описываемая мировой функцией (7.12), не является римановой.

Риманова геометрия концептуально дефективна в том смысле, что мировая функция римановой геометрии с метрическим тензором (7.14) является многозначной, тогда как мировая функция должна быть однозначной. Но риманова геометрия однозначна относительно времениподобных векторов, имеющих общее начало. В результате времениподобные мировые цепи в римановой геометрии пространства-времени оказываются детерминированными. Они могут быть заменены детерминированными мировыми линиями.

Геометрия (7.12) пространства-времени многовариантна, вообще говоря, но ее мировая функция (7.12) однозначна. Мировая функция (7.12) получается в расширенной общей теории относительности, когда удалены необоснованные ограничения, требующие римановости геометрии пространства-времени [24].

Для получения дифференциальных динамических уравнений для свободной частицы рассмотрим два связанные звена мировой цепи, определяемые точками P_0,P_1,P_2, имеющими координаты

$$P_0=\left\{y-dy_1\right\},\qquad P_1=\left\{y\right\},\qquad P_2=\left\{y+dy_2\right\} \tag{7.15}$$

где

$$y=\left\{t,\mathbf{y}\right\},\qquad dy_1=\left\{dt_1,d\mathbf{y}_1\right\},\qquad dy_2=\left\{dt_2,d\mathbf{y}_2\right\} \tag{7.16}$$

суть координаты в некоторой инерциальной системе координат. Динамические уравнения (7.2), (7.4) принимают вид

$$\sigma\left(y,y-dy_1\right)=\sigma\left(y,y+dy_2\right) \tag{7.17}$$

$$4\sigma\left(y,y-dy_1\right)=\sigma\left(y-dy_1,y+dy_2\right) \tag{7.18}$$

Введем обозначения

$$\mathbf{v}_1 = \frac{d\mathbf{y}_1}{dt_1}, \qquad \mathbf{v}_2 = \frac{d\mathbf{y}_2}{dt_2}, \qquad \boldsymbol{\beta}_1 = \frac{\mathbf{v}_1}{c}, \qquad \boldsymbol{\beta}_2 = \frac{\mathbf{v}_2}{c} \tag{7.19}$$

$$\boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{\beta} - \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt, \qquad \boldsymbol{\beta}_2 = \boldsymbol{\beta} + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}dt, \qquad \dot{\boldsymbol{\beta}} \equiv \frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt}, \qquad dt = \frac{dt_1 + dt_2}{2} \tag{7.20}$$

где

$$\mathbf{v} = c\boldsymbol{\beta} \qquad \dot{\mathbf{v}} = c\dot{\boldsymbol{\beta}} \tag{7.21}$$

$$V = V(\mathbf{y}) = \frac{GM}{\sqrt{(\mathbf{y})^2}}, \qquad U = U(\mathbf{y}) = \frac{V(\mathbf{y})}{c^2} \tag{7.22}$$

Преобразуя два уравнения (7.17), (7.18) с использованием обозначений (7.19) - (7.22) и рассматривая $dt, d\mathbf{y}_1, d\mathbf{y}_2$ как бесконечно малые величины, получаем после упрощений

$$\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\beta}}^2 (dt)^2 - c\dot{\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{\nabla}U (dt)^2 + \frac{1}{2}\frac{\left(c\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\nabla}U + \boldsymbol{\beta}\dot{\boldsymbol{\beta}}\right)^2}{1 - 2U - \boldsymbol{\beta}^2}(dt)^2 + \frac{c^2}{2}\beta^\alpha\beta^\beta\partial_\alpha\partial_\beta U (dt)^2 = 0 \tag{7.23}$$

где

$$\partial_\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial y^\alpha}$$

Заметим, что члены порядка dt исчезают.

В терминах переменных $\mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}, V$, определенных соотношениями (7.21), (7.22) соотношения (7.23) имеют вид

$$\frac{1}{2}\dot{\mathbf{v}}^2 - \dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V + \frac{1}{2}\frac{(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V + \mathbf{v}\dot{\mathbf{v}})^2}{c^2(1 - 2c^{-2}V - c^{-2}\mathbf{v}^2)} + \frac{1}{2c^2}v^\alpha v^\beta\partial_\alpha\partial_\beta V = 0 \tag{7.24}$$

Получаем в нерелятивистском приближении

$$\frac{1}{2}\dot{\mathbf{v}}^2 - \dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V = 0 \tag{7.25}$$

Очевидно, что нельзя определить три составляющих вектора $\dot{\mathbf{v}}$ из одного уравнения (7.25). Можно определить только среднюю величину $\langle\dot{\mathbf{v}}\rangle$ вектора $\dot{\mathbf{v}}$, выбрав некоторый принцип усреднения.

Представим $\mathbf{v}$ в виде

$$\dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{v}}_\parallel + \dot{\mathbf{v}}_\perp, \qquad \dot{\mathbf{v}}_\parallel = \boldsymbol{\nabla}V\frac{(\dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V)}{|\boldsymbol{\nabla}V|^2}, \qquad \dot{\mathbf{v}}_\perp = \dot{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\nabla}V\frac{(\dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V)}{|\boldsymbol{\nabla}V|^2} \tag{7.26}$$

где $\mathbf{v}_\parallel$ и $\mathbf{v}_\perp$ суть компоненты вектора $\mathbf{v}$, причем $\mathbf{v}_\parallel$ параллельна вектору $\boldsymbol{\nabla}V$ и $\mathbf{v}_\perp$ перпендикулярна к вектору $\boldsymbol{\nabla}V$. Из (7.25) следует

$$\dot{\mathbf{v}}_\parallel^2 - 2\dot{\mathbf{v}}_\parallel\boldsymbol{\nabla}V + \dot{\mathbf{v}}_\perp^2 = 0 \tag{7.27}$$

Пусть

$$\dot{v}_{\parallel}=\frac{\dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V}{|\boldsymbol{\nabla}V|}=\frac{\dot{\mathbf{v}}_{\parallel}\boldsymbol{\nabla}V}{|\boldsymbol{\nabla}V|},\qquad \dot{\mathbf{v}}_{\parallel}=\boldsymbol{\nabla}V\frac{(\dot{\mathbf{v}}\boldsymbol{\nabla}V)}{|\boldsymbol{\nabla}V|^{2}}=\frac{\boldsymbol{\nabla}V}{|\boldsymbol{\nabla}V|}\dot{v}_{\parallel}$$

Уравнение (7.27) может быть переписано в виде

$$\dot{v}_{\parallel}^{2}-2\dot{v}_{\parallel}\left|\boldsymbol{\nabla}V\right|+\dot{\mathbf{v}}_{\perp}^{2}=0 \tag{7.28}$$

или

$$\dot{v}_{\parallel}=\left|\boldsymbol{\nabla}V\right|\pm\sqrt{\left|\boldsymbol{\nabla}V\right|^{2}-\dot{\mathbf{v}}_{\perp}^{2}} \tag{7.29}$$

Из(7.29) следует, что

$$0<\dot{\mathbf{v}}_{\perp}^{2}\leq\left|\boldsymbol{\nabla}V\right|^{2},\qquad 0<\dot{v}_{\parallel}<2\left|\boldsymbol{\nabla}V\right| \tag{7.30}$$

Величина $\dot{v}_{\parallel}$ колеблется вокруг среднего значения $\left\langle \dot{v}_{\parallel}\right\rangle=|\boldsymbol{\nabla}V|$.

$$\left\langle \dot{\mathbf{v}}_{\parallel}\right\rangle=\frac{\boldsymbol{\nabla}V}{|\boldsymbol{\nabla}V|}\left\langle \dot{v}_{\parallel}\right\rangle=\boldsymbol{\nabla}V \tag{7.31}$$

Принимая во внимание симметрию и предполагая, что $\langle\dot{\mathbf{v}}_{\perp}\rangle=0$, получаем

$$\langle\dot{\mathbf{v}}\rangle=\left\langle \dot{\mathbf{v}}_{\parallel}\right\rangle=\boldsymbol{\nabla}V=\boldsymbol{\nabla}\frac{GM}{r},\quad r=|\mathbf{y}| \tag{7.32}$$

В общем случае получаем вместо (7.27)

$$\begin{aligned}&\dot{v}_{\parallel}^{2}-2\dot{v}_{\parallel}\left|\boldsymbol{\nabla}V\right|+\dot{\mathbf{v}}_{\perp}^{2}\\ =\ &-\frac{(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V)^{2}+2\left(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V\right)\left(\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}_{\parallel}\right)+\left(v_{\parallel}\dot{v}_{\parallel}+\mathbf{v}_{\perp}\dot{\mathbf{v}}_{\perp}\right)^{2}}{c^{2}-2V-\mathbf{v}^{2}}-\frac{1}{c^{2}}v^{\alpha}v^{\beta}\partial_{\alpha}\partial_{\beta}V\end{aligned} \tag{7.33}$$

Этот результат отличается от традиционного результата общей теории относительности, потому что он зависит от вторых производных $\partial_{\alpha}\partial_{\beta}V$ гравитационного потенциала. Уравнение (7.33) может быть записано в виде квадратного уравнения относительно $\dot{v}_{\parallel}$

$$\begin{aligned}&\dot{v}_{\parallel}^{2}\left(1+\frac{v_{\parallel}^{2}}{c^{2}-2V-\mathbf{v}^{2}}\right)-2\dot{v}_{\parallel}\left(|\boldsymbol{\nabla}V|-\frac{(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V)\,v_{\parallel}}{c^{2}-2V-\mathbf{v}^{2}}\right)+\left\langle\dot{\mathbf{v}}_{\perp}^{2}\right\rangle\\ =\ &-\frac{(\mathbf{v}\boldsymbol{\nabla}V)^{2}+(\mathbf{v}_{\perp}\dot{\mathbf{v}}_{\perp})^{2}}{c^{2}-2V-\mathbf{v}^{2}}-\frac{1}{c^{2}}v^{\alpha}v^{\beta}\partial_{\alpha}\partial_{\beta}V\end{aligned} \tag{7.34}$$

8 Подвижность границы между динамикой частиц и геометрией пространства-времени

В геометрии пространства-времени $\mathcal{G}$ динамические уравнения (7.2), (7.4) записываются в виде

$$\left(\mathbf{P}_{i}^{(s)}\mathbf{P}_{k}^{(s)}.\mathbf{P}_{i}^{(s+1)}\mathbf{P}_{k}^{(s+1)}\right)=\left|\mathbf{P}_{i}^{(s)}\mathbf{P}_{k}^{(s)}\right|^{2},\qquad i,k=0,1,...n \tag{8.1}$$

$$\left|\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right|^2 = \left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right|^2, \qquad i,k = 0,1,...n \tag{8.2}$$

Разность динамических уравнений (8.1), (8.2) может быть записана в виде, который близок к традиционному описанию в пространстве-времени Калуцы-Клейна [22]. Пусть σ_{K_0} есть мировая функция в пространственно-временной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. Геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$ есть пятимерная псевдоевклидова геометрия индекса 1 с компактифицированной координатой x^5. Другими словами, геометрия пространства-времени $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$ есть геометрия Калуцы-Клейна с исчезающими гравитационным и электромагнитным полями. Представим мировую функцию σ геометрии реального пространства-времени $\mathcal{G}$ в виде

$$\sigma(P,Q) = \sigma_{\mathrm{K}_0}(P,Q) + d(P,Q) \tag{8.3}$$

где функция d описывает разность между мировой функцией σ реального пространства-времени и мировой функцией σ_{K_0} стандартной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$, в которой будет производиться описание. Тогда получаем

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)_{\mathrm{K}_0} + d(P_0,Q_1) + d(P_1,Q_0) - d(P_0,Q_0) - d(P_1,Q_1) \tag{8.4}$$

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2 = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2_{\mathrm{K}_0} + 2d(P_0,P_1) \tag{8.5}$$

где индекс "K_0" означает, что соответствующие величины рассчитаны в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$ с помощью мировой функции σ_{K_0}.

С помощью (8.4), (8.5) динамические уравнения (8.1), (8.2) могут быть записаны в виде

$$\left(\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}.\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right)_{\mathrm{K}_0} - \left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right|^2_{\mathrm{K}_0} = w\left(P_i^{(s)}, P_k^{(s)}, P_i^{(s+1)}, P_k^{(s+1)}\right), \qquad i,k = 0,1,...n \tag{8.6}$$

$$\left|\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}\right|^2_{\mathrm{K}_0} - \left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right|^2_{\mathrm{K}_0} = 2d\left(P_i^{(s)}, P_k^{(s)}\right) - 2d\left(P_i^{(s+1)}, P_k^{(s+1)}\right), \qquad i,k = 0,1,...n \tag{8.7}$$

где

$$\begin{aligned} w\left(P_i^{(s)}, P_k^{(s)}, P_i^{(s+1)}, P_k^{(s+1)}\right) &= 2d\left(P_i^{(s)}, P_k^{(s)}\right) - d\left(P_i^{(s)}, P_k^{(s+1)}\right) \\ &\quad - d\left(P_k^{(s)}, P_i^{(s+1)}\right) + d\left(P_i^{(s)}, P_i^{(s+1)}\right) \\ &\quad + d\left(P_k^{(s)}, P_k^{(s+1)}\right) \end{aligned} \tag{8.8}$$

Уравнения (8.6), (8.7) являются уравнениями в конечных разностях, записанных в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. Правые части равенства этих уравнений могут быть интерпретированы как некоторые геометрические силовые поля, порожденные тем обстоятельством, что геометрия пространства-времени $\mathcal{G}$ описывается в терминах стандартной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. Эти силовые поля описывают отклонение зернистой геометрии $\mathcal{G}$ от геометрии Калуцы-Клейна $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. Такая возможность используется при описании гравитационного поля, которое может описываться как порожденное кривизной кривого пространства-времени, или как гравитационное поле в геометрии пространства-времени Минковского. В динамических уравнениях (8.6), (8.7) такая возможность реализуется для произвольной зернистой геометрии пространства-времени $\mathcal{G}$.

Наибольший интерес представляет эволюция ведущего вектора $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$. Эти уравнения получаются из уравнений (8.6), (8.7) при $i=0, k=1$. Получаем из уравнений (8.6), (8.7)

$$\left|\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 - \left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 = 2d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s)}\right) - 2d\left(P_1^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right) \tag{8.9}$$

$$\begin{aligned}&\left(\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}.\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right)_{\mathrm{K}_0} - \left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 \\ = \; & 3d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s)}\right) - d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right) + d\left(P_1^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right)\end{aligned} \tag{8.10}$$

где используется, что $P_1^{(s)} = P_0^{(s+1)}$.

В случае, когда пространство-время однородно и функция

$$d(P, Q) = D\left(\sigma_{\mathrm{K}_0}(P, Q)\right) \tag{8.11}$$

уравнения (8.9), (8.10) принимают вид

$$\left|\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 - \left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 = 0 \tag{8.12}$$

$$\left(\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}.\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right)_{\mathrm{K}_0} - \left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2 = 4d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s)}\right) - d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right) \tag{8.13}$$

В случае, когда ведущий вектор $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ является времениподобным, можно ввести угол $\phi_{01}^{(s)}$ между векторами $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ и $\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}$ в стандартной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$. С помощью (8.12) он определяется соотношением

$$\cosh\phi_{01}^{(s)} = \frac{\left(\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}.\mathbf{P}_0^{(s+1)}\mathbf{P}_1^{(s+1)}\right)_{\mathrm{K}_0}}{\left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}^2} \tag{8.14}$$

Тогда в однородной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{K}_0}$ уравнение (8.13) имеет вид

$$\sinh\frac{\phi_{01}^{(s)}}{2} = \frac{\sqrt{4d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s)}\right) - d\left(P_0^{(s)}, P_1^{(s+1)}\right)}}{\sqrt{2}\left|\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}\right|_{\mathrm{K}_0}} \tag{8.15}$$

Таким образом, релятивистская динамика частиц может быть обобщена на случай зернистой геометрии пространства-времени.

Применение формализма мировой функции позволяет осуществить сдвиг границы между динамикой частиц и геометрией пространства-времени. Концептуальное развитие теории кажется более эффективным в монистической концепции, содержащей только одну базовую величину (мировую функцию). Монистическая концепция более чувствительна к возможным ошибкам. Это обстоятельство позволяет находить ошибки и исправлять их. В концепции, где имеется несколько базовых понятий (величин), связь между этими понятиями может быть совершенно различной. Это обстоятельство препятствует выбору правильной связи между различными базовыми понятиями. Построение концепции, основанной на физических принципах, следует осуществлять в форме монистической концепции. Однако, это не исключает того, что немонистическая теория с простой геометрией пространства-времени может быть проще при расчетах конкретных физических явлений.

Немонистическая концепция не так чувствительна к ошибкам в теории, потому что влияние возможных ошибок компенсируется при расчете конкретных физических явлений введением новых гипотез (иногда даже изобретением новых принципов, имеющих ограниченное применение). Поскольку расчеты согласуются с экспериментальными данными, то теория рассматривается как правильная теория, подтвержденная несколькими экспериментами. Такой подход позволяет объяснить и рассчитать новые физические явления. Однако, этот подход препятствует построению последовательной физической теории, объясняющей все физические явления. Дело в том, что неисправленные ошибки остаются в теории и могут проявиться при расчете других физических явлений.

Подвижность границы между динамикой частиц и геометрией пространства-времени разрешает спор между сторонниками общей теории относительности и сторонниками релятивистской теории гравитации.

9 Рождение пар

Эффект рождения пар рассматривается в обзоре работ по геометризации физики, потому что это было первое проявление непоследовательности квантовой теории поля (КТП). Неумение КТП непротиворечиво объяснить рождение пар было тем первым шагом, который породил идею ревизии квантовых принципов.

В современной физике считается, что эффект рождения пар является специфическим квантовым эффектом, который не имеет классического аналога. Он является наиболее важным свидетельством в пользу квантовой природы микромира. Однако, это не так [17]. На самом деле, и классический, и квантовый механизм рождения пар отсутствуют в современной квантовой теории поля, если ее развивать непротиворечиво в соответствии с квантовыми принципами. К сожалению, квантовая теория поля развивалась непоследовательно. Здесь мы рассмотрим только причины этой непоследовательности, ссылаясь на оригинальные работы, необходимые для уяснения деталей.

Уравнение Клейна-Гордона (3.15) описывает эволюцию свободного квантового объекта (мировой линии). В отсутствие электромагнитного поля уравнение (3.15) имеет вид

$$\hbar^2 \partial_k \partial^k \psi + m^2 c^2 \psi = 0 \tag{9.1}$$

Стационарные состояния этого квантового объекта описываются решениями

$$\psi = A \exp\left(-ik_0 t + i\mathbf{kx}\right), \qquad k_0 = \pm\sqrt{\mathbf{k}^2 + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2} \tag{9.2}$$

Если $k_0 > 0$, этот квантовый объект находится в состоянии "частица". Если $k_0 < 0$, этот квантовый объект находится в состоянии "античастица". Этот квантовый объект называется "сэмлон". Этот термин представляет собой прочтение аббревиатуры "СМЛ" слов "сечение мировой линии". Таким образом, частица и античастица суть два разных состояния сэмлона, а не независимые объекты. Сэмлон имеет два разных состояния: частица и античастица.

Рождение пары представляет собой рождение частицы и античастицы в некоторой точке пространства-времени. Частица и античастица суть два различных состояния одной динамической системы (мировой линии). Они не могут быть различными динамическими системами, потому что две разные динамические системы не могут исчезнуть в одной точке пространства-времени. Эффект рождения пары или аннигиляции пары возникает, когда мировая линия изменяет свое временное направление.

Пусть мировая линия частицы описывается уравнениями

$$x^k = x^k(\tau), \qquad k = 0, 1, 2, 3 \tag{9.3}$$

где τ есть некоторый эволюционный параметр вдоль мировой линии. Для частицы $dx^0/d\tau > 0$. для античастицы $dx^0/d\tau < 0$. Точка, где производная $dx^0/d\tau$ изменяет свой знак, является точкой рождения или аннигиляции пары частица-античастица.

Величина $p_0 = \hbar k_0$ является собственным значением временной составляющей $\hat{p}_0 = -i\hbar\partial_0$ оператора 4-импульса

$$\hat{p}_k = -i\hbar\partial_k \qquad k = 0, 1, 2, 3 \tag{9.4}$$

Частица и античастица имеют различные знаки временной составляющей $p_0 = \hbar k_0$ 4-импульса. Энергия неотрицательна во всех состояниях эмлона.

$$E = \int T_0^0 d\mathbf{x} = \int \left(\hbar^2 \left(\partial_0 \psi^* \cdot \partial^0 \psi\right) + m^2 c^2 \psi^* \psi\right) d\mathbf{x} > 0 \tag{9.5}$$

Здесь T_0^0 является составляющей тензора энергии-импульса для динамической системы $\mathcal{S}_{\mathrm{KG}}$ Клейна-Гордона, для которой уравнение Клейна-Гордона (9.1) является динамическим уравнением. Таким образом, оператор $\hat{H} = \hat{p_0}$, вообще говоря, не совпадает с оператором энергии $\hat{E}$, который возникает из выражения (9.5) при вторичном квантовании. Согласно (9.5) энергия неотрицательна, в то время как временная составляющая оператора (9.4) может принимать значения любого знака. Такое же различие имеет место при классическом описании релятивистской частицы [26].

В нерелятивистском приближении, когда нет рождения пар, эволюционный оператор H (гамильтониан) совпадает с энергией частицы E (или $-E$). Это совпадение переносится из нерелятивистской теории, где нет рождения частиц, в релятивистскую теорию, где имеется рождение частиц. Соотношение

$$\partial_0 \psi = \frac{1}{i\hbar} \left[\psi, \int T_0^0 d\mathbf{x} \right]_- \tag{9.6}$$

где [...]_ означает коммутатор, используется во вторично квантованной теории для определения коммутационных соотношений.

Эти коммутационные соотношения приводят к тому, что частица и античастица рассматриваются как различные динамические системы (не различные состояния одной и той же динамической системы). Формально это означает, что оператор ψ содержит и операторы рождения, и операторы уничтожения. Это необходимо для того, чтобы удовлетворить соотношению (9.6). При этом способе вторичного квантования частица и античастица рассматриваются как независимые объекты. Вакуумное состояние оказывается нестационарным. Вообще говоря, если вакуумное состояние является состоянием без частиц, то оно должно быть стационарным, потому что в этом случае пространство-время пустое. Однако, полагают, что вакуумное состояние содержит виртуальные частицы, которые могут превращаться в реальные частицы и античастицы, если имеется некоторое взаимодействие, описываемое нелинейным членом, добавленным к динамическому уравнению (9.1).

Например рождение пар появляется в случае нелинейного уравнения [27, 28, 29, 30]

$$\hbar^2 \partial_k \partial^k \psi + m^2 c^2 \psi = g \psi^* \psi \psi \tag{9.7}$$

где g есть постоянная самодействия. Соответствующие динамические уравнения пишутся в виде разложения по постоянной самодействия g. При решении этих уравнений используется теория возмущений.

Существует альтернативное представление [31] нелинейного уравнения (9.7), когда частица и античастица рассматриваются как разные состояния эмлона, а не как независимые объекты. В этом случае волновая функция ψ содержит только операторы уничтожения, а ψ^* содержит только операторы рождения. В этом случае оператор энергии $\hat{E}$ имеет только неотрицательные собственные значения. Энергия E не совпадает с гамильтонианом $\hat{H}$, как это имеет место в классическом случае [26]. Вакуумное состояние стационарно, и нет необходимости вводить виртуальные частицы. Динамические уравнения можно решать, не пользуясь разложением по постоянной самодействия g и избежать использования теории возмущений. Однако в этом случае нет рождения пар.

Отсутствие эффекта рождения пар означает только, что нелинейный член типа (9.7) не может генерировать рождение пар. Эффект рождения пар осуществляется более сложным взаимодействием, как это следует из (3.11), (3.12), или из [17], где проблема рождения пар исследована более детально. Рождение пар связано с изменением эффективной массы Km частицы, а не с виртуальными частицами. Не очень ясно, как учесть изменение эффективной массы в рамках квантовой теории, хотя уравнение Клейна-Гордона (3.15) учитывает фактор K (3.12), ответственный за изменение эффективной массы.

Проблема рождения пар пока не геометризована, хотя способ геометризации рождения пар довольно ясен.

10 Каркасная концепция элементарных частиц

После работы [6] роль геометрии пространства-времени в теории элементарных частиц увеличилась, потому что квантовые принципы были фактически заменены многовариантной геометрией пространства-времени. Стало ясно, что строя теорию элементарных частиц, следует использовать релятивистское понятие состояния частицы.

В случае, когда частицы не является точечной, ее состояние описывается каркасом $\mathcal{P}_n = \{P_0, P_1, ..., P_n\}$, который представляет собой множество из $(n+1)$ пространственно-временных точек. Эти точки жестко связаны между собой. В случае точечной частицы каркас состоит из двух точек. Каркас $\mathcal{P}_n$ является естественным обобщением каркаса точечной частицы на случай сложной частицы. Движение любой частицы описывается мировой цепью, состоящей из связанных каркасов [25]. $...\mathcal{P}_n^{(0)}, \mathcal{P}_n^{(1)}, ..., \mathcal{P}_n^{(s)}...$

$$\mathcal{P}_n^{(s)} = \left\{P_0^{(s)}, P_1^{(s)}, ..P_n^{(s)}\right\}, \qquad s = ...0, 1, ... \tag{10.1}$$

Смежные каркасы $\mathcal{P}_n^{(s)}, \mathcal{P}_n^{(s+1)}$ цепи связаны соотношениями $P_1^{(s)} = P_0^{(s+1)}, s = ...0, 1, ...$ Вектор $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)} = \mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_0^{(s+1)}$ является ведущим вектором, который определяет направление мировой цепи.

Динамика свободной элементарной частицы определяется соотношениями

$$\mathcal{P}_n^{(s)}\text{eqv}\mathcal{P}_n^{(s+1)} : \qquad \mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\text{eqv}\mathbf{P}_i^{(s+1)}\mathbf{P}_k^{(s+1)}, \qquad i, k = 0, 1, ..n; \qquad s = ...0, 1, ... \tag{10.2}$$

которые описывают эквивалентность смежных каркасов. Эквивалентность векторов определяется соотношениями (7.3).

Таким образом динамика свободных элементарных частиц описывается системой алгебраических уравнений (10.2). Специфика динамики зависит от структуры элементарных частиц (взаимного расположения точек внутри каркаса) и от геометрии пространства-времени. Длины $\left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right|$ векторов $\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}$ постоянны вдоль всей мировой цепи. Эти $n(n+1)/2$ величин можно рассматривать как характеристики частицы. В случае точечной частицы длина $|\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}|$ звена $\mathbf{P}_s\mathbf{P}_{s+1}$ является геометрической массой частицы. В случае более сложных каркасов значение параметров $\left|\mathbf{P}_i^{(s)}\mathbf{P}_k^{(s)}\right|$ нужно исследовать.

Система динамических уравнений (10.2) состоит из $n(n+1)$ алгебраических уравнений для nD динамических переменных, где D есть размерность пространства-времени (число координат, необходимых для маркировки всех точек пространства-времени). Если $n \leq D$, число динамических переменных меньше, чем число динамических уравнений. В этом случае возникает дискриминационный механизм, который запрещает некоторые каркасы. Этот механизм позволяет объяснить дискретные параметры элементарных частиц. Если $n > D + 1$, число динамических уравнений больше, чем число динамических переменных. В этом случае может существовать много решений, и движение частицы становится многовариантным (стохастическим). В теории элементарных частиц встречаются оба случая.

Динамические уравнения (10.2) записываются в бескоординатном виде, и этот факт является доводом в пользу динамических уравнений (10.2), поскольку он избавляет от необходимости рассматривать преобразования координат. Динамические уравнения (10.2) являются алгебраическими (а не дифференциальными) уравнениями, и этот факт тоже является доводом в пользу теории, потому что алгебраические уравнения нечувствительны к возможной дискретности геометрии пространства-времени.

Была сделана первая (нетривиальная) попытка использования релятивистского понятия состояния частицы. Была рассмотрена структура дираковской частицы (фермиона) [32]. Это был концептуальный шаг, потому что рассматривалась возможность пространственноподобных мировых цепей. Пространственноподобные мировые линии отсутствуют в традиционной концепции элементарных частиц (они возможны для виртуальных частиц, но это особый вопрос). В каркасной концепции элементарных частиц такого ограничения нет.

Дираковская частица – это динамическая система $\mathcal{S}_{\mathrm{D}}$, для которой динамическим уравнением является уравнение Дирака.

$$i\gamma^k\partial_k\psi + mc\psi = 0 \tag{10.3}$$

Оказалось, что каркас дираковской частицы состоит из n точек ($n \geq 3$). Мировая цепь представляет собой пространственноподобную спираль с времениподобной осью.

В наших расчетах использовался математический аппарат [33, 34], где γ-матрицы представлены гиперкомплексными числами. Используя обозначения

$$\gamma_5 = \gamma^{0123} \equiv \gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \tag{10.4}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3,\} = \{-i\gamma^2\gamma^3, -i\gamma^3\gamma^1, -i\gamma^1\gamma^2\} \tag{10.5}$$

сделаем замену переменных

$$\psi = Ae^{i\varphi+\frac{1}{2}\gamma_5\kappa}\exp\left(-\frac{i}{2}\gamma_5\boldsymbol{\sigma\eta}\right)\exp\left(\frac{i\pi}{2}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}\right)\Pi \tag{10.6}$$

$$\psi^* = A\Pi\exp\left(-\frac{i\pi}{2}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}\right)\exp\left(-\frac{i}{2}\gamma_5\boldsymbol{\sigma\eta}\right)e^{-i\varphi-\frac{1}{2}\gamma_5\kappa} \tag{10.7}$$

где (*) означает эрмитово сопряжение и

$$\Pi = \frac{1}{4}(1+\gamma^0)(1+\mathbf{z}\boldsymbol{\sigma}), \qquad \mathbf{z} = \{z^\alpha\} = \mathrm{const}, \qquad \alpha = 1,2,3; \qquad \mathbf{z}^2 = 1 \tag{10.8}$$

есть делитель нуля. Величины A, κ, φ, $\boldsymbol{\eta} = \{\eta^\alpha\}$, $\mathbf{n} = \{n^\alpha\}$, $\alpha = 1,2,3$, $\mathbf{n}^2 = 1$ представляют собой восемь вещественных параметров, определяющих волновую функцию ψ. Эти параметры можно рассматривать как новые зависимые переменные, описывающие состояние динамической системы $\mathcal{S}_{\mathrm{D}}$. Величина φ является скаляром, а κ есть псевдоскаляр. Шесть остающихся переменных A, $\boldsymbol{\eta} = \{\eta^\alpha\}$, $\mathbf{n} = \{n^\alpha\}$, $\alpha = 1,2,3$, $\mathbf{n}^2 = 1$ могут быть выражены через 4-вектор тока

$$j^l = \bar{\psi}\gamma^l\psi, \qquad l = 0,1,2,3 \tag{10.9}$$

и 4-псевдовектор спина

$$S^l = i\bar{\psi}\gamma_5\gamma^l\psi, \qquad l = 0,1,2,3 \tag{10.10}$$

Из-за двух тождеств

$$S^l S_l \equiv -j^l j_l, \qquad j^l S_l \equiv 0. \tag{10.11}$$

имеется только шесть независимых компонент среди восьми составляющих величин j^l, и S^l.

Запишем действие для динамического уравнения (10.3) в гидродинамической форме

$$\mathcal{S}_{\mathrm{D}}: \qquad \mathcal{A}_D[j,\varphi,\kappa,\boldsymbol{\xi}] = \int \mathcal{L}d^4x, \qquad \mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{cl}} + \mathcal{L}_{\mathrm{q1}} + \mathcal{L}_{\mathrm{q2}} \tag{10.12}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{cl}} = -m\rho - \hbar j^i\partial_i\varphi - \frac{\hbar j^l}{2\left(1+\boldsymbol{\xi}\mathbf{z}\right)}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\xi^\alpha\partial_l\xi^\beta z^\gamma, \qquad \rho \equiv \sqrt{j^l j_l} \tag{10.13}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{q1}} = 2m\rho\sin^2(\frac{\kappa}{2}) - \frac{\hbar}{2}S^l\partial_l\kappa, \tag{10.14}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{q2}} = \frac{\hbar(\rho+j_0)}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\partial^\alpha\frac{j^\beta}{(j^0+\rho)}\xi^\gamma - \frac{\hbar}{2(\rho+j_0)}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\left(\partial^0 j^\beta\right)j^\alpha\xi^\gamma \tag{10.15}$$

Лагранжиан является функцией 4-вектора j^l, скаляра φ, псевдоскаляра κ, и единичного 3-псевдовектора $\boldsymbol{\xi}$, который связан с 4-псевдовектором спина S^l с помощью соотношений

$$\xi^\alpha = \rho^{-1}\left[S^\alpha - \frac{j^\alpha S^0}{(j^0+\rho)}\right], \qquad \alpha = 1,2,3; \qquad \rho \equiv \sqrt{j^l j_l} \tag{10.16}$$

$$S^0 = \mathbf{j}\boldsymbol{\xi}, \qquad S^\alpha = \rho\xi^\alpha + \frac{(\mathbf{j}\boldsymbol{\xi})j^\alpha}{\rho+j^0}, \qquad \alpha = 1,2,3 \tag{10.17}$$

Осуществим динамическую расквантизацию [35, 36] действия (10.12)–(10.15), сделав замену

$$\partial_k \to \frac{j_k j^s}{j^l j_l}\partial_s \tag{10.18}$$

Действие (10.12)–(10.15) принимает вид

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\mathrm{Dqu}}[j,\varphi,\kappa,\boldsymbol{\xi}] \;=\; & \int\left\{-m\rho\cos\kappa - \hbar j^i\left(\partial_i\varphi + \frac{\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\xi^\alpha\partial_i\xi^\beta z^\gamma}{2\left(1+\boldsymbol{\xi}\mathbf{z}\right)}\right)\right.\\ & \left.+\frac{\hbar j^k}{2(\rho+j_0)\rho}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\left(\partial_k j^\beta\right)j^\alpha\xi^\gamma\right\}d^4x\end{aligned} \tag{10.19}$$

Заметим, что вторым членом $-\frac{\hbar}{2}S^l\partial_l\kappa$ в соотношении (10.14) можно пренебречь, потому что 4-псевдовектор S^k ортогонален 4-вектору j^k, и производная $S^l\partial_{||l}\kappa = S^l\rho^{-2}j_l j^k\partial_k\kappa$ обращается в нуль.

Хотя действие (10.19) содержит не-классическую переменную κ, фактически эта переменная постоянна. В самом деле, вариация по κ приводит к динамическому уравнению

$$\frac{\delta\mathcal{A}_{Dqu}}{\delta\kappa} = m\rho\sin\kappa = 0 \tag{10.20}$$

которое имеет решения

$$\kappa = n\pi, \qquad n = \text{integer} \tag{10.21}$$

Таким образом, эффективная масса $m_{eff} = m\cos\kappa$ принимает два значения

$$m_{\text{eff}} = m\cos\kappa = \kappa_0 m = \pm m \tag{10.22}$$

где κ_0 есть дихотомическая величина $\kappa_0 = \pm 1$, введенная вместо $\cos\kappa$. Величина κ_0 является параметром динамической системы $\mathcal{S}_{\text{Dqu}}$. Она не варьируется. Действие (10.19), превращается в действие

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{Dqu}}[j,\varphi,\boldsymbol{\xi}] &= \int\left\{-\kappa_0 m\rho - \hbar j^i\left(\partial_i\varphi + \frac{\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\xi^\alpha\partial_i\xi^\beta z^\gamma}{2\left(1+\boldsymbol{\xi}\mathbf{z}\right)}\right)\right.\\ &\left.+\frac{\hbar j^k}{2(\rho+j_0)\rho}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\left(\partial_k j^\beta\right)j^\alpha\xi^\gamma\right\}d^4x\end{aligned} \tag{10.23}$$

Введем лагранжевы координаты $\tau = \{\tau_0, \boldsymbol{\tau}\} = \{\tau_i(x)\}$, $i = 0,1,2,3$ как функции координат x таким образом, что только координата τ_0 изменяется вдоль направления j^l. Действие (10.23) преобразуется к виду

$$\mathcal{A}_{\text{Dqu}}[x,\boldsymbol{\xi}] = \int\mathcal{A}_{\text{Dcl}}[x,\boldsymbol{\xi}]d\boldsymbol{\tau}, \qquad \mathbf{d}\boldsymbol{\tau} = d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \tag{10.24}$$

где

$$\mathcal{S}_{\text{Dcl}}: \qquad \mathcal{A}_{\text{Dcl}}[x,\boldsymbol{\xi}] = \int\left\{-\kappa_0 m\sqrt{\dot{x}^i\dot{x}_i} + \hbar\frac{(\dot{\boldsymbol{\xi}}\times\boldsymbol{\xi})\mathbf{z}}{2(1+\boldsymbol{\xi}\mathbf{z})} + \hbar\frac{(\dot{\mathbf{x}}\times\ddot{\mathbf{x}})\boldsymbol{\xi}}{2\sqrt{\dot{x}^s\dot{x}_s}(\sqrt{\dot{x}^s\dot{x}_s}+\dot{x}^0)}\right\}d\tau_0 \tag{10.25}$$

После динамической расквантизации дираковская частица представляет собой статистический ансамбль динамических систем $\mathcal{S}_{\text{Dcl}}$, как это следует из (10.24) и (10.25). Всякая динамическая система $\mathcal{S}_{\text{Dcl}}$ имеет 10 степеней свободы. Шесть степеней свободы описывают поступательное движение частицы, а 4 степени свободы описывают вращательное движение частицы. Это классическая модель частицы, которая содержит квантовую постоянную. Появление квантовой постоянной в классическом динамическом уравнении обусловлено тем, что оно должно содержать магнитный момент. Но магнитный момент (классическая величина!) зависит от квантовой постоянной.

Переменные $\boldsymbol{\xi}$ описывают вращение, которое является классическим аналогом так называемого "zitterbewegung". Дираковская частица не является точечной частицей [37]. Описание внутренних степеней свободы в терминах $\boldsymbol{\xi}$ оказывается нерелятивистским [38, 39], хотя трансляционные степени свободы x описываются релятивистски.

Удается описать классическую модель $\mathcal{S}_{\text{Dcl}}$ дираковской частицы в рамках каркасной концепции элементарных частиц. Дискретная геометрия (1.3) пространства-времени заменяется полудискретной геометрией, описываемой мировой функцией σ_{d}

$$\sigma_{\text{d}} = \sigma_{\text{M}} + \lambda_0^2\begin{cases}\operatorname{sgn}(\sigma_{\text{M}}) & \text{if} \quad |\sigma_{\text{M}}| > \sigma_0 > 0\\ f(\sigma_{\text{M}}) & \text{if} \quad |\sigma_{\text{M}}| < \sigma_0\end{cases} \qquad \lambda_0^2 = \frac{\hbar}{2bc} \tag{10.26}$$

где σ_{M} есть мировая функция геометрии Минковского, b есть универсальная постоянная, а σ_0 есть некоторая постоянная. Функция f является монотонной неубывающей функцией, обладающей свойством $f(-\sigma_0) = -1$, $f(\sigma_0) = 1$.

Геометрия пространства-времени, описываемая мировой функцией (10.26) является однородной и изотропной. Часть мировой функции, соответствующая $|\sigma_{\mathrm{M}}| > \sigma_0$ ответственна за квантовые эффекты точечной частицы (уравнение Шредингера [6]). Часть мировой функции (10.26), соответствующая $|\sigma_{\mathrm{M}}| < \sigma_0$ ответственна за структуру частицы с каркасом, состоящим не меньше, чем из трех точек. Если $|f(\sigma_{\mathrm{M}})| < |\sigma_{\mathrm{M}}/\sigma_0|$, то пространственноподобная мировая цепь может иметь форму спирали с времениподобной осью.

Был исследован случай [32], когда

$$f(\sigma_{\mathrm{M}}) = \left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right)^3 \tag{10.27}$$

Такой выбор мировой функции не претендует на описание реального пространства-времени. Это только некая модель, которая правильно описывает квантовые эффекты, связанные с точечной частицей, и пытается исследовать, может ли пространственноподобная мировая цепь иметь форму спирали с времениподобной осью. Согласно квазиклассической аппроксимации уравнения Дирака [40, 37, 39] мировая линия *свободной классической* дираковской частицы имеет форму спирали. Такая форма мировой линии объясняет существование спина. Было интересно, может ли спин дираковской частицы получен в каркасной концепции элементарных частиц.

Рассмотрение в [32] подтвердило предположение о спиральном виде мировой цепи дираковской частицы (фермиона). Каркас фермиона должен содержать более двух точек. Кроме того, были получены некоторые ограничения на расположение точек каркаса. Это означает, что в каркасной концепции имеется дискриминационный механизм, ответственный за дискретные значения параметров элементарных частиц. Такой дискриминационный механизм отсутствует в традиционном подходе, основанном на квантовых принципах. Полученные результаты являются предварительными, потому что было использовано простое ограничение (10.27) на мировую функцию. Тем не менее результаты показывают, что каркасная концепция позволяет исследовать структуру элементарных частиц. Традиционный подход, основанный на квантовых принципах позволяет только приписывать элементарным частицам такие феноменологические свойства как масса, спин, цвет, аромат и т.п. без объяснения того, как эти свойства связаны со структурой элементарных частиц. Традиционный подход позволяет только классифицировать элементарные частицы по их феноменологическим свойствам и предсказывать реакции между элементарными частицами на основе этой классификации.

Такая ситуация напоминает ситуацию с исследованием химических элементов. Периодическая система химических элементов является феноменологическим построением. Она является атрибутом химии. Устройство атомов химических элементов исследуется физикой (квантовой механикой). Периодическая система химических элементов была открыта раньше, чем началось исследование структуры атомов. Однако периодическая система не помогла создать квантовую механику и исследовать структуру атомов. Периодическая система и квантовая механика являются атрибутами разных наук. Точно так же каркасная концепция элементарных частиц и традиционный феноменологический подход являются по существу атрибутами разных наук, исследующих различные стороны элементарных частиц.

11 Заключительные замечания

Таким образом, в двадцатом веке переход от нерелятивистской физики к релятивистской производился только в динамических уравнениях, но не в понятии состояния частицы. Понятие состояния частицы как точки в фазовом пространстве неадекватно в применении к недетерминированным частицам. В нерелятивистской физике состояние частицы описывается точкой в фазовом пространстве. Существование изначально недетерминированных частиц в микромире не позволяет использовать фазовое пространство, потому что предел (1.8), определяющий импульс частицы, не существует для недетерминированных частиц. Это вынуждает описывать состояние частицы без использования пределов типа (1.8).

Релятивистское понятие состояния частицы осуществляется с помощью каркаса частицы. Каркас состоит из нескольких пространственно-временных точек. Такое понятие состояния частицы может быть применено как для детерминированных так и недетерминированных частиц. Число точек каркаса зависит от структуры элементарной частицы. Важно, что каркас описывает все характеристики частицы, включая массу, заряд, импульс и другие характеристики, если они имеются (спин, цвет и т.п.). В результате получается монистическая концепция, где все фундаментальные физические явления (включая электромагнитные и гравитационные взаимодействия) описываются в терминах точек пространства событий и мировых функций между ними.

Динамические уравнения представляют собой алгебраические уравнения, записанные в бескоординатной форме. Эти уравнения проще и универсальнее, чем уравнения, используемые в традиционной теории элементарных частиц.

Полученная каркасная концепция еще не является теорией элементарных частиц. Это только лишь концепция, которая имеет дело с физическими и геометрическими принципами. Предполагается, что каркасная концепция может быть применена для любой геометрии пространства-времени и для любых каркасов, которые совместны с этой геометрией пространства-времени. На самом деле, существует реальная геометрия пространства-времени и существуют только такие каркасы, которые допускаются этой геометрией. Каркасная концепция превращается в теорию элементарных частиц, только когда эта реальная геометрия пространства-времени будет определена. Эта реальная геометрия пространства-времени и каркасы, совместимые с ней должны согласовываться с экспериментальными данными.

Концепция (физические принципы) $\mathcal{C}_{\mathrm{con}}$ традиционной теории элементарных частиц непоследовательна, потому что она использует нерелятивистское понятие состояния частицы, которое не может использоваться при описании недетерминированных частиц. Всякая непоследовательная теория обладает очень полезным свойством. *Такая теория позволяет получать любое желаемое утверждение. Нужно только придумать подходящую гипотезу.* Последовательная теория допускает получать только такие утверждения, которые следуют из базовых утверждений теории. Последовательная теория позволяет вводить только такие дополнительные гипотезы, которые совместимы с теорией.

Экспериментаторы, изучающие элементарные частицы, нуждаются в некоторых понятиях, необходимых для описания экспериментов. Они не могут описывать свои эксперименты без использования соответствующих понятий. Экспериментаторы берут эти понятия из своего опыта и существующих теорий. К сожалению, эти понятия не всегда адекватны. Система этих понятий феноменологическая. Она полезна для описания экспериментов. Однако она не всегда адекватна для описания природы элементарных частиц. Это можно видеть на примере исследования структуры атомов. Химики, которые экспериментально исследовали свойства химических элементов, ничего не знали об устройстве атомов. Структура атомов не могла быть описана феноменологическими понятиями, которые использовались химиками.

Представленная каркасная концепция представляет собой только концепцию (а не теорию) элементарных частиц. Она не может быть проверена экспериментально. Нужно определить реальную геометрию пространства-времени и исследовать возможные каркасы элементарных частиц. Тогда каркасная концепция превратится в теорию элементарных частиц. Ее уже можно будет проверить экспериментально.

Список литературы

[1] Yu.A. Rylov, Geometry without topology *e-print math.MG/0002161*

[2] Yu.A.Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Jour. Mat. & Mat. Sci.* **30**, *iss. 12, 733-760, (2002)*, (see also *e-print math.MG/0103002*

[3] Yu. A.Rylov, Принцип деформации как основа физической геометрии и его применение в геометрии пространства-времени. *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2, 69-96, (2004).* (In Enlish *e-print physics/0411103*)

[4] Rylov Yu. A. Multivariance as a crucial property of microcosm *Concepts of Physics* **6**, iss.1, 89 -117, (2009), see also *e-print 0806.1716*

[5] Yu. A. Rylov, Non-Euclidean method of the generalized geometry construction and its application to space-time geometry. in *Pure and Applied Differential geometry pp.238-246.* eds. Franki Dillen and Ignace Van de Woestyne. Shaker Verlag, Aachen, 2007. (see also *e-print math/0702552.*)

[6] Yu.A. Rylov, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *Journ. Math. Phys.* **32(8)**, *2092-2098, (1991)*

[7] J. E.Moyal, *Proc. Cambr. Phil. Soc.,* **45**, 99, (1949).

[8] I. Fényes, *Zs. f. Phys.*, **132**, 81, (1952).

[9] Yu.A. Rylov, Quantum Mechanics as a theory of relativistic Brownian motion. *Ann. Phys. (Leipzig).* **27**, *1-11 (1971).*

[10] Yu.A. Rylov, Quantum mechanics as relativistic statistics.I: The two-particle case. *Int. J. Theor. Phys.* **8**, *65-83, (1973)*

[11] Yu.A. Rylov, Quantum mechanics as relativistic statistics.II: The case of two interacting particles. *Int. J. Theor. Phys.* **8**, *123-139. (1973).*

[12] Yu.A. Rylov (1990) "Extremal properties of Synge's world function and discrete geometry ". *J.Math. Phys.* **31**, *2876-2890 (1990)*

[13] K. Menger, Untersuchen über allgemeine Metrik, *Mathematische Annalen,* **100**, 75-113, (1928)

[14] L. M. Blumenthal, *Theory and Applications of Distance Geometry*, Oxford, Clarendon Press, 1953.

[15] Yu. A. Rylov Uniform formalism for description of dynamic, quantum and stochastic systems. *e-print/physics/0603237v6*

[16] Yu.A. Rylov, Spin and wave function as attributes of ideal fluid. *Journ. Math. Phys.* **40**, *pp. 256 - 278, (1999).*

[17] Yu.A. Rylov, Classical description of pair production *e-print /physics/0301020.*

[18] Yu.A. Rylov, Quantum mechanics as a dynamic construction. *Found. Phys.* **28**, No.2, 245-271, (1998).

[19] E. Madelung, *Z.Phys.* **40,** *322, (1926).*

[20] D. Bohm, *Phys.Rev.* **85**, *166,(1952), 180,(1952).*

[21] Yu. A. Rylov, Incompatibility of the Copenhagen interpretation with quantum formalism and its reasons. *Concepts of Physics* **5**, *iss.2, 323-328, (2008).* ISSN1897-2357 See also *e-print /physics/0604111*

[22] Yu. A. Rylov, Generalization of relativistic particle dynamics on the case of non-Riemannian space-time geometry. *Concepts of Physics* **6**, iss.4, 605, (2009). See also *e-print 0811.4562.*

[23] Yu. A. Rylov, Necessity of the general relativity revision and free motion of particles in non-Riemannian space-time geometry. *e-print 1001.5362v1.*

[24] Yu. A. Rylov, General relativity extended to non-Riemannian space-time geometry. *e-print 0910.3582v7*

[25] Yu. A. Rylov, Generalization of relativistic particle dynamics on the case of non-Riemannian space-time geometry. *Concepts of Physics* **6**, iss.*4, 605, (2009).* ISSN1897-2357. (see also *e-print 0811.4562*).

[26] Yu.A. Rylov, О связи между вектором энергии-импульса и каноническим ипульсом в релятивистской механике. *Теоретическая и математическая физика.* **2**, *333-337. Theor. and Math. Phys. (USA)*, **5**, *333, (1970)* (*translated from Russian*)

[27] J. Glimm and A. Jaffe, *Phys. Rev.* **176** (1968) 1945.

[28] J. Glimm and A. Jaffe, *Ann. Math.* **91** (1970) 362.

[29] J. Glimm and A. Jaffe, *Acta Math.* **125** (1970) 203.

[30] J. Glimm and A. Jaffe, *J. Math. Phys.* **13** (1972) 1568.

[31] Yu.A. Rylov, On quantization of non-linear relativistic field without recourse to perturbation theory. *Int. J. Theor. Phys.* **6**, *181-204.*

[32] Yu. A. Rylov, Geometrical dynamics: spin as a result of rotation with superluminal speed *e-print 0801.1913.*

[33] F.Sauter, *Zs.Phys.* **63**, 803, (1930), **64**, 295, (1930).

[34] A.Sommerfeld, *Atombau and Spektrallinien.* bd.2, Braunschweig, 1951.

[35] Yu.A.Rylov, Dynamic disquantization of Dirac equation. *e-print /quant-ph/0104060.*

[36] Yu. A. Rylov, Formalized procedure of transition to classical limit in application to the Dirac equation. *e-print physics/0507183*

[37] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle composite? *e-print physics /0410045*

[38] Yu. A. Rylov, Anderson's absolute objects and constant timelike vector hidden in Dirac matrices. *e-print quant-ph/0112091*

[39] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle completely relativistic? *e-print /physics /0412032.*

[40] Yu.A. Rylov, Dirac equation in terms of hydrodynamic variables. *Advances in Applied Clifford Algebras,* **5**, *pp 1-40, (1995))* (see also *e-print 1101.5868*)