Особенности статистического описания в квантовой механике

Ю.А. Рылов

Институт проблем механики РАН,
Россия, 117526, Москва, пр. Вернадского 101-1,
email: rylov@ipmnet.ru
Web site: *http://rsfq1.physics.sunysb.edu/~rylov/yrylov.htm*
or mirror Web site: *http://194.190.131.172/~rylov/yrylov.htm*

Аннотация

Показно, что статистическая концепция квантовой механики является динамической, а не вероятностной, т.е. статистическое описание в квантовой механике основано на динамике, а использование теории вероятностей, когда оно имеет место, является лишь вспомогательным. Обращается внимание на то, что в квантовой механике как и в любой статистической концепции есть два различных объекта: индивидуальный объект, подлежащий статистическому описанию, и среднестатистический объект, являющийся результатом статистического описания. Отождествление этих различных объектов (использование для них одного и того же термина) является источником многих известных парадоксов квантовой механики.

Квантовая механика несомненно является статистической теорией, поскольку ее математический аппарат работает с распределениями величин (волновыми функциями) и многие ее результаты формулируются в терминах теории вероятностей. Однако, внешне квантовая механика выглядит как динамическая концепция. После того как в конце XIX века удалось обосновать термодинамику как статистическое описание хаотически движущихся молекул, многим исследователям казалось, что тоже самое можно проделать с квантовой механикой. Но попытки [1, 2] сформулировать квантовую механику в терминах теории вероятностей не привели к успеху. Дело в том, что пытаясь представить квантовую механику, как статистическое описание случайного движения частиц, обычно упускали из виду, что случайная составляющая движения частиц может быть релятивистской в то время как регулярная составляющая остается нерелятивистской.

Теория вероятностей, успешно примененная в статистической физике для статистического описания хаотического движения молекул, не пригодна для описания случайного релятивистского движения. Дело в том, что использование понятия плотности вероятности предполагает возможность разбиения всех возможных состояний системы на множества одновременных независимых событий. В релятивистской теории этого нельзя сделать для непрерывной динамической системы, поскольку в теории относительности нет абсолютной одновременности. Использовать одновременность в некоторой системе координат тоже нельзя, ибо система координат есть способ описания. Одновременное использование теории вероятностей и условной одновременности (одновременности в некоторой системе координат) означало бы наведение статистики на способы описания вместо необходимого исчисления состояний рассматриваемой динамической системы.

Преодолеть возникшее препятствие можно, отказавшись от использования теории вероятностей при статистическом описании. Здесь следует заметить, что успешное использование теории вероятностей в статистической физике привело к тому, что многие физики рассматривают термины "статистическое описание" и "вероятностное описание" как синонимы и не представляют себе, что возможно статистическое описание без использования теории вероятностей. Между тем термин "статистическое описание" означает только, что рассматривается большое число одинаковых или почти одинаковых объектов, при этом совсем необязательно при статистическом описании использовать теорию вероятностей. Термин "вероятностное описание" означает использование теории вероятностей, которое налагает ряд ограничений на способ описания, например, плотность вероятности должна быть неотрицательной, что не всегда удается выполнить.

В нерелятивистской теории физическим объектом, подлежащим статистическому описанию, является частица (материальная точка), т.е. точка в обычном или фазовом пространстве. Плотность точек в пространстве неотрицательна и служит базой для введения понятия плотности вероятности. В релятивистской теории физическим объектом, подлежащим статистическому описанию, является мировая линия в пространстве-времени. Плотность мировых линией в окрестности некоторой точки x пространства-времени является 4-вектором, который не может служить основой для введения плотности вероятности. Альтернативный вариант, когда каждая мировая линия является точкой в некотором пространстве $\mathcal{V}$, позволяет ввести понятие плотности вероятности в пространстве $\mathcal{V}$ мировых линий. Однако, такое описание является нелокальным, поскольку две мировые линии, совпадающие всюду кроме некоторой очень удаленной области будут изображаться различными точками в $\mathcal{V}$, причем эти точки, вообще говоря, не будут близкими. Иначе говоря, такое введение вероятности было бы очень неудобным.

Выход из создавшегося положения состоит в отказе от использования теории вероятностей при статистическом описании. Вместо вероятностной концепции следует использовать динамическую концепцию статистического описания (ДКСО). Вместо стохастической системы $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$, для которой не существует динамических уравнений, используется набор $\mathcal{E}[N, \mathcal{S}_{\mathrm{st}}]$, состоящий из из большого числа N независимых одинаковых систем $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$ и называемый статистическим ансамблем систем $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$. Статистический ансамбль $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}_{\mathrm{st}}]$ образует детерминированную динамическую систему, для которой существуют динамические уравнения, хотя их нет для элементов $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$ статистического ансамбля. Статистическое описание состоит в том, что изучают свойства $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}_{\mathrm{st}}]$ как детерминированной динамической системы и на основе этого изучения делают определенные заключения о свойствах элементов статистического ансамбля (стохастических систем $\mathcal{S}_{\mathrm{st}}$). Понятие вероятности при этом использовать не обязательно, поскольку изучается динамическая система и ее свойства.

ДКСО является менее информативным описанием чем вероятностное статистическое описание в том смысле, что некоторые заключения и оценки, которые можно сделать при вероятностном описании, нельзя получить в рамках ДКСО. С этим приходится смириться, поскольку получить более информативное описание не представляется возможным. То обстоятельство, что квантовая механика воспринимается как динамическая (а не статистическая, т.е. вероятностная) концепция, связано с использованием ДКСО, что в свою очередь обусловлено "релятивистскими корнями" нерелятивистской квантовой механики. Заметим, что ДКСО является универсальной концепцией в том смысле, что она может с равным правом применяться как в релятивистском, так и в нерелятивистском случае.

Меньшая (по сравнению с вероятностным описанием) информативность описания в рамках ДКСО проявляется, например, в отсутствии в чистом состоянии одновременного распределения по координатам импульсам. Более того, распределение $|\langle p|\psi\rangle|^2$ по импульсам частицы в чистом состоянии, описываемом волновой функцией $|\psi\rangle$, имеет формальный характер, и его нельзя проверить экспериментально. Разумеется, получить экспериментально распределение $|\langle p|\psi\rangle|^2$ можно. Для этого достаточно направить поток частиц на дифракционную решетку и исследовать полученную дифракционную картину. Однако, формализм квантовой механики предполагает, что полученное таким образом распределение по импульсам можно приписать некоторому состоянию (волновой функции $|\psi\rangle$). Получение распределения $|\langle p|\psi\rangle|^2$ требует длительного времени, которое тем больше, чем точнее мы желаем получить распределение. За это время волновая функция успевает измениться и неясно какой именно волновой функции нужно приписать полученное распределение по импульсам. Проведенный анализ показал [3], что экспериментально полученное распределение по импульсам невозможно приписать какому-либо состоянию (волновой функции). Это означает, что в квантовой механике распределение по импульсам является формальным, т.е. непроверямым экспериментально.

Наряду со статистическим ансамблем $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}]$ систем $\mathcal{S}$ или даже вместо него можно ввести среднестатистическую динамическую систему $\langle\mathcal{S}\rangle$, которая формально определяется как статистический ансамбль $\mathcal{E}\,[N,\mathcal{S}]$, $(N\to\infty)$, нормированный на одну систему. Математически это означает, что, если

$\mathcal{A}_{\mathrm{E}}[N, d_N\{X\}]$ есть действие для $\mathcal{E}[N, \mathcal{S}]$ то

$$\langle\mathcal{S}\rangle: \;\; \mathcal{A}_{\langle S\rangle}[d\{X\}] = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\mathcal{A}_{\mathrm{E}}[N, d_N\{X\}], \qquad d\{X\} = \lim_{N\to\infty} d_N\{X\}$$

есть действие для $\langle\mathcal{S}\rangle$, где X есть состояние отдельной системы $\mathcal{S}$, а $d_N\{X\}$ есть распределение, описывающее в пределе $N\to\infty$ как состояние статистического ансамбля $\mathcal{E}[N, \mathcal{S}]$, так и состояние среднестатистической системы $\langle\mathcal{S}\rangle$. В частности, $d\{X\}$ может быть волновой функцией.

Замена статистического ансамбля $\mathcal{E}[N, \mathcal{S}]$ на среднестатистическую систему $\langle\mathcal{S}\rangle$ основана на нечувствительности статистического ансамбля к числу N его элементов при условии, что N достаточно велико. Среднестатистическая система $\langle\mathcal{S}\rangle$ представляет собой разновидность статистического ансамбля. Формально это проявляется в том, что состояние $\langle\mathcal{S}\rangle$ так же как и состояние статистического ансамбля $\mathcal{E}[N, \mathcal{S}]$, описывается распределением $d_N\{X\}$, $N\to\infty$, в то время как состояние отдельной системы $\mathcal{S}$ описывается величинами X, а не их распределением. Пользуясь этим формальным признаком, легко различить между индивидуальной динамической системой $\mathcal{S}$ и среднестатистической системой $\langle\mathcal{S}\rangle$. Например, если состояние системы описывается волновой функцией $|\psi\rangle$, т.е. некоторым комплексным распределением, то ясно, что речь идет о среднестатистической системе $\langle\mathcal{S}\rangle$, и встречающиеся в литературе рассуждения о том, что волновая функция описывает некоторое состояние отдельной частицы $\mathcal{S}$ (пусть даже квантовой) просто неосновательны.

В самом деле, пусть $\mathcal{A}_{\mathrm{S}}[\psi]$ есть действие, описывающее "квантовую частицу", и уравнение Шредигера есть динамическое уравнение, порожденное этим действием. Что такое "квантовая частица"? Является она индивидуальной частицей $\mathcal{S}_{\mathrm{S}}$, или среднестатстической частицей $\langle\mathcal{S}_{\mathrm{S}}\rangle$? Преобразуя действие $\mathcal{A}_{\mathrm{S}}[\psi]$ к такому виду, где 4-вектор

$$j^i = \{\rho, \mathbf{j}\}, \qquad \rho = \psi^*\psi, \qquad \mathbf{j} = -\frac{i\hbar}{2m}(\psi^*\nabla\psi - \nabla\psi^*\cdot\psi)$$

является одной из зависимых динамических переменных [4] и устремляя $\hbar\to 0$, получаем действие $\mathcal{A}_{\mathrm{Scl}}[\rho, \mathbf{j}, \varphi]$, описывающее статистический ансамбль $\mathcal{E}[1, \mathcal{S}_{\mathrm{cl}}] = \langle\mathcal{S}_{\mathrm{cl}}\rangle$, где $\mathcal{S}_{\mathrm{cl}}$ есть классическая частица, описываемая гамильтонианом $H = \mathbf{p}^2/2m$. Если бы "квантовая частица" была индивидуальной частицей $\mathcal{S}_{\mathrm{S}}$, то в пределе $\hbar\to 0$ получилось бы действие для индивидуальной частицы $\mathcal{S}_{\mathrm{cl}}$ (а не для среднестатистической частицы $\langle\mathcal{S}_{\mathrm{cl}}\rangle$). Этот пример показывает, что нет ни повода, ни извинения для интерпретации "квантовой частицы" как индивидуальной частицы.

Коль скоро квантовая механика является статистической теорией, в ней существуют два различных объекта: индивидуальный $\mathcal{S}$ и среднестатистический $\langle\mathcal{S}\rangle$, которые следует четко разграничивать и не путать между собой. В настоящей заметке мы намерены показать, что многие парадоксы квантовой механики (шредингеровский кот, редукция волнового пакета при измерении), вообще не возникают, если последовательно учитывать статистический характер квантовой механики.

Статистическое описание представляет собой описание многих одинаковых или похожих объектов $\mathcal{S}$. Результатом статистического описания является среднестатистический объект $\langle\mathcal{S}\rangle$. Если каждый из индивидуальных объектов $\mathcal{S}$ описывается набором характеристик X, то среднестатистический объект $\langle\mathcal{S}\rangle$ описывается распределением этих характеристик. При приближенном описании среднестатистический объект $\langle\mathcal{S}\rangle$ может описываться средними значениями $\langle X\rangle$ характеристик X.

Например, статистическое описание жителей Москвы включает в себя введение понятия среднестатистического жителя города, у которого можно указать средний возраст, средний вес, средний рост и т.д., а можно указать распределение по возрасту, весу, росту и т.д. Возможно дальнейшее усложнение описания, например, рассмотрение корреляций между возрастом и ростом, полом и ростом и т.д. Среднестатистический житель Москвы есть полумужчина – полуженщина. Разумеется, никому из жителей Земли не придет в голову сделать отсюда вывод, что Москва населена гермафродитами. Это означает просто, что половина жителей мужчины, а другая половина – женщины. Однако, разумное существо, живущее на какой-нибудь отдаленной планете и не видевшее жителей города Москвы, вполне может заключить на основе этой информации, что в Москве живут гермафродиты, и в этом не будет ничего удивительного. Различие в истолковании статистической информации, обусловлено различной информацией об индивидуальных жителях Москвы, Жители Земли прекрасно знают, что гермафродиты среди людей крайне редки, но житель другой планеты может не знать этого. Вопрос об истолковании среднестатистических характеристик может оказаться не очень простым, если информация об индивидуальных объектах статистического описания отсутствует, или недостаточно полна.

Как показывает опыт, движение микрочастиц является случайным. Эксперименты, производимые с отдельным электроном $\mathcal{S}$, вообще говоря, невоспроизводимы, тогда как распределения результатов, получаемые при экспериментах со многими отдельными электронами $\mathcal{S}$ воспроизводятся при повторении экспериментов. Это означает, что если мы желаем иметь для электрона динамические уравнения, описывающие детерминированную эволюцию его состояния, то состояние электрона должно описываться некоторыми распределениями $d\{X\}$ его характеристик X. Иначе говоря, динамические уравнения следует писать для среднестатистического электрона $\langle\mathcal{S}\rangle$.

Объектом изучения квантовой механики является среднестатистическая частица $\langle\mathcal{S}\rangle$. Ее состояние описывается волновой функцией, т.е. некоторым распределением $d\{X\}$ характеристик X частицы. Динамическое уравнение (уравнение Шредингера) описывает эволюцию волновой функции. Иными словами, формализм квантовой механики имеет дело только с абстрактной среднестатистической частицей. Каковы взаимоотношения между абстрактной среднестатистической частицей $\langle\mathcal{S}\rangle$ и реальной частицей $\mathcal{S}$ – это особый вопрос. Но этот вопрос не возникает в при работе с формализмом квантовой механики, поскольку формализм квантовой механики не имеет дела с индивидуальными частицами.

Вопрос о взаимоотношениях между индивидуальной частицей $\mathcal{S}$ и среднестатистической частицей $\langle\mathcal{S}\rangle$ возникает при рассмотрении процесса измерения. Измерение над индивидуальной частицей $\mathcal{S}$ (мы будем называть его S-измерением) всегда приводит к однозначному результату, т.е. в результате S-измерения возникает число R', дающее значение величины $\mathcal{R}$, измеряемой в данном эксперименте. Вопрос о том, изменится ли при этом волновая функция ψ этой частицы $\mathcal{S}$, вообще, не имеет смысла, поскольку частица $\mathcal{S}$ не описывается волновой функцией. Волновая функция ψ описывает сотояние среднестатистической частицы $\langle\mathcal{S}\rangle$ и является атрибутом частицы $\langle\mathcal{S}\rangle$.

Возможно ли произвести измерение над главным объектом квантовой механики среднестатистической частицей $\langle\mathcal{S}\rangle$? Да это возможно, но это будет совсем другое измерение (а не S-измерение). Измерение над среднестатистической частицей $\langle\mathcal{S}\rangle$ представляет собой массовое измерение (мы будем называть его M-измерением), т.е. серию из многих S-измерений. M-измерение производится над статистическим ансамблем $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}]$, состоящим из N, $(N\to\infty)$ частиц $\mathcal{S}$, приготовленных одним и тем же способом. С одной стороны, статистический ансамбль $\mathcal{E}[\infty,\mathcal{S}]$ представляет собой динамическую систему, состояние которой, описывается распределением $d\{X\}$ характеристик X частиц $\mathcal{S}$. С другой стороны, тот же статистический ансамбль $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}]$, $(N\to\infty)$ может рассматриваться как состоящий из N одинаковых среднестатистических частиц $\langle\mathcal{S}\rangle$ в состоянии, описываемом распределением $d\{X\}$ (в простейшем случае это – волновая функциия ψ), и поэтому его состояние описывается тем же распределением $d\{X\}$ (или той же волновой функцией ψ), что и $\langle\mathcal{S}\rangle$.

Производя серию из N S-измерений, мы получаем в каждом из измерений, вообще говоря, различные значения R', измеряемой величины $\mathcal{R}$. Утверждения квантовой механики о воздействии измерения на состояние измеряемой частицы $\langle\mathcal{S}\rangle$ суть утверждения о свойствах M-измерения. При проведении M-измерения над среднестатистической частицей $\langle\mathcal{S}\rangle$ ее состояние превращается из чистого состояния, описываемого волновой функцией ψ, в смешанное, вообще говоря, состояние, описываемое матрицей плотности ρ. Как и почему это происходит?

Согласно принципам квантовой механики воздействие измерителя $\mathcal{M}$ на измеряемую среднестатистическую частицу $\langle\mathcal{S}\rangle$ может быть только видоизменением гамильтониана H, описывающего эволюцию среднестатистической системы $\langle\mathcal{S}\rangle$. Однако, каким бы ни было это видоизменение гамильтониана, эволюция состояния происходит так, что чистое состояние ψ среднестатистической системы $\langle\mathcal{S}\rangle$ остается чистым. Тем не менее воздействие измерителя $\mathcal{M}$ на $\langle\mathcal{S}\rangle$ в состоянии ψ приводит к переходу $\langle\mathcal{S}\rangle$ в смешанное сотояние ρ. Качественно это объясняется тем, что измеритель $\mathcal{M}$ преобразует единый гамильтониан H в несколько различных гамильтонианов H_1, $H_2,\ldots$, каждый из которых зависит от состояния φ_k, $k=1,2,\ldots$ измерителя $\mathcal{M}$.

Рассмотрим те частицы $\mathcal{S}$ статистического ансамбля $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}]$, которые дали при измерении величины $\mathcal{R}$ значение R_1. Они образуют подансамбль $\mathcal{E}_1[N_1,\mathcal{S}]$

статистического ансамбля $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}]$. При фиксировании значения R_1 измеряемой величины $\mathcal{R}$ измеритель $\mathcal{M}$ будет находиться в состоянии φ_1. Это приведет к тому, что подансамбль $\mathcal{E}_1[N_1,\mathcal{S}]$ частиц $\mathcal{S}$, которые дали при измерении результат R_1, будет эволюционировать с гамильтонианом H_1. Подансамбль $\mathcal{E}_2[N_2,\mathcal{S}]$ частиц $\mathcal{S}$, которые дали при измерении значение R_2 величины R, будет эволюционировать с другим гамильтонианом H_2, потому что при этом измеритель $\mathcal{M}$ будет находиться в другом состоянии φ_2. Каждому значению R_k измеряемой величины $\mathcal{R}$ будет соответствовать эволюция подансамбля $\mathcal{E}_k[N_k,\mathcal{S}]$ статистического ансамбля $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}]$ с гамильтонианом H_k. При этом число частиц N_k в соответствующем подансамбле $\mathcal{E}_k[N_k,\mathcal{S}]$ будет пропорционально вероятности измерения значения R_k измеряемой величины $\mathcal{R}$. Эволюция разных подансамблей $\mathcal{E}_k[N_k,\mathcal{S}]$ различна. Это приводит к тому, что нельзя больше говорить об одной волновой функции, описывающей состояние всего ансамбля $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}]$, а следует говорить о состояниях подансамблей $\mathcal{E}_k[N_k,\mathcal{S}]$, составляющих статистический ансамбль $\mathcal{E}[N,\mathcal{S}]$.

Вообще говоря, формально можно представлять себе M-измерение как некоторую абстрактную однократную процедуру, производимую над среднестатистической системой $\langle\mathcal{S}\rangle$. Действие M-измерения на среднестатистическую систему $\langle\mathcal{S}\rangle$ формально описывается правилом редукции волновой функции, предложенным фон Нейманом [6]. Для процесса редукции важно, чтобы результат измерения R_k величины $\mathcal{R}$ был зафиксирован, т.е. чтобы измеритель $\mathcal{M}$ находился в состоянии φ_k, ибо только в этом случае можно говорить об определенном гамильтониане H_k, определяющем эволюцию $\mathcal{E}_k[N_k,\mathcal{S}]$. Именно так рассматривается процедура измерения (M-измерения) в большинстве работ [6, 7].

Хотя для простоты статистический ансамбль $\mathcal{E}[\infty,\mathcal{S}]$, состоящий из многих независимых случайных одинаковых систем $\mathcal{S}$, можно представлять себе в виде более простой среднестатистической системы $\langle\mathcal{S}\rangle$, следует все же помнить, что состояние как ансамбля $\mathcal{E}[\infty,\mathcal{S}]$, так и среднестатистической системы $\langle\mathcal{S}\rangle$ описывается одним и тем же распределением $d\{X\}$. Аналогично, хотя можно формально представлять себе M-измерение, состоящее из многих S-измерений, в виде однократной процедуры измерения, воздействующей на состояние среднестатистической системы $\langle\mathcal{S}\rangle$ по правилу фон Неймана, все же следует помнить о происхождении правила фон Неймана и не отождествлять M-измерение с S-измерением, хотя бы потому, что они применяются к разным системам (соответственно $\langle\mathcal{S}\rangle$ и $\mathcal{S}$), отождествление которых тоже недопустимо. Во всех сомнительных случаях следует возвращаться к понятию M-измерения как процедуры, состоящей из многих независимых S-измерений. Среднестатистическую систему $\langle\mathcal{S}\rangle$ следует представлять себе в виде статистического ансамбля, нормированного на одну систему, поскольку статистический ансамбль $\mathcal{E}[\infty,\mathcal{S}]$ невозможно спутать с отдельной системой $\mathcal{S}$ (но, как показывает опыт, это возможно для $\langle\mathcal{S}\rangle$ и $\mathcal{S}$).

Можно ли говорить о получении определенного значения R_k при M-измерении величины $\mathcal{R}$ для среднестатистической частицы $\langle\mathcal{S}\rangle$? Это возможно, но это будет новый вид M-измерения, так называемое селективное M-измерение, или SM-измерение. SM-измерение есть M-измерение, сопровождающееся селекцией только тех систем $\mathcal{S}$, для которых отдельное S-измерение дает один и тот же результат измерения R_k. При этом не имеет значения кто производит селекцию, прибор, человек или окружающая среда. Селекция прямо входит в определение SM-измерения, и она должна быть кем-то или чем-то произведена. Процесс селекции индивидуальных частиц $\mathcal{S}$ можно интерпретировать как статистическое воздействие измерителя $\mathcal{M}$ на среднестатистическую частицу $\langle\mathcal{S}\rangle$.

Само по себе статистическое воздействие не является силовым воздействием. Это есть воздействие измерителя $\mathcal{M}$, приводящее к селекции одних и дискриминации других элементов статистического ансамбля $\mathcal{E}[\infty,\mathcal{S}]$. В принципе можно говорить о статистическом воздействии измерителя $\mathcal{M}$ на состояние измеряемой среднестатистической системы $\langle\mathcal{S}\rangle$. Состояние системы $\langle\mathcal{S}\rangle$ определяется распределением $d\{X\}$ (или волновой функцией ψ) величин X, описывающих состояние систем $\mathcal{S}$. Статистическое воздействие измерителя $\mathcal{M}$ на $\langle\mathcal{S}\rangle$ приводит к изменению этого распределения $d\{X\}$.

Уместно заметить, что квантовая механика делает предсказания, касающиеся только M-измерений. Любое предсказание квантовой механики, может быть проверено только с помощью M-измерения, и не существует предсказания, которое можно было бы проверить с помощью одного индивидуального измерения (S-измерения). Результат индивидуального измерения (S-измерения) величины $\mathcal{R}$ в индивидуальной квантовой системе предсказать нельзя никогда. Все, что можно сделать, пользуясь аппаратом квантовой механики – это предсказать вероятность того, что при S-измерении величины $\mathcal{R}$ будет получен результат R'. Однако, предсказать вероятность результата вовсе не означает предсказания самого результата.

Чтобы понять, что означает с измерительной точки зрения предсказание вероятности результата, рассмотрим следующую ситуацию. Пусть расчет на основе аппарата квантовой механики дает, что вероятность получить R' при измерении величины $\mathcal{R}$ в квантовой системе, находящейся в состоянии $|\psi\rangle$ равна $1/2$. Как можно проверить в эксперименте, что вероятность равна именно $1/2$, а, скажем, не $3/4$ или $1/4$? Ясно, что в одном индивидуальном измерении величины $\mathcal{R}$ этого проверить нельзя. Для проверки предсказания необходимо провести N, $(N\to\infty)$ индивидуальных измерний причем доля измерений, в которых получено значение R' величины $\mathcal{R}$, дает требуемое значение вероятности. Это верно даже в том случае, когда предсказанная вероятность равна единице. В этом случае для проверки предсказания также недостаточно, одного индивидуального измерения, а необходимо провести серию из многих индивидуальных измерений величины $\mathcal{R}$, и предсказание будет правильным, если во всех случаях будет получено значение R'.

В этом пункте квантовая механика отличается от классической механики, в которой результаты повторных индивидуальных измерений дают один и тот же результат. Классическая механика принимает, что два разных индивидуальных измерения, произведенных над системой, находящейся в одном и том же состоянии, всегда дают один тот же результат. Классическая механика считает возможным не проверять это обстоятельство, поэтому она всегда предсказывает значение R' измеряемой величины $\mathcal{R}$ (вероятность значения R' принимается равной единице и не проверяется). Квантовая механика допускает что два разных индивидуальных измерения, произведенных над системой, находящейся в одном и том же состоянии, могут давать разные результаты. Поэтому она предсказывает только вероятность значения R' измеряемой величины $\mathcal{R}$ (но не само значение R'). При проверке проверяется значение вероятности (оно проверяется даже если предсказанное значение вероятности равно единице или нулю), а для такой проверки необходимо M-измерение. Иначе говоря, два предсказания: (1) измерение величины $\mathcal{R}$ должно дать значение R' и (2) измерение величины $\mathcal{R}$ должно с вероятностью 1 дать значение R' суть два разных предсказания, проверяемые измерениями различного тапа. Предсказания первого типа может делать только классическая механика. Квантовая механика может делать только предсказания второго типа.

Все это означает, что аппарат квантовой механики и его предсказания не имеют отношения к индивидуальным измерениям, а только к массовым измерениям (M-измерениям). Вообще, появление термина вероятность во всех предсказаниях квантовой механики связано с тем, что аппарат квантовой механики имеет дело только с распределениями $d\{X\}$ величин X, которые воспроизводятся при повторных измерениях, а не с самими величинами X, значения которых случайны. Это означает, что математический аппарат квантовой механики имеет дело со среднестатистическими объектами $\langle\mathcal{S}\rangle$ (или статистическими ансамблями индивидуальных систем).

Рассмотрим теперь хорошо известный парадокс "шредингеровского кота". Сначала изложим его в традиционной манере. В закрытый ящик помещен кот, причем жизнь кота в ящике определяется состоянием радиоактивного атома, помещенного в этот ящик. Пока атом не распался, кот жив. Как только атом распадется, кот умирает. Состояние атома представляет собой линейную суперпозицию распавшегося атома и нераспавшегося атома. Соответственно состояние кота представляет собой суперпозицию мертвого кота и живого кота. Парадокс усматривается в одновременном существовании живого и мертвого кота. При этом открытие ящика и наблюдение состояния кота мгновенно переводит кота из состояния, в котором он ни жив ни мертв, в определенное состояние, где он или жив, или мертв.

Парадокс является результатом простого недоразумения, когда отождествляются два разных объекта: реальный индивидуальный Кот и абстрактный среднестатистический $\langle$кот$\rangle$. Волновая функция описывает состояние абстрактного среднестатистического $\langle$атома$\rangle$, а состояние $\langle$атома$\rangle$ определяет состояние среднестатистического $\langle$кота$\rangle$. К реальному Коту, сидящему в ящике, волновая функция прямого отношения не имеет. Среднестатистический $\langle$кот$\rangle$ имеет к реальному Коту примерно такое же отношение, какое имеет среднестатистический житель города Москвы к реальному Ивану Петровичу Сидорову, живущему, где-нибудь на Ленинском проспекте. Если мы производим S-наблюдение, т.е. открываем один вполне определенный ящик и обнаруживаем там живого кота, то у нас нет никаких оснований для утверждения, что открыв ящик, мы изменили состояние $\langle$кота$\rangle$. Никакого парадокса при этом не возникает. Если мы проводим M-наблюдение, т.е. если мы рассматриваем N, $(N \gg 1)$ ящиков с котами, то раскрыв их все одновременно, мы не обнаружим определенного результата. В некоторых ящиках окажутся живые коты, в других – мертвые. В этом случае измерение состояния абстрактного среднестатистического $\langle$кота$\rangle$ приведет к изменению его состояния в том смысле, что его состояние из чистого превратится в смешанное, однако, никакого парадокса в этом нет.

Наконец, если мы производим селективное массовое измерение (SM-измерение), т.е. одновременно открываем N, $(N \gg 1)$ ящиков с котами и выбираем из них те, в которых остались живые коты, то мы с одной стороны получаем определенный результат (живые коты), а с другой стороны живых котов много и они образуют статистический ансамбль, состояние которого описывается некоторой вполне определенной волновой функцией. Однако, парадокса все равно не возникает, поскольку причина изменения волновой функции среднестатистического $\langle$кота$\rangle$ вполне очевидна – это селекция живых котов из всего набора, состоящего из живых и мертвых котов.

Парадокс шредингеровского кота является частным случаем парадокса, усматриваемого иногда в процессе редукции волновой функции в результате проведенного измерения. Для избежания парадокса достаточно следовать простому правилу формальной логики, которое гласит: "Нельзя использовать один и тот же термин для обозначения различных объектов (однако, можно использовать несколько различных терминов для обозначения одного и того же объекта)". В данном случае это правило нарушается. Используется один и тот же термин для индивидуального объекта и среднестатистического. Как следствие используется один и тот же термин для различных процессов измерения. Следует отметить, что большой вклад в отождествление S-измерения с M-измерением сделало формальное представление об M-измерении как о некотором однократном акте воздействия (измерения) на среднестатистическую систему $\langle\mathcal{S}\rangle$. Это представление стирает различие между S-измерением и M-измерением и создает опасную иллюзию, что S-измерение и M-измерение – это одна и та же процедура. После такого отождествления процесс измерения приобретает противоречивые свойства. С одной стороны он всегда приводит к определенному результату (S-измерение), с другой стороны его результатом является распределение измеряемой величины (M-измерение). С одной стороны измерение (S-измерение) как однократный акт, производимый над $\mathcal{S}$, измерение не имеет отношения к волновой функции и среднестатистической системе $\langle\mathcal{S}\rangle$, с другой стороны ($M$-измерение) измерение приводит к редукции состояния системы $\langle\mathcal{S}\rangle$.

Вообще говоря, нарушение приведенного выше правила формальной логики является только предпосылкой для появления парадоксов и противоречий, но не ведет к ним с необходимостью. Однако, очень немногим исследователям, использовавшим представление об M-измерении как однократном акте, удавалось избегать отождествления S-измерения и M-измерения и противоречий, следовавших из этого отождествления. К этим немногим следует отнести прежде всего фон Неймана. В своей монографии [6] он, используя один и тот же термин для индивидуального и среднестатистического объектов, тем не менее нигде не пришел к парадоксу или противоречию. Однако, обыкновенным людям, не обладающим мощным интеллектом фон Неймана, рекомендуется все же следовать простому правилу логики, приведенному выше.

Как только мы начинаем следовать этому нехитрому правилу, отпадают сами собой многие экзотические интерпретации квантовой механики, вроде интерпретации Эверетта – Уилера [8, 9], в основе которых лежит ошибочное представление о том, что измерение над индивидуальной системой (S-измерение) изменяет волновую функцию системы.

Следует отметить, что во многих случаях бывает непросто определить свойством какого объекта (индивидуального или среднестатистического) является то или другое свойство. Например, является ли половинный спин электрона индивидуальным свойством или коллективным свойством, т.е. является ли спин 1/2 свойством отдельного электрона, или свойством среднестатистического электрона (статистического ансамбля). При традиционном подходе, когда не различают между отдельным электроном и среднестатистическим, такой проблемы просто не существует. При более внимательном подходе к вопросу, мы вынуждены констатировать, что нам мало что известно о свойствах отдельного электрона. В большинстве случаев мы имеем дело с измерениями, призводимыми над многими электронами, ибо только они являются воспроизводимыми. Поэтому некоторые выводы о свойствах отдельного электрона крайне ненадежны.

Например, принято считать, что опыт Штерна – Герлаха, когда пучок электронов, пролетающих через область с сильно неоднородным магнитным полем, расщепляется на два пучка, свидетельствует о том, что каждый отдельный электрон обладает определенным спином и соответствующей проекцией магнитного момента на направление магнитного поля. На самом деле, опыт Штерна – Герлаха показывает лишь то, что гамильтониан, описывающий движение среднестатистического электрона в магнитном поле, имеет при фиксированном импульсе электрона два разных дискретных состояния, различающиеся энергией и нумеруемые магнитным квантовым числом. Вопрос о том, связана ли дискретность магнитного квантового числа с какой-либо дискретностью в свойствах отдельного электрона, остается открытым, поскольку дискретность энергетических уровней не связана прямо с дискретностным характером взаимодействия. Например, энергетические уровни заряженной бесспиновой частицы в кулоновом поле дискретны, хотя никакой дискретности в свойствах отдельной частицы не наблюдается. Несомненно, что ращепление пучка связано с "магнитным моментом электрона", поскольку оно пропорционально градиенту магнитного поля. Однако, остается открытым вопрос, является ли "магнитный момент электрона" свойством индивидуального электрона $\mathcal{S}$ или коллективным свойством среднестатистического электрона $\langle\mathcal{S}\rangle$ (см. детали обсуждения в [4]). Заметим, что при отождествлении $\langle\mathcal{S}\rangle$ и $\mathcal{S}$ эта проблема исчезает.

Иногда считают, что спектр электромагнитного излучения, испускаемого возбужденным атомом есть свойство индивидуального (а не среднестатистического) атома. Аргументируется это тем, что современные технические средства позволяют поймать в ловушку один атом и изучать его уровни возбуждения и спектр излучения. При этом упускается из виду то обстоятельство, что спектр излучения атома нельзя измерить в результате одного отдельного измерения (S-измерения). Спектр излучения атома получается в результате многократных измерений излучения одного и того же атома, состояние которого приготовляется одним и тем же способом, т.е. по существу производится измерение излучения среднестатистического атома. Для проведения такого M-измерения не имеет значения производим ли мы одновременно одно измерение над многими одинаково приготовленными атомами, или многократно производим одно и то же измерение над одним единственным атомом, многократно приготовляя его одним и тем же способом. В обоих случаях мы будем иметь дело со среднестатистическим атомом.

В заключение нельзя не выразить удивления по поводу поразительной ситуации. Как можно было за 75 лет существования квантовой механики не заметить, что нельзя отождествлять среднестатистическую частицу $\langle\mathcal{S}\rangle$, описываемую аппаратом квантовой механики, с отдельной реальной частицей $\mathcal{S}$, существующей в природе? Ведь то, что квантовая механика есть статистическая концепция, давно и хорошо известно!

Список литературы

[1] Moyal J. E., *Proc. Cambr. Phil. Soc.,* **45**, 99, (1949). (Русс. пер. в сб. *Вопросы причинности в квантовой механике.* ред. Я. П. Терлецкого и А. А. Гусева).

[2] Fényes I., *Zs. f. Phys.*, **132**, 81, (1952). (Русс. пер. в сб. *Вопросы причинности в квантовой механике.* ред. Я. П. Терлецкого и А. А. Гусева).

[3] Rylov Yu.A. in *Uncertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics.* ed. W.Price and S.Chissick, Wiley, N.Y. p.109.

[4] Rylov Yu A, *Found. Phys.* **25** 1055 (1995)

[5] Менский М Б *УФН* **170** 631 (2000)

[6] von Neumann J V, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin, Springer, 1932.

[7] Менский М Б *УФН* **168** 1017 (1998)

[8] Everett H *Rev. Mod. Phys* **29** 454 (1957); Reprinted in *Quantum Theory and Measurement* (Eds J A Wheeler, W H Zurek) (Princeton, N.J.: Princeton University Press. 1983)

[9] DeWitt B S, Graham N (Eds) *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics* (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1973)