Почему Стандартная Модель не может объяснить структуру элементарных частиц?

Ю.А. Рылов

Институт проблем механики РАН,
Россия, Москва 119526, Проспект Вернадского 101-1.
e-mail: rylov@ipmnet.ru
Web site: *http://rsfq1.physics.sunysb.edu/~rylov/yrylov.htm*
or mirror Web site:
http://gasdyn-ipm.ipmnet.ru/~rylov/yrylov.htm

Аннотация

Показано, что современное знание геометрии недостаточно, потому что мы знаем только аксиоматизируемые геометрии. С таким знанием геометрии мы не можем исследовать надлежащим образом физику микромира и структуру элементарных частиц. Мы можем только получить феноменологическую систематику элементарных частиц, построение которой не нуждается в дискриминационном механизме. Дискриминационный механизм, ответственный за дискретные характеристики элементарных частиц, может быть создан только на основе зернистой (одновременно непрерывной и дискретной) геометрии пространства-времени.

1 Введение

Многие теоретики, имеющие дело с физикой микромира и теорией элементарных частиц, полагают, что предсказания Стандартной Модели будут подтверждены экспериментами на большом адронном коллайдере. Если так, то мы поймем как устроены элементарные частицы.

Я не могу согласиться со столь оптимистической точкой зрения. Я считаю, что Стандартная Модель и другие концепции теории элементарных частиц описывают только систематизацию элементарных частиц, но не их устройство.

Позвольте проиллюстрировать мое утверждение на примере атомной теории. Устройство атома описывается квантовой механикой, тогда как систематизация химических элементов описывается периодической системой химических элементов. Теория устройства атома и периодическая система химических элементов суть две совершенно разные концепции. Стандартная модель так же как и другие концепции элементарных частиц выдвигают только разные методы систематизации элементарных частиц, а не различные версии устройства элементарных частиц. В этом смысле Стандартная Модель является только аналогом периодической системы химических элементов, а не аналогом теории устройства атома.

Периодическая система химических элементов была предложена Д.И.Менделеевым в 1870 году. Менделеев никак не мотивировал свое предложение периодической системы. Он сказал, что эту систему он увидел во сне. Система предсказывала новые неизвестные элементы и их свойства. Эти элементы были открыты, и правильность периодической системы элементов была доказана.

На полвека позднее физики начали исследование структуры атома. Они использовали квантовые принципы и преуспели в исследовании устройства атомов.

Теперь, когда мы знаем историю, можно задать следующий вопрос. Могла ли периодическая система помочь в построении атомной теории? Ответ отрицательный. Эти две концепции разрабатывались разными исследователями, которые имели разное образование и стремились к разным целям. Они использовали разные математические инструменты, и математические инструменты физиков, создавших теорию атома, были более разработанными. В частности, математические инструменты физиков содержали некий дискриминационный механизм, который позволял выделять дискретные значения из непрерывного множества всех возможных значений. С математической точки зрения этот дискриминационный механизм представлял собой формализм линейных операторов и их собственных значений. С физической точки зрения этот механизм был обусловлен стабилизирующим действием электромагнитного излучения атома, которое устраняло все нестационарные состояния, оставляя только стационарные состояния. Химики, которые изобрели и использовали периодическую систему, не имели такого дискриминационного механизма, и они не сделали своего вклада в теорию устройства атом. В результате периодическая система химических элементов не сыграла никакой роли в создании теории атома. Стандартная Модель и другие концепции современной теории элементарных частиц не имеют дискриминационного механизма в арсенале своих математических инструментов, и они не смогут сыграть никакой роли в построении будущей теории устройства элементарных частиц. Это обстоятельство не исключает того, что Стандартная модель может оказаться очень полезной для практических исследований свойств элементарных частиц, так же как и периодическая система химических элементов оказалась полезной для практической работы исследователей-химиков.

Исследования адронов привели к мысли, что адроны имеют сложную структуру. Предполагается, что адроны состоят из более мелких частиц, известных как кварки. Попытки выделить кварки из адронов потерпели неудачу. Это явление известно как конфайнмент. Сейчас не существует удовлетворительного объяснения явления конфайнмента. Наиболее простым и естественным объяснением была бы ссылка на свойства геометрии пространства-времени. Если допустить, что пространство-время дискретно. и геометрические объекты не могут безгранично делиться на части, то конфайнмент можно было бы объяснить тем обстоятельством, что адроны являются "атомами пространства-времени", которые имеют сложную структуру. Тем не менее они не могут делиться на части. Кроме того, предположение, что геометрия пространства-времени дискретна, позволяет понять дискриминационный механизм, порождаемый геометрией пространства-времени.

Заметим, что предположение о дискретности геометрии пространства-времени не является гипотезой. На самом деле, гипотезой является предположение о непрерывности и безграничной делимости любой геометрии. Эта гипотеза появилась в то время, когда исследователи имели дело с относительно большими телами. Их размеры были много больше элементарных длин, связанных с дискретностью пространства-времени. Тогда было несущественно, является ли пространство-время дискретным. Несущественным было и то, является ли геометрия пространства-времени безгранично делимой. Проблема дискретности и ограниченной делимости геометрии практически не упоминается в современной геометрии. Предполагается, что геометрия непрерывна и неограниченно делима. Другие версии геометрии пространства-времени не рассматриваются вовсе. Это связано с тем обстоятельством, что мы не умеем работать с такими геометриями. Наше знание геометрии далеко от совершенства.

Вообще говоря, наш подход к геометрии пространства-времени должен быть следующим. Мы не выдвигаем никаких предположений о свойствах геометрии пространства-времени. Мы должны разрабатывать геометрию пространства-времени в общем виде. Реальные свойства геометрии пространства-времени должны определяться из динамики реальных тел. Это сделано для расстояний приблизительно в интервале $10^{-8} \div 10^{14}$см. Для расстояний меньших, чем размеры атома 10^{-8}cm, мы имеем микромир, где геометрия пространства-времени не исследована надлежащим образом. Для расстояний больших, чем размер Солнечной системы, т.е. примерно 10^{14}см можно говорить о мегамире, где пространство-время тоже не исследовано надлежащим образом. Проблема заключается в нашем несовершенном знании геометрии.

Что такое геометрия? Геометрия это наука о взаимном расположении геометрических объектов в пространстве или в пространстве-времени. Геометрия – это континуальное множество $\mathcal{S}$ всех утверждений о свойствах геометрических объектов. Геометрия $\mathcal{G}_\text{a}$ является аксиоматизируемой, если множество $\mathcal{S}$ всех утверждений может быть выведено из конечного множества $\mathcal{A}$ базовых утверждений с помощью правил формальной логики. Эти базовые утверждения известны как аксиомы. Множество $\mathcal{A}$ всех аксиом называется аксиоматикой данной аксиоматизируемой геометрии $\mathcal{G}_\text{a}$.

Если спросить человека, имеющего гуманитарное образование, что такое геометрия, то ответ будет выглядеть примерно так: "Геометрия!? Мы проходили это в школе. Это что-то такое, когда доказывают разные там теоремы и всякое такое." Если тот же вопрос задать профессиональному геометру-топологу, то его ответ будет выглядеть очень наукообразно, но будет отличаться от ответа человека с гуманитарным образованием только в деталях. Он скажет: "Геометрия это множество всех утверждений, которые можно вывести из аксиоматики этой геометрии." Он не упомянет, что геометрия аксиоматизируема, потому что он знает только аксиоматизируемые геометрии, и упоминание о неаксиоматизируемых геометриях представляется ему излишним.

Имеется парадоксальная теорема Годеля, которая может быть сформулирована в виде: "Если предположить, что геометрия аксиоматизируема, то окажется, что геометрия неаксиоматизируема". Разумеется это вольный пересказ теоремы Годеля. Тем не менее, она показывает, что предположение об аксиоматизируемости геометрии ведет к парадоксальному результату. Этот результат означает, что существуют неаксиоматизируемые геометрии.

Однако, что такое неаксиоматизируема геометрия? Это – континуальное множество $\mathcal{S}$ всех утверждений о свойствах геометрических объектов, которое не может быть выведено из аксиоматики. В определенном смысле все утверждения (или континуальное множество их) являются базовыми утверждениями, которые не могут быть выведены из аксиоматики. Вообще говоря, трудно что-нибудь возразить против существования неаксиоматизируемых геометрий. Однако, как построить континуальное множество утверждений, если нельзя использовать формальную логику для увеличения числа геометрических утверждений? Интуитивно очевидное утверждение, что геометрия (как наука о взаимном расположении геометрических объектов) полностью определяется, если задано расстояние между любой парой точек, не дает возможности построить континуальное множество все утверждений о геометрии. Введение метрического пространства, основанного на идее расстояния, не дает возможности преодолеть проблему построения геометрических объектов и геометрических утверждений в метрическом пространстве. В результате метрическое пространство не порождает метрической геометрии.

Имеется хорошо известный метод построения геометрии. Если деформировать собственно евклидову геометрию, т.е. если изменить расстояние между точками евклидовой геометрии, то возникает другая геометрия, например, риманова геометрия. Этот метод построения геометрии не ссылается на аксиоматизируемость геометрии. Для его использования нужно только, чтобы геометрия полностью описывалась расстоянием между любыми двумя точками геометрии. Более удобно использовать вместо расстояния половину его квадрата, потому что эта величина, известная как мировая функция, вещественна даже в геометриях с индефинитной метрикой, например в геометрии Минковского. Геометрия, полностью описываемая ее мировой функцией, называется физической геометрией, потому что такая геометрия пригодна для описания пространства-времени. То обстоятельство, аксиоматизируема ли геометрия, несущественно для физиков. Это существенно лишь в том случае, когда на аксиоматизации основан метод построения геометрии. Физическая геометрия получается как деформация некоторой эталонной геометрии, которая является одновременно физической и аксиоматизируемой.

Собственно евклидова геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ может быть использована в качестве эталонной геометрии, потому что собственно евклидова геометрия является одновременно аксиоматизируемой [1] и физической [2]. Поскольку собственно евклидова геометрия аксиоматизируема, все утверждения $\mathcal{S}_{\mathrm{E}}$ геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ могут быть выведены из аксиоматики геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Поскольку геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ является физической геометрией, непрерывное множество $\mathcal{S}_{\mathrm{E}}$ всех утверждений эталонной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ может быть выражено в терминах мировой функции σ_{E} эталонной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ в виде $\mathcal{S}_{\mathrm{E}} = \mathcal{S}_{\mathrm{E}}(\sigma_{\mathrm{E}})$. Деформация эталонной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ означает замену мировой функции σ_{E} на мировую функцию σ некоторой другой физической геометрии $\mathcal{G}$. В результате деформации (замена $\sigma_{\mathrm{E}} \to \sigma$), получается множество всех утверждений $\mathcal{S}_{\mathrm{E}}(\sigma)$ физической геометрии $\mathcal{G}$.

Деформация аксиоматизируемой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ преобразует эту геометрию в физическую геометрию $\mathcal{G}$, которая, вообще говоря, неаксиоматизируема, и метод деформации представляет собой метод построения неаксиоматизируемых физических геометрий. Аксиоматизируемость геометрии важна только с точки зрения построения геометрии. Если можно построить неаксиоматизируемую геометрию, то не имеет значения, является ли она аксиоматизируемой. С другой стороны физическая геометрия обладает такими свойствами, каких не может иметь аксиоматизируемая геометрия. Наиболее интересной чертой физической геометрии является то, что физическая геометрия может порождать дискриминационный механизм, который приводит к дискретным характеристикам частиц в пространстве-времени, описываемом надлежащей геометрией пространства-времени.

Чтобы понять это, рассмотрим традиционный (евклидов) метод построения аксиоматизируемой геометрии. В соответствии с этим методом надо постулировать систему аксиом вместо евклидовых аксиом. Постулировав систему аксиом, нужно проверить совместность этих аксиом между собой. Совместность аксиом означает, что любое утверждение геометрии не зависит от способа его вывода. На практике это означает, что нужно построить непрерывное множество всех утверждений геометрии и поверить, что разные способы вывода любого утверждения приводят к одному и тому же результату. Разумеется, это очень трудная задача, и никто не проверяет совместность всех аксиом геометрии. Вместо проверки все верят в то, что аксиоматика геометрии непротиворечива, и строят те утверждения, которые интересны в рассматриваемой проблеме.

Не существует проблемы непротиворечивости физической геометрии, построенной методом деформации, потому что это является проблемой метода построения геометрии, но не проблемой самой геометрии. Это первое преимущество метода деформации. Чтобы построить некоторое утверждение геометрии с помощью евклидова метода, нужно сформулировать некоторую теорему и доказать ее. Во многих случаях процедура доказательства оказывается довольно сложной. При использовании метода деформации нет нужды доказывать какие-либо теоремы, чтобы получить утверждение физической геометрии. Утверждение физической геометрии $\mathcal{G}$ получается из эталонной геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ после замены мировой функции σ_{E} на мировую функцию σ в соответствующем утверждении эталонной геометрии.

Физическая геометрия формулируется в терминах точек и мировой функции между этими точками. При формулировании утверждений физической геометрии не используются такие неинвариантные методы описания, которые ссылаются на многообразие, систему координат и размерность. Собственно евклидова геометрия задается, как правило, на многообразии в некоторой системе координат. Чтобы деформировать собственно евклидову геометрию, нужно представить ее в σ-имманентном виде, т.е. в виде, не содержащем ссылок на систему координат и содержащем только точки и мировую функцию между ними. В некоторых случаях такое преобразование традиционного описания (в координатной форме) к σ-имманентному представлению может оказаться довольно трудным и неожиданным. Однако, эти проблемы являются проблемами собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, и они могут быть решены, если мы знаем собственно евклидову геометрию достаточно хорошо. Любые утверждения собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ всегда могут быть представлены в σ-имманентном виде. На этот счет имеется теорема [2].

Как правило физическая геометрия неаксиоматизируема и обладает очень важными свойствами, которые являются новыми для аксиоматизируемых геометрий. Общее название этих свойств многовариантность. Чтобы получить эти свойства, рассмотрим отношение эквивалентности двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ в собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Геометрия задается на точечном множестве Ω. Вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1 \equiv \overrightarrow{P_0P_1} = \{P_0, P_1\}$ представляет собой упорядоченное множество из двух точек P_0 и P_1. Длина $|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|$ вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ определяется соотношением

$$|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = \sqrt{(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1)} = \sqrt{2\sigma\left(P_0, P_1\right)} \tag{1.1}$$

где $\sigma\left(P_0, P_1\right)$ есть мировая функция

$$\sigma: \qquad \Omega\times\Omega\rightarrow\mathbb{R}, \qquad \sigma\left(P, P\right) = 0, \qquad \forall P\in\Omega \tag{1.2}$$

Скалярное произведение $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$ двух векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ определяется соотношением

$$(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = \sigma\left(P_0, Q_1\right) + \sigma\left(P_1, Q_0\right) - \sigma\left(P_0, Q_0\right) - \sigma\left(P_1, Q_1\right) \tag{1.3}$$

В данном случае соотношения (1.1) – (1.3) написаны для собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$, и $\sigma = \sigma_{\mathrm{E}}$ является мировой функцией геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Однако, эти соотношения верны в любой физической геометрии. В $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ можно легко проверить, что определение скалярного произведения (1.3) совпадает с традиционным определением скалярного произведения. В $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ два вектора $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ эквивалентны (равны) $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, если

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1: \qquad (\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1) = |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|\cdot|\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \wedge |\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1| = |\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1| \tag{1.4}$$

То же самое определение (1.4) верно в любой физической геометрии.

Определение (1.4) означает, что в любой физической геометрии имеет место абсолютный параллелизм, который описывается первым соотношением (1.4). В (псевдо) римановой геометрии, которая обычно используется в качестве геометрии пространства-времени, абсолютный параллелизм, вообще говоря, отсутствует. Означает ли это , что риманова геометрия не является физической геометрией? Несколько позже я вернусь к этому интересному вопросу.

Пусть вектор $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ задан в точке Q_0, и мы пытаемся определить эквивалентный вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ в точке P_0. Пусть для простоты геометрия задана на четырехмерном многообразии Ω. Координаты точек P_0, Q_0, Q_1 заданы. Четыре координаты точки P_1 должны быть определены как решение двух уравнений (1.4) со скалярным произведением $(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)$, заданным соотношением (1.3). В собственно евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ четыре координаты точки P_1 однозначно определяются двумя соотношениями (1.4), хотя число координат равно четырем, а уравнений только два. Такая однозначность является следствием специальных свойств геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$. Это верно для евклидовой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{E}}$ любого числа измерений. Если геометрия $\mathcal{G}$ является геометрией Минковского, то единственное решение получается для времениподобного вектора $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$. Если вектор $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$ является пространственноподобным, то число решений для точки P_1 бесконечно. Другими словами, в точке P_0 имеется много векторов $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$,$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1'$, $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1''$,..., которые эквивалентны вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$, но которые не эквивалентны между собой. Такое свойство физической геометрии называется многовариантностью геометрии $\mathcal{G}$ по отношению к точке P_0 и вектору $\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1$. Многовариантность геометрии $\mathcal{G}$ возможна, если только отношение эквивалентности в геометрии $\mathcal{G}$ интранзитивно. В любой аксиоматизируемой геометрии отношение эквивалентности всегда транзитивно.

Таким образом, аксиоматизируемая геометрия не может быть многовариантной. С другой стороны, многовариантность является естественным свойством физической геометрии, потому что нельзя гарантировать существование и единственность решения уравнений (1.4) для произвольной мировой функции σ. Как правило, физические геометрии многовариантны, и отношение эквивалентности в них интранзитивно. Это означает, что физические геометрии, как правило, неаксиоматизируемы. С другой стороны, во всякой аксиоматизируемой геометрии отношение эквивалентности транзитивно, и аксиоматизируемая геометрия не может быть многовариантной.

Совершенно естественно, что сторонники традиционного евклидова метода построения геометрии не могут представить себе существование неаксиоматизируемых геометрий. Если некоторая геометрия проявляет признаки многовариантности, то это означает, что такая геометрия является неаксиоматизируемой. С точки зрения сторонников евклидова метода неаксиоматизируемые геометрии не существуют. С их точки зрения многовариантность геометрии означает, что аксиоматика этой геометрии дефективна (возможно она противоречива). Чтобы устранить дефекты из аксиоматики, нужно удалить многовариантность из геометрии.

Риманова геометрия проявляет признаки многовариантности. Используя традиционные методы построения римановой геометрии, нельзя определить абсолютный параллелизм в римановой геометрии. Мировая функция σ_{R} римановой геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{R}}$ определяется соотношением

$$\sigma_{\mathrm{R}}(P_0, P_1) = \frac{1}{2}\left(\int\limits_{\mathcal{L}_{P_0P_1}} \sqrt{g_{ik}(x)\,dx^i dx^k}\right)^2 \tag{1.5}$$

где интеграл берется вдоль геодезической $\mathcal{L}_{P_0P_1}$, соединяющей точки P_0 и P_1.

Приняв мировую функцию (1.5) за мировую функцию $\sigma_{\sigma\mathrm{R}}$ физической геометрии $\mathcal{G}_{\sigma\mathrm{R}}$, и построив физическую геометрию $\mathcal{G}_{\sigma\mathrm{R}}$, мы обнаружим, что геометрия $\mathcal{G}_{\sigma\mathrm{R}}$ многовариантна. В частности, прямая (геодезическая) $\mathcal{L}_{Q_0;\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1}$, проходящая через точку Q_0 параллельно вектору $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, является полой трубкой, а не одномерной линией. В случае, когда точка Q_0 совпадает с точкой P_0 (или P_1) прямая (геодезическая) $\mathcal{L}_{P_0;\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1}$ вырождается в одномерную линию. Если риманова геометрия является аксиоматизируемой геометрией, она не может быть многовариантной. Чтобы устранить многовариантность, провозглашают, что в римановой геометрии нет абсолютного параллелизма, и нельзя построить геодезическую $\mathcal{L}_{Q_0;\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1}$ с $Q_0 \neq P_0$. Геометрия $\mathcal{G}_{\sigma\mathrm{R}}$ является неаксиоматизируемой. Налагая дополнительное ограничение, можно ли быть уверенным, что это ограничение сделает геометрию аксиоматизируемой? Разумеется, нет, потому что многовариантность может проявиться в других аспектах геометрии.

Строго говоря, если кто-то верит в то, что некая геометрия является аксиоматизируемой и непротиворечивой, ему следует доказать эти утверждения. Нужно сформулировать аксиоматику и доказать ее непротиворечивость. Насколько мне известно, никто не доказал непротиворечивость римановой геометрии. С другой стороны, физическая геометрия $\mathcal{G}_{\sigma\mathrm{R}}$ неаксиоматизируема. Нет вопроса о ее последовательности, потому что этот вопрос относится к евклидову методу построения геометрии. Налагая дополнительные условия на физическую геометрию, нельзя быть уверенным, что физическая геометрия с дополнительными условиями будет правильной геометрией.

Кроме того, почему думают, что многовариантность является свойством, чуждым геометрии? Верно, что многовариантность чужда аксиоматизируемым геометриям, построенным методом Евклида. На самом деле, появление многовариантности в римановой геометрии, которая может использоваться как геометрия пространства-времени, означает, что существуют многовариантные неаксиоматизируемые геометрии, которые могут использоваться в качестве пространственно-временных геометрий, и нет причин их игнорировать. Если исследуется проблема, какова геометрия реального пространства-времени, то следует рассматривать наиболее общие геометрии, включая многовариантные неаксиоматизируемые геометрии. После исследования всех возможных геометрий пространства-времени и динамики частиц в них, следует решать какая же реализуется в реальном пространстве. Подход, при котором дискриминируются неаксиоматизируемые геометрии, является предвзятым подходом, который показывает, что наше знание геометрии недостаточно. В частности, выбирая между римановой геометрией и физической геометрией $\mathcal{G}_{\sigma\mathrm{R}}$, имеющей ту же самую мировую функцию, следует предпочесть геометрию $\mathcal{G}_{\sigma\mathrm{R}}$, потому что при построении римановой геометрии используются многие немотивированные ограничения (непрерывность, неограниченная делимость, использование многообразия), которые отсутствуют при построении физической геометрии $\mathcal{G}_{\sigma\mathrm{R}}$. Кроме того, риманова геометрия может оказаться непоследовательной, потому что ее непротиворечивость никто не доказал. Для физической геометрии проблемы непротиворечивости не существует, вообще.

2 Необычные свойства физических геометрий

Я попытаюсь продемонстрировать необычные и неожиданные свойства физической геометрии пространства-времени на примере геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$, описываемой мировой функцией

$$\sigma_{\mathrm{g}}=\sigma_{\mathrm{M}}+\lambda_0^2\left\{\begin{array}{lll}\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right) & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right|>\sigma_0\\ \frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0} & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right|\leq\sigma_0\end{array}\right., \qquad \lambda_0^2,\sigma_0=\mathrm{const}\geq 0 \tag{2.1}$$

$$\mathrm{sgn}\left(x\right)=\left\{\begin{array}{lll}\frac{x}{|x|} & \text{если} & x\neq 0\\ 0 & \text{если} & x=0\end{array}\right. \tag{2.2}$$

где σ_{M} есть мировая функция геометрии Минковского. В инерциальной системе координат она имеет вид

$$\sigma_{\mathrm{M}}\left(x,x'\right)=\frac{1}{2}g_{ik}\left(x^i-x'^i\right)\left(x^k-x'^k\right), \qquad g_{ik}=\mathrm{diag}\left(c^2,-1,-1,-1\right) \tag{2.3}$$

Здесь λ_0 есть некоторая элементарная длина, и c есть скорость света. Геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$ задана на четырехмерном многообразии, но геометрия не является непрерывной. Мировая функция σ_{g} является лоренц-инвариантной, потому что σ_{g} является функцией σ_{M}, а мировая функция σ_{M} является лоренц-инвариантной. Элементарная длина λ_0 является малой величиной, и $\sigma_{\mathrm{g}}\approx\sigma_{\mathrm{M}}$, если характерные размеры проблемы много больше, чем λ_0. В микромире, где характерные длины порядка λ_0, мировые функции σ_{g} и σ_{M} существенно различаются.

Как это следует из (2.1), относительная плотность $\rho\left(\sigma_{\mathrm{g}}\right)$ точек в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$ по отношению к геометрии Минковского $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$ описывается соотношением

$$\rho\left(\sigma_{\mathrm{g}}\right)=\frac{d\sigma_{\mathrm{M}}\left(\sigma_{\mathrm{g}}\right)}{d\sigma_{\mathrm{g}}}=\left\{\begin{array}{lll}1 & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{g}}\right|>\sigma_0+\lambda_0^2\\ \frac{\sigma_0}{\sigma_0+\lambda_0^2} & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{g}}\right|\leq\sigma_0+\lambda_0^2\end{array}\right. \tag{2.4}$$

Если $\sigma_0\rightarrow 0$, геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$ стремится к геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$, описываемой мировой функцией σ_{d}

$$\sigma_{\mathrm{d}}=\sigma_{\mathrm{M}}+d\mathrm{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right), \qquad d\equiv\lambda_0^2=\mathrm{const} \tag{2.5}$$

Относительная плотность $\rho\left(\sigma_{\mathrm{d}}\right)$ частиц в геометрии $\mathcal{G}_{\mathrm{d}}$ отношению к геометрии Минковского $\mathcal{G}_{\mathrm{M}}$ описывается соотношением

$$\rho\left(\sigma_{\mathrm{d}}\right)=\frac{d\sigma_{\mathrm{M}}\left(\sigma_{\mathrm{d}}\right)}{d\sigma_{\mathrm{d}}}=\left\{\begin{array}{lll}1 & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{g}}\right|>\lambda_0^2\\ 0 & \text{если} & \left|\sigma_{\mathrm{g}}\right|\leq\lambda_0^2\end{array}\right. \tag{2.6}$$

Как следует из (2.6) в геометрии $\mathcal{G}_{\rm d}$ нет близких точек, т.е. таких точек, что расстояние между ними меньше, чем элементарная длина $\lambda_0/\sqrt{2}$. Это означает, что геометрия $\mathcal{G}_{\rm d}$ является дискретной геометрией. Геометрия $\mathcal{G}_{\rm d}$ является дискретной геометрией, хотя она задана на непрерывном многообразии. Кажется довольно неожиданным, что дискретная геометрия может быть задана на многообразии. Это означает, что физическая геометрия определяется только видом ее мировой функции, а не характером множества точек, где задана геометрия.

Кроме того, можно представить себе геометрию, которая является промежуточной между непрерывной и дискретной геометриями. Например физическая геометрия $\mathcal{G}_{\rm g}$ является частично непрерывной геометрией и частично дискретной геометрией, потому что плотность точек $0<\rho(\sigma_{\rm g})<1$ в области $|\sigma_{\rm d}|\leq\sigma_0+\lambda_0^2$ (для дискретной геометрии $\rho(\sigma_{\rm d})=0$, и для непрерывной геометрии $\rho(\sigma_{\rm d})=1$). Я буду называть такую геометрию $\mathcal{G}_{\rm g}$ зернистой геометрией. Эта геометрия $\mathcal{G}_{\rm g}$ превращается в дискретную геометрию $\mathcal{G}_{\rm d}$, если постоянная $\sigma_0\rightarrow 0$. $\mathcal{G}_{\rm g}$ переходит в непрерывную геометрию $\mathcal{G}_{\rm M}$, если $\lambda_0\rightarrow 0$.

Зернистая геометрия пространства-времени отличается от римановой геометрии в том отношении, что зернистая геометрия позволяет сформулировать динамику частиц в терминах геометрии (точки и мировая функция), т.е. без ссылки на систему координат и дифференциальные динамические уравнения. Любая (составная) частица описывается ее каркасом $\mathcal{P}_n=\{P_0,P_1,..,P_n\}\in\Omega^{n+1}$, где, Ω есть множество событий пространства-времени. Эволюция каркаса частицы $\mathcal{P}_n$ описывается мировой цепью каркасов $...\mathcal{P}_n^{(1)},\mathcal{P}_n^{(2)}...\mathcal{P}_n^{(s)},...$ Направление эволюции описывается ведущим вектором $\mathbf{P}_0^{(s)}\mathbf{P}_1^{(s)}$ в том смысле, что предполагается, что

$$P_0^{(s+1)}=P_1^{(s)},\qquad s=...0,1,... \tag{2.7}$$

Если частица свободная, то получаем для звеньев мировой цепи

$$\mathcal{P}_n^{(s+1)}\mathrm{eqv}\mathcal{P}_n^{(s)},\qquad s=...0,1,... \tag{2.8}$$

В развернутой форме уравнения (2.8) означают

$$\mathbf{P}_k^{(s+1)}\mathbf{P}_l^{(s+1)}\mathrm{eqv}\mathbf{P}_k^{(s)}\mathbf{P}_l^{(s)},\qquad k<l,\qquad k,l=0,1,...n,\qquad s=...0,1,... \tag{2.9}$$

Уравнение (1.4) может быть представлено в форме, линейной относительно мировой функции

$$\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\mathrm{eqv}\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1:\qquad(\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1.\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1)=|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2\wedge|\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1|^2=|\mathbf{Q}_0\mathbf{Q}_1|^2 \tag{2.10}$$

Тогда уравнения (2.9) записываются в виде

$$\left(\mathbf{P}_k^{(s+1)}\mathbf{P}_l^{(s+1)}.\mathbf{P}_k^{(s)}\mathbf{P}_l^{(s)}\right)=\left|\mathbf{P}_k^{(s)}\mathbf{P}_l^{(s)}\right|^2,\qquad k,l=0,1,...n,\qquad s=...0,1 \tag{2.11}$$

$$\left|\mathbf{P}_k^{(s+1)}\mathbf{P}_l^{(s+1)}\right|^2=\left|\mathbf{P}_k^{(s)}\mathbf{P}_l^{(s)}\right|^2,\qquad k,l=0,1,...n,\qquad s=...0,1 \tag{2.12}$$

Свободное движение составной частицы, описываемое в зернистой геометрии пространства-времени $\mathcal{G}_{\rm g}$, может быть описано как движение в некотором силовом поле геометрии Калуцы-Клейна $\mathcal{G}_{\mathrm{K}}$. Этот переход напоминает случай движения свободной частицы в гравитационном поле, заданном в пространстве-времени Минковского.

Чтобы реализовать движение составной частицы в геометрии Калуцы-Клейна, представим мировую функцию σ_{g} зернистой геометрии пространства-времени $\mathcal{G}_{\mathrm{g}}$ в виде

$$\sigma_{\mathrm{g}}(P,Q)=\sigma_{\mathrm{K}}(P,Q)+D(P,Q), \qquad \forall P,Q\in\Omega \tag{2.13}$$

где σ_{K} есть мировая функция геометрии Калуцы-Клейна $\mathcal{G}_{\mathrm{K}}$. Геометрия $\mathcal{G}_{\mathrm{K}}$ включает описание классических полей (гравитационного и электромагнитного), а $D(P,Q)$ представляет собой разность между истинной мировой функцией σ_{g} и мировой функцией σ_{K}, учитывающей только классические поля.

$$\left(\mathbf{P}_k^{(s)}\mathbf{P}_l^{(s)}.\mathbf{P}_k^{(s+1)}\mathbf{P}_l^{(s+1)}\right)_{\mathrm{g}}=\left(\mathbf{P}_k^{(s+1)}\mathbf{P}_l^{(s+1)}.\mathbf{P}_k^{(s)}\mathbf{P}_l^{(s)}\right)_{\mathrm{K}}+w\left(P_k^{(s)},P_l^{(s)},P_k^{(s+1)},\mathbf{P}_l^{(s+1)}\right) \tag{2.14}$$

где индексы "g" и "K" означают скалярные произведения, рассчитанные соответственно в зернистой геометрии и геометрии Калуцы-Клейна. Выражение для $w(P_0,P_1,Q_0,Q_1)$ имеет вид

$$w(P_0,P_1,Q_0,Q_1)=D(P_0,Q_1)+D(P_1,Q_0)-D(P_0,Q_0)-D(P_1,Q_1) \tag{2.15}$$

Динамические уравнения (2.11), (2.12) могут быть переписаны в виде

$$\left(\mathbf{P}_k^{(s+1)}\mathbf{P}_l^{(s+1)}.\mathbf{P}_k^{(s)}\mathbf{P}_l^{(s)}\right)_{\mathrm{K}} = 2\sigma_{\mathrm{K}}\left(P_k^{(s)},P_l^{(s)}\right)+2D\left(P_k^{(s)},P_l^{(s)}\right) \tag{2.16}$$

$$+w\left(P_k^{(s+1)},P_l^{(s+1)},P_k^{(s)},P_l^{(s)}\right) \tag{2.17}$$

$$\sigma_{\mathrm{K}}\left(P_k^{(s+1)},P_l^{(s+1)}\right) = \sigma_{\mathrm{K}}\left(P_k^{(s)},P_l^{(s)}\right)+D\left(P_k^{(s)},P_l^{(s)}\right) \tag{2.18}$$

$$-D\left(P_k^{(s+1)},P_l^{(s+1)}\right), \qquad k<l, \qquad k,l=0,1,...n, \qquad s=...,0,1,.. \tag{2.19}$$

где

$$w\left(P_k^{(s+1)},P_l^{(s+1)},P_k^{(s)},P_l^{(s)}\right) = D\left(P_k^{(s+1)},P_l^{(s)}\right)+D\left(P_l^{(s+1)},P_k^{(s)}\right) \tag{2.20}$$

$$-D\left(P_k^{(s+1)},P_k^{(s)}\right)-D\left(P_l^{(s+1)},P_l^{(s)}\right) \tag{2.21}$$

В уравнениях (2.17) – (2.21) классические поля (электромагнитное и гравитационное) включены в геометрию пространства-времени. Они описываются мировой функцией σ_{K}. Силовые поля характерные для микромира, включены в функцию D. Однако, можно включить классические поля в функцию D, описывающую силовые поля микромира. Тогда мировая функция σ_{K} будет описывать пространство-время Калуцы-Клейна, свободное от классических полей.

Заметим, что динамика свободной составной частицы описывается в терминах мировой функции и точек. Она не содержит ссылки на систему координат, непрерывность или другие специальные свойства пространства-времени. Динамические уравнения написаны для любой физической геометрии.

Если многообразие, где задана пространственно-временная геометрия, имеет размерность n_{K}, и $n+1$ есть число точек в каркасе $\mathcal{P}_n$, то число уравнений равно $n\left(n+1\right)$, тогда как число координат подлежащих определению равно $n_{\mathrm{K}}n$. Эти числа совпадают, если $n=n_{\mathrm{K}}-1$. В этом случае следует ожидать, что динамические уравнения будут иметь единственное решение. Однако, это верно только в случае, когда ведущий вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$, определяющий направление эволюции частицы, является времениподобным.

Если ведущий вектор $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$ является пространственноподобным, мировая цепь каркасов может существовать, если она представляет собой винтовую линию с времениподобной осью. Это условие накладывает дополнительные условия на динамические уравнения.

Рассмотрим пример. Классический предел уравнения Дирака описывает классическую дираковскую частицу $\mathcal{S}_{\mathrm{Dcl}}$. Мировая линия свободной дираковской частицы представляет собой винтовую линию. Не совсем ясно, является ли мировая линия времениподобной или пространственноподобной, потому что классическая дираковская частица оказывается составной [3], а ее внутренние степени свободы описываются нерелятивистски [4]. Ось винтовой линии является времениподобной. Динамические уравнения, описывающие классическую дираковскую частицу содержат квантовую постоянную, но они не содержат γ-матриц, которые характерны для описания квантовой дираковской частицы. В работе [5] ставится следующий вопрос. Возможно ли, что геометрическая динамика (2.17) – (2.21) описывает составную частицу с пространственнподобным ведущим вектором $\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1$? Оказывается, что это невозможно для геометрии пространства-времени, описываемого мировой функцией (2.1). Однако это возможно для пространственно-временной геометрии с мировой функцией

$$\sigma=\sigma_{\mathrm{M}}+\lambda_0^2\left\{\begin{array}{ll}\operatorname{sgn}\left(\sigma_{\mathrm{M}}\right) & \text{если}\quad \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right|>\sigma_0\\ \left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right)^3 & \text{если}\quad \left|\sigma_{\mathrm{M}}\right|\leq\sigma_0\end{array}\right.,\qquad \lambda_0^2,\sigma_0=\mathrm{const}\geq 0 \tag{2.22}$$

В этом случае мировая цепь является пространственноподобной винтовой линией с времениподобной осью. Частица является составной в том смысле, что ее каркас состоит не менее, чем из трех точек. Дополнительные точки нужны для стабилизации винтообразной мировой цепи. Кроме того, параметры винтовой линии не могут быть произвольными. Винтовая мировая цепь в возможна только для некоторых дискретных значений параметров. Исследование было произведено на четырехмерном многообразии Минковского, т.е. для дираковской частицы с нулевым зарядом. Чтобы приблизиться к реальной ситуации, пространственноподобная мировая цепь должна быть рассмотрена на пятимерном многообразии Калуцы-Клейна. Однако, даже такое модельное рассмотрение на многообразии Минковского показало, что зернистая физическая геометрия пространства-времени может порождать дискриминационный механизм, ответственный за дискретные значения характеристик частицы.

Следует заметить, что в римановой геометрии пространственноподобные мировые линии частицы не возможны в принципе, и явление классической дираковской частицы не может быть понято. В зернистой геометрии пространства-времени с мировой функцией

$$\sigma = \sigma_{\mathrm{M}} + \lambda_0^2 \begin{cases} \operatorname{sgn}(\sigma_{\mathrm{M}}) & \text{если} \quad |\sigma_{\mathrm{M}}| > \sigma_0 \\ f\left(\frac{\sigma_{\mathrm{M}}}{\sigma_0}\right) & \text{если} \quad |\sigma_{\mathrm{M}}| \leq \sigma_0 \end{cases}, \qquad \lambda_0^2, \sigma_0 = \mathrm{const} \geq 0 \tag{2.23}$$

$$f(x) = -f(-x), \qquad x \in [-1, 1], \qquad |f(x)| < |x| \tag{2.24}$$

винтовые пространственноподобные мировые цепи возможны для некоторых дискретных параметров составных частиц. Таким образом, зернистая геометрия пространства-времени может порождать дискриминационный механизм.

Дискриминационный механизм может порождаться также компактификацией пространства-времени, что существенно для пространственно-временной геометрии Калуцы-Клейна [6].

Зернистая геометрия пространства-времени может быть ответственной за квантовые эффекты, при условии, что элементарная длина λ_0 зависит от квантовой постоянной $\hbar$ [7]. Однако в теории элементарных частиц дискриминационный механизм более важен, чем квантовые эффекты.

3 Заключительные замечания

Невозможно надлежащим образом исследовать микромир и структуру элементарных частиц без совершенного знания геометрии. К сожалению, мы знаем только аксиоматизируемые геометрии, которые не включают в себя зернистые геометрии пространства-времени. Зернистые геометрии порождают дискриминационный механизм, необходимый для объяснения и расчета дискретных характеристик элементарных частиц. Аксиоматизируемые геометрии не могут учитывать такие свойства геометрии как дискретность, зернистость и ограниченную делимость. Они не могут порождать дискриминационный механизм.

Без надлежащего знания геометрии, мы вынуждены компенсировать нашу математическую неграмотность придумыванием экзотических гипотез, начиная с квантовых принципов и кончая многомерными геометриями. Кроме того, исследовательская стратегия, основанная на нахождении и исправлении ошибок, является беспроигрышной стратегией. Исправляя ошибки в нашем знании геометрии, я реализую беспроигрышную стратегию.

Чтобы понять взаимоотношение между различными видами геометрий, полезно знать взаимоотношение между тремя различными представлениями собственно евклидовой геометрии [8].

Список литературы

[1] .D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie.* 7 Auflage, B.G.Teubner, Leipzig, Berlin, 1930.

[2] Yu. A. Rylov, Geometry without topology as a new conception of geometry. *Int. Journ. Mat. & Mat. Sci.* **30**, iss. 12, 733-760, (2002), (See also *e-print http://arXiv.org/abs/math.MG/0103002*).

[3] Yu. A. Rylov, Is the Dirac particle composite? *e-print, http://arXiv.org/abs/physics/0410045.*

[4] Yu. A. Rylov , Is the Dirac particle completely relativistic? *e-print, http://arXiv.org/abs/physics/0412032*

[5] Yu. A. Rylov, Geometrical dynamics: spin as a result of rotation with superluminal speed. *e-print http://arXiv.org/abs/0801.1913.*

[6] Yu. A. Rylov, Discriminating properties of the space-time compactification. *e-print http://arXiv.org/abs/0809.2516*

[7] Yu. A. Rylov, Non-Riemannian model of space-time, responsible for quantum effects, *J. Math. Phys.* **32** (8), 2092 - 2098, (1991).

[8] Yu. A. Rylov, Different conceptions of Euclidean geometry. *e-print http://arXiv.org/abs/0709.2755.*